

Universität Freiburg
Physiklabor für Anfänger, Teil 2
Ferienpraktikum im Wintersemester 2023/2024

Versuch 88

Halbwertszeiten



7. November 2024

Datum der Durchführung: 26. März 2024

Tutor 

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Ziel des Versuches | 1 |
| 2 Versuch | 1 |
| 2.1 Aufbau | 1 |
| 2.2 Durchführung | 1 |
| 3 Auswertung und Fehleranalyse | 2 |
| 3.1 Zeitlicher Verlauf der Probenaktivität | 2 |
| 3.2 Bestimmung der Halbwertszeiten | 5 |
| 4 Diskussion der Ergebnisse | 8 |
| 4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse | 8 |
| 4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis | 8 |
| 4.2.1 Zeitlicher Verlauf der Probenaktivität | 8 |
| 4.2.2 Bestimmung der Halbwertszeiten | 9 |
| 4.3 Verbesserte Methoden | 10 |
| 5 Erklärung zur Autorenschaft | 10 |
| 6 Anhang | 11 |
| 6.1 Rohdaten mit Vortestat | 11 |
| Literatur | 12 |

1 Ziel des Versuches

Ziel des Versuches ist es, die Halbwertszeiten von Silber-108 und Silber-110 Isotopen zu bestimmen.

2 Versuch

2.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau, wie in Abb. 1 dargestellt, er besteht aus einem Geiger-Müller-Zählrohr in einem Bleimantel. Um das Zählrohr herum kann die hohlzylinderförmige und aktivierte Silberprobe gestülpt werden. Das Zählrohr wird über ein Hochspannungsnetzgerät mit Spannung versorgt. Zum Auslesen der Daten ist das Zählrohr über einen universellen Anschlussblock mit einem PC verbunden.

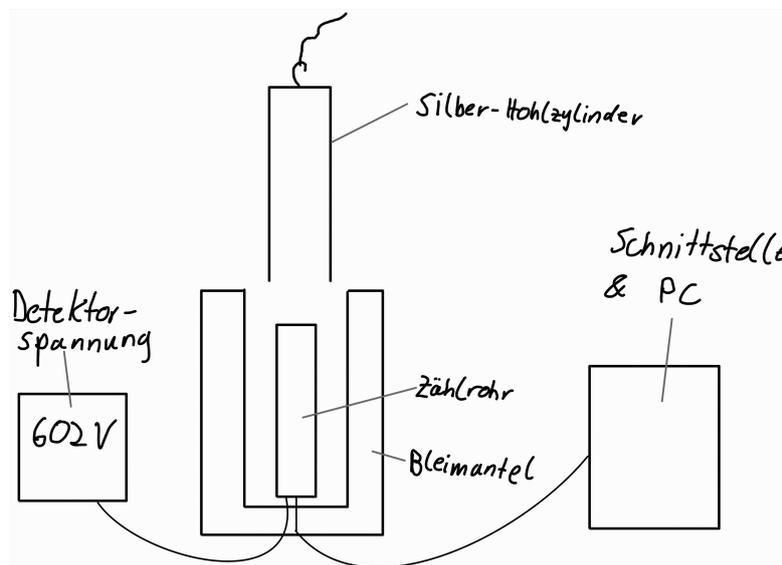


Abbildung 1: Versuchsaufbau

2.2 Durchführung

Zuerst wird die Untergrundstrahlung mit dem Zählrohr gemessen.

Um die interessanten Silberisotope Ag-108 und Ag-110 untersuchen zu können, müssen diese zuerst mit einer Neutronenquelle aktiviert werden. Dazu wird die Silberprobe für ca. zehn Minuten in die Neutronenquelle gehängt. Anschließend wird der zeitliche Verlauf der Probenaktivität mit dem Zählrohr für unterschiedliche Integrationszeiten gemessen und auf dem PC dargestellt. Nach jeder Messung muss die Probe erneut aktiviert werden.

3 Auswertung und Fehleranalyse

Die Detektorspannung des Zählrohrs wird dauerhaft auf $U_D = 602\text{V}$ eingestellt. Als Neutronenquelle wird Radon-226 verwendet, welches in Beryllium eingebettet ist¹. Silber liegt in stabilem Zustand als Ag-107 und Ag-109 vor. Durch die Aktivierung entstehen die Isotope Ag-108 und Ag-110. Die Unsicherheit der gemessenen Ereignisse N ergibt sich aus der Poisson-Verteilung mit

$$\Delta N = \sqrt{N}. \quad (1)$$

3.1 Zeitlicher Verlauf der Probenaktivität

Um die Untergrundzählrate n_0 zu bestimmen, wird eine Messung mit der Integrationszeit $t_0 = 60\text{s}$ durchgeführt. Daraus ergibt sich, durch Kombination der einzelnen Messungen, die Untergrundzählrate aus dem Bestwert

$$n_0 = (0,41 \pm 0,03) \frac{1}{\text{s}}.$$

Die Unsicherheit kommt aus der Standardabweichung des Mittelwerts²

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}.$$

Der zeitliche Verlauf der Probenaktivität wird für die unterschiedlichen Integrationszeiten t_i mit den Werten $t_1 = 1\text{s}$, $t_2 = 3\text{s}$ und $t_3 = 7\text{s}$ in mehreren Messungen bestimmt. Für die Auswertung werden die jeweiligen Einzelmessungen zu einem Datensatz, pro Integrationszeit, kombiniert. Zudem wird die Untergrundzählrate direkt von den Werten abgezogen. Die Zählrate berechnet sich also mit

$$R_i = \frac{N}{t_i} - n_0$$

aus der Anzahl der gemessenen Ereignisse N pro Integrationszeit t_i , abzüglich der Untergrundzählrate n_0 .

Die Unsicherheit folgt mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung aus

$$\Delta R_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{t_i} \cdot \Delta N\right)^2 + \left(\frac{N}{t_i^2} \cdot \Delta t_i\right)^2 + (1 \cdot \Delta n_0)^2}.$$

Die Unsicherheiten aus der Zeitmessung und die Unsicherheit der Untergrundzählrate werden vernachlässigt, da diese um Größenordnungen kleiner sind, als die Unsicherheit aus der Poisson-Verteilung. Die Zeitmessung der Integrationszeit ist auf $t = 1\text{ms}$ genau.

¹[Bar24b]

²[Bar24a]

Mit einer angenommenen Unsicherheit von $a_t = 0,5\text{ms}$ rechteckverteilt, ergibt sich $\Delta t = \frac{a_t}{\sqrt{3}} \approx 0,3\text{ms}$. Somit folgt für die Fehlerfortpflanzung die Näherung

$$\Delta R_1 \approx \frac{\sqrt{N}}{t_i}.$$

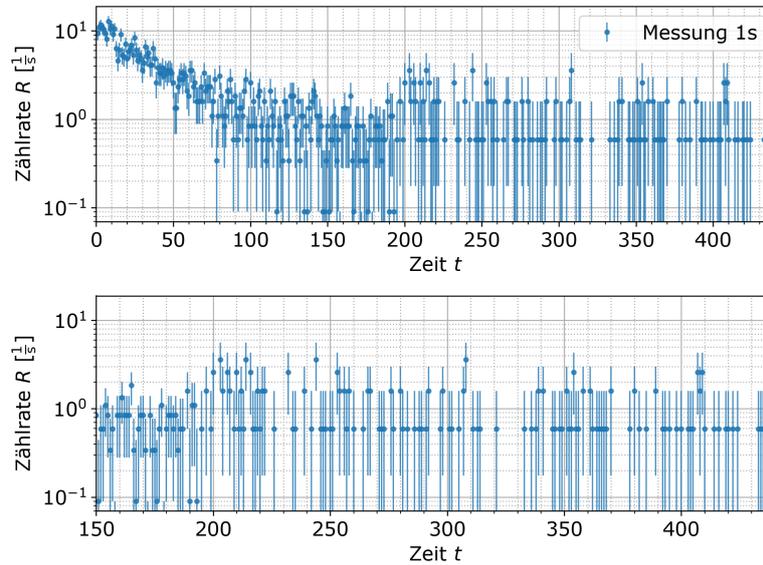


Abbildung 2: Zählrate des Zerfalls der Isotope für die integrationszeit $t_1 = 1\text{s}$

In Abb. 2 ist die Zählrate R_1 für die Integrationszeit $t_1 = 1\text{s}$ dargestellt. Eingetragen sind jeweils die Messpunkte mit dazugehörigen Fehlerbalken. In dem oberen Diagramm ist der Verlauf über die ganze Messzeit zu sehen, in dem unteren Diagramm der Verlauf ab 150s Messzeit. Für beide Diagramme ist die Zählrate logarithmisch aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass R erst linear abfällt und ab einer Messzeit von ca. 200s mit Ausnahme weniger Ausreißer konstant ist.

Die Lücken in denen keine Messwerte in dem Diagramm zu sehen sind, entstehen daraus, dass keine Ereignisse gemessen werden und durch die Berechnung von R die Werte negativ werden, weil die Untergrundzählrate abgezogen wird. In der logarithmischen Darstellung können diese Werte nicht dargestellt werden.

In Abb. 3 ist wieder die Zählrate für die kombinierte Messung aus den Messungen mit Integrationszeit $t_2 = 3\text{s}$ dargestellt. Der Verlauf ist vergleichbar mit dem aus Abb. 2. Allerdings ist der linear abfallende Teil für kurze Messzeiten besser zu erkennen.

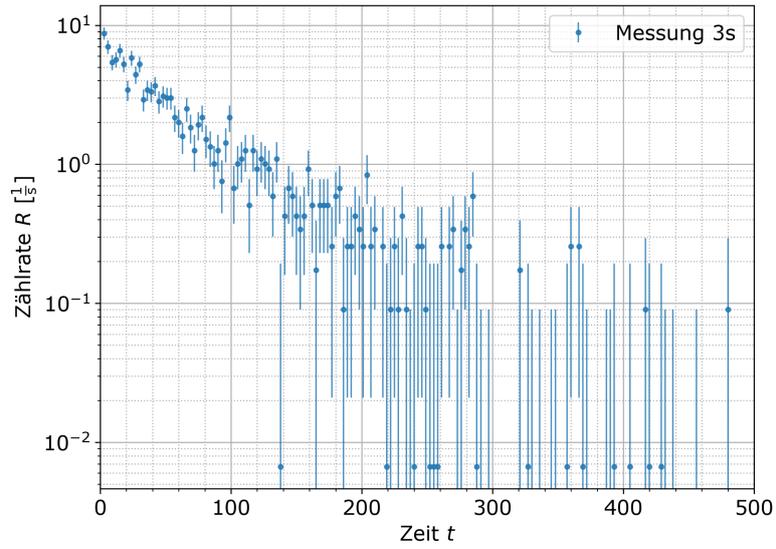


Abbildung 3: Zählrate des Zerfalls der Isotope für die integrationszeit $t_2 = 3s$

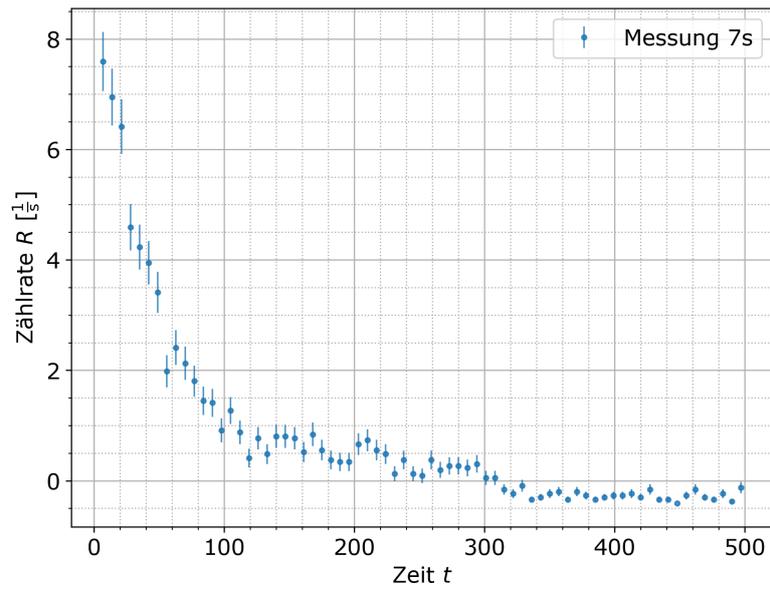


Abbildung 4: Zählrate des Zerfalls der Isotope für die integrationszeit $t_3 = 7s$

In Abb. 4 sind die Zählrate R_3 dargestellt. Diesmal ist R_3 linear und nicht logarithmisch aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass die Zählrate wieder am Anfang stark abfällt, und für eine lange Messzeit die Ereignisse wieder gegen Null gehen. Allerdings ist auffällig, dass ab der Messzeit $t > 300s$ fast alle Messwerte kleiner Null sind. Zudem werden die Unsicherheiten der Werte immer kleiner, je kleiner die Zählraten werden, was aus

Gleichung (1) bei der Berechnung der Unsicherheiten folgt.

Aufgrund der anderen Art der Darstellung des Diagramms, können die Fehlerbalken aber schlecht mit denen der anderen Abbildungen verglichen werden.

3.2 Bestimmung der Halbwertszeiten

Da die Probe aus zwei Isotopen besteht, welche verschiedene Halbwertszeiten haben, muss die Zerfallskurve für langsamen und schnellen Zerfall angepasst werden, wie es in der Versuchsbeschreibung³ beschrieben ist. Es folgt die Anpassung

$$n(t) = n_0 + n_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + n_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad (2)$$

Dabei ist $n_0 = 0,41 \frac{1}{s}$ der Parameter der Untergrundstrahlung. Die Parameter n_1 und τ_1 sind für den langsamen Zerfall, n_2 und τ_2 sind die Parameter des schnellen Zerfalls. Der Parameter τ beschreibt die mittlere Lebensdauer der jeweiligen Isotope.

Angepasst wird für die Messung mit der Integrationszeit $t = 3s$, da für die kürzere Integrationszeit der langsame Zerfall sich nicht mehr gut vom Untergrund unterscheiden lässt, siehe Abb. 2. Für längere Integrationszeiten, werden die Werte zum großen Teil negativ (siehe Abb. 4) und nutzen deshalb für die Anpassung wenig, da Gleichung (2) nicht negativ werden kann.

Die Untergrundrate ist schon im letzten Abschnitt angepasst worden. Als nächstes werden die Parameter n_1 und τ_1 für den Zerfall mit langer Halbwertszeit angepasst.

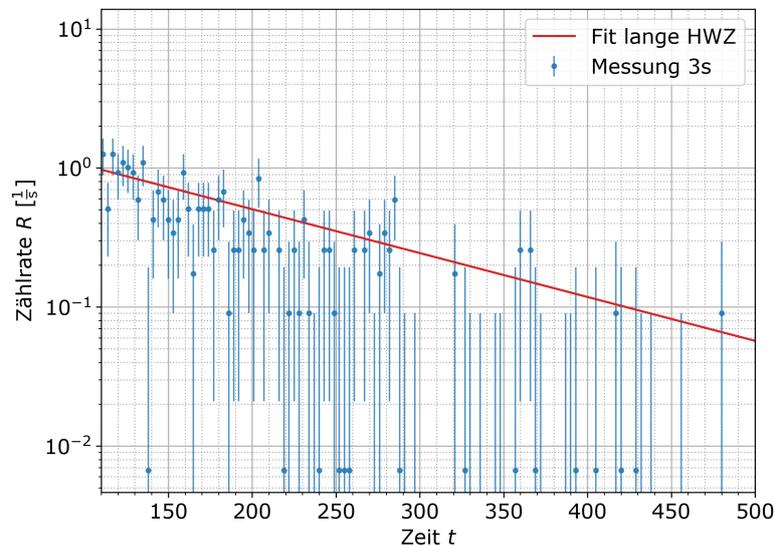


Abbildung 5: Anpassung von n_1 und τ_1 für den langsamen Zerfall

³[Bar24c]

Diese Anpassung ist in Abb. 5 zu erkennen und folgt der Gerade $y = \ln(n_1) - \frac{t}{\tau_1}$. Zu erkennen ist, dass nur die Messungen ab der Messzeit $t = 110\text{s}$ verwendet werden. Dies liegt daran, dass nur der Zerfalls des Ag-108 Isotops mit der langen Halbwertszeit untersucht werden soll. nach dieser Zeit wird davon ausgegangen, dass die meisten Ag-110 Isotope bereits zerfallen sind.

Insgesamt ergeben sich aus dieser Anpassung die Werte

$$n_1 = (2,2 \pm 0,5) \frac{1}{\text{s}} \quad \text{und} \quad \tau_1 = (137 \pm 27)\text{s}.$$

Diese Werte werden mittels linearer Regression bestimmt. Aus dem Konfidenzband dieser Anpassung, folgen die angegebenen Unsicherheiten.

Dieses Ergebnis wird nun vom Gesamtverlauf der Messdaten subtrahiert. Daraus ergibt sich dann in der Theorie lediglich der Verlauf des schnellen Zerfalls. Im Idealfall erwartet man also eine Gerade im logarithmischen Plot in Abb. 6. Dies wird analog zur langen mittleren Lebensdauer τ mittels linearer Regression und der Formel $y = \ln(n_2) - \frac{t}{\tau_2}$ angepasst.

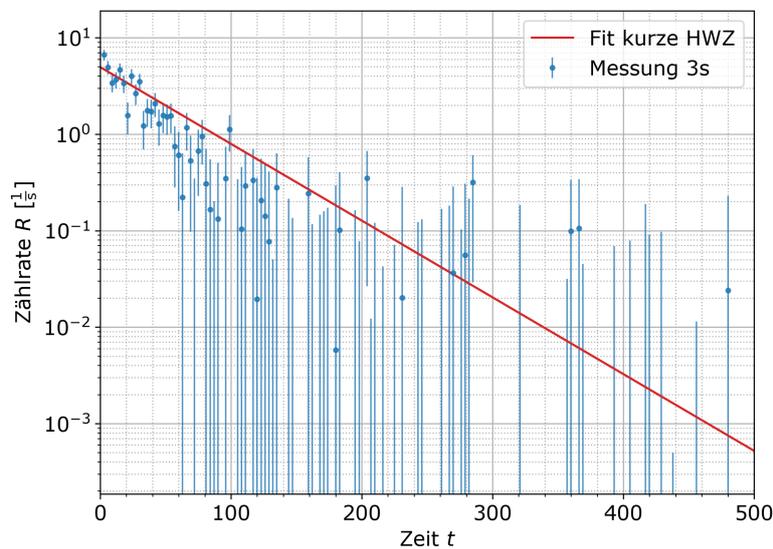


Abbildung 6: Anpassung von n_2 und τ_2 für den schnellen Zerfall

Daraus resultiert

$$n_2 = (5,0 \pm 0,3) \frac{1}{\text{s}} \quad \text{und} \quad \tau_2 = (55 \pm 5)\text{s}.$$

Zusätzlich zu dieser Anpassung werden die Werte noch mithilfe einer direkten Anpassung auf Gleichung (2) angepasst. Dazu wird das [SciPy](#) Package genutzt. Dies resultiert in dem Fit in Abb. 7. Die Ergebnisse für die mittlere Lebensdauern sind

$$\tau_1 = (131 \pm 50)\text{s} \quad \text{und} \quad \tau_2 = (31 \pm 6)\text{s}.$$

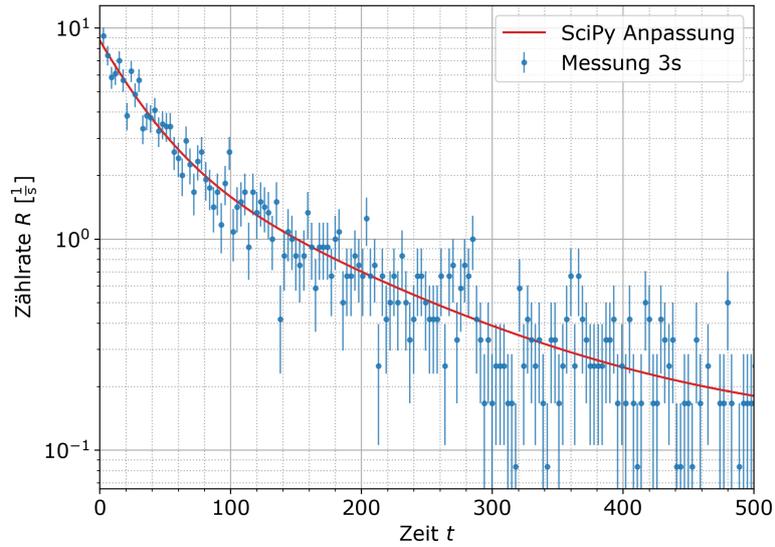


Abbildung 7: Anpassung von allen Variablen mittels SciPy

Die Halbwertszeiten⁴ der Isotope berechnen sich mit

$$T_H = \tau \cdot \ln(2).$$

Die zugehörigen Unsicherheiten ergeben sich wieder mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta T_H = \ln(2) \cdot \Delta \tau.$$

Somit folgt für die graphische Anpassung die Halbwertszeit von Ag-108 mit der mittleren Lebensdauer τ_1

$$T_{H_1} = (95 \pm 19)$$

und für die Halbwertszeit von Ag-110 mit der mittleren Lebensdauer τ_2

$$T_{H_2} = (38 \pm 3).$$

Aus der Anpassung mit SciPy ergeben sich die Halbwertszeiten

$$T_{H_1} = (91 \pm 35)$$

für Ag-108 und

$$T_{H_2} = (21 \pm 4)$$

für Ag-110.

⁴[Wik23]

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Für die Halbwertszeit von Ag-108 ergibt sich mit der graphischen Anpassung der Wert

$$T_{H_1} = (95 \pm 19)$$

und für die Halbwertszeit von Ag-110 der Wert

$$T_{H_2} = (38 \pm 3).$$

Aus der Anpassung mit SciPy ergeben sich die Halbwertszeiten

$$T_{H_1} = (91 \pm 35)$$

für Ag-108 und

$$T_{H_2} = (21 \pm 4)$$

für Ag-110.

4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis

4.2.1 Zeitlicher Verlauf der Probenaktivität

Die Probenaktivität folgt einem exponentiellen Verlauf. Dies entspricht dem erwarteten Verlauf $N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ mit der Anzahl an vorhandenen Isotopen N . Es stellen sich trotzdem einige Probleme bei der Aufnahme der Daten heraus. Zunächst ist die Integrationszeit ein Schlüsselfaktor für die Auflösung. Ist die Integrationszeit zu klein, so kann man logischerweise nicht mehr erkennen, ob die gemessenen Werte sich vom Untergrund unterscheiden, was dazu führt, dass der langsame Zerfall sich sehr schlecht bestimmen lässt. Außerdem ist die relative Unsicherheit auf jeden Messpunkt sehr hoch, da diese mit der Wurzel der gemessenen Ereignisse skaliert.

Auf der anderen Seite sind groß eingestellte Integrationszeiten ein Problem wenn man den kurzen Zerfall messen möchte. Wenn man dort die Integrationszeiten zu groß wählt, so geschieht es, dass man nur drei bis vier Werte hat, die genutzt werden können. Dies ist natürlich zu wenig. In diesem Experiment scheint allerdings etwas anderes, dass nicht näher bestimmt werden konnte, das Problem gewesen zu sein, da sehr viele Werte nach Abzug der Untergrundrate negativ waren. Dies sollte so nicht sein und weist auf größere Mängel in der Durchführung hin.

4.2.2 Bestimmung der Halbwertszeiten

Die erwarteten Literaturwerte stammen aus der Nukleidkarte, welche in Abb. 8 dargestellt sind. Die Halbwertszeiten T_H können für Ag-108 mit $T_{H_1} = 2,382\text{min} = 142,92\text{s}$ und für Ag-110 mit $T_{H_1} = 24,6\text{s}$ abgelesen werden. Die Ergebnisse der Halbwertszeit aus der Messung können jeweils mit dem t-Test

$$t = \frac{|\hat{T}_{H_{mess}} - \hat{T}_{H_{Lit}}|}{\Delta T_{H_{mess}}}$$

mit der Literatur verglichen werden. Für ein Signifikanzniveau von mindestens $\alpha = 0,05$ ergibt sich eine signifikante Abweichung für einen Wert, wenn $t \geq 2$ ist.

| | | | | | | | |
|---|--|---|--|----------------------------|---|---|--|
| 106Cd > 3.6E+20 y 1.25% 2 ϵ | 107Cd 6.50 h $\epsilon = 100.00\%$ | 108Cd > 1.9E+18 y 0.89% 2 ϵ | 109Cd 461.4 d $\epsilon = 100.00\%$ | 110Cd STABLE 12.49% | 111Cd STABLE 12.80% | 112Cd STABLE 24.13% | 113Cd 8.00E15 y 12.22% $\beta^- = 100.00\%$ |
| 105Ag 41.29 d $\epsilon = 100.00\%$ | 106Ag 23.96 min $\epsilon = 99.50\%$ $\beta^- < 1.00\%$ | 107Ag STABLE 51.839% | 108Ag 2.382 min $\beta^- = 97.15\%$ $\epsilon = 2.85\%$ | 109Ag STABLE 48.161% | 110Ag 24.6 s $\beta^- = 99.70\%$ $\epsilon = 0.30\%$ | 111Ag 7.45 d $\beta^- = 100.00\%$ | 112Ag 3.130 h $\beta^- = 100.00\%$ |
| 104Pd STABLE 11.14% | 105Pd STABLE 22.33% | 106Pd STABLE 27.33% | 107Pd 6.5E+6 y $\beta^- = 100.00\%$ | 108Pd STABLE 26.46% | 109Pd 13.7012 h $\beta^- = 100.00\%$ | 110Pd STABLE 11.72% | 111Pd 23.4 min $\beta^- = 100.00\%$ |

Abbildung 8: Nukleidkarte der relevanten Ag-Isotope [Bar24b]

Für die graphischen Bestimmungen ergeben sich damit die t-Werte für Ag-108 mit $t_{H_1} \approx 2,5$ und für Ag-110 mit $t_{H_2} \approx 4,5$. Für die Bestimmung der Halbwertszeiten mittels SciPy folgen die t-Werte für Ag-108 mit $t_{H_1} \approx 1,5$ und für Ag-110 mit $t_{H_2} = 0,9$. Somit weichen beide graphisch bestimmte Halbwertszeiten signifikant von den Literaturwerten ab. Die Anpassungen mit SciPy weichen nicht signifikant ab, was aber bei der Messung mit Ag-108 an der großen Unsicherheit liegt. Hier liegt der Bestwert der graphischen Bestimmung sogar etwas näher am Literaturwert.

Die Bestimmung der mittleren Lebensdauern war schwieriger als erwartet. Insbesondere die Bestimmung der langen Halbwertszeit war kompliziert, da die Unsicherheiten auf die Einzelnen Messpunkte recht hoch waren. Dies erkennt man auch an dem t-Test für die lange Halbwertszeit der graphischen Anpassung, dessen Ergebnis eine Unverträglichkeit mit den Literaturwert hervorbringt. Für die SciPy Anpassung war dieser t-Test zwar verträglich, aber die Unsicherheit ist so groß, dass das Ergebnis nicht wirklich eine Aussage trifft. Für die kurze Halbwertszeit folgt bei der graphischen Bestimmung ein weniger präziser Wert, da dieser sehr abhängig von der Präzision des langen Werts ist. Dies liegt daran, dass für die Bestimmung der kurzen Halbwertszeit von den Rohdaten der angepasste Wert der langen Halbwertszeit abgezogen wird. Bei der Anpassung durch SciPy ist dies weniger relevant, was zu dem präziseren Ergebnis führt. Dies erkennt man auch an den t-Test, für die graphische Anpassung der kurzen Halbwertszeit, welche auf eine signifikante Diskrepanz zwischen Messung und Literatur hinweist. Im Gegensatz dazu

ist das Ergebnis durch die Anpassung von SciPy für die kurze Halbwertszeit sehr gut mit den Literaturwert verträglich. Diese Diskrepanz zeigt ebenfalls, dass die Messung noch einiges an Verbesserungen braucht um exaktere Werte zu bestimmen, da bei beiden Methoden der gleiche Datensatz zugrunde liegt und man somit eigentlich identische Ergebnisse erwarten sollte.

4.3 Verbesserte Methoden

Eine höhere Konzentration der relevanten Silberisotope würde sehr einfach die Messung wesentlich eindeutiger machen, da der Untergrund leichter zu separieren wäre und der exponentielle Abfall leichter zu beobachten wäre. Eine weitere simple Verbesserung wäre wesentlich mehr Messungen durchzuführen. Dies würde den Graphen wesentlich glatter machen und damit eine Auswertung erleichtern. Zuletzt wäre es natürlich optimal, wenn alle Strahlung in den Zähler gelangen würde und nicht nur in etwa die Hälfte. Dies würde den Graphen glätten und zu einer höheren Zählrate führen, die sich dann leichter vom Untergrund unterscheiden würde. Eine Umgebung mit möglichst geringer Untergrundstrahlung wäre ebenso förderlich.

Zuletzt wäre es schön, wenn in der Versuchsbeschreibung⁵ eine Bemerkung zu dem Unterschied zwischen der mittleren Lebensdauer τ und der Halbwertszeit T_H hinzugefügt wird. Vor allem, da die angegebene Literaturempfehlung ein Druckfehler bei der Umrechnung zwischen den Größen enthält.

5 Erklärung zur Autorenschaft

Alle auf der Titelseite genannten Autoren haben in gleichen Teilen zu allen Inhalten dieses Protokolls beigetragen.

⁵[Bar24c]

6 Anhang

6.1 Rohdaten mit Vortestat

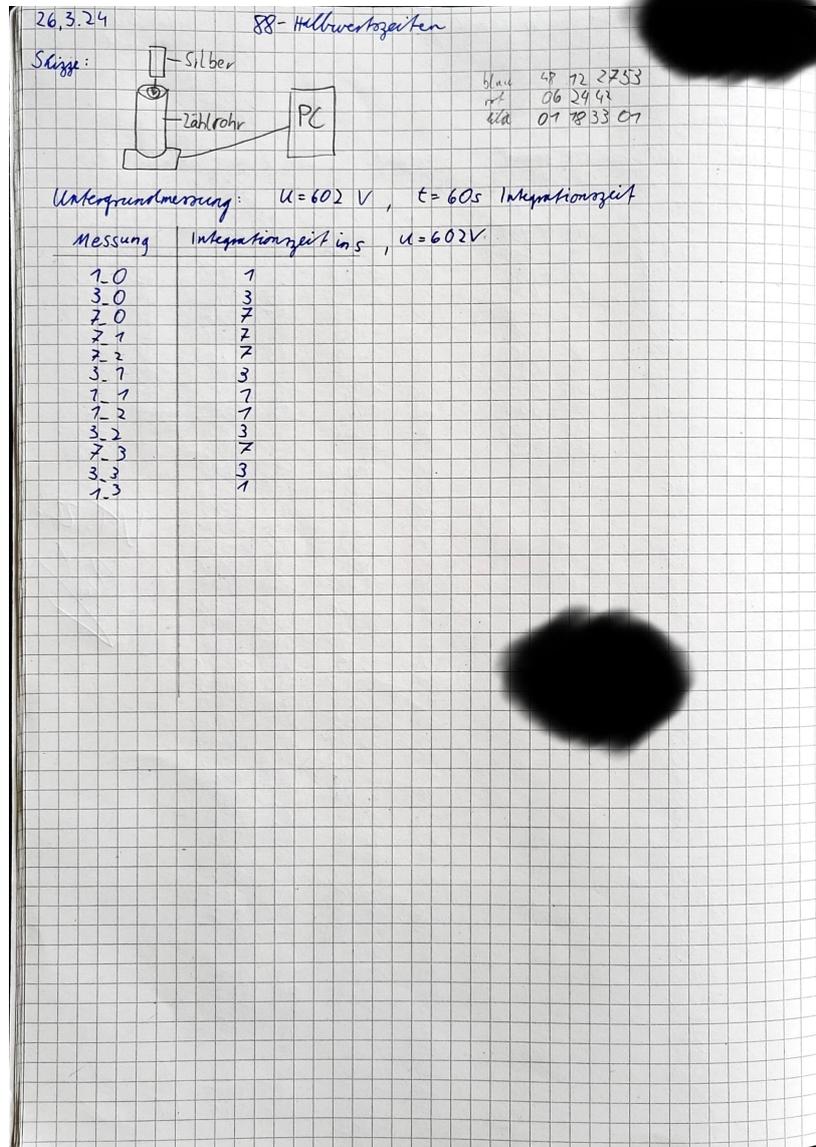


Abbildung 9: Rohdaten

Literatur

- [Bar24a] Dr. Christof Bartels. *Datenanalyse A*. 29. Jan. 2024. URL: https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3372920_download&client_id=unifreiburg (besucht am 05.03.2024).
- [Bar24b] Dr. Christof Bartels. *Versuch 88*. 13. März 2024. URL: <http://phypra.uni-freiburg.de/ap/88/> (besucht am 26.03.2024).
- [Bar24c] Dr. Christof Bartels. *Versuch 88*. 13. März 2024. URL: https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3417137_download&client_id=unifreiburg (besucht am 21.03.2024).
- [Wik23] Wikipedia. *Halbwertszeit*. 10. Dez. 2023. URL: <https://de.m.wikipedia.org/wiki/Halbwertszeit> (besucht am 27.03.2024).