

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG  
PHYSIKLABOR FÜR FORTGESCHRITTENE  
SOMMERSEMESTER 2022

VERSUCH AM 04.-05.10.2022

## **Hanle-Effekt**

Gruppe 13:  
08.10.2022

Assistent:

# Abstract

Im Versuch „Hanle-Effekt“ wird der gleichnamige Effekt als spektographisches Hilfsmittel zur Untersuchung der Lebensdauer des angeregten  $^3P_1$ -Zustandes von Quecksilber verwendet. Beim Hanle-Effekt handelt es sich um ein Interferenzphänomen, das sich sowohl halbklassisch als auch quantentheoretisch betrachten lässt. Im vorliegenden Versuch wird in mehreren Messreihen die Lebensdauer in Abhängigkeit von der Temperatur und damit dem Druck des Quecksilbers bestimmt, um eine Extrapolation zu einem verschwindenden Druck hin durchführen zu können. Insgesamt werden zwei Abkühl- und ein Aufwärmvorgang betrachtet, wobei jeweils drei Polarisationsstellungen –  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $90^\circ$  – vermessen werden.

Nach erfolgreicher Kalibrierung und Abschätzung der unteren Fehlergrenze, konnten für alle neun Messreihen sinnvolle Werte für die Lebensdauer  $\tau$  des angeregten Zustandes bestimmt werden. Mit Werten zwischen  $\tau = (97,2 \pm 1,2)$  ns und  $\tau = (139,7 \pm 0,9)$  ns liegen alle Werte in einer realistischen Größenordnung um den Literaturwert von 119 ns. Mit  $t$ -Werten zwischen 0,98 und 29,52 gibt es sowohl sehr gut, als auch sehr schlecht verträgliche Endergebnisse. Besonders für die Aufwärmmessung und die Polarisierungen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  konnten sinnvolle Werte ermittelt werden. In einem letzten Schritt wurde ein Gesamtergebnis von  $\tau = (116 \pm 5)$  ns als Mittelwert aller Daten ermittelt.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>5</b>
2.1	Tabelle der im Protokoll verwendeten Symbole . . . . .	5
2.2	Der Hanle-Effekt – halbklassische Erklärung . . . . .	5
2.3	Der Hanle-Effekt – quantenmechanische Erklärung . . . . .	6
2.4	Coherence Narrowing . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>9</b>
3.1	Aufbau des Versuchs . . . . .	9
3.2	verwendete Elektronik . . . . .	10
3.3	Durchführung . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Datenanalyse und Fehlerbetrachtung</b>	<b>11</b>
4.1	Kalibration des Versuchsaufbaus . . . . .	11
4.2	Umrechnung der Zeitachse in Magnetfelder . . . . .	11
4.3	Bestimmung einer unteren Grenze für die Unsicherheit . . . . .	13
4.4	Auswertung unter Berücksichtigung des Coherence Narrowing . . . . .	14
4.4.1	0°-Polarisation . . . . .	14
4.4.2	45°-Polarisation . . . . .	19
4.4.3	90°-Polarisation . . . . .	22
4.4.4	Untersuchung der verschiedenen Messreihen . . . . .	25
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Fehlerdiskussion</b>	<b>26</b>
5.1	Zusammenstellung der Ergebnisse . . . . .	26
5.2	Vergleich mit dem Literaturwert . . . . .	26
5.3	Fehlerdiskussion und Erörterung der Ergebnisse . . . . .	27
<b>6</b>	<b>Bibliography</b>	<b>30</b>
<b>7</b>	<b>Anhang</b>	<b>31</b>
7.1	Tabellen . . . . .	31
7.2	Laborbuch . . . . .	35

## Tabellenverzeichnis

1	Tabelle der im Protokoll verwendeten Symbole und der zugehörigen physikalischen Größen. . . . .	5
2	Mittelwerte für die Messreihen . . . . .	25
3	Mittelwerte für die Polarisationen . . . . .	25
4	Zusammenstellung der Ergebnisse . . . . .	26
5	Vergleich mit dem Literaturwert . . . . .	27
6	Bestimmte Lebenszeiten bei der Messung einer unteren Grenze für die Unsicherheit	31
7	Bestimmte Lebenszeiten bei der ersten Abkühlmessung . . . . .	32
8	Bestimmte Lebenszeiten bei der Aufwärmmessung . . . . .	33
9	Bestimmte Lebenszeiten bei der zweiten Abkühlmessung . . . . .	34

## Abbildungsverzeichnis

1	Veranschaulichung des Zeemann-Effektes . . . . .	7
2	Versuchsaufbau der Hanle-Zelle . . . . .	9
3	Kühlvorrichtung . . . . .	10
4	Linearer fit der Rampenspannung für die erste Messung . . . . .	12
5	Curve fit der ersten Messung zur Bestimmung der unteren Grenze für die Unsicherheit . . . . .	13
6	Curve fit bei 0° Polarisation bei einer Temperatur von 273,15 K für die erste Abkühlmessreihe . . . . .	15
7	Extraploation bei 0° Polarisation für die erste Abkühlmessreihe . . . . .	17
8	Extrapolationen für die Aufwärmreihe und die zweite Abkühlmessreihe bei einer Polarisation von 0° . . . . .	18
9	Curve fit bei 45° Polarisation bei einer Temperatur von 273,15 K für die erste Abkühlmessreihe . . . . .	19
10	Extraploation bei 45° Polarisation für die erste Abkühlmessreihe . . . . .	20
11	Extrapolationen für die Aufwärmreihe und die zweite Abkühlmessreihe bei einer Polarisation von 45° . . . . .	21
12	Curve fit bei 90° Polarisation bei einer Temperatur von 273,15 K für die erste Abkühlmessreihe . . . . .	22
13	Extraploation bei 90° Polarisation für die erste Abkühlmessreihe . . . . .	23
14	Extrapolationen für die Aufwärmreihe und die zweite Abkühlmessreihe bei einer Polarisation von 90° . . . . .	24
15	Laborbuch - Seite 1 . . . . .	35
16	Laborbuch - Seite 2 . . . . .	36
17	Laborbuch - Seite 3 . . . . .	37
18	Laborbuch - Seite 4 . . . . .	38

## 1 Einführung

Im vorliegenden Versuch soll unter Verwendung des Hanle-Effekts die Lebensdauer eines vom Grundzustand  $^1S_0$  angeregten Zustandes  $^3P_1$  von Quecksilber bestimmt werden. Der Hanle-Effekt kann als spektroskopisches Hilfsmittel verwendet werden, da bei diesem Interferenzphänomen durch die Verwendung kohärenter Strahlung die typische Dopplerverbreiterung verschwindet. In mehreren Messreihen wird die Lebensdauer für unterschiedliche Temperaturen und damit unterschiedliche Drücke gemessen, wodurch eine Extrapolation für den Optimalfall von verschwindendem Druck durchgeführt werden kann. Es werden insgesamt neun Messreihen durchgeführt, wobei jeweils die Polarisierungen  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $90^\circ$  für zwei Abkühl- und einen Aufwärmvorgang vermessen werden.

## 2 Theorie

Der folgende Abschnitt, in dem die für den Versuch essentielle Theorie und verwendete Methoden eingeführt werden, basiert hauptsächlich auf der Versuchsanleitung, die von der Laborleitung zur Verfügung gestellt wurde [1] und der Diplomarbeit von Wolf-Dieter Hasenclever [2].

### 2.1 Tabelle der im Protokoll verwendeten Symbole

Tab. 1: Tabelle der im Protokoll verwendeten Symbole und der zugehörigen physikalischen Größen.

Symbol	Größe
$I$	Intensität
$\phi$	Winkel zwischen Dipolachse und Beobachtungsrichtung
$t$	Zeit
$\tau$	Lebensdauer
$\vec{\mu}$	magnetisches Moment
$\vec{B}$	Magnetfeld
$\omega_L$	Lamor-Frequenz
$g_J$	Landé-Faktor
$\mu_B$	gyromagnetisches Moment
$\hbar$	reduziertes Plancksches Wirkungsquantum
$\Delta E$	Energiedifferenz
$m_J$	Magnetquantenzahl des Gesamtdrehimpulses
$R$	Emissionsrate der Photonen
$\vec{f}, \vec{g}$	Polarisationsrichtung der absorbierten/emittierten Photonen
$\vec{r}$	Ort
$H$	Hamilton Operator
$f_{ab}, g_{ab}$	Übergangsmatrixelemente
$ \Psi\rangle,  m\rangle,  \mu\rangle$	quantenmechanischer Zustand, Grundzustand, angeregter Zustand
$\omega_\mu$	Energie des angeregten Zustandes
$\Gamma_\mu$	Dämpfungsterm
$N$	Bestrahlungsrate
$R_{\text{koh}}, R_{\text{sep}}, R_{\text{ges}}$	Rate für kohärente/seperable Überlagerung, Gesamtrate
$a$	Grundzustand
$b, c$	angeregte Zustände
$p$	Druck
$T$	Temperatur
$p_c, T_c$	konstante Referenzen für Druck/Temperatur
$a_i$	Koeffizienten zur Umrechnung von Temperatur in Druck

### 2.2 Der Hanle-Effekt – halbklassische Erklärung

Mithilfe des Hanle-Effekts kann erklärt werden, weshalb die Polarisation bei Resonanzfluoreszenz abhängig von einem äußeren Magnetfeld ist [1]. Die durch Photonen angeregten Atome können als oszillierende Dipole genähert werden mit der Dipolachse parallel zur Polarisationsachse. Bei der Bestimmung der Intensität  $I$  müssen daher zwei Terme beachtet werden. Der erste Term beschreibt die Dipolstrahlung, die mit  $\sin^2(\phi)$  geht, wobei  $\phi$  den Winkel zwischen Dipolachse und Beobachtungsrichtung beschreibt. Der zweite Term  $\exp(-t/\tau)$ , mit der Zeit  $t$  und der Lebensdauer  $\tau$  des Zustandes, beschreibt den Zerfall des Zustandes. Es ergibt sich folgende Formel

mit einer Normierungskonstante  $C$  [1]:

$$I = C \int_0^\infty \sin^2(\phi) e^{-t/\tau} dt. \quad (1)$$

Wird nun ein äußeres Magnetfeld  $B$  angelegt, ergibt sich für das Atom ein Drehmoment, das zu einer Präzession des magnetischen Momentes  $\mu$  mit der Lamor-Frequenz  $\omega_L$  führt. In einem schwachen Feld gilt dabei folgende Bewegungsgleichung:

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \frac{\omega_L}{B} \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \text{mit} \quad \omega_L = g_J \frac{\mu_B}{\hbar} B. \quad (2)$$

Hierbei beschreibt  $g_J$  den Landé-Faktor,  $\mu_B$  das gyromagnetische Moment und  $\hbar$  das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum. Setzt man nun in [Gleichung 1](#) für die Phase  $\phi(t) = \omega_L t + \phi_0$  ein und bezeichnet als Konvention die Einstellung mit  $\phi(0) = \pi/2$  als  $0^\circ$ -Einstellung, ergibt sich folgende Formel für die Intensität:

$$I = C \int_0^\infty \cos^2(\omega_L t + \phi_0) e^{-t/\tau} dt. \quad (3)$$

Integrieren liefert für die drei im Versuch verwendeten Einstellungen  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $90^\circ$  folgende Intensitäten [1]:

$$I_0 = \frac{C\tau}{2} \left( 2 - \frac{(2\omega_L\tau)^2}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \right), \quad (4)$$

$$I_{45} = \frac{C\tau}{2} \left( \frac{1 + (2\omega_L\tau)^2 - 2\tau\omega_L}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \right), \quad (5)$$

$$I_{90} = \frac{C\tau}{2} \left( \frac{(2\omega_L\tau)^2}{1 + (2\omega_L\tau)^2} \right). \quad (6)$$

Bei den oben genannten Intensitätsverläufen handelt es sich jeweils um Lorentz-Kurven, die im Versuch an die Daten angepasst werden können um die Lebensdauer  $\tau$  des betrachteten Zustandes zu bestimmen.

### 2.3 Der Hanle-Effekt – quantenmechanische Erklärung

Eine genauere Beschreibung des Hanle-Effekts ist durch eine quantenmechanische Betrachtung möglich. Zum besseren Verständnis muss dazu zunächst der Zeemann-Effekt genauer betrachtet werden. Beim Zeemann-Effekt werden entartete Energieniveaus durch anlegen eines äußeren Magnetfeldes aufgespalten wie in [Abbildung 1](#) zu erkennen ist. Die Aufspaltung  $\Delta E$  ist hierbei proportional zum Magnetfeld  $B$  [1]:

$$\Delta E = \frac{g_J \Delta m_J}{\hbar} \mu_B B. \quad (7)$$

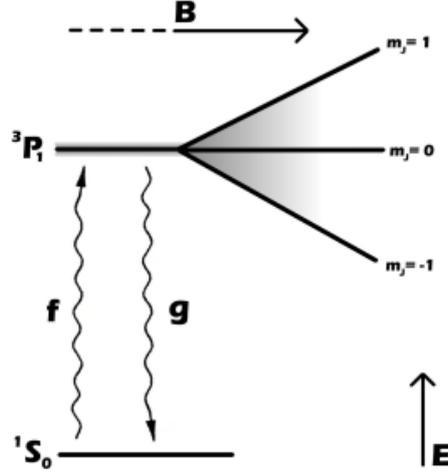


Abb. 1: Veranschaulichung des Zeemann-Effektes: Eingezeichnet sind zwei Energieniveaus ( $^1S_0$  und  $^3P_1$ ) wobei sich das  $^3P_1$ -Niveau aufgrund der verschiedenen  $m_J$ -Quantenzahlen bei angelegtem Magnetfeld in mehrere Energieniveaus aufspaltet.

Durch diese Aufspaltung nach  $m_J$  kommt es bei äußeren Magnetfeldern zu level-crossing, was bedeutet, dass bei der Resonanzfluoreszenz Interferenzeffekte auftreten. Für  $B = 0$  spricht man vom Hanle-Effekt. Dieser stellt also einen Spezialfall des level-crossings dar. Bei entarteten Zuständen tritt Interferenz mehrerer Zustände auf, die Intensität ist nun proportional zum Quadrat der Summe der Amplituden  $I \propto (A_1 + A_2)^2$ . Im Gegensatz dazu ist bei größerer Aufspaltung eine Überlagerung zu beobachten, deren Intensität aus der Summe der Amplitudenquadrate  $I \propto A_1^2 + A_2^2$  berechnet werden kann. Durch die Kohärenz kann der Dopplereffekt nun bei der Bestimmung der Lebensdauer vernachlässigt werden [1].

Eine genaue quantenmechanische Beschreibung des Hanle-Effekts ist mit der sogenannten Breit-Formel möglich, die die Rate  $R$  angibt, in der Photonen mit Polarisationsrichtung  $\vec{g}$  emittiert werden, wenn die Atome mit Licht der Polarisation  $\vec{f}$  bestrahlt werden. Unter Verwendung, dass der Hamilton-Operator  $H$  für die Wechselwirkung von Atomen und Photonen proportional zu  $\vec{f}$  und dem Ortsoperator  $\vec{r}$  ist ( $H \propto \vec{r} \cdot \vec{f}$ ) und mithilfe des Übergangsmatrixelements  $f_{ab} = \langle a | \vec{r} \cdot \vec{f} | b \rangle$  lässt sich damit ein Zustand  $|\Psi\rangle$  des Systems für  $t > 0$  folgendermaßen beschreiben [1]:

$$|\Psi\rangle = |m\rangle + \sum_{\mu} f_{\mu m} |\mu\rangle e^{(-i\omega_{\mu} + \Gamma_{\mu}/2)t}. \quad (8)$$

Hierbei ist  $|m\rangle$  ein Grundzustand und  $|\mu\rangle$  ein angeregter Zustand mit Energie  $\omega_{\mu}$ .  $\Gamma_{\mu} = 1/\tau_{\mu}$  beschreibt einen Dämpfungsteil, der dem Kehrwert der Lebensdauer entspricht. Mit der Übergangswahrscheinlichkeit  $R(\vec{f}, \vec{g}, t) = \sum_{mm'} |\langle m' | \vec{r} \cdot \vec{f} | \Psi \rangle|^2$  bei der Aussendung eines Photons und durch Integration über alle Zeiten ergibt sich die Breit-Formel [1]:

$$R(\vec{f}, \vec{g}) = N \sum_{mm'} \sum_{\mu\mu'} \frac{f_{m\mu} f_{\mu'm} g_{\mu\mu'} g_{m'\mu'}}{\Gamma_{\mu\mu'} - i(\omega_{\mu} - \omega_{\mu'})} \quad \text{mit} \quad \Gamma_{\mu\mu'} = \frac{1}{2}(\Gamma_{\mu} + \Gamma_{\mu'}). \quad (9)$$

$N$  ist hierbei die Rate mit der Photonen auf die Probe treffen. Analog zu  $f_{ab}$  bezeichnet  $g_{ab}$  das Übergangsmatrixelement für die Aussendung von Photonen.

Da in diesem Versuch die Zustände  $^3P_1$  und  $^1S_0$  von Quecksilber betrachtet werden, ergeben sich unter Beachtung der Zeemann-Aufspaltung drei mögliche Übergänge. Da jedoch nur zirkular

polarisierte Übergänge mit  $\Delta m_J = \pm 1$  eine Rolle für die Interferenz im Versuch spielen, reduziert sich die Zahl an relevanten Übergängen auf zwei. Damit reduziert sich [Gleichung 9](#) auf vier Terme, die sich mit [Gleichung 7](#) noch einmal weiter vereinfachen lassen. Für schwache Magnetfelder ergibt sich eine kohärente Überlagerung ( $R_{\text{koh}}$ ) und für stärker werdende Magnetfelder verschwindet der Interferenz-Term ( $R_{\text{sep}}$ ) [[1](#)]:

$$R_{\text{koh}} \approx |f_{ab}g_{ba} + f_{ac}g_{ca}|^2, \quad (10)$$

$$R_{\text{sep}} \approx |f_{ab}|^2|g_{ba}|^2 + |f_{ac}|^2|g_{ca}|^2, \quad (11)$$

$$\Rightarrow R_{\text{ges}} = R_{\text{sep}} + 2\Re(f_{ba}f_{ac}g_{ca}g_{ab})\frac{\Gamma_{bc}}{\Gamma_{bc}^2 + (\Delta E)^2}. \quad (12)$$

Mit  $b$  und  $c$  werden hierbei jeweils die angeregten und mit  $a$  der Grundzustand bezeichnet. Bis auf Konstanten entspricht dies bei Einsetzen von  $\Gamma = 1/\tau$  der Lorentzkurve, die auch durch die halbklassische Erklärung gefunden wird.

## 2.4 Coherence Narrowing

Ein für den Versuch relevanter Effekt ist das Coherence Narrowing, das die Messung verfälscht. Auch die durch Abregung des angeregten Zustandes emittierten Photonen können weitere Atome anregen, die sich dann unter Aussendung eines weiteren Photons wieder abregen. Da dieses Photon die gleiche Richtung und Polarisation besitzt, und damit nicht unterscheidbar ist, wird die Lebensdauer systematisch nach oben verfälscht. Bei höheren Dichten ist der Effekt größer, da mehrere erneute An- und Abregungen auftreten. Im Versuch soll dieser Effekt durch Extrapolation umgangen werden. Hierfür wird die Messung bei mehreren Temperaturen  $T$  durchgeführt und anschließend der entsprechende Druck  $p$  bestimmt. Dieser kann dann linear gegen null extrapoliert werden. Zur Umrechnung wird folgende Formel aus [[1](#)] verwendet, deren Koeffizienten im Analyseteil eingeführt werden:

$$\ln\left(\frac{p}{p_c}\right) = \frac{T_c}{T} \left( a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9 \right) \quad \text{mit} \quad T_r = 1 - \frac{T}{T_c}. \quad (13)$$

$p_c$  und  $T_c$  bezeichnen hierbei konstante kritische Temperaturen beziehungsweise Drücke.

### 3 Aufbau und Durchführung

#### 3.1 Aufbau des Versuchs

Für die Untersuchung des Hanle Effekts wird der in [Abbildung 2](#) skizzierte Versuchsaufbau verwendet.

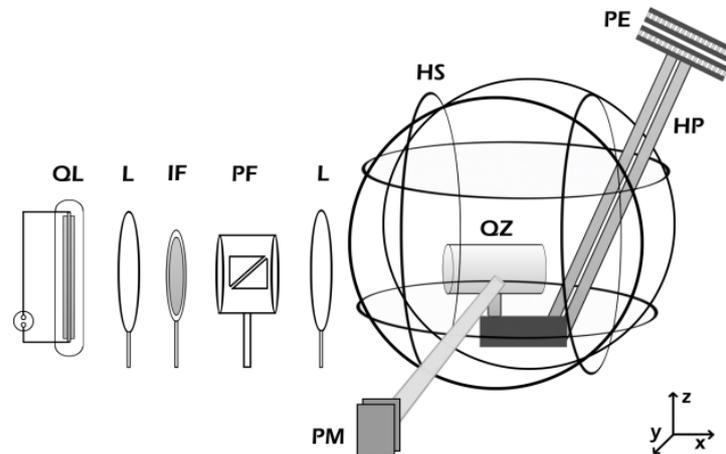


Abb. 2: Für den Versuch verwendeter Aufbau mit Quecksilberdampfampe (QL), optischen Komponenten (L, IF, PF), Helmholtz-Spulen (HS), Quecksilberzelle (QZ), Kühlung (PE, HP) und Photomultiplier (PM). Die Graphik wurde [1] entnommen, S. 8.

Da zur Anregung des  $^3P_1$ -Zustands des Quucksilbers in der zur Analyse verwendeten Quucksilberresonanzzelle (QZ) Licht der Wellenlänge  $\lambda = 253,7\text{ nm}$  benötigt wird, dient als Lichtquelle ebenfalls eine Quecksilber-Niedrigdrucklampe (QL). Diese sendet Licht auf ein System optischer Elemente bestehend aus einer Linse, die den Strahl aufweitet (L), einem Interferenzfilter (IF), der nur Licht eines bestimmten Wellenlängenbereichs passieren lässt, einem einstellbaren Polfilter (PF) und einer Linse (L), die den Strahl in der Quecksilberzelle fokussiert. Die Probe ist von drei Helmholtz-Spulen (HS) umgeben, von denen zwei Spulenpaare ( $y$  und  $z$ ) zur Kompensation äußerer Magnetfelder sind und eines zur Messung verändert werden kann ( $x$ ). Der zur Messung verwendete Photomultiplier (PM) sowie die Kühlung (HP und PE) befinden sich außerhalb, um Störungen zu vermeiden. Eine genauere Abbildung der Kühlvorrichtung befindet sich in [Abbildung 3](#).

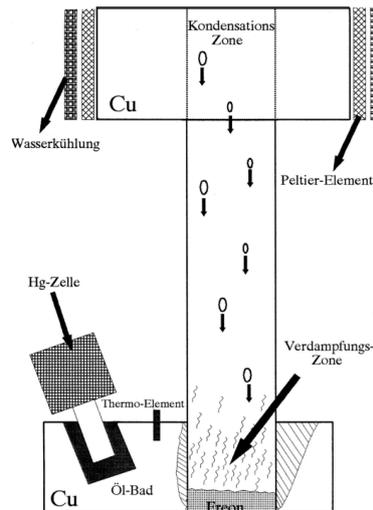


Abb. 3: Für den Versuch verwendete Kühlvorrichtung mit Quecksilberzelle, Öl-Bad, Kupferblock, Heat-Pipe, Peltier-Elementen und Wasserkühlung. Die Graphik wurde [1] entnommen, S. 25.

Zur Kühlung werden Peltier-Elemente verwendet, die auf dem Peltier-Effekt beruhen. Dabei werden zwei Halbleiterplatten unter einer Spannung miteinander verbunden, sodass Elektronen entweder Energie gewinnen oder verlieren und sich somit eine Platte erwärmt und sich die andere Platte abkühlt. Zur besseren Effizienz wird das sich erwärmende Element zusätzlich durch Wasser gekühlt. Über mit Freon gefüllte Heat-Pipes wird die Wärme transportiert. Diese basieren auf Verdunstung und Kondensation. Die Kühlung wird schließlich über einen Kupferblock, an welchem die Temperatur gemessen wird und ein Öl-Bad an die Quecksilberzelle weiter gegeben.

### 3.2 verwendete Elektronik

Neben dem Hochspannungsgenerator für die Quecksilberdampfampe und dem Netzteil für die Peltierelemente (auf maximal 7,5 A begrenzt) ist ein zentrales Element der Elektronik das Netzteil zur Regelung der Magnetfelder. Die Magnetfelder in alle drei Richtungen können separat über den Strom eingestellt werden. Für die  $x$ -Richtung gibt es noch die Möglichkeit, den Strom extern über einen Rampengenerator einspeisen zu lassen, wodurch das Durchlaufen des Magnetfeldes möglich gemacht wird.

Zur Auswertung des Signals wird dieses zunächst vorverstärkt und anschließend ein Konstantwert abgezogen, um für einen sinnvollen Messbereich zu garantieren. Zusammen mit dem Signal des Rampengenerators wird das Messsignal auf einem Oszilloskop dargestellt, von dem aus sich die Daten direkt exportieren lassen.

### 3.3 Durchführung

In einem ersten Schritt werden zunächst die Elektronik und insbesondere die Magnetfelder der Helmholtz-Spulen kalibriert. Dabei wird das in [1] beschriebene Kalibrationsverfahren verwendet. Im Anschluss wird das gefundene Signal 15 mal gemessen um eine untere Grenze für die Unsicherheit der Lebensdauer abschätzen zu können. Der Hauptteil des Versuchs besteht aus drei Messreihen, wobei zwei Messreihen beim Abkühlen und eine beim Aufwärmen des Aufbaus durchgeführt werden. Für unterschiedliche Temperaturen wird das Signal jeweils für eine Polarisation von  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $90^\circ$  gemessen um anschließend die Lebensdauer aus den fits bestimmen und die Werte für  $p \rightarrow 0$  extrapolieren zu können. Vor jeder Messreihe wird das Signal neu kalibriert um Änderungen im Magnetfeld ausgleichen zu können.

## 4 Datenanalyse und Fehlerbetrachtung

### 4.1 Kalibration des Versuchsaufbaus

Ein essentieller Teil des Versuches ist die Kalibration der Messelektronik und insbesondere der Magnetfelder um die Probe. Da bereits zu Beginn der Messung ein Signal zu erkennen war, konnte direkt mit der Optimierung begonnen werden. In einem ersten Schritt kann durch einen suppression-Regler ein konstanter Wert vom Signal des Photomultipliers abgezogen werden. Als Grobeinstellung wurde dabei  $10^{-6}$  gewählt und für jedes Signal eine passende Feinjustierung vorgenommen. Eventuelle weitere Offsets werden später beim fitten der Daten berücksichtigt.

In einem zweiten Kalibrierungsschritt wird das Magnetfeld in  $y$ - und  $z$ -Richtung, sowie der Offset für die Polarisation eingestellt. Da bei der Polarisation kein großer Unterschied bei einer Verstellung von  $\pm 5^\circ$  zu beobachten ist und das Signal tendenziell eher schlechter zu werden scheint, wurden alle Messungen ohne Berücksichtigung eines Offsets durchgeführt. Zur Kalibration des Magnetfeldes werden zwei Vorgehen gewählt: In einem ersten Schritt wird das in [1] auf Seite 14 beschriebene Vorgehen verwendet. Dabei wird der Strom in  $x$ -Richtung konstant auf 1 A gestellt und die Felder in die anderen Raumrichtungen so lange angepasst, bis minimale Intensität auftritt. Da dieses Vorgehen oft nicht zur gewünschten Genauigkeit führt, wird als weiterer Kalibrationsschritt die Breite der Hanle-Kurve minimiert. Dies kann direkt über das Oszilloskop gemacht werden, indem das Signal für unterschiedliche Magnetfelder beobachtet und mit Markern die Breite der Peaks gekennzeichnet wird.

Für die beiden Messungen am ersten Versuchstag wurden für die Potentiometer die Schalter auf 4,9 für die  $y$ -Richtung und 2,7 für die  $z$ -Richtung gestellt und eine Rampe mit Spannung  $U_{\max} = (3,0 \pm 0,1) \text{ V}$  und Durchlaufdauer  $t = 3 \text{ s}$  gewählt. Für den zweiten Versuchstag wurde das komplette Magnetfeld neu kalibriert und eine Einstellung von 6,2 für die  $y$ -Richtung und 2,7 für die  $z$ -Richtung gefunden. Die verwendete Rampe wurde auf Spannung  $U_{\max} = (5,0 \pm 0,1) \text{ V}$  und Durchlaufdauer  $t = 10 \text{ s}$  umgestellt.

### 4.2 Umrechnung der Zeitachse in Magnetfelder

Zur Bestimmung der Lebenszeit des angeregten Zustandes sollen die in der Theorie beschriebenen Lorentz-Verteilungen an die Signale gefittet werden. Dazu muss jedoch die  $x$ -Achse, welche momentan noch einer Zeitachse entspricht in Werte für das Magnetfeld  $B$  umgerechnet werden. Mithilfe des am Oszilloskop beobachteten Rampensignals kann zunächst eine Umrechnung von Zeit in Spannung vorgenommen werden. Dazu wird eine lineare Regression der Rampe mittels `scipy.optimize.curve_fit` [3] durchgeführt:

$$U = at + b. \tag{14}$$

Eine exemplarische Messung ist in [Abbildung 4](#) zu finden. Die Zeit ist dabei in willkürlichen Einheiten angegeben, da die Einheit durch die Umrechnung keine Relevanz besitzt. Es ist zusätzlich die lineare Regression eingezeichnet und die für den fit verwendeten Werte sind farblich hinterlegt.

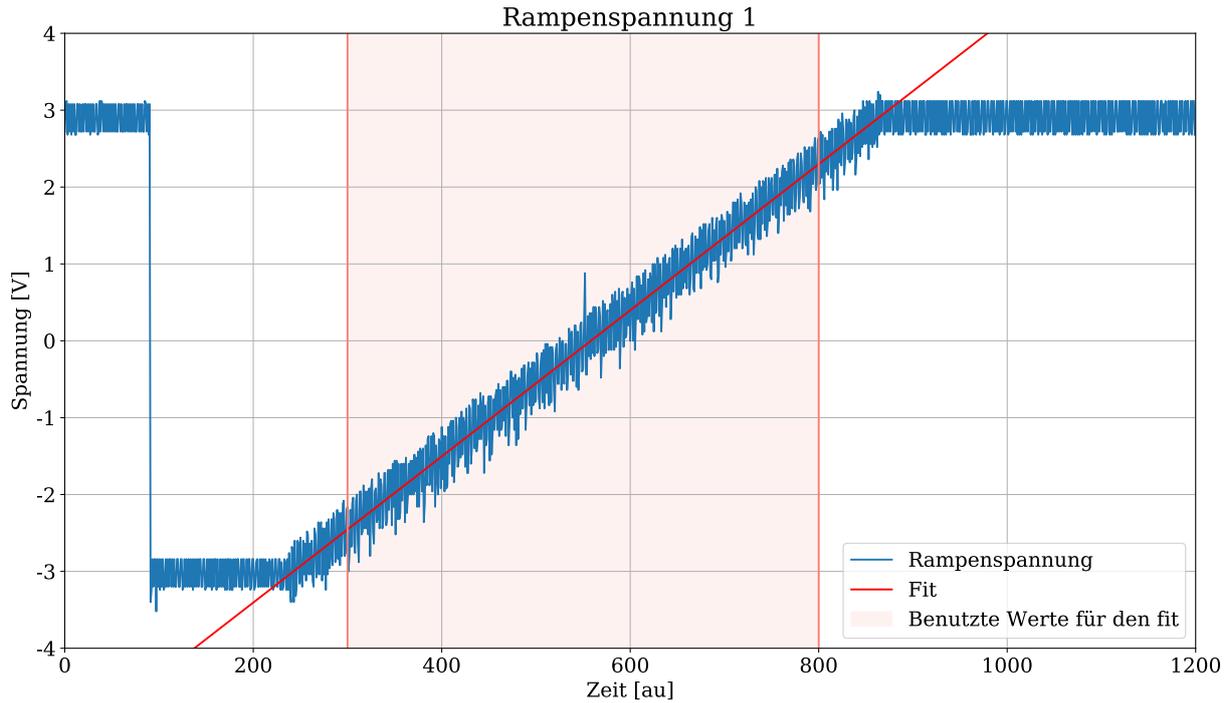


Abb. 4: Zu sehen ist die Rampenspannung in blau, sowie der lineare fit in rot und der dafür verwendete, farblich hinterlegte, Wertebereich für eine exemplarische Messung.

Die fit-Parameter für diesen fit ergeben sich zu:

$$a = (9,50 \pm 0,10) \text{ mV},$$

$$b = (-5,31 \pm 0,06) \text{ V}.$$

In einem nächsten Schritt kann nun die Spannung in einen Strom umgerechnet werden, wozu die beiden von der Magnetfeldelektronik angezeigten Werte  $U_{\text{kal}}$  und  $I_{\text{kal}}$  abgelesen werden. Das Verhältnis kann dann als Umrechnungsfaktor zwischen Spannung und Strom genutzt werden. Die Fehler werden über die Schwankungen der beiden Werte abgeschätzt:

$$I_{\text{kal}} = (0,3118 \pm 0,0002) \text{ A},$$

$$U_{\text{kal}} = (3,041 \pm 0,001) \text{ V}.$$

Für die Umrechnung von Strom zu Magnetfeld ist in [1] ein Umrechnungsfaktor  $F = 3,363 \cdot 10^{-4} \text{ T A}^{-1}$  angegeben. Durch Kombination der so bestimmten Werte kann nun eine Umrechnungsformel von Strom in Magnetfeld bestimmt werden. Der Fehler auf das Magnetfeld wird hierbei mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung gebildet [4]:

$$B = (at + b)F \frac{I_{\text{kal}}}{U_{\text{kal}}}, \quad (15)$$

$$\Delta B = F \sqrt{\left(t \frac{I_{\text{kal}}}{U_{\text{kal}}} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{I_{\text{kal}}}{U_{\text{kal}}} \Delta b\right)^2 + \left((at + b) \frac{1}{U_{\text{kal}}} \Delta I_{\text{kal}}\right)^2 + \left(-(at + b) \frac{I_{\text{kal}}}{U_{\text{kal}}^2} \Delta U_{\text{kal}}\right)^2}. \quad (16)$$

Für jede der nachfolgenden Messungen wird die Zeitachse des Oszilloskops im Folgenden mit [Gleichung 15](#) zunächst in eine Magnetfeldachse umgerechnet. Die lineare Regression für die Parameter  $a$  und  $b$  wird dabei für jeden Datensatz separat bestimmt, da für manche Messung andere Oszilloskop- oder Rampeneinstellungen gewählt wurden.

### 4.3 Bestimmung einer unteren Grenze für die Unsicherheit

In einem ersten Schritt soll zur Abschätzung einer unteren Grenze für die Unsicherheit der Lebensdauer 15 mal unter gleichen Bedingungen eine Messung durchgeführt werden. Die Standardabweichung vom Mittelwert [4] der verschiedenen bestimmten Lebenszeiten kann dann als Schätzer für die Unsicherheit herhalten. Die Messungen werden bei  $0^\circ$  Polarisation und einer Temperatur von  $(18 \pm 1)^\circ\text{C}$  durchgeführt.

Nach der Umrechnung der Zeit  $t$  in ein Magnetfeld  $B$  kann die Lebensdauer direkt bestimmt werden, indem die in der Theorie in [Gleichung 4](#) eingeführte Lorentzkurve an die Daten gefittet wird. Um einen fit in Abhängigkeit des Magnetfeldes zu erhalten, muss noch die Lamor-Frequenz  $\omega_L = g_J \mu_B B / \hbar$  eingesetzt werden. Zusätzlich wird eine Verschiebung in  $x$ -Richtung ( $B_{\text{off}}$ ) und  $y$ -Richtung ( $I_{\text{off}}$ ) eingeführt, um mögliche Offsets der Daten zu korrigieren. Es ergibt sich damit folgende Fitfunktion mit Fitparametern  $C$ ,  $B_{\text{off}}$ ,  $I_{\text{off}}$  und schließlich der Lebenszeit  $\tau$ :

$$I_0 = \frac{C\tau}{2} \left( 2 - \frac{(2g_J \mu_B (B - B_{\text{off}}) / \hbar \tau)^2}{1 + (2g_J \mu_B (B - B_{\text{off}}) / \hbar \tau)^2} \right) + I_{\text{off}}. \quad (17)$$

Der mit `scipy.optimize.curve_fit` [3] durchgeführte fit ist in [Abbildung 5](#) zu sehen. Die Funktion verwendet die Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Es werden Anfangsschätzwerte ( $C \approx 8,4 \cdot 10^9 \text{ V s}^{-1}$ ,  $\tau \approx 119 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ ,  $B_{\text{off}} \approx 0,03 \text{ mT}$ ,  $I_{\text{off}} \approx 1 \text{ V}$ ) für die Parameter übergeben, um zu garantieren, dass die Funktion die Werte richtig anpasst.

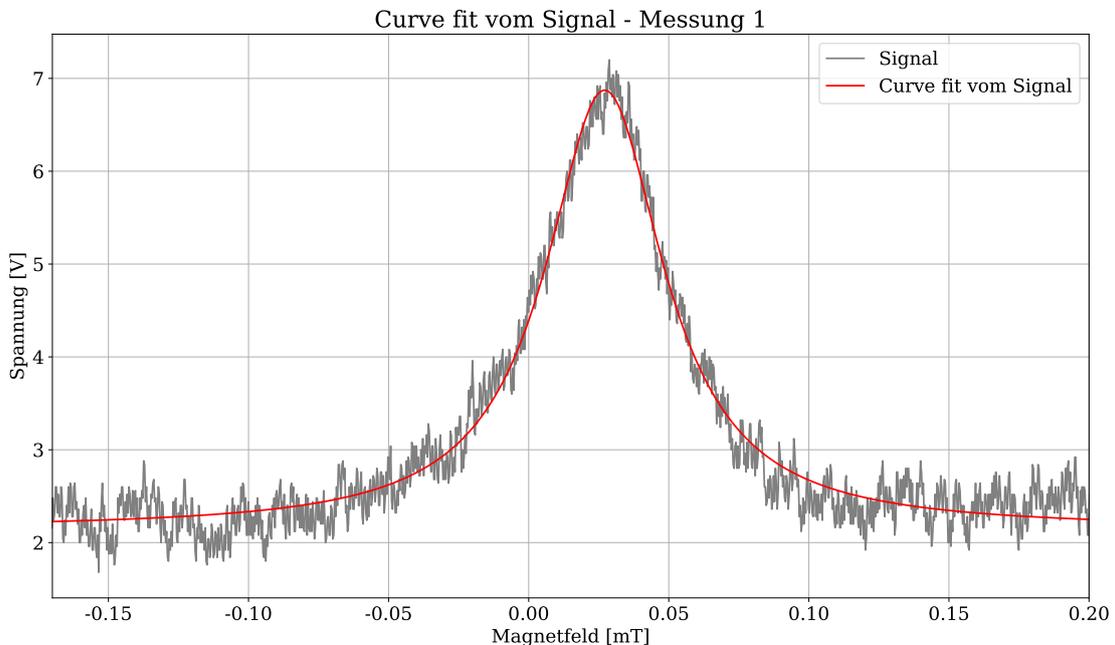


Abb. 5: Dargestellt sind das gemessene Signal in grau, sowie der Curve fit in rot. Die Fehler auf das Magnetfeld durch die Umrechnung von der Zeit werden aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen.

Für die weiteren Berechnungen sind die fit-Parameter für die  $x$ - und  $y$ -Verschiebung  $-B_{\text{off}}$  beziehungsweise  $I_{\text{off}}$  – und der Normierungsfaktor  $C$  irrelevant. Sie werden hier einmal der Vollständigkeit halber angegeben, in allen weiteren Messreihen jedoch vernachlässigt.

$$\begin{aligned} C &= (6,36 \pm 0,06) \text{ V s}^{-1}, \\ B_{\text{off}} &= (0,02712 \pm 0,00017) \text{ mT}, \\ I_{\text{off}} &= (-2,58 \pm 0,03) \text{ V}, \\ \tau &= (148,6 \pm 1,7) \text{ ns}. \end{aligned}$$

Analog wird nun für 14 weitere Messungen mit den gleichen Einstellungen jeweils Zeit in Magnetfeld umgerechnet und anschließend ein Datenfit durchgeführt. Alle bestimmten Lebensdauern finden sich in [Tabelle 6](#) im Anhang, die zugehörigen Abbildungen sind im Ordner „Kalibrierung“ in der angehängten zip-Datei zu finden. Der Schätzer für die Unsicherheit ergibt sich nun durch Bilden der Standardabweichung des Mittelwerts [4]. Es wird folgende untere Grenze für die Unsicherheit auf die Lebensdauer bestimmt:

$$\Delta\tau_{\text{stat}} = 1,2 \text{ ns}.$$

#### 4.4 Auswertung unter Berücksichtigung des Coherence Narrowing

Es werden jeweils drei Messreihen durchgeführt für die jeweilige Polarisation  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $90^\circ$ . Davon werden die erste und die dritte bei fallenden Temperaturen und die zweite bei steigenden Temperaturen aufgenommen.

##### 4.4.1 $0^\circ$ -Polarisation

Erneut werden die Lebensdauern für jeden Datensatz durch einen Lorentzkurvenfit analog zum vorherigen Teil bestimmt. Es wird daher die gleiche Fitfunktion verwendet und nur bei den Lebensdauern handelt es sich um relevante Parameter:

$$I_0 = \frac{C\tau}{2} \left( 2 - \frac{(2g_J\mu_B(B - B_{\text{off}})/\hbar\tau)^2}{1 + (2g_J\mu_B(B - B_{\text{off}})/\hbar\tau)^2} \right) + I_{\text{off}}. \quad (18)$$

Exemplarisch wird hier ein fit mit `scipy.optimize.curve_fit` [3] betrachtet, dessen zugehörige Daten bei der ersten Abkühlmessreihe bei einer Temperatur von 273,15 K, was  $0^\circ\text{C}$  entspricht, aufgenommen wurde. Die Daten können zusammen mit der gefitteten Lorentzkurve in [Abbildung 6](#) betrachtet werden.

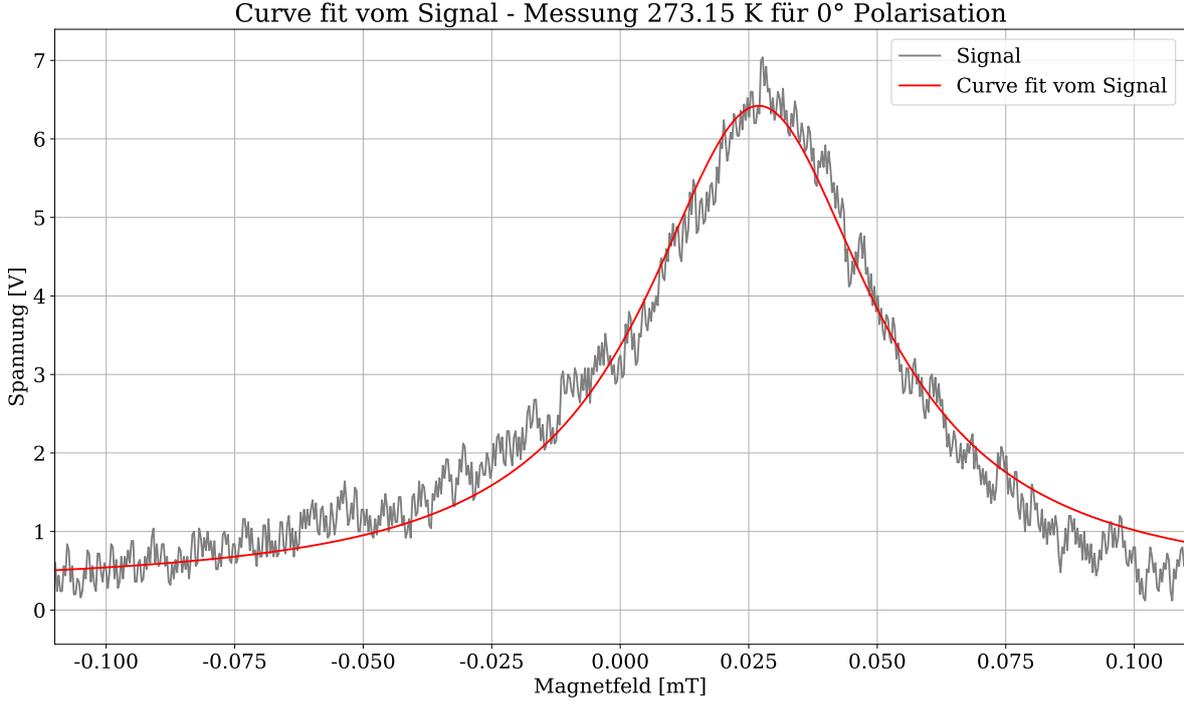


Abb. 6: Dargestellt sind das gemessene Signal in grau, sowie der Curve fit in rot. Die Messung wurde für eine Polarisation von  $0^\circ$  bei einer Temperatur von 273,15 K in der ersten Abkühlmessreihe aufgenommen.

Der Fehler auf die Lebensdauer wird nun aus der Kombination des oben bestimmten statistischen Fehlers und dem Fehler auf den gefitteten Parameter bestimmt. Die beiden Unsicherheiten werden dabei quadratisch addiert:

$$\Delta\tau = \sqrt{(\Delta\tau_{\text{stat}})^2 + (\Delta\tau_{\text{fit}})^2}. \quad (19)$$

Der fit-Parameter für die Lebensdauer ergibt sich damit für den exemplarisch betrachteten Datenpunkt zu:

$$\tau = (142 \pm 2) \text{ ns.}$$

Analog wird für alle anderen Datensätze der ersten Abkühlmessung die Lebensdauer aus Lorentzfits bestimmt. Die Graphiken finden sich im Ordner „Signal1Plots0“ und alle bestimmten Lebenszeiten  $\tau$  sind in [Tabelle 7](#) im Anhang zusammengestellt.

Um nun eine Extrapolation in Form von einer linearen Regression gegen verschwindenden Druck durchführen zu können und damit den Effekt des Coherence Narrowing zu umgehen, wird zunächst die Temperatur in einen Druck umgerechnet. Dazu wird [Gleichung 13](#) verwendet, die in der Theorie eingeführt wurde:

$$\ln\left(\frac{p}{p_c}\right) = \frac{T_c}{T} \left( a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9 \right) \quad \text{mit} \quad T_r = 1 - \frac{T}{T_c}, \quad (20)$$

$$\Rightarrow p = p_c \exp\left(\frac{T_c}{T} \left( a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9 \right)\right). \quad (21)$$

Dabei werden die folgenden Werte aus der Versuchsanleitung [1] für die Parameter  $a_i$ , die kritische Temperatur  $T_c$  und den kritischen Druck  $p_c$  verwendet:

$$\begin{aligned}
a_1 &= -4,57618368, \\
a_2 &= -1,40726277, \\
a_3 &= 2,36263541, \\
a_4 &= -31,0889985, \\
a_5 &= 58,0183959, \\
a_6 &= -27,6304546, \\
T_c &= (1764 \pm 1) \text{ K}, \\
p_c &= (167 \pm 3) \text{ MPa}.
\end{aligned}$$

Für die Berechnung der Unsicherheit wird erneut die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet [4], wobei die Kovarianzen der Parameter  $a_i$  vernachlässigt werden.

$$\begin{aligned}
\Delta p &= \exp\left(\frac{T_c}{T} \left(a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9\right)\right) \\
&\cdot \left[ (\Delta p_c)^2 + \left(p_c \frac{1}{T} \left(a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9\right) \Delta T_c\right)^2 \right. \\
&+ \left. \left(-p_c T_c \frac{1}{T^2} \left(a_1 T_r + a_2 T_r^{1,89} + a_3 T_r^2 + a_4 T_r^8 + a_5 T_r^{8,5} + a_6 T_r^9\right) \Delta T\right)^2 \right. \\
&\left. + \left(p_c \frac{T_c}{T} \left(a_1 + 1,89 a_2 T_r^{0,89} + 2 a_3 T_r + 8 a_4 T_r^7 + 8,5 a_5 T_r^{7,5} + 9 a_6 T_r^8\right) \Delta T_r\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{22}
\end{aligned}$$

Die Daten für die Lebenszeitmessung werden nun gegen die berechneten Drücke aufgetragen und mit Hilfe von `scipy.optimize.curve_fit` [3] wird eine lineare Regression zur Extrapolation durchgeführt:

$$\tau = mp + \tau_{\text{best}}. \tag{23}$$

$\tau_{\text{best}}$  entspricht dabei dann dem gesuchten  $\tau$  mit gefiltertem coherence narrowing. Für die erste Abkühlmessung führt die Extrapolation zu folgender [Abbildung 7](#). Die lineare Regression wird dabei aufgrund von der hohen Streuung ohne Berücksichtigung der Fehler mit `scipy.optimize.curve_fit` [3] durchgeführt.

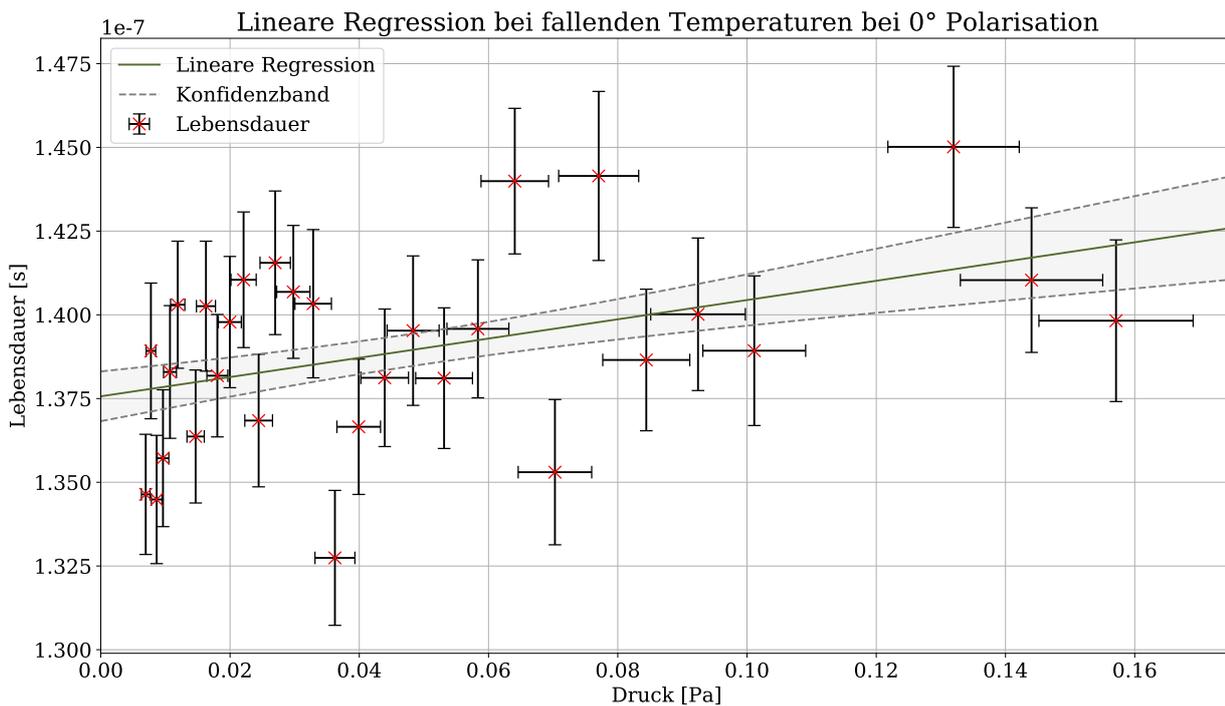
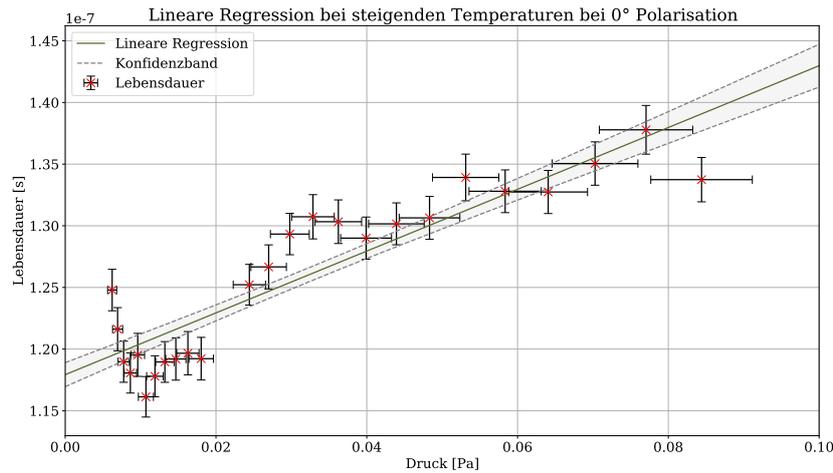


Abb. 7: Dargestellt sind die aus den fits bestimmten Lebensdauern mit ihren Unsicherheiten für die erste Abkühlmessreihe bei 0° Polarisierung. Außerdem ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband aufgetragen.

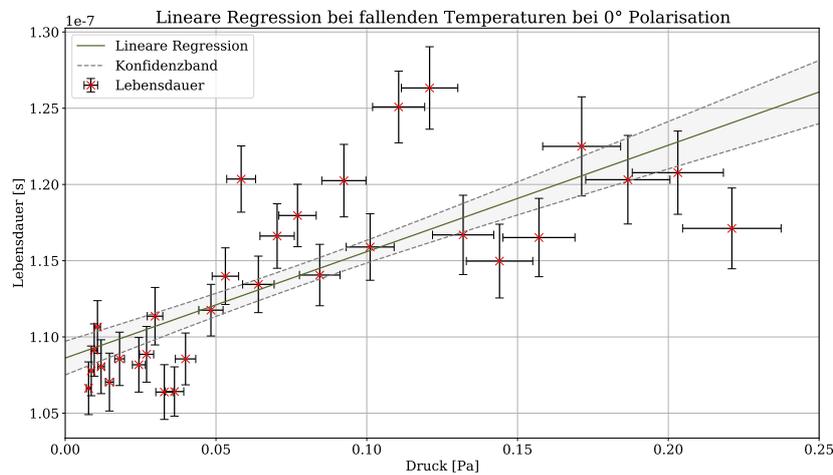
Es ergibt sich folgende Lebenszeit aus dem  $y$ -Achsenabschnitt der Extrapolation:

$$\tau_{\text{best}} = (137,6 \pm 0,7) \text{ ns.}$$

Bei der Aufwärmessreihe und bei der zweiten Abkühlmessreihe wird nun exakt analog vorgegangen und die gefundenen Lebensdauern  $\tau$  aller Datensätze finden sich in [Tabelle 8](#) beziehungsweise [Tabelle 9](#). Die Graphiken mit den Lorentzfits sind erneut im angehängten zip-Ordner in den Ordnern „Signal2Plots0“ und „Signal3Plots0“ zu finden. Beide Extrapolationen finden sich in [Abbildung 8](#).



(a) Extrapolation der Aufwärmessreihe bei 0° Polarisation



(b) Extrapolation der zweiten Abkühlmessreihe bei 0° Polarisation

Abb. 8: In der oberen Graphik sind die für die Aufwärmessreihe bei einer Polarisation von 0° aus den einzelnen fits bestimmten Lebensdauern gegen den jeweiligen Druck aufgetragen. Zusätzlich ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband dargestellt. In der unteren Graphik sind die für die zweite Abkühlmessreihe bei einer Polarisation von 0° aus den einzelnen fits bestimmten Lebensdauern gegen den jeweiligen Druck aufgetragen. Auch hier ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband dargestellt.

Die ermittelte Lebensdauer für die Aufwärmessreihe beträgt:

$$\tau = (117,9 \pm 1,0) \text{ ns.}$$

Die Lebensdauer für die zweite Abkühlmessreihe beträgt:

$$\tau = (108,6 \pm 1,1) \text{ ns.}$$

Alle ermittelten Lebensdauern werden im Diskussionsteil mit dem Literaturwert verglichen. Außerdem wird die Qualität der Messungen beurteilt.

#### 4.4.2 45°-Polarisation

Für die Messung mit der 45°-Polarisation kann ein exakt analoges Vorgehen gewählt werden, wobei jedoch eine andere Funktion für den Datenfit verwendet werden muss. Die fit-Funktion aus der Theorie (Gleichung 5) mit eingesetzter Lamor-Frequenz und möglichen Offsets lautet:

$$I_{45} = \frac{C\tau}{2} \left( \frac{1 + (2\tau g_J \mu_B (B - B_{\text{off}})/\hbar)^2 - 2\tau g_J \mu_B (B - B_{\text{off}})/\hbar}{1 + (2\tau g_J \mu_B (B - B_{\text{off}})/\hbar)^2} \right) + I_{\text{off}}. \quad (24)$$

Hier wird nun exemplarisch erneut die erste Abkühlmessreihe bei 45° bei 273,15 K betrachtet. Die Daten mit zugehörigem fit, der erneut mit `scipy.optimize.curve_fit` [3] durchgeführt wurde, sind in [Abbildung 9](#) aufgetragen.

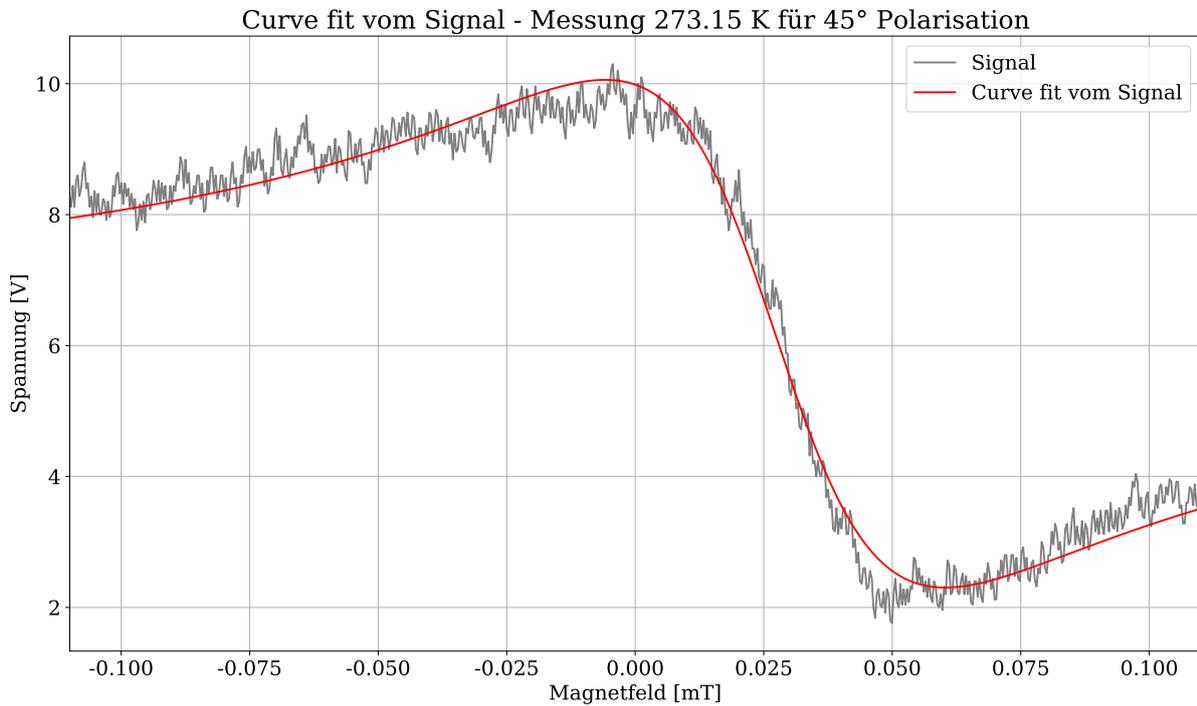


Abb. 9: Dargestellt sind das gemessene Signal in grau, sowie der Curve fit in rot. Die Messung wurde für eine Polarisation von 45° bei einer Temperatur von 273,15 K in der ersten Abkühlmessreihe aufgenommen.

Für den fit-Parameter für die Lebensdauer ergibt sich unter Berücksichtigung des statistischen und des vom fit stammenden Fehlers:

$$\tau = (115,9 \pm 1,5) \text{ ns.}$$

Erneut werden analog alle anderen Datensätze ausgewertet und die Werte für die Lebenszeit  $\tau$  befinden sich in [Tabelle 7](#) im Anhang. Alle Graphiken sind im angehängten Ordner „Signal1Plots45“ zu finden. Mit [Gleichung 21](#) werden die Temperaturen auch hier in einen Druck umgerechnet um eine Extrapolation durchführen zu können. Die lineare Regression mit `scipy.optimize.curve_fit` [3] ist in [Abbildung 10](#) dargestellt.

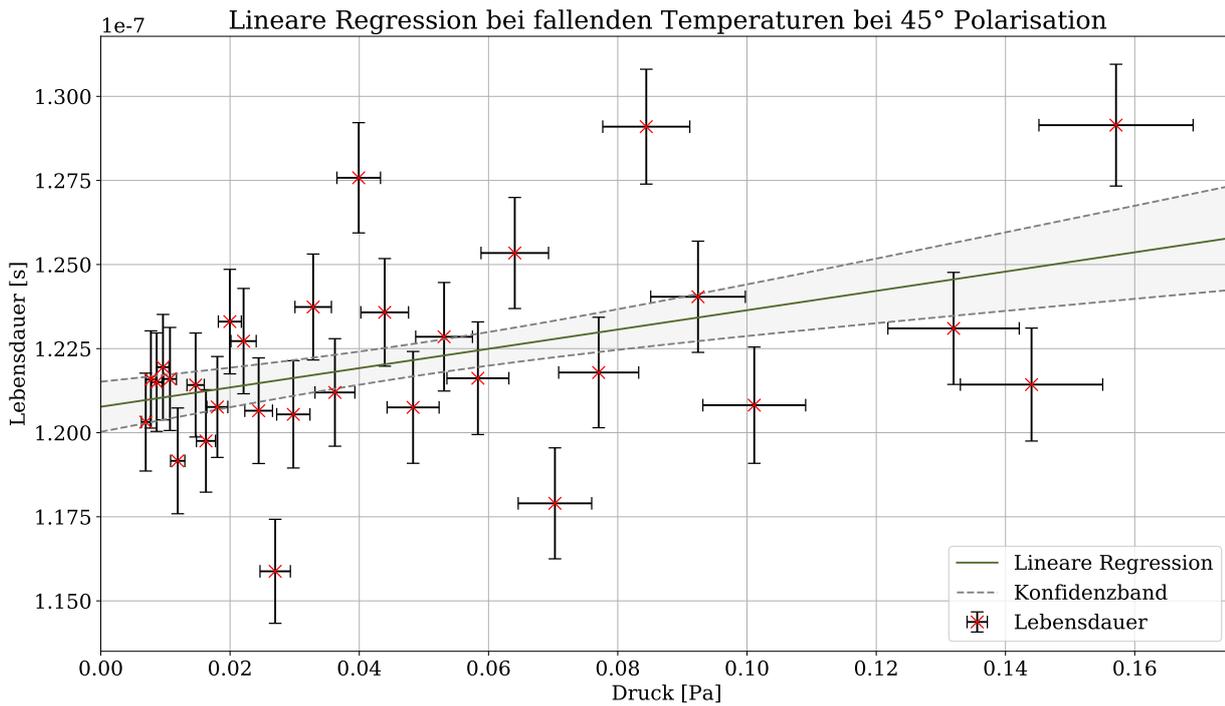
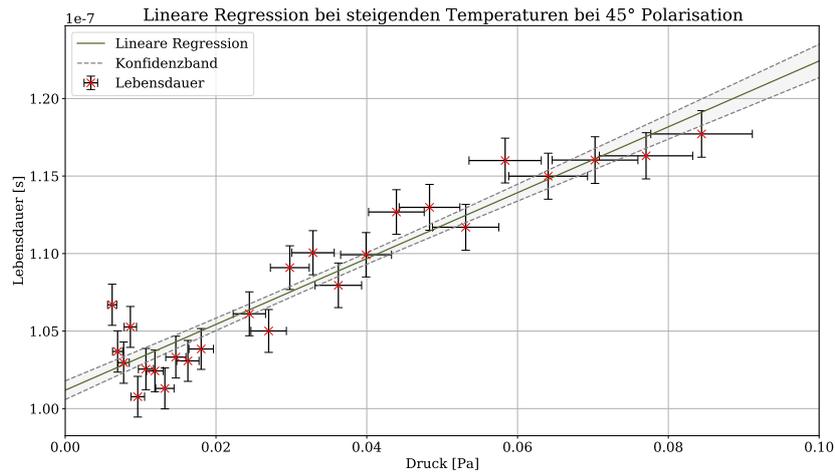


Abb. 10: Dargestellt sind die aus den fits bestimmten Lebensdauern mit ihren Unsicherheiten für die erste Abkühlmessreihe bei 45° Polarisation. Außerdem ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband aufgetragen.

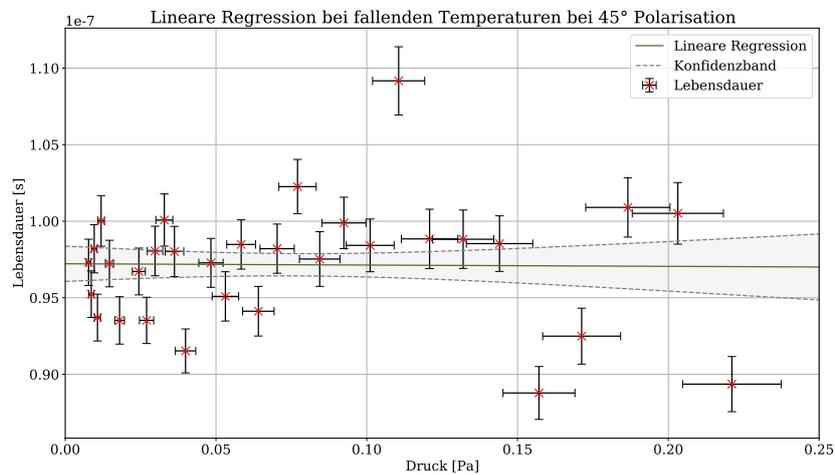
Es ergibt sich folgende Lebenszeit aus Extrapolation:

$$\tau = (120,8 \pm 0,7) \text{ ns.}$$

Bei der Aufwärmreihe und bei der zweiten Abkühlmessreihe wurde analog vorgegangen und die gefundenen Lebensdauern  $\tau$  finden sich in [Tabelle 8](#) beziehungsweise [Tabelle 9](#) im Anhang mit den Graphiken in den Ordnern „Signal2Plots45“ und „Signal3Plots45“. Die Extrapolationen finden sich in [Abbildung 11](#).



(a) Extrapolation der Aufwärmessreihe bei 45° Polarisation



(b) Extrapolation der zweiten Abkühlmessreihe bei 45° Polarisation

Abb. 11: In der oberen Graphik sind die für die Aufwärmessreihe bei einer Polarisation von 45° aus den einzelnen fits bestimmten Lebensdauern gegen den jeweiligen Druck aufgetragen. Zusätzlich ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband dargestellt. In der unteren Graphik sind die für die zweite Abkühlmessreihe bei einer Polarisation von 45° aus den einzelnen fits bestimmten Lebensdauern gegen den jeweiligen Druck aufgetragen. Auch hier ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband dargestellt.

Die Lebensdauer für die Aufwärmessreihe beträgt:

$$\tau = (101,2 \pm 0,6) \text{ ns.}$$

Die Lebensdauer für die zweite Abkühlmessreihe beträgt:

$$\tau = (97,2 \pm 1,2) \text{ ns.}$$

### 4.4.3 90°-Polarisation

In einem letzten Schritt wird nun die 90°-Polarisation untersucht. Auch hier unterscheidet sich das Vorgehen nur in der verwendeten Funktion um die Daten anzupassen. Die bereits in der Theorie beschriebene [Gleichung 6](#) wird dabei angepasst zu:

$$I_{90} = \frac{C\tau}{2} \left( \frac{(2\tau g_J \mu_B (B - B_{\text{off}})/\hbar)^2}{1 + (2\tau g_J \mu_B (B - B_{\text{off}})/\hbar)^2} \right) + I_{\text{off}}. \quad (25)$$

Auch hier wird die erste Abkühlmessreihe bei 90° und 273,15 K betrachtet und der Datenfit findet sich in [Abbildung 12](#).

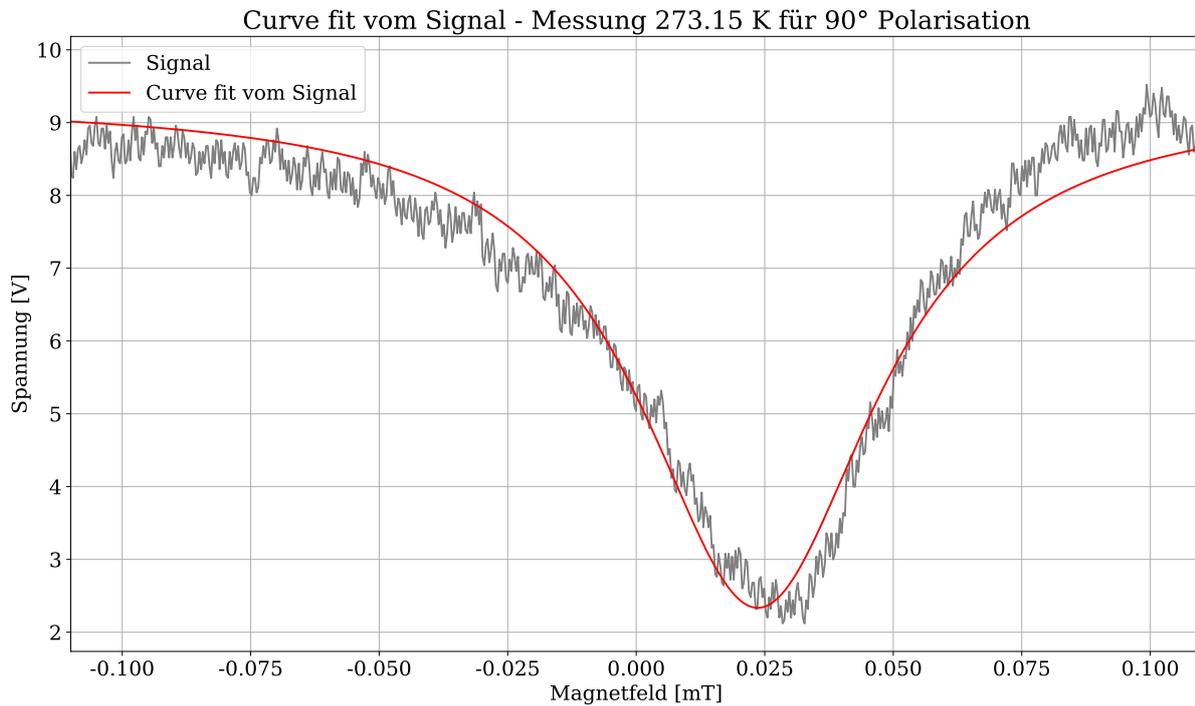


Abb. 12: Dargestellt sind das gemessene Signal in grau, sowie der Curve fit in rot. Die Messung wurde für eine Polarisation von 90° bei einer Temperatur von 273,15 K in der ersten Abkühlmessreihe aufgenommen.

Der fit-Parameter für die Lebensdauer  $\tau$  beträgt bei dieser exemplarischen Betrachtung:

$$\tau = (137 \pm 2) \text{ ns.}$$

Erneut sind die Werte für die anderen Messungen in [Tabelle 7](#) im Anhang zu finden und die Plots in „Signal1Plots90“ gesammelt. Nach der Umrechnung von Temperatur in Druck wird auch hier eine Extrapolation der Daten vorgenommen, die in [Abbildung 13](#) zu finden ist.

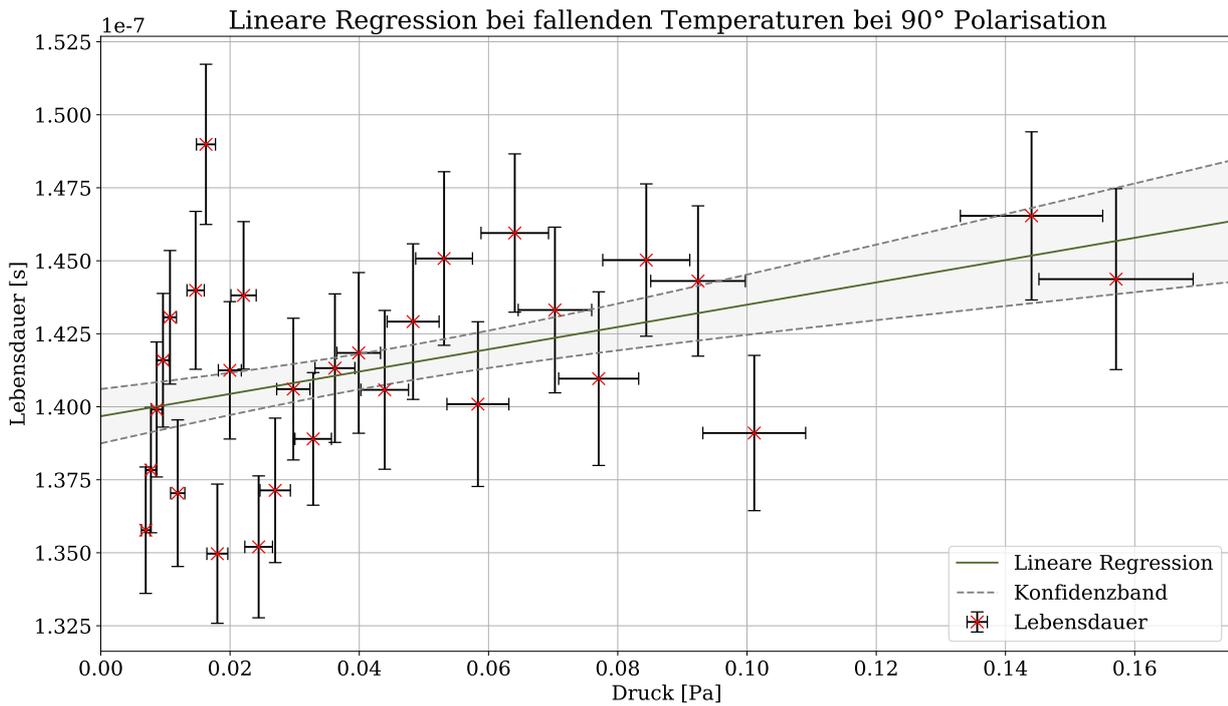
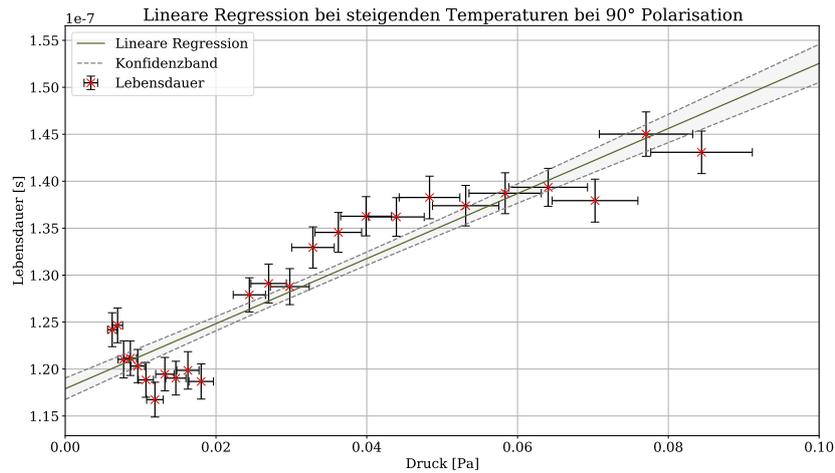


Abb. 13: Dargestellt sind die aus den fits bestimmten Lebensdauern mit ihren Unsicherheiten für die erste Abkühlmessreihe bei 90° Polarisation. Außerdem ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband aufgetragen.

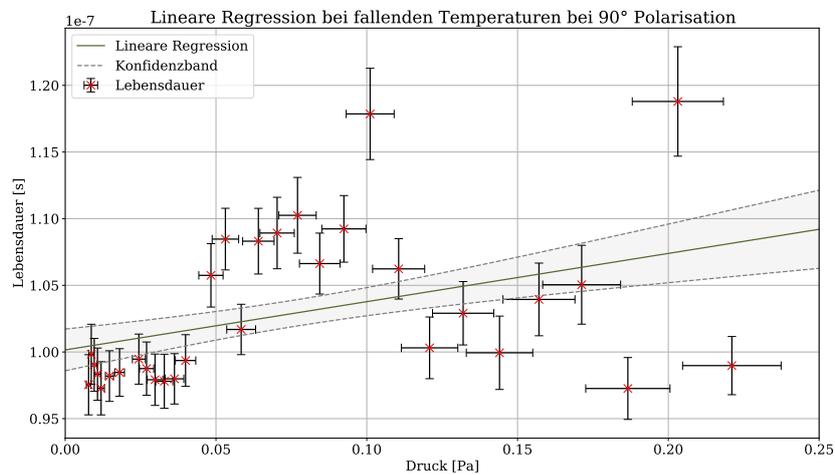
Es ergibt sich folgende Lebenszeit aus Extrapolation:

$$\tau = (139,7 \pm 0,9) \text{ ns.}$$

Bei der Aufwärmessreihe und bei der zweiten Abkühlmessreihe wurde analog vorgegangen und die gefundenen Lebensdauern  $\tau$  finden sich in [Tabelle 8](#) und „Signal2Plots90“ beziehungsweise [Tabelle 9](#) und „Signal3Plots90“. Die Extrapolationen finden sich in [Abbildung 14](#).



(a) Extrapolation der Aufwärmessreihe bei 90° Polarisation



(b) Extrapolation der zweiten Abkühlmessreihe bei 90° Polarisation

Abb. 14: In der oberen Graphik sind die für die Aufwärmessreihe bei einer Polarisation von 90° aus den einzelnen fits bestimmten Lebensdauern gegen den jeweiligen Druck aufgetragen. Zusätzlich ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband dargestellt. In der unteren Graphik sind die für die zweite Abkühlmessreihe bei einer Polarisation von 90° aus den einzelnen fits bestimmten Lebensdauern gegen den jeweiligen Druck aufgetragen. Auch hier ist eine lineare Regression mit einem Konfidenzband dargestellt.

Die finale Lebensdauer für die Aufwärmessreihe beträgt:

$$\tau = (117,9 \pm 1,1) \text{ ns.}$$

Für die zweite Abkühlmessreihe erhält man:

$$\tau = (100,2 \pm 1,6) \text{ ns.}$$

#### 4.4.4 Untersuchung der verschiedenen Messreihen

In einem letzten Schritt sollen nun noch die Einflüsse von Polarisation, Aufwärmen und Abkühlen der einzelnen Messreihen untersucht werden um mögliche Fehlerquellen leichter identifizieren zu können und eine bessere Vergleichbarkeit der Messreihen untereinander zu gewährleisten. Hierfür wird sowohl für jede Messreihe als auch für jede Polarisation ein Mittelwert der berechneten Lebenszeiten gebildet und die Standardabweichung vom Mittelwert als Unsicherheit verwendet [4]. Dadurch können systematische Abweichungen, die sich aus der Polarisation oder der Messreihe ergeben identifiziert werden. Die Mittelwerte für die Messreihen finden sich in [Tabelle 2](#), während die Mittelwerte für die Polarisation in [Tabelle 3](#) zu finden sind.

Tab. 2: Zusammengefasst sind die Lebensdauern  $\tau$  in ns für jede Messreihe. Es wird jeweils der Mittelwert aus den drei bestimmten Lebenszeiten bestimmt und als Unsicherheit die Standardabweichung vom Mittelwert verwendet.

Messreihe	$\tau$ in ns
Abkühlmessreihe 1	$133 \pm 6$
Aufwärmreihe	$112 \pm 6$
Abkühlmessreihe 2	$102 \pm 3$

Tab. 3: Zusammengefasst sind die Lebensdauern  $\tau$  in ns für jede Polarisation. Es wird jeweils der Mittelwert aus den drei bestimmten Lebensdauern bestimmt und als Unsicherheit die Standardabweichung vom Mittelwert verwendet.

Polarisation	$\tau$ in ns
$0^\circ$	$121 \pm 9$
$45^\circ$	$106 \pm 7$
$90^\circ$	$119 \pm 11$

Als Mittelwert aller vorgenommener Messreihen ergibt sich die folgende Lebensdauer:

$$(116 \pm 5) \text{ ns.}$$

Auffälligkeiten und Abweichungen vom Literaturwert werden im folgenden Diskussionsteil erörtert.

## 5 Zusammenfassung und Fehlerdiskussion

### 5.1 Zusammenstellung der Ergebnisse

Nach erfolgreicher Kalibrierung der Magnetfelder der Helmholtzspulen konnte aus den 15 Messungen unter gleichbleibenden Bedingungen folgender Wert für die untere Grenze der Unsicherheit der Lebensdauer  $\tau$  bestimmt werden:

$$\Delta\tau_{\text{stat}} = 1,2 \text{ ns.}$$

Die aus der Extrapolation der Messwerte bestimmten Lebensdauern für die jeweilige Messreihe und die dazugehörige Polarisations-einstellung finden sich in [Tabelle 4](#). In dieser Tabelle sind ebenfalls die Mittelwerte der Messreihen und die Mittelwerte der Polarisations-einstellungen, sowie der Mittelwert aller bestimmten Lebensdauern aufgelistet.

Tab. 4: Zusammengestellt sind die Lebensdauern  $\tau$  in ns für jede Polarisierung und jede Messreihe. Zusätzlich sind in der rechten Spalte die mittleren Lebensdauern der jeweiligen Messreihe und in der untersten Zeile der jeweiligen Polarisierung angegeben. Im Eintrag unten rechts ist die gemittelte Lebensdauer aller Messungen angegeben.

Messreihe	$\tau$ in ns für $0^\circ$	$\tau$ in ns für $45^\circ$	$\tau$ in ns für $90^\circ$	Mittleres $\tau$ in ns
Abkühlmessreihe 1	$137,6 \pm 0,7$	$120,8 \pm 0,7$	$139,7 \pm 0,9$	$133 \pm 6$
Aufwärmmessreihe	$117,9 \pm 1,0$	$101,2 \pm 0,6$	$117,9 \pm 1,1$	$112 \pm 6$
Abkühlmessreihe 2	$108,6 \pm 1,1$	$97,2 \pm 1,2$	$100,2 \pm 1,6$	$102 \pm 3$
Mittleres $\tau$ in ns	$121 \pm 9$	$106 \pm 7$	$119 \pm 11$	$116 \pm 5$

### 5.2 Vergleich mit dem Literaturwert

Bei einem quantitativen Vergleich der Lebensdauern mit dem angegebenen Literaturwert von 119 ns [1] fällt auf, dass in der ersten Abkühlmessreihe die Lebensdauern zu hoch und in der zweiten Abkühlmessung die Lebensdauern zu klein bestimmt wurden. Die bei der Aufwärmessung bestimmten Werte liegen dagegen nahe dem Literaturwert, was auch an der gemittelten Lebensdauer der Messreihe deutlich wird und auch an der Linearität der Extrapolation beobachtet werden kann.

Eine weitere Auffälligkeit ist die Tatsache, dass die Lebensdauern, die in der  $45^\circ$  Polarisierung bestimmt wurden, immer systematisch kleiner sind als die in den anderen Polarisierungen bestimmten Lebensdauern. Dies wird besonders durch Betrachtung der Mittelwerte der Lebensdauern der Polarisationsmessungen deutlich. Mögliche Ursachen hierfür werden in der Fehlerdiskussion erläutert.

Ein qualitativer Vergleich zwischen den gemessenen Werten für die Lebensdauer und dem Literaturwert ist unter Verwendung eines  $t$ -Wertes möglich. Der  $t$ -Wert wird dabei aus der Differenz von gemessenem Wert und Literaturwert berechnet und anschließend durch die zugehörige Unsicherheit dividiert. Ein  $t$ -Wert von kleiner als zwei deutet dabei auf eine gute, ein größerer  $t$ -Wert auf eine schlechte Verträglichkeit hin [4]. Für den angegebenen Literaturwert von 119 ns [1] erhalten wir die folgenden  $t$ -Werte:

Tab. 5: Zusammengefasst sind die  $t$ -Werte für jede Polarisierung und jede Messreihe. Zusätzlich sind in der rechten Spalte die  $t$ -Werte der mittleren Lebensdauer der jeweiligen Messreihe und in der untersten Zeile die  $t$ -Werte der mittleren Lebensdauer der jeweiligen Polarisierung angegeben. Im Eintrag unten rechts ist der  $t$ -Wert der gemittelten Lebensdauer aller Messungen angegeben.

Messreihe	$t$ -Wert $0^\circ$	$t$ -Wert $45^\circ$	$t$ -Wert $90^\circ$	$t$ -Wert vom Mittelwert
Abkühlmessreihe 1	24,99	2,38	22,23	2,29
Aufwärmmessreihe	1,10	29,52	0,96	1,19
Abkühlmessreihe 2	9,39	18,92	12,05	4,98
$t$ -Wert vom Mittelwert	0,28	1,7	0,02	0,64

Es fällt im Allgemeinen auf, dass nahezu alle ungemittelten Werte eine hohe Unverträglichkeit mit dem Literaturwert aufweisen. Allerdings zeigen die Lebensdauern der  $0^\circ$  und  $90^\circ$  Polarisierung der Aufwärmmessreihe eine sehr gute Übereinstimmung. Mögliche Gründe für die gute Verträglichkeit dieser beiden Lebensdauern und die Unverträglichkeit der anderen Werte werden in [Unterabschnitt 5.3](#) erörtert.

Bei Betrachtung der  $t$ -Werte der gemittelten Lebensdauern der jeweiligen Messreihen fällt auf, dass die Aufwärmmessung die am besten verträgliche ist, wohingegen vor allem die zweite Abkühlmessreihe, die am zweiten Versuchstag aufgenommen wurde, eine schlechte Verträglichkeit aufweist. Mögliche Ursachen für diese Beobachtung werden in [Unterabschnitt 5.3](#) diskutiert.

Eine weitere Auffälligkeit ist die sehr gute Übereinstimmung der gemittelten Werte der  $0^\circ$  und  $90^\circ$  Polarisierung mit dem angegebenen Literaturwert mit  $t$ -Werten von unter 0,3, wohingegen sich der Trend der schlechteren Verträglichkeit der  $45^\circ$  Polarisierung auch im gemittelten Wert fortsetzt, was an einem  $t$ -Wert von 1,7 festgestellt werden kann. Auch hierfür werden mögliche Gründe im folgenden Abschnitt diskutiert.

### 5.3 Fehlerdiskussion und Erörterung der Ergebnisse

Bei der Durchführung und der Auswertung des Versuchs treten zahlreiche Fehler und Probleme auf, auf die im Folgenden eingegangen werden soll. Insbesondere die sehr großen Fehler, sowohl auf Druck als auch auf Lebensdauer, die großen Streuungen in den Daten und die hohen Unverträglichkeiten der Extrapolationsregressionen lassen sich auf verschiedene statistische und systematische Fehlerquellen zurückführen. Vor allem die Unterschiede in der Verträglichkeit der verschiedenen Lebensdauern sollen deshalb im Folgenden erläutert werden.

Ein wichtiger Faktor, der für eine Messungenauigkeit und einen möglichen systematischen Fehler sorgt ist die Kühlung. Dadurch, dass die Temperaturmessung nicht direkt an der Quecksilberzelle sondern am Kupferblock stattfindet, gibt es immer eine Verzögerung zwischen der wahren Temperatur an der Zelle und der gemessenen Temperatur. Diese Verzögerung hat eine besonders hohe Auswirkung auf die Messqualität, wenn die gemessenen Temperaturen sich schnell ändern und sich damit die Abweichung zwischen gemessener und wahrer Temperatur erhöht. Eine korrekte Abschätzung der Temperaturdiskrepanz ist daher schwer messbar und auch nur schwer korrigierbar. Desweiteren konnte während der Messung beobachtet werden, dass eine zu hohe Einstellung der Kühlung für einen starken und schnellen Temperaturabfall sorgt. Teilweise war dieser Effekt so stark, dass während einzelner Messungen die Temperatur um einige Grad gefallen ist, wodurch diese Messungen nicht verwertbar waren und verworfen wurden. Eine Möglichkeit den Einfluss der Kühlung als Fehlerquelle zu minimieren, wäre eine direkte Temperaturmessung an der Zelle.

Ein wichtiger Diskussionspunkt ist der Unterschied, der sich bei dem Vergleich der verschiedenen Polarisierungen finden lässt. Im Vergleich zu den anderen Messreihen, sind die gemessenen Lebensdauern für die  $45^\circ$  Polarisation systematisch zu klein gemessen. Selbst bei der ersten Messreihe, bei der generell zu hohe Werte gemessen wurden, unterscheidet sich der Wert deutlich von den anderen beiden. Da auch die verwendeten fits bei Betrachtung der Graphiken schlechter zu den Daten zu passen scheinen, als bei den anderen Messungen, kann von einer nicht ausreichenden Kalibrierung für die  $45^\circ$  Einstellung ausgegangen werden. Da hier die Symmetrie des Signals schlechter zu beurteilen ist, kann auch die Kalibration nicht mit gleicher Genauigkeit durchgeführt werden.

Besonders auffällig ist die hohe Qualität der zweiten Messreihen im Vergleich zu den anderen beiden. Bei der Aufwärmessung konnten deutlich besser verträgliche Werte erzielt werden, als bei den anderen Messreihen, wobei erneut die  $45^\circ$ -Messung von der Verträglichkeit abweicht. Es ist außerdem auffällig, dass in den Extrapolationen deutlich linearere Messwerte zu erkennen sind, wodurch die Messung generell präziser wirkt. Die hohe Qualität der Messung hat insbesondere zwei Gründe. Zum einen lässt sich die Kalibrierung bei niedrigeren Temperaturen deutlich besser durchführen. Zum anderen wurde bei der Aufwärmessung aufgrund von der selbstständigen Erwärmung der Probe deutlich länger zwischen den einzelnen Messungen gewartet, wodurch der Effekt der verzögerten Temperaturmessung deutlich kleiner ausfällt. Dadurch ist eine weitaus genauere Messung möglich.

Ein weiterer Diskussionspunkt ist, dass die fits an die gemessenen Daten für manche Messreihen nicht optimal an die gemessenen Daten passen. Dies lässt sich vor allem durch eine nicht-optimale Kalibrierung erklären, da diese ausschlaggebend für den Verlauf der Kurve ist. Bei schlechter Kalibrierung der Magnetfelder kann zusätzliches Rauschen auftreten, das zu einer Verbreiterung der Kurven und damit schlechteren fits führt. Auch die Einstellung des Polarisationswinkels stellt eine mögliche Fehlerquelle dar, da für falsche Winkel keine symmetrischen Signale erzeugt werden. Ein weiterer möglicher Faktor ist, dass aufgrund der langen Messzeit während der Durchführung weitere Störmagnetfelder zum Beispiel durch andere Versuche auftreten, die dann in der Kalibrierung nicht berücksichtigt wurden. Da Abweichungen von den Lorentz-Kurven jedoch erst während der Messung oder sogar erst während der Auswertung tatsächlich zu erkennen sind und am Oszilloskop nur sehr grob eingeschätzt werden können, ist eine nachträgliche Verbesserung ohne Veränderung der Messbedingungen schwer möglich.

Bei der Extrapolation der Lebensdauern wurden die Fehler nicht berücksichtigt, da die Werte sehr stark streuten und dadurch der Einfluss der Streuung höher als der Einfluss der Fehler ist.

Eine große Auffälligkeit bei den Extrapolationen ist der Verlauf für die Aufwärmessung bei  $45^\circ$  Polarisation, der in [Abbildung 11a](#) dargestellt ist. Die Werte streuen nahezu homogen um einen konstanten Wert, wodurch die Extrapolation quasi flach verläuft. Ein möglicher Grund hierfür könnte erneut die schlechtere Kalibrierung am zweiten Tag sein. Diese zeigt sich daher auch vermutlich besonders stark in den zuvor schon kritischen Messungen bei der Polarisation von  $45^\circ$ .

Während der gesamten Durchführung konnte ein Rauschen der Rampenspannung beobachtet werden. Durch dieses Rauschen könnte es zu einer Verfälschung der erzeugten Magnetfelder gekommen sein, wodurch die Bestimmung der Lebensdauer womöglich ungenauer wurde. Allerdings kann der Einfluss dieses Effekts nicht abgeschätzt werden und das Rauschen der Rampenspannung konnte auch nicht durch Einstellungen am Rampengenerator reduziert werden.

Ein generelles Problem bei der Durchführung des Versuchs liegt im Versuchsaufbau, der zahlreiche Fehlerquellen zulässt. Besonders dadurch, dass der Versuchsaufbau nicht mehr ganz neu ist, treten zahlreiche Probleme auf. Die Qualität der Probe ist beispielweise dadurch, dass sie in der Box eingeschlossen ist, nur schlecht zu bewerten, hier könnten über die Jahre zahlreiche Abnutzungseffekte aufgetreten sein. Auch die Kühlung ist neben der bereits erörterten Verzögerung

nicht optimal zu bedienen. Es ist sehr schwierig die Kühlung gleichmässig laufen zu lassen, da der Zusammenhang zwischen Kühlung und angelegtem Strom unbekannt ist und aus bekannten Gründen zusätzlich verzögert wird. Dadurch sind sprunghafte Anstiege und lange Wartezeiten nur schwierig zu kontrollieren. Ein weiteres Problem liegt in der Genauigkeit des Thermometers, das keine Nachkommastellen anzeigen kann. Auch die Kalibration der Verwendeten Magnetfelder kann nur durch zahlreiches Verstellen und Ausprobieren erfolgen und wäre deutlich einfacher, wenn ein Messgerät für das Magnetfeld vorhanden wäre.

## Literatur

- [1] M. Köhli, M. Gessner, S. Fischer, M. Guth: *Der Hanle-Effekt - Versuchsanleitung Fortgeschrittenen Praktikum Teil 1*, (Freiburg im Breisgau: 2018)
- [2] Wolf-Dieter Hasenclever: *Bau einer Apparatur zur Messung von Lebensdauern angeregter Atomzustände mit Hilfe des Hanle-*, (Freiburg im Breisgau: 1972)
- [3] SciPy 1.0 Contributors: *SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python* <https://rdcu.be/b08Wh> (2020, aufgerufen am: 06.10.2022)
- [4] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil A - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (Freiburg im Breisgau: 2021/22)
- [5] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil B - Skript zur Vorlesung am 28.02.2022*, (Freiburg im Breisgau: 2021/22)

## 7 Anhang

### 7.1 Tabellen

Tab. 6: Zusammengestellt sind die aus den fits bestimmten Werte für die Lebensdauer  $\tau$  in ns für die Messreihe zur Bestimmung einer unteren Grenze für die Unsicherheit.

Messung	Lebensdauer $\tau$ in ns
1	$148,6 \pm 1,7$
2	$146,6 \pm 1,9$
3	$150,9 \pm 1,8$
4	$141,4 \pm 1,7$
5	$141,5 \pm 1,8$
6	$144,1 \pm 1,8$
7	$146,5 \pm 1,9$
8	$149 \pm 2$
9	$146,6 \pm 1,8$
10	$148 \pm 2$
11	$139,7 \pm 1,7$
12	$135,8 \pm 1,7$
13	$149 \pm 2$
14	$151 \pm 2$
15	$149,8 \pm 1,9$

Tab. 7: Zusammengestellt sind die Datenpunkte aller Messwerte der ersten Abkühlungsmessung. Neben der Temperatur  $T$  in  $^{\circ}\text{C}$  und dem daraus berechneten Druck  $p$  in Pa sind die aus den fits bestimmten Werte für die Lebensdauer  $\tau$  in ns für alle drei Polarisierungen  $0^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$  und  $90^{\circ}$  angegeben.

$T$ in $^{\circ}\text{C}$	$p$ in Pa	$\tau$ in ns für $0^{\circ}$	$\tau$ in ns für $45^{\circ}$	$\tau$ in ns für $90^{\circ}$
$19 \pm 1$	$0,157 \pm 0,012$	$140 \pm 2$	$129,1 \pm 1,8$	$144 \pm 3$
$18 \pm 1$	$0,144 \pm 0,011$	$141 \pm 2$	$121,4 \pm 1,7$	$147 \pm 3$
$17 \pm 1$	$0,132 \pm 0,010$	$145 \pm 2$	$123,1 \pm 1,7$	-
$14 \pm 1$	$0,101 \pm 0,008$	$139 \pm 2$	$120,8 \pm 1,7$	$139 \pm 3$
$13 \pm 1$	$0,092 \pm 0,007$	$140 \pm 2$	$124,0 \pm 1,7$	$144 \pm 3$
$12 \pm 1$	$0,084 \pm 0,007$	$139 \pm 2$	$129,1 \pm 1,7$	$145 \pm 3$
$11 \pm 1$	$0,077 \pm 0,006$	$144 \pm 3$	$121,8 \pm 1,6$	$141 \pm 3$
$10 \pm 1$	$0,070 \pm 0,006$	$135 \pm 2$	$117,9 \pm 1,6$	$143 \pm 3$
$9 \pm 1$	$0,064 \pm 0,005$	$144 \pm 2$	$125,3 \pm 1,7$	$146 \pm 3$
$8 \pm 1$	$0,058 \pm 0,005$	$140 \pm 2$	$121,6 \pm 1,7$	$140 \pm 3$
$7 \pm 1$	$0,053 \pm 0,004$	$138 \pm 2$	$122,9 \pm 1,6$	$145 \pm 3$
$6 \pm 1$	$0,048 \pm 0,004$	$140 \pm 2$	$120,8 \pm 1,7$	$143 \pm 3$
$5 \pm 1$	$0,044 \pm 0,004$	$138 \pm 2$	$123,6 \pm 1,6$	$141 \pm 3$
$4 \pm 1$	$0,040 \pm 0,003$	$137 \pm 2$	$127,6 \pm 1,6$	$142 \pm 3$
$3 \pm 1$	$0,036 \pm 0,003$	$133 \pm 2$	$121,2 \pm 1,6$	$141 \pm 3$
$2 \pm 1$	$0,033 \pm 0,003$	$140 \pm 2$	$123,7 \pm 1,6$	$139 \pm 2$
$1 \pm 1$	$0,030 \pm 0,003$	$141 \pm 2$	$120,5 \pm 1,6$	$141 \pm 2$
$0 \pm 1$	$0,027 \pm 0,002$	$142 \pm 2$	$115,9 \pm 1,5$	$137 \pm 2$
$-1 \pm 1$	$0,024 \pm 0,002$	$137 \pm 2$	$120,7 \pm 1,6$	$135 \pm 2$
$-2 \pm 1$	$0,022 \pm 0,002$	$141 \pm 2$	$122,7 \pm 1,6$	$144 \pm 3$
$-3 \pm 1$	$0,0200 \pm 0,0018$	$140 \pm 2$	$123,3 \pm 1,6$	$141 \pm 2$
$-4 \pm 1$	$0,0180 \pm 0,0016$	$138,2 \pm 1,8$	$120,8 \pm 1,5$	$135 \pm 2$
$-5 \pm 1$	$0,0163 \pm 0,0014$	$140,3 \pm 1,9$	$119,8 \pm 1,5$	$149 \pm 3$
$-6 \pm 1$	$0,0147 \pm 0,0013$	$136 \pm 2$	$121,4 \pm 1,5$	$144 \pm 3$
$-8 \pm 1$	$0,0119 \pm 0,0011$	$140,3 \pm 1,9$	$119,2 \pm 1,6$	$137 \pm 3$
$-9 \pm 1$	$0,0107 \pm 0,0010$	$138 \pm 2$	$121,6 \pm 1,5$	$143 \pm 2$
$-10 \pm 1$	$0,0096 \pm 0,0009$	$136 \pm 2$	$121,9 \pm 1,6$	$142 \pm 2$
$-11 \pm 1$	$0,0086 \pm 0,0008$	$134,5 \pm 1,9$	$121,5 \pm 1,5$	$140 \pm 2$
$-12 \pm 1$	$0,0078 \pm 0,0007$	$139 \pm 2$	$121,6 \pm 1,4$	$138 \pm 2$
$-13 \pm 1$	$0,0070 \pm 0,0007$	$134,6 \pm 1,8$	$120,3 \pm 1,5$	$136 \pm 2$

Tab. 8: Zusammengestellt sind die Datenpunkte aller Messwerte der Aufwärmmessung. Neben der Temperatur  $T$  in  $^{\circ}\text{C}$  und dem daraus berechneten Druck  $p$  in Pa sind die aus den fits bestimmten Werte für die Lebensdauer  $\tau$  in ns für alle drei Polarisationen  $0^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$  und  $90^{\circ}$  angegeben.

$T$ in $^{\circ}\text{C}$	$p$ in Pa	$\tau$ in ns für $0^{\circ}$	$\tau$ in ns für $45^{\circ}$	$\tau$ in ns für $90^{\circ}$
$12 \pm 1$	$0,084 \pm 0,007$	$133,7 \pm 1,8$	$117,7 \pm 1,5$	$143 \pm 2$
$11 \pm 1$	$0,077 \pm 0,006$	$138 \pm 2$	$116,3 \pm 1,5$	$145 \pm 2$
$10 \pm 1$	$0,070 \pm 0,006$	$135,0 \pm 1,8$	$116,0 \pm 1,5$	$138 \pm 2$
$9 \pm 1$	$0,064 \pm 0,005$	$132,7 \pm 1,7$	$115,0 \pm 1,5$	$139 \pm 2$
$8 \pm 1$	$0,058 \pm 0,005$	$132,8 \pm 1,7$	$116,0 \pm 1,4$	$139 \pm 2$
$7 \pm 1$	$0,053 \pm 0,004$	$133,9 \pm 1,9$	$111,7 \pm 1,5$	$137 \pm 2$
$6 \pm 1$	$0,048 \pm 0,004$	$130,6 \pm 1,7$	$113,0 \pm 1,5$	$138 \pm 2$
$5 \pm 1$	$0,044 \pm 0,004$	$130,2 \pm 1,7$	$112,7 \pm 1,4$	$136 \pm 2$
$4 \pm 1$	$0,040 \pm 0,003$	$129,0 \pm 1,7$	$109,9 \pm 1,4$	$136 \pm 2$
$3 \pm 1$	$0,036 \pm 0,003$	$130,3 \pm 1,8$	$108,0 \pm 1,4$	$135 \pm 2$
$2 \pm 1$	$0,033 \pm 0,003$	$130,7 \pm 1,8$	$110,1 \pm 1,4$	$133 \pm 2$
$1 \pm 1$	$0,030 \pm 0,003$	$129,3 \pm 1,7$	$109,1 \pm 1,4$	$128,8 \pm 1,9$
$0 \pm 1$	$0,027 \pm 0,002$	$126,7 \pm 1,8$	$105,0 \pm 1,4$	$129 \pm 2$
$-1 \pm 1$	$0,024 \pm 0,002$	$125,2 \pm 1,7$	$106,1 \pm 1,4$	$127,9 \pm 1,8$
$-4 \pm 1$	$0,0180 \pm 0,0016$	$119,2 \pm 1,7$	$103,8 \pm 1,3$	$118,7 \pm 1,9$
$-5 \pm 1$	$0,0163 \pm 0,0014$	$119,7 \pm 1,8$	$103,1 \pm 1,3$	$120 \pm 2$
$-6 \pm 1$	$0,0147 \pm 0,0013$	$119,2 \pm 1,7$	$103,3 \pm 1,3$	$119,0 \pm 1,8$
$-7 \pm 1$	$0,0132 \pm 0,0012$	$119,0 \pm 1,7$	$101,3 \pm 1,3$	$119,5 \pm 1,8$
$-8 \pm 1$	$0,0119 \pm 0,0011$	$117,8 \pm 1,7$	$102,4 \pm 1,3$	$116,7 \pm 1,9$
$-9 \pm 1$	$0,0107 \pm 0,0010$	$116,1 \pm 1,6$	$102,5 \pm 1,3$	$118,8 \pm 1,8$
$-10 \pm 1$	$0,0096 \pm 0,0009$	$119,5 \pm 1,7$	$100,8 \pm 1,3$	$120,3 \pm 1,8$
$-11 \pm 1$	$0,0086 \pm 0,0008$	$118,1 \pm 1,6$	$105,3 \pm 1,3$	$121,1 \pm 1,8$
$-12 \pm 1$	$0,0078 \pm 0,0007$	$119,0 \pm 1,7$	$103,0 \pm 1,3$	$121 \pm 2$
$-13 \pm 1$	$0,0070 \pm 0,0007$	$121,6 \pm 1,8$	$103,7 \pm 1,3$	$124,7 \pm 1,9$
$-14 \pm 1$	$0,0062 \pm 0,0006$	$124,8 \pm 1,7$	$106,7 \pm 1,3$	$124,2 \pm 1,8$

Tab. 9: Zusammengestellt sind die Datenpunkte aller Messwerte der zweiten Abkühlungsmessung. Neben der Temperatur  $T$  in  $^{\circ}\text{C}$  und dem daraus berechneten Druck  $p$  in Pa sind die aus den fits bestimmten Werte für die Lebensdauer  $\tau$  in ns für alle drei Polarisierungen  $0^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$  und  $90^{\circ}$  angegeben.

$T$ in $^{\circ}\text{C}$	$p$ in Pa	$\tau$ in ns für $0^{\circ}$	$\tau$ in ns für $45^{\circ}$	$\tau$ in ns für $90^{\circ}$
$23 \pm 1$	$0,221 \pm 0,016$	$117 \pm 3$	$89,4 \pm 1,8$	$99 \pm 2$
$22 \pm 1$	$0,203 \pm 0,015$	$121 \pm 3$	$101 \pm 2$	$119 \pm 4$
$21 \pm 1$	$0,187 \pm 0,014$	$120 \pm 3$	$100,9 \pm 1,9$	$97 \pm 2$
$20 \pm 1$	$0,171 \pm 0,013$	$122 \pm 3$	$92,5 \pm 1,8$	$105 \pm 3$
$19 \pm 1$	$0,157 \pm 0,012$	$117 \pm 3$	$88,8 \pm 1,7$	$104 \pm 3$
$18 \pm 1$	$0,144 \pm 0,011$	$115 \pm 2$	$98,5 \pm 1,8$	$100 \pm 3$
$17 \pm 1$	$0,132 \pm 0,010$	$117 \pm 3$	$98,8 \pm 1,9$	$103 \pm 2$
$16 \pm 1$	$0,121 \pm 0,009$	$126 \pm 3$	$98,8 \pm 1,9$	$100 \pm 2$
$15 \pm 1$	$0,111 \pm 0,009$	$125 \pm 2$	$109 \pm 2$	$106 \pm 2$
$14 \pm 1$	$0,101 \pm 0,008$	$116 \pm 2$	$98,4 \pm 1,7$	$118 \pm 3$
$13 \pm 1$	$0,092 \pm 0,007$	$120 \pm 2$	$99,9 \pm 1,7$	$109 \pm 2$
$12 \pm 1$	$0,084 \pm 0,007$	$114 \pm 2$	$97,5 \pm 1,8$	$107 \pm 2$
$11 \pm 1$	$0,077 \pm 0,006$	$118 \pm 2$	$102,2 \pm 1,8$	$110 \pm 3$
$10 \pm 1$	$0,070 \pm 0,006$	$117 \pm 2$	$98,2 \pm 1,6$	$109 \pm 3$
$9 \pm 1$	$0,064 \pm 0,005$	$113,4 \pm 1,9$	$94,1 \pm 1,6$	$108 \pm 2$
$8 \pm 1$	$0,058 \pm 0,005$	$120 \pm 2$	$98,5 \pm 1,6$	$101,7 \pm 1,9$
$7 \pm 1$	$0,053 \pm 0,004$	$114,0 \pm 1,9$	$95,1 \pm 1,6$	$108 \pm 2$
$6 \pm 1$	$0,048 \pm 0,004$	$111,8 \pm 1,7$	$97,3 \pm 1,6$	$106 \pm 2$
$4 \pm 1$	$0,040 \pm 0,003$	$108,6 \pm 1,7$	$91,5 \pm 1,4$	$99,4 \pm 1,9$
$3 \pm 1$	$0,036 \pm 0,003$	$106,4 \pm 1,6$	$98,0 \pm 1,6$	$98,0 \pm 1,9$
$2 \pm 1$	$0,033 \pm 0,003$	$106,4 \pm 1,8$	$100,1 \pm 1,7$	$98 \pm 2$
$1 \pm 1$	$0,030 \pm 0,003$	$111,4 \pm 1,9$	$98,1 \pm 1,6$	$97,9 \pm 1,9$
$0 \pm 1$	$0,027 \pm 0,002$	$108,9 \pm 1,8$	$93,5 \pm 1,5$	$99 \pm 2$
$-1 \pm 1$	$0,024 \pm 0,002$	$108,2 \pm 1,8$	$96,7 \pm 1,5$	$99,5 \pm 1,9$
$-4 \pm 1$	$0,0180 \pm 0,0016$	$108,6 \pm 1,8$	$93,5 \pm 1,5$	$98,5 \pm 1,8$
$-6 \pm 1$	$0,0147 \pm 0,0013$	$107,0 \pm 1,9$	$97,2 \pm 1,5$	$98,2 \pm 1,9$
$-8 \pm 1$	$0,0119 \pm 0,0011$	$108,0 \pm 1,8$	$100,0 \pm 1,7$	$97 \pm 2$
$-9 \pm 1$	$0,0107 \pm 0,0010$	$110,7 \pm 1,7$	$93,7 \pm 1,5$	$98 \pm 2$
$-10 \pm 1$	$0,0096 \pm 0,0009$	$109,1 \pm 1,7$	$98,2 \pm 1,6$	$99 \pm 2$
$-11 \pm 1$	$0,0086 \pm 0,0008$	$107,8 \pm 1,6$	$95,2 \pm 1,5$	$100 \pm 2$
$-12 \pm 1$	$0,0078 \pm 0,0007$	$106,6 \pm 1,7$	$97,3 \pm 1,5$	$98 \pm 2$

## 7.2 Laborbuch

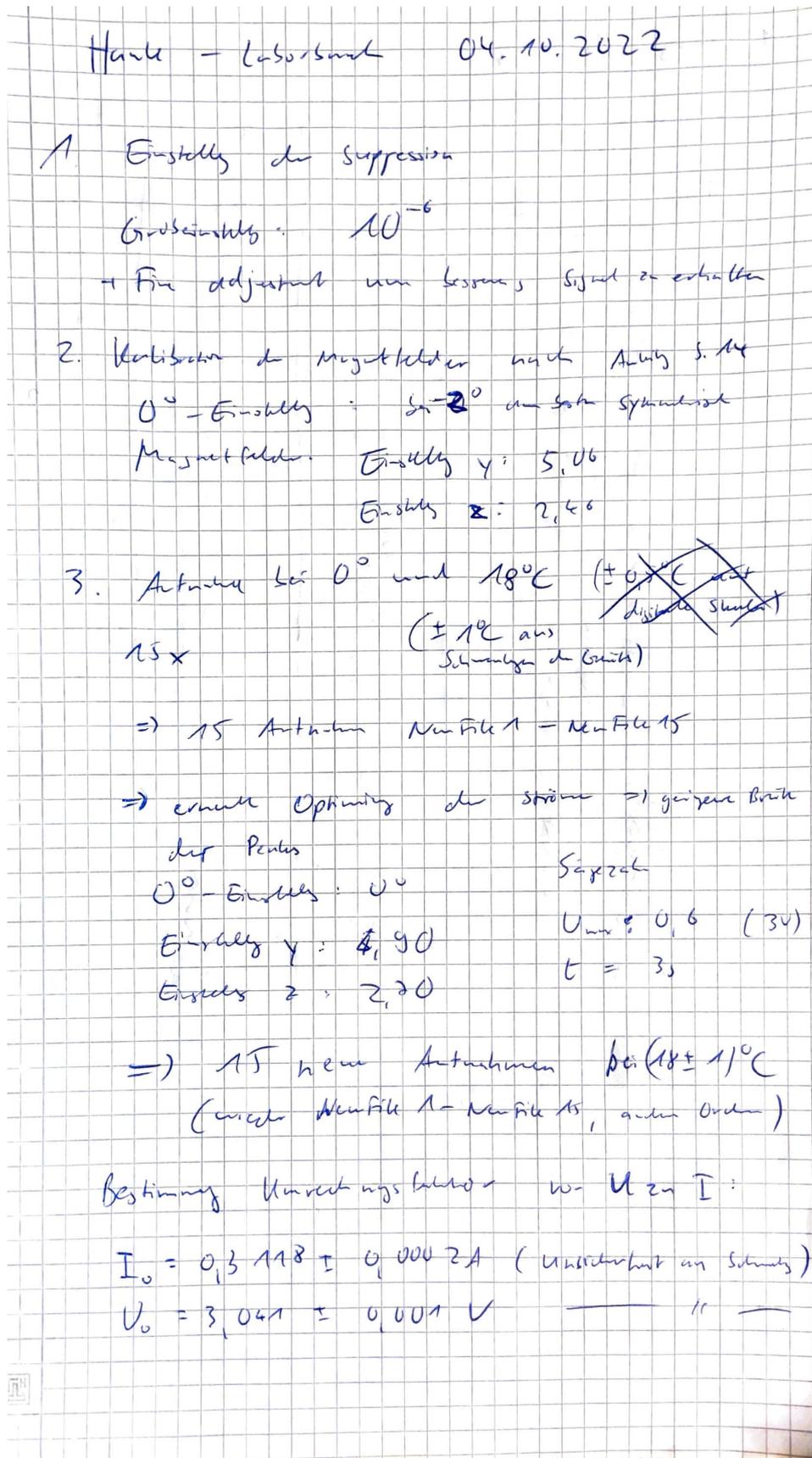


Abb. 15: Laborbuch - Seite 1

## 1. Mess Ablesung

Name: New File X mit X siehe Tabelle

Temperatur in °C	0°	45°	90°
19 ± 1	16	2	3
18 ± 1	4	5	6
17 ± 1	7	8	<del>9</del>
14 ± 1	9	10	11
13 ± 1	12	13	14
12 ± 1	15	16	17
11 ± 1	18	19	20
10 ± 1	21	22	23
9 ± 1	24	25	26
8 ± 1	27	28	29
7 ± 1	30	31	32
6 ± 1	33	34	35
5 ± 1	36	37	38
4 ± 1	39	40	41
3 ± 1	42	43	44
2 ± 1	45	46	47
1 ± 1	48	49	50
0 ± 1	51	52	53
-1 ± 1	54	55	56
-2 ± 1	57	58	59
-3 ± 1	60	61	62
-4 ± 1	63	64	65
-5 ± 1	66	67	68
-6 ± 1	69	70	71
-8 ± 1	72	73	74
-9 ± 1	75	76	77
-10 ± 1	78	79	80
-11 ± 1	81	82	83
-12 ± 1	84	85	86
-13 ± 1	87	88	89

Abb. 16: Laborbuch - Seite 2

7. Messung Antimon

Temperatur in °C	0°	45°	90°
-14 ± 1	1	2	2
-13 ± 1	4	5	6
-12 ± 1	7	8	9
-11 ± 1	10	11	12
-10 ± 1	13	14	15
-9 ± 1	16	17	18
-8 ± 1	19	20	21
-7 ± 1	22	23	24
-6 ± 1	25	26	27
-5 ± 1	28	29	30
-4 ± 1	31	32	33
-3 ± 1	34	35	36
-2 ± 1	37	38	39
-1 ± 1	40	41	42
0 ± 1	43	44	45
1 ± 1	46	47	48
2 ± 1	49	50	51
3 ± 1	52	53	54
4 ± 1	55	56	57
5 ± 1	58	59	60
6 ± 1	61	62	63
7 ± 1	64	65	66
8 ± 1	67	68	69
9 ± 1	70	71	72
10 ± 1	73	74	75

7. Tag: ermittelte Signaloptimierung

U <sup>0</sup> -Einschuss: 0°	I <sub>1</sub> : 4,9	45°, 90°	6,2
	I <sub>2</sub> : 2,7		2,7

Signale: U<sub>max</sub> = 1 (50)  
t = 10s

Abb. 17: Laborbuch - Seite 3

3 Messung Abwiche

Temperatur in °C mit Unsicherheit 10°C	0°	45°	90°
23	1	2	3
22	4	5	6
21	7	8	9
20	10	11	11
19	11	14	15
18	16	17	18
17	19	20	21
16	22	23	24
15	25	26	27
14	28	29	30
13	31	32	33
12	34	35	36
11	37	38	39
10	40	41	42
9	43	44	45
8	46	47	48
7	49	50	51
6	52	53	54
5	55	56	57
4	58	59	60
3	61	62	63
2	64	65	66
1	67	68	69
0	70	71	72
-1	73	74	75
-2	76	77	78
-3	79	80	81
-4	82	83	84
-5	85	86	87
-6	88	89	90
-7	91	92	93

0,2°C  
wesentlich  
unsicher

05.10.22  
Saxmund

Abb. 18: Laborbuch - Seite 4