

Physiklabor für Anfänger\*innen 2  
Ferienpraktikum im Wintersemester 2018/19

## **Versuch 88: Halbwertszeit von neutronen-aktiviertem Silber**

(durchgeführt am 05.April 2019 bei )

06.April 2019



## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuchs</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Messung</b>	<b>6</b>
4.1	Messung des Untergrunds . . . . .	7
4.2	Messung der Zerfallskurven . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
5.1	Erste Zwischenanalyse . . . . .	8
5.2	Mittlerer Untergrund . . . . .	9
5.3	Numerische Integralquotienten-Methode . . . . .	11
5.4	Numerische Fit-Methode . . . . .	17
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>20</b>
6.1	Erste Zwischenanalyse . . . . .	20
6.2	Mittlerer Untergrund . . . . .	21
6.3	Berechnungen der Halbwertszeiten und Lebensdauern über die Integralquotientenmethode . . . . .	22
6.4	Berechnungen der Halbwertszeiten und Lebensdauern über die numerische Fit-Methode . . . . .	23
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>24</b>
A.1	Berechnung der Aktivität eines Ag-Präparates . . . . .	24
A.2	Messtabellen . . . . .	25
A.3	Zusätzliche Abbildungen . . . . .	33
A.4	Laborheft . . . . .	35

In Tabelle 1 ist eine Übersicht über alle in diesem Versuchsprotokoll verwendeten Symbole gegeben. Um zwischen den verschiedenen Isotopen zu unterscheiden, werden manchmal die Sub- bzw. Superskripte „108“ und „110“ verwendet.

Größensymbol	Bedeutung
$N$	Counts
$A$	Aktivität
$\hat{N}_0$	Counts zur Zeit $t = 0$
$\hat{N}_1$	Counts zur Zeit $t = t_0$
$\lambda$	Zerfallskonstante
$\dot{N}$	Zählrate
$N_{ij}$	$i$ -ter Count der $j$ -ten Zerfallsmessung
$N_{ij}^U$	$i$ -ter Count der $j$ -ten Untergrundmessung
$\overline{N}_i^U$	$i$ -ter (mittlerer) Count der Untergrundmessung
$\dot{N}_U, \overline{N}_U$	Mittlere Untergrundzählrate
$N_U, \overline{N}_U$	Mittlere Untergrundcounts in einem Intervall von $\delta t_U$
$\overline{N}'_i$	$i$ -te gemittelte Untergrundzählrate ohne Abzug des Untergrunds.
$\overline{N}_i$	$i$ -te gemittelte Untergrundzählrate mit Abzug des Untergrunds.
$N_i^{\text{ges}}$	$i$ -ter mittlerer Count (beide Halbwertszeiten)
$N_i^k$	$i$ -ter mittlerer Count (kurze Halbwertszeit)
$I_1, I_2$	Integrale, definiert in Abb. 1
$J_1, J_2$	Indexmengen
$i, j, k$	Indizes
$m, n, n_m$	Index-Grenzen
$t$	Zeit
$t_i$	$i$ -ter Zeitmesswert
$\delta t$	Größe des Messzeitintervalls der Zerfallsmessung (nominell 2 s)
$\delta t_U$	Größe des Messzeitintervalls der Untergrundmessung (nominell 30 s)
$\Delta t$	Größe der Intervalle $I_1, I_2$
$T_{1/2}$	Halbwertszeit
$\tau$	Mittlere Lebensdauer
$\aleph, \beth, \beth$	Regressions- und Fitparameter
$s_x$	Unsicherheit auf (Mess-) Größe $x$
$V$	Kovarianzmatrix
$\sigma_x$	(Geschätzte) Standardabweichung der Größe $x$
$\log$	Logarithmus zur Basis $e$

Tabelle 1: Symbole, die in diesem Versuchsprotokoll verwendet wurden.

## 1 Ziel des Versuchs

Das Ziel dieses Versuchs ist, die Halbwertszeiten und mittleren Lebensdauern der beiden Silberisotope  $^{108}\text{Ag}$  und  $^{110}\text{Ag}$  durch Aufnahme der Zerfallskurve zu bestimmen.

## 2 Physikalische Grundlagen

Das radioaktive Zerfallsgesetz lautet

$$N(t) = \hat{N}_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

wobei die Aktivität  $A$  eines Präparates durch

$$A = \lambda N \quad (2)$$

gegeben ist. Die Zählrate entspricht der Anzahl der pro Zeiteinheit gemessenen Impulse

$$\dot{N} = \frac{\Delta N}{\Delta t}. \quad (3)$$

Der radioaktive Zerfall lässt sich durch zwei charakteristische Zeiten beschreiben: Die Halbwertszeit

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad (4)$$

und die mittlere Lebensdauer

$$\tau = 1/\lambda. \quad (5)$$

Überlagern sich mehrere Zerfälle, so gilt:

$$\Delta N = (N_{10} e^{-\lambda_1 t} + N_{20} e^{-\lambda_2 t} + \text{Untergrund}) \Delta t. \quad (6)$$

Für das numerische Auswerteverfahren benötigt man zur Berechnung von  $N_1$ , der Höhe des ersten Kurvenbereiches die Formel:

$$\hat{N}_1 = \frac{I_1}{\tau(1 - \exp(-\Delta t/\tau))}. \quad (7)$$

Daraus kann man über

$$\hat{N}_0 = \hat{N}_1 \exp(t_{\text{ges}} - 2\Delta t) \quad (8)$$

die Kurvenhöhe zu Beginn der Messung berechnen. Abbildung 1 zeigt die Definitionen von  $t_0$ ,  $\Delta t$ ,  $I_1$ ,  $\hat{N}_0$  und  $\hat{N}_1$ .

## 3 Aufbau und Durchführung

Durch die Bestrahlung von Silberblechen mit langsamen Neutronen wird der Kernumwandlungsprozess im Silber aktiviert. Nun werden die Proben jeweils kurz vor Beginn einer Messreihe aus der Neutronenquelle genommen und in den Hohlzylinder gebracht, in dem ein Geiger-Müller-Zählrohr montiert ist.

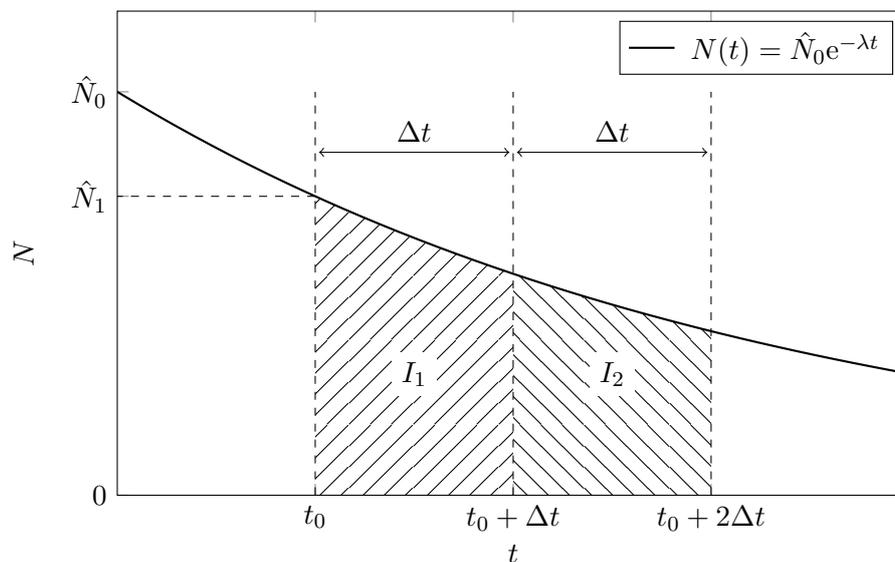


Abbildung 1: Erklärende Grafik zu Gleichungen (7) und (8).

Beim Zerfall der Silberisotope entstehen hochenergetische Elektronen. Diese werden vom Zählrohr registriert.

Die Betriebsspannung wird von einem Hochspannungsgerät geliefert. In der Zuleitung zur Hochspannung ist eine elektronische Schaltung integriert. Mit dieser werden die Zählimpulse des Zählrohrs herausgeführt, welche dann wiederum an den Computer übermittelt werden. Der Computer misst die Pulse in vorgegebenen Zeitintervallen. Mit Hilfe des Computerprogrammes LabView können die registrierten Daten grafisch dargestellt werden.

Zur Vorbereitung des Experiments schalteten wir den Computer sowie die Netzspannung ein.

Zuerst maßen wir dann den Untergrund mit einem Computerprogramm. Die Messung wiederholten wir während des Versuchs noch öfter, um möglichst vertrauenswürdige Ergebnisse zu erhalten. Bei geeignetem Messzeitintervall und ausreichend großer Gesamtmeßzeit nahmen wir möglichst viele Zerfallskurven von dem Neutronen-aktiviertem Silber auf.

## 4 Messung

Zur Messung standen uns zwei Silberpräparate und ein Untergrundpräparat zur Verfügung. Letzteres lagerten wir logischerweise immer getrennt von den anderen beiden. Die Silberpräparate mussten zu ihrer Aktivierung immer etwa 10 Minuten lang in die ihrer Markierungsnummer entsprechenden Bohrung im Paraffinklotz der Neutronenquelle gesteckt werden. Wir verwendeten zwei Silberpräparate, damit das jeweils nicht benutzte Präparat

während einer laufenden Messung wieder aktiviert werden konnte. Die Präparate wurden jeweils zehn Minuten lang in der Neutronenquelle aktiviert, weil dann unter Annahme von nur einer Halbwertszeit von Silber etwa 99% der Kerne angeregt sind. Die Herleitung dazu befindet sich in ???. Eine Skizze des Versuchsaufbaus ist in Abbildung 2 zu sehen.

Auf dem Computer befand sich das Programm LabView, mit dem wir die verschiedenen Zerfallskurven aufnehmen und die gewonnenen Daten speichern konnten.

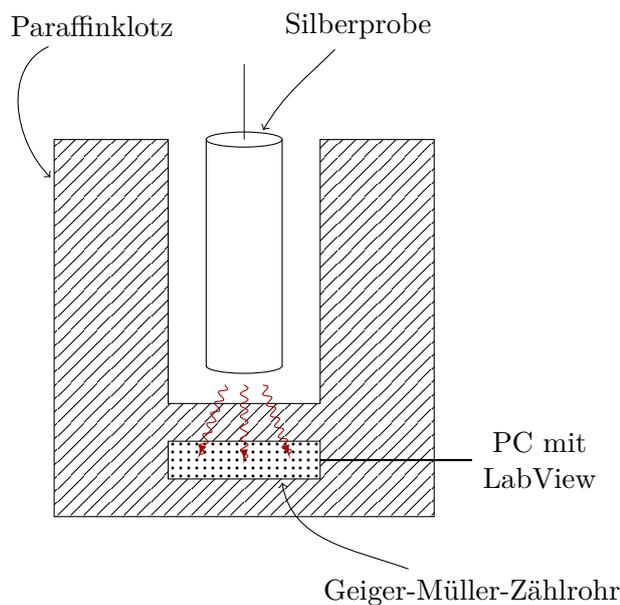


Abbildung 2: Skizze des Versuchsaufbaus.

#### 4.1 Messung des Untergrunds

Zur Beginn führten wir eine Untergrundmessungen durch. Dabei nahmen wir die Zerfallskurve einer unbestrahlten Probe 5 min lang in Intervallen von  $\delta t_U = 30$  s auf. Nach unserer Zwischenanalyse fielen uns keine fehlerhaften Daten bei der Untergrundmessung auf. Von daher entschieden wir uns, die Messung des Untergrunds genauso nur mit einer Dauer von 10 min, um ein genaueres Ergebnis zu bekommen, nach je zwei der sechs Zerfallsmessungen zu wiederholen, sodass wir insgesamt vier Untergrundmessungen durchführten. Die Ergebnisse befinden sich in Tabelle 2.

#### 4.2 Messung der Zerfallskurven

Eine Zerfallskurve konnten wir messen, indem wir eine frisch aktivierte Probe in die Messanordnung steckten und sofort das Computerprogramm zur

zeitlichen Messung der Zählrate starten und dann mindestens 10 Minuten laufen lassen.

Zwischen je zwei Untergrundmessungen führten wir zwei Zerfallsmessungen durch. Dafür stellten wir die Messzeit auf 10 min mit Intervallen von  $\delta t = 2\text{ s}$  ein. Bei der Zwischenanalyse von der Messung der ersten Zerfallskurve fielen uns keine Ungereimtheiten auf. Deswegen entschieden wir uns dazu, die anderen Zerfallskurven mit den selben Einstellparametern durchzuführen. Bei der Messung der dritten Zerfallskurve brauchten wir leider zu lange, um die passenden Parameter im Messprogramm des Computers einzustellen. Deswegen konnten wir dann keinen guten Verlauf der Zerfallskurve mehr aufnehmen, sodass wir uns dazu entschieden, diese Messreihe zu wiederholen. Die Ergebnisse dieser Messungen befinden sich in Tabellen 3 bis 8.

## 5 Auswertung

Die aufgenommenen Zerfallskurven setzen sich, da Silber aus zwei verschiedenen Isotopen besteht, aus den jeweiligen Zerfällen der beiden Isotope  $^{108}_{47}\text{Ag}$  und  $^{110}_{47}\text{Ag}$  sowie des Zerfalls des gemessenen Untergrundes zusammen. Ziel der Auswertung ist nun, die mittleren Lebensdauern bzw. Halbwertszeiten der einzelnen Isotope zu bestimmen. Dafür müssen die zu den einzelnen Isotopen gehörenden Anteile allerdings zunächst aus den gemessenen Daten extrahiert werden.

### 5.1 Erste Zwischenanalyse

Bereits während des Versuchs führten wir eine erste Zwischenanalyse der Messung unserer ersten Zerfallskurve durch. Dazu benutzten wir erst das numerische Auswerteverfahren zur Bestimmung der langen Halbwertszeit. Dafür berechneten wir zunächst, nach welcher Dauer das kurzlebige Isotop zu etwa 95% zerfallen ist. Diese Zeit  $t_0$  bestimmten wir über das Zerfallsgesetz aus Gleichung (1) mit

$$t_0 \approx -30\text{ s} \frac{\log(0,05)}{\log(2)} = 129,6\text{ s}, \quad (9)$$

wobei 30 s nach [2] etwa der Halbwertszeit des kurzlebigen Isotops entspricht<sup>1</sup>. Um das numerische Verfahren anwenden zu können, verwendeten wir  $t_0 = 150\text{ s}$ , also einen etwas höheren Wert als in ?? berechnet, da die Wahrscheinlichkeit, dass zu diesem Zeitpunkt noch mehr Isotope als 95% des kurzlebigen Präparates bereits zerfallen sind dementsprechend höher ist.

---

<sup>1</sup>Natürlich ist die „korrekte“ Halbwertszeit noch zu bestimmen. Ziel dieser Abschätzung war allerdings nur, einen groben Schätzwert für einen „sicheren“ Bereich zu finden.

Zudem haben wir hier nur eine zu untersuchende Zerfallskurve vorliegen, weshalb wir  $t_0$  lieber etwas höher abschätzen. Die Zeit  $\Delta t$  schätzten wir auf 50 s ab. Der Grund dafür ist, dass wir hier wieder nur die Messung einer Zerfallskurve vorliegen haben und dass wir in den Bereichen  $t_0$  bis  $t_0 + \Delta t$  bzw.  $t_0 + \Delta t$  bis  $t_0 + 2\Delta t$  keine zu starken Schwankungen vorliegen haben wollten, um so ein gutes Ergebnis erhalten zu können. Damit ergaben sich aus

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{-\lambda\Delta t} \quad (10)$$

mit

$$I_1 = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} N_0 e^{-t/\tau} dt \approx \sum_{i \in J_1} N_i \cdot \delta t \quad (11)$$

und

$$I_2 = \int_{t_0+\Delta t}^{t_0+2\Delta t} \hat{N}_0 e^{-t/\tau} dt \approx \sum_{i \in J_2} N_i \cdot \delta t \quad (12)$$

die Werte für  $\lambda$ ,  $\tau$  und  $T_{1/2}$ . Die Werte für  $N_i$  sind Tabellen 3 bis 8 entnommen. Die Indexmengen  $J_1, J_2$  sind definiert als

$$\begin{aligned} J_1 &:= \{i \in \mathbb{N} \mid t_0 \leq t_i < t_0 + \Delta t\}, \\ J_2 &:= \{i \in \mathbb{N} \mid t_0 + \Delta t \leq t_i < t_0 + 2\Delta t\}. \end{aligned} \quad (13)$$

$\lambda$  berechneten wir über

$$\lambda = \frac{\log(I_1/I_2)}{\Delta t} = 4,96 \cdot 10^{-3} \text{ Bq}. \quad (14)$$

Für die mittlere Lebensdauer erhielten wir

$$\tau = \frac{\Delta t}{\log(I_1/I_2)} = 200,89 \text{ s} \quad (15)$$

und somit für die Halbwertszeit des langlebigen Isotops

$$T_{1/2} = \log 2 \cdot \tau = 139,24 \text{ s}. \quad (16)$$

In Abbildung 3 sind die Messwerte  $N_i$  graphisch über der Zeit aufgetragen.

## 5.2 Mittlerer Untergrund

Aus allen Untergrundmessungen berechneten wir jetzt die mittlere Zählrate  $\dot{N}_U$ . Ist  $N_{ij}$  der  $i$ -te Untergrunddatenpunkt zur Zeit  $t_i = i\delta t_U$  der  $j$ -ten Untergrundmessung, so berechnet sich die mittlere Zählrate  $\dot{N}_U$  als

$$\dot{N}_U = \frac{1}{\sum_{j=1}^m n_m} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_m} \frac{N_{ij}}{\delta t_U} = 0,339 \text{ Bq} \quad (17)$$

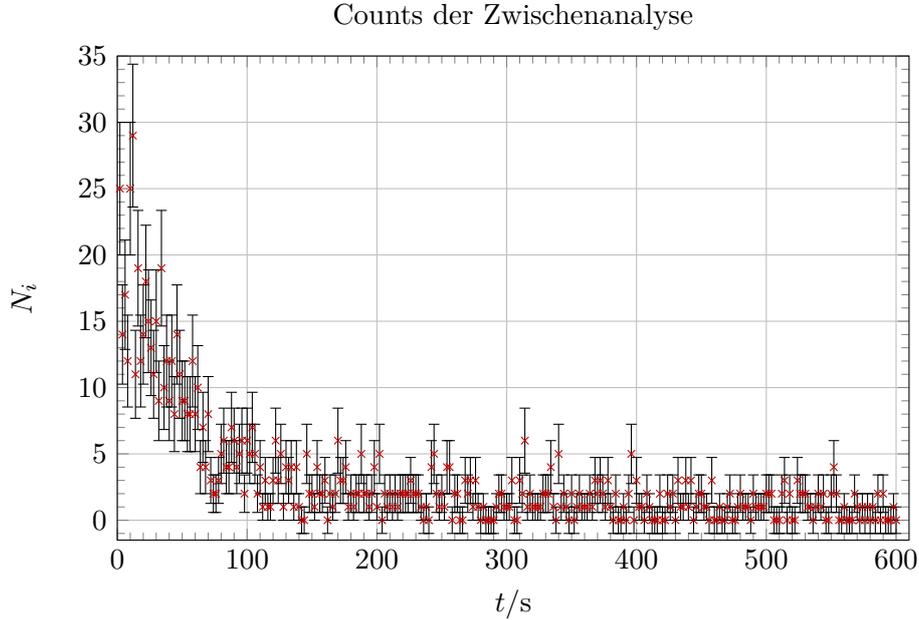


Abbildung 3: Counts der ersten Zerfallsmessung. Die Daten sind Spalte  $j = 1$  von Tabellen 3 bis 8 entnommen.

mit  $m = 4$ ,  $n_1 = 10$  sowie  $n_2 = n_3 = n_4 = 20$ . Jeder Wert  $N_{ij}$  entspricht dem Wert  $N_{ij}^U$  aus Tabelle 2.

Die Unsicherheit dieses Wertes beträgt nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung

$$s_{N_U} = \frac{1}{\sum_{j=1}^m n_m \cdot \delta t_U} \sqrt{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_m} N_{ij}} = 0,013 \text{ Bq.} \quad (18)$$

In dieser Gleichung haben wir dabei ausgenutzt, dass jede einzelne Untergrundzählrate einer Poissonverteilung folgt, sodass sich die Unsicherheit auf  $s_{N_{ij}} = \sqrt{N_{ij}}$  ergibt.

Diese Annahme entspricht allerdings nicht der Wirklichkeit: Da unsere  $\sum_{j=1}^m n_m$  Messungen  $N_{ij}$  derselben Poissonverteilung folgen, ergibt es wenig Sinn, die Unsicherheit jedes Wertes einzeln über die Wurzel zu bestimmen. Stattdessen berechnen wir zuerst die Standardabweichung  $\sigma_{\bar{N}_U}$  des Mittelwerts  $\bar{N}_U$  der Counts in einem Intervall von 30 s mit dem erwartungstreuen KQ-Schätzer

$$\sigma_{\bar{N}_U} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{j=1}^m n_m - 1} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_m} N_{ij}}. \quad (19)$$

Diesen dividieren wir dann durch  $\delta t_U \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^m n_m}$ , um die Standardabwei-

chung der mittleren Untergrundzählrate zu erhalten. Dies ergibt

$$s_{\dot{N}_U} = \frac{\sigma_{\bar{N}_U}}{\delta t_U \sqrt{\sum_{j=1}^m n_m}} = 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ Bq}, \quad (20)$$

sodass wir für die mittlere Untergrundzählrate  $\dot{N}_U = (0,339 \pm 0,011) \text{ Bq}$  erhalten. Da die Berechnung dieses Wertes auf einer fundierteren statistischen Basis beruht, wird dieser in der weiteren Auswertung verwendet werden. Der zeitliche Verlauf der Untergrundzählrate kann in Abb. 4 eingesehen werden. Dabei wurde für jeden Zeitpunkt  $t_i = i \cdot \delta t_U$  die Zählrate aus allen Messungen gemittelt. Zusätzlich eingezeichnet ist das absolute Mittel aus Gleichung (17).

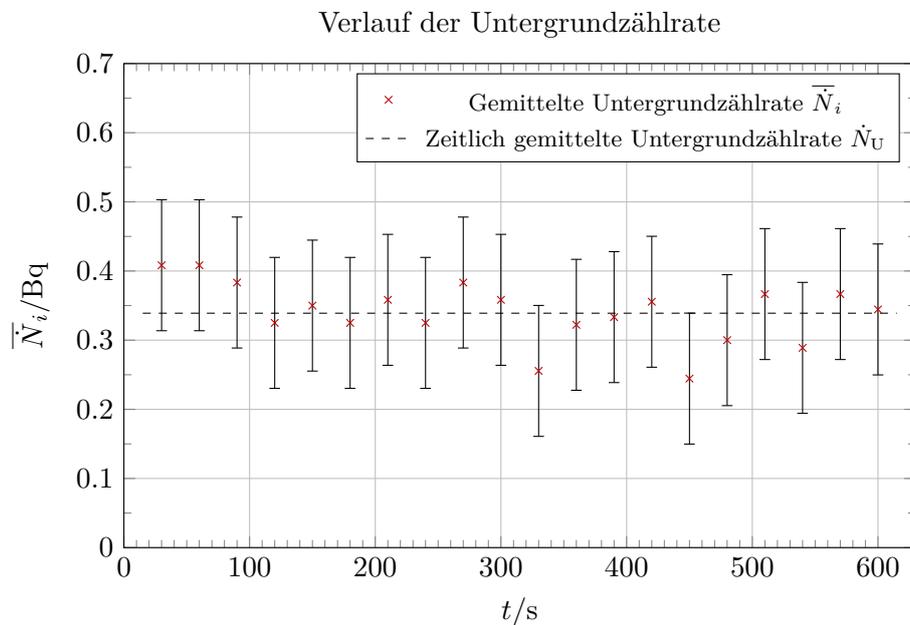


Abbildung 4: Mittlerer zeitlicher Verlauf der Untergrundmessungen. Eingezeichnet sind die über die vier Messungen gemittelten Untergrundraten, welche mit roten Kreuzen markiert sind, sowie die aus diesen wiederum gemittelte absolute Untergrundrate, welche Gleichung (17) entnommen ist.

### 5.3 Numerische Integralquotienten-Methode

**Bestimmung der langen Halbwertszeit** Nun da der Untergrund bestimmt ist, lässt sich dieser von den restlichen Zerfallskurven abziehen. Davor müssen allerdings die Counts aus den sechs verschiedenen Messreihen in

eine mittlere Zählrate umgerechnet werden<sup>2</sup>. Ist  $N_{ij}$  der  $i$ -te Eintrag aus der  $j$ -ten Messung, entnommen aus Tabellen 3 bis 8 (mit  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, m$  und  $n = 300$  sowie  $m = 6$ ), so berechnet sich der  $i$ -te Eintrag der mittleren Zählrate als

$$\overline{N}'_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{N_{ij}}{\delta T}. \quad (21)$$

Wir kennzeichnen mit dem Prim, dass von dieser Zählrate der Untergrund noch nicht abgezogen ist. Diese Größe ist selbstverständlich mit einer Unsicherheit versehen. Diese lässt sich durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung mit den Fehlern  $s_{N_{ij}} = \sqrt{N_{ij}}$  der einzelnen Messungen berechnen:

$$s_{\overline{N}'_i} = \frac{1}{m \cdot \delta t} \sqrt{\sum_{j=1}^m N_{ij}} \quad (22)$$

Nun da die mittlere Zählrate für jeden Punkt bestimmt ist, lässt sich davon die Untergrundzählrate  $\overline{N}_U$  abziehen. Dies geschieht über

$$\overline{N}_i = \overline{N}'_i - \overline{N}_U \quad (23)$$

für alle  $i = 1, \dots, n$ . Der Fehler auf diese Größe berechnet sich erneut über Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$s_{\overline{N}_i} = \sqrt{s_{\overline{N}'_i}^2 + s_{\overline{N}_U}^2} \quad (24)$$

Den Verlauf dieser mittleren Zerfallsrate abzüglich des Untergrundes kann man in Abb. 5 erkennen.

---

<sup>2</sup>Es reicht natürlich auch aus, die Messreihen in mittlere *Counts* statt Raten umzurechnen (in der Tat unterscheiden sich diese lediglich um einen Faktor von 2s), wir werden allerdings im folgenden bei der Bestimmung der langen Halbwertszeit fast ausschließlich mit Raten rechnen.

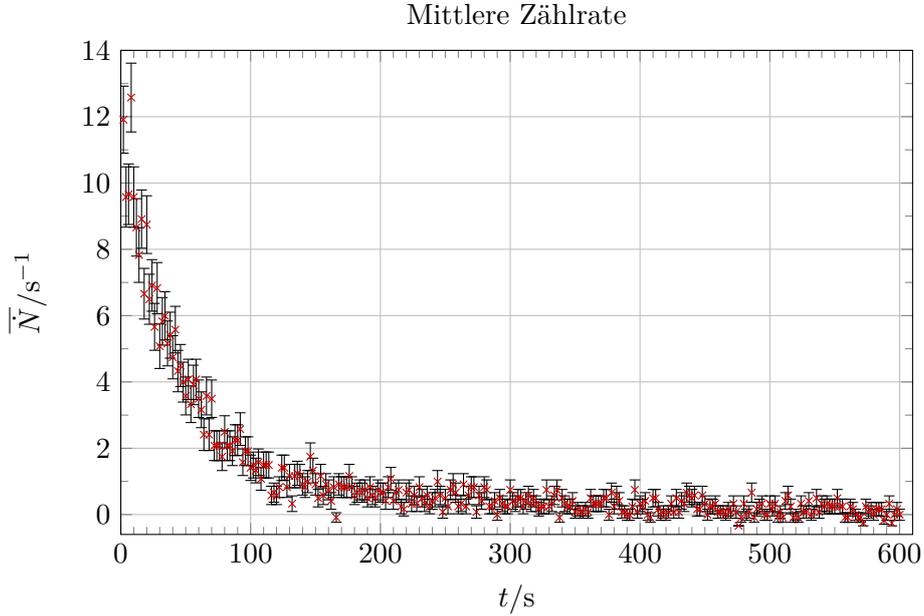


Abbildung 5: Mittlere Zählrate der sechs verschiedenen Messungen abzüglich des Untergrundes. Die Abbildung ist in vergrößerter Form im Anhang (siehe Abb. 9) zu sehen.

Eine vergrößerte Darstellung davon befindet sich noch im Anhang in Abb. 9. Unsere Berechnungen führten wir jetzt auf analoge Weise wie in der ersten Zwischenanalyse durch, allerdings wählten wir jetzt  $t_0 = 130$  s, weil dies ziemlich gut dem berechneten Wert entspricht, nach welcher Dauer etwa 95% der angeregten Isotope zerfallen sind und wir nun im Gegensatz zur Zwischenanalyse genügend Messreihen aufgenommen haben, um davon auszugehen, dass dieser Wert etwa mit dem Mittelwert der in der Zeit zerfallenen Isotope unserer aufgenommenen Messreihen übereinstimmt und statistischen Schwankungen geringer weniger unterlegen ist. Außerdem wählten wir  $\Delta t = 200$  s, um einen möglichst langen Zeitraum abzudecken, aus dem wir dann ein vertrauensvolles Ergebnis erhalten können. Mit den Indexmengen  $J_1, J_2$  aus Gleichung (13) (mit angepasstem  $\Delta t$  und  $t_0$ ) berechnen sich die Integrale  $I_1, I_2$  analog zu Gleichungen (11) und (12)<sup>3</sup>:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \sum_{i \in J_1} \bar{N}_i \cdot \delta t \\
 I_2 &= \sum_{i \in J_2} \bar{N}_i \cdot \delta t
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

<sup>3</sup>Im Gegensatz zu Abschnitt 5.1 berechnen wir die Integrale über Zählraten statt absoluten Counts. Dies macht allerdings keinen Unterschied, da sich Counts von Zählraten nur durch den Faktor 2 s unterscheiden, der sich nach Gleichung (10) herauskürzt.

Die Integrale  $I_1, I_2$  sind im Anhang in Abbildung 9 eingezeichnet. Da wir nun aber die Werte von mehreren Messungen betrachten und auch ein Ergebnis mit Unsicherheit erzielen wollen, führen wir jetzt noch zusätzlich eine Fehlerrechnung mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung durch. Die Unsicherheit auf das Integral  $I_k$  mit  $k = 1, 2$  lässt sich aus

$$s_{I_k} = \delta t \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{s_{\hat{N}_i}^2}{\hat{N}_i}} \quad (26)$$

berechnen. Nun kann  $\lambda$  über Gleichung (10) ausgerechnet werden. Der Fehler auf  $\lambda$  berechnet sich über

$$\begin{aligned} s_\lambda &= \frac{1}{\Delta t} s_{\log I_1/I_2} \\ &= \frac{1}{\Delta t (I_1/I_2)} \cdot \sqrt{\left(\frac{s_{I_1}}{I_2}\right)^2 + \left(\frac{I_1}{I_2^2} s_{I_2}\right)^2}. \end{aligned} \quad (27)$$

Dann erhalten wir den Fehler auf die mittlere Lebensdauer aus

$$s_\tau = \frac{s_\lambda}{\lambda^2} \quad (28)$$

und so den Fehler auf die Halbwertszeit mit

$$s_{T_{1/2}} = \log 2 \cdot s_\tau. \quad (29)$$

Für den Wert der Zerfallskonstante erhielten wir so

$$\lambda = (4,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-3} \text{ Bq}. \quad (30)$$

Für die mittlere Lebensdauer erhielten wir den Wert

$$\tau = (204 \pm 22) \text{ s}, \quad (31)$$

und daraus die Halbwertszeit des langlebigen Isotops

$$T_{1/2} = (142 \pm 15) \text{ s}. \quad (32)$$

**Bestimmung der kurzen Halbwertszeit** Um aus diesen Ergebnissen die kurze Halbwertszeit zu bestimmen, muss von jeder mittleren Zählrate der Zerfallskurve in Abbildung 5 der exponentielle Zerfall der langen Halbwertszeit abgezogen werden. Dafür müssen wir den Anfangswert  $\hat{N}_0$  der Counts des langsamen Zerfalls bestimmen, sodass wir von jedem Wert der mittleren Counts die Counts des langsamen Zerfalls abziehen können<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>Zur Notation sei angemerkt, dass wir ein Zirkumflex hinzufügen, um diese Werte von den Messungen  $N_i$  zu unterscheiden.

$\hat{N}_0$  berechnet sich wiederum aus der Zahl Counts  $\hat{N}_1$  des langsamen Zerfalls am Anfang des Integrationsbereiches (also zur Zeit  $t_0$ ). Um  $\hat{N}_1$  zu bestimmen, muss Gleichung (7) an Zählraten angepasst werden:

$$\hat{N}_1 = \frac{I_1 \cdot \delta t}{\tau [1 - \exp(-\Delta t/\tau)]}. \quad (33)$$

Dann kann man  $N_0$  über Gleichung (8) berechnen. Die Fehler auf  $N_0$  bzw. auf  $N_1$  ergeben sich nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung aus

$$s_{\hat{N}_1} = \left[ \left( \frac{s_{I_1} \delta t}{\tau (1 - \exp(-\Delta t/\tau))} \right)^2 + \left( \frac{s_\tau \cdot \delta t I_1 (\tau \exp(\Delta t/\tau) - \Delta t) \exp(\Delta t/\tau)}{(\exp(\Delta t/\tau) - 1) 2\tau^3} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (34)$$

und

$$s_{\hat{N}_0} = \sqrt{(\exp(\lambda t_0) \cdot s_{\hat{N}_1})^2 + (\hat{N}_1 t_0 \cdot \exp(\lambda t_0) \cdot s_\lambda)^2} \quad (35)$$

Mit den nun berechneten Werten können wir jetzt eine lineare Regression durchführen, wobei wir die  $y$ -Werte, also die in Counts umgerechneten gesamt gemessenen Zählraten nach Abzug des Untergrunds und nach Abzug der Zählrate des langlebigen Isotops, logarithmierten, um dann wegen Gleichung (1) aus der Steigung die Halbwertszeit für das kurzlebige Isotop berechnen zu können. Zuerst rechnen wir die mittlere Zählrate, von der bereits der Untergrund abgezogen wurde, mit

$$N_i^{\text{ges}} = \delta t \cdot \dot{N}_i \implies s_{N_i^{\text{ges}}} = \delta t \cdot s_{\dot{N}_i}, \quad (36)$$

mit  $i = 1, \dots, n$ , wobei  $n = 300$ , in die mittlere Anzahl an Counts pro Intervall um. Dann ziehen wir davon die Zerfallskurve des langlebigen Isotops ab und erhalten für die Counts  $N_i^k$  des kurzlebigen Isotops:

$$N_i^k = N_i^{\text{ges}} - \hat{N}_0 \cdot \exp(-\lambda t_i). \quad (37)$$

Da sowohl  $N_i^{\text{ges}}$  und  $\hat{N}_0$  als auch  $\lambda$  mit einem Fehler versehen sind, lautet der Fehler auf die Counts des kurzlebigen Zerfalls nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$s_{N_i^k} = \sqrt{s_{N_i^{\text{ges}}}^2 + (s_{\hat{N}_0} \cdot \exp(-\lambda t_i))^2 + (\hat{N}_0 t_i \exp(-\lambda t_i))^2} \quad (38)$$

Nun wurde eine Zerfallskurve, die durch den Graphen  $(t_i, N_i^k)$  festgelegt ist, aus der überlagerten Kurve extrapoliert. Logarithmieren wir die  $N_i^k$ -Werte, so können wir die Zerfallskonstante  $\lambda$  mit einer linearen Regression der Form

$$\log N_i^k = \aleph \cdot t_i + \beth \quad (39)$$

durchführen. Da der Logarithmus der Werte zu bestimmen ist, ändert sich dementsprechend auch die Unsicherheit dieser Werte nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$s_{\log N_i^k} = \frac{s_{N_i^k}}{N_i^k} \quad (40)$$

Wir führten die lineare Regression für die berechneten Counts des kurzlebigen Isotops zu den Messergebnissen, die wir im Zeitintervall zwischen null und 90 s aufgenommen haben, durch, über 90% der Isotope des kurzlebigen Isotops zerfallen sind. Von daher beschränkt sich dieses Zeitintervall unserer Meinung nach gut auf den Zerfall des kurzlebigen Isotops.

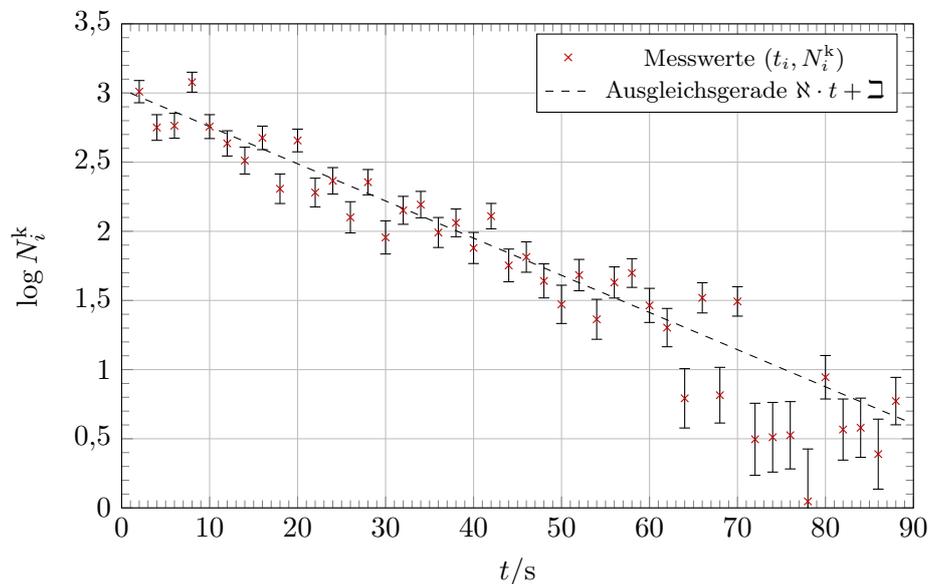


Abbildung 6: Logarithmierte Daten der Zerfallskurve des kürzeren Zerfalls mit zugehöriger Ausgleichsgerade  $Nt + Q$  mit Regressionsparametern aus Gleichung (41).

Nun konnte die lineare Regression nach Gleichung (39) mit den berechneten Regressionsparametern

$$\begin{aligned} N &= (-2,69 \pm 0,08) \cdot 10^{-2} \frac{1}{s}, \\ Q &= 3,03 \pm 0,03 \end{aligned} \quad (41)$$

durchgeführt werden und wir erhielten somit auf analoge Weise wie in der Zwischenanalyse unter Benutzung der zusätzlichen Bedingung  $\lambda_{110} = -N$

die folgenden Ergebnisse:

$$\begin{aligned}\lambda_{110} &= (2,69 \pm 0,08) \cdot 10^{-2} \text{ Bq}, \\ \tau_{110} &= (37,0 \pm 1,0) \text{ s}, \\ T_{1/2}^{110} &= (25,8 \pm 0,7) \text{ s}.\end{aligned}\tag{42}$$

Die logarithmierten Daten sowie die Ausgleichsgerade, welche durch die Regressionsparameter festgelegt ist, sind in Abbildung 6 eingezeichnet.

#### 5.4 Numerische Fit-Methode

In diesem Abschnitt sollen die Halbwertszeiten der beiden Silberisotope auf alternative Weise bestimmt werden. Dafür gehen wir davon aus, dass der Untergrund unserer Daten bereits nach Abschnitt 5.2 bestimmt und von den mittleren Zählraten abgezogen wurde. Unsere Daten liegen also als mittlere Zählraten  $(t_i, \dot{N}_i)$  vor (wie in Abb. 5 bereits visualisiert). Mit der Methode `curve_fit` des Python-Pakets `scipy.optimize` wollen wir nun zuerst die Halbwertszeit des langen Zerfalls bestimmen und die Kurve sodann von der mittleren Zählrate abziehen. Dann kann auf dieselbe Weise die kurze Halbwertszeit bestimmt werden.

**Bestimmung der langen Halbwertszeit** Wir beginnen, indem wir ein Intervall aussuchen, in dem die Daten liegen, die für den Fit benutzt werden. Da wir sowohl einen möglichst geringen Einfluss von dem Zerfall der kürzeren Halbwertszeit haben wollen, als auch dem Fit-Algorithmus signifikante Werte, d. h. Werte, in denen sich die Steigung merklich ändert, nicht vorenthalten wollen, wählen wir als Fit-Intervall  $t \in [130 \text{ s}, 600 \text{ s}]$ . Die Wahl der unteren Grenze ist auch im letzten Abschnitt damit begründet, dass zu diesem Zeitpunkt nur noch höchstens 5% des uninteressanten Isotops vorhanden sind. Die obere Grenze wählen wir einfach aus dem Grund, dass wir möglichst viele Daten für unseren Fit zur Verfügung stellen wollen. Mit der bereits erwähnten Methode `curve_fit` machen wir also einen Fit nach der Funktion

$$\dot{N}(t) = \aleph \cdot e^{-\lambda \cdot t} + \beth,\tag{43}$$

die wir als erstes Argument übergeben. Der Fit soll uns die Werte für  $\aleph$ ,  $\lambda$  und  $\beth$  berechnen. Dabei haben wir zusätzlich zum eigentlich erwarteten Verlauf einen Offset  $\beth$  hinzugefügt: Obwohl wir bereits den Untergrund abgezogen haben, soll der Offset dazu dienen, die Schätzung der Steigung leicht zu verbessern. Zusätzlich dient der Parameter dazu, systematische Fehler frühzeitig zu erkennen, sollten wir einen merklich von null verschiedenen Wert erhalten.

Als zweites und drittes Argument der Methode werden Listen übergeben, die die relevanten  $t$ - und  $\dot{N}_i$ -Werte enthalten. Zusätzlich übergeben wir auch noch die Unsicherheiten  $s_{\dot{N}_i}$  in Form des `sigma`-Parameters, sowie Startwerte

für die zu bestimmenden Parameter in Form des  $\chi^2$ -Arguments. Ausführen des Fits liefert uns die Parameter

$$\begin{aligned}\kappa &= (2,75 \pm 0,29) \text{ Bq}, \\ \lambda &= (4,6 \pm 1,0) \frac{1}{\text{s}}, \\ \tau &= (-0,26 \pm 0,13) \frac{1}{\text{s}}.\end{aligned}\tag{44}$$

Die Unsicherheiten haben wir der zusätzlich ausgegebenen Kovarianzmatrix entnommen, indem wir die Wurzeln der Varianzen gezogen haben, welche auf der Hauptdiagonalen auffindbar sind. Die Kovarianzmatrix lautet

$$V = \begin{pmatrix} 8,94 \cdot 10^{-2} & 2,65 \cdot 10^{-4} & 2,78 \cdot 10^{-2} \\ 2,65 \cdot 10^{-4} & 1,13 \cdot 10^{-6} & 1,35 \cdot 10^{-4} \\ 2,78 \cdot 10^{-2} & 1,35 \cdot 10^{-4} & 1,68 \cdot 10^{-2} \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}}.\tag{45}$$

Nun können aus den Ergebnissen des Fits in Gleichung (44) die Zerfallskonstante  $\lambda$ , sowie die mittlere Lebensdauer  $\tau$  und die Halbwertszeit  $T_{1/2}$  berechnet werden. Mit  $\lambda = \lambda$  und Gleichungen (28) und (29) erhalten wir:

$$\begin{aligned}\lambda &= (4,6 \pm 1,0) \frac{1}{\text{s}} \\ \tau &= (220 \pm 50) \text{ s} \\ T_{1/2} &= (150 \pm 30) \text{ s}\end{aligned}\tag{46}$$

In Abbildung 7 sind noch einmal alle mittleren Zählraten zusammen mit dem Fit, der durch die Parameter in Gleichung (44) festgelegt wird, aufgeführt.

**Bestimmung der kurzen Halbwertszeit** In diesem Unterabschnitt soll unter Benutzung der Ergebnisse aus Gleichung (46) die kurze Halbwertszeit bestimmt werden. Prinzipiell gehen wir dabei wie im letzten Abschnitt vor: Von jeder mittleren Zählrate  $\dot{N}_i$  subtrahieren wir den soeben bestimmten Kurvenverlauf:

$$\dot{N}_i^k = \dot{N}_i - (\kappa \cdot e^{-\lambda t_i} + \tau) = \dot{N}_i - \dot{N}(t_i)\tag{47}$$

Bevor wir dies allerdings tun können, muss die Unsicherheit auf die Größe  $\dot{N}(t_i)$  bestimmt werden. Dies ist – im Gegensatz zu vorigen Rechnungen – nicht allzu trivial, da neben reinen Varianzen auch Kovarianzen in der Kovarianzmatrix (vgl. Gleichung (45)) gegeben sind. Die Gaußsche Fehler-

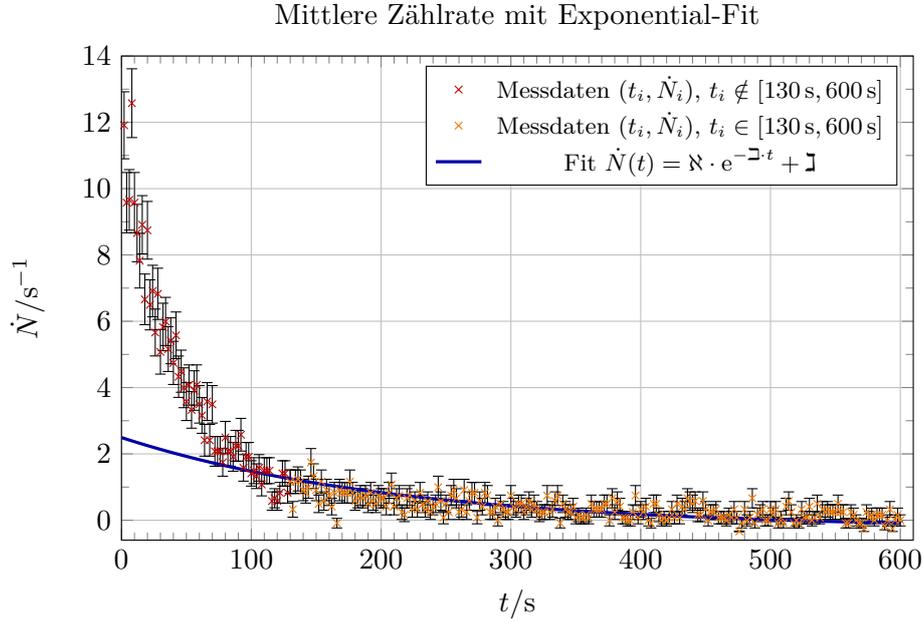


Abbildung 7: Mittlere Zählraten zusammen mit einem Exponentialfit. Wertepaare, die sich in dem Intervall  $[130 \text{ s}, 600 \text{ s}]$  befinden, sind durch einen orangenen Farbton hervorgehoben.

fortpflanzung angepasst auf Kovarianzen liefert uns

$$\begin{aligned}
 s_{\dot{N}(t_i)}^2 &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{N}(t_i)}{\partial N_0} \\ \frac{\partial \dot{N}(t_i)}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial \dot{N}(t_i)}{\partial \gamma} \end{pmatrix}^\top \cdot V \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{N}(t_i)}{\partial N_0} \\ \frac{\partial \dot{N}(t_i)}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial \dot{N}(t_i)}{\partial \gamma} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} e^{-\lambda t_i} & -t_i \lambda e^{-\lambda t_i} & 1 \end{pmatrix} \cdot V \cdot \begin{pmatrix} e^{-\lambda t_i} \\ -t_i \lambda e^{-\lambda t_i} \\ 1 \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{48}$$

wobei die Multiplikation als Matrix-Vektor-Multiplikation zu verstehen ist. Diese Unsicherheit kann nun wie gewohnt nach Gleichung (47) fortgepflanzt werden:

$$s_{\dot{N}_i^k} = \sqrt{s_{\dot{N}_i}^2 + s_{\dot{N}(t_i)}^2} \tag{49}$$

Nun muss noch das Intervall gewählt werden, in dem sich die nach Gleichung (47) berechneten Werte befinden und für die der Fit durchgeführt werden soll. Um wieder einen möglichst vergleichbaren Wert zu gewährleisten und dadurch die Integralquotientenmethode mit der Fit-Methode besser vergleichen zu können, wählen wir erneut als Grenzen für den Fit zur Bestimmung der kurzen Halbwertszeit das Intervall  $[0 \text{ s}, 90 \text{ s}]$ . Analog zum vorigen

Abschnitt kann der Fit durch aufrufen der `curve_fit`-Methode durchgeführt werden. Erneut übergeben wir eine Funktion der Form, wie sie auch in Gleichung (43) aufgeführt ist, sowie die Zeiten  $t_i$  und die bereinigten Zählraten  $\dot{N}_i^k$ . Als `sigma` werden die Unsicherheiten  $s_{\dot{N}_i^k}$  gewählt; für die Startwerte `p0` verwenden wir nur grob geschätzte Werte, die dem Algorithmus die erwartete Größenordnung vorgeben sollen. Ausführen des Fits bringt die Regressionsparameter

$$\begin{aligned} \aleph &= (9,8 \pm 0,4) \text{ Bq}, \\ \beth &= (2,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{s}}, \\ \beth &= (-0,38 \pm 0,31) \frac{1}{\text{s}}. \end{aligned} \quad (50)$$

Auch hier wurden die Unsicherheiten der Kovarianzmatrix  $V$  entnommen. Diese lautet

$$V = \begin{pmatrix} 1,70 \cdot 10^{-1} & 3,43 \cdot 10^{-4} & -5,68 \cdot 10^{-3} \\ 3,43 \cdot 10^{-4} & 1,16 \cdot 10^{-5} & 9,91 \cdot 10^{-4} \\ -5,68 \cdot 10^{-3} & 9,91 \cdot 10^{-4} & 9,83 \cdot 10^{-2} \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}}. \quad (51)$$

Wieder können aus den Fitergebnissen in Gleichung (50) die Zerfallskonstante  $\lambda$ , sowie die mittlere Lebensdauer  $\tau$  und die Halbwertszeit  $T_{1/2}$  analog zum vorigen Abschnitt bestimmt werden. Dabei erhalten wir:

$$\begin{aligned} \lambda &= (2,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{s}}, \\ \tau &= (35 \pm 4) \text{ s}, \\ T_{1/2} &= (24 \pm 3) \text{ s}. \end{aligned} \quad (52)$$

Der zweite Fit kann allein in Abb. 8 eingesehen werden. Im Anhang in Abbildung 10 sind beide Fits zu sehen, wobei der Fit des kürzeren Zerfalls auf den des längeren addiert wurde.

## 6 Diskussion

### 6.1 Erste Zwischenanalyse

Aus der ersten Zwischenanalyse erhielten wir für die Zerfallskonstante den Wert

$$\lambda_1 = \frac{\log(I_1/I_2)}{\Delta t} = 4,96 \cdot 10^{-3} \text{ Bq}. \quad (53)$$

Für die mittlere Lebensdauer berechneten wir

$$\tau_1 = \frac{\Delta t}{\log(I_1/I_2)} = 200,89 \text{ s}. \quad (54)$$

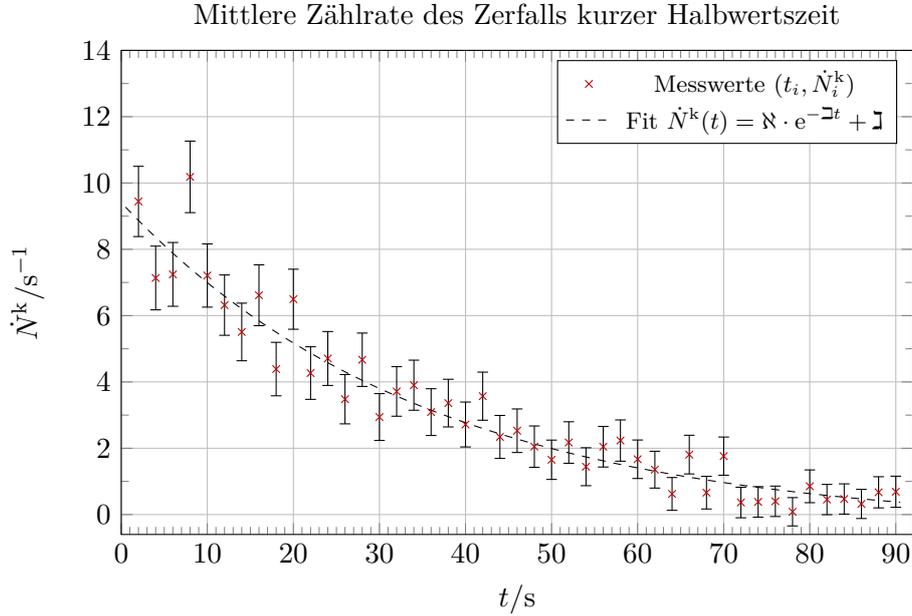


Abbildung 8: Mittlere Zählraten des kurzen Zerfalls mit zugehörigem Fit. Der gestrichelte Fit basiert auf den Daten in Gleichung (50).

Daraus erhielten wir für die Halbwertszeit des langlebigen Isotops

$$T_{1/2} = \log(2)\tau = 139,24 \text{ s.} \quad (55)$$

Dieser Wert weicht etwas von dem theoretischen Wert von 142 s für die Halbwertszeit von  $^{108}_{47}\text{Ag}$  ab, jedoch ist die Abweichung sehr gering und kann unter Berücksichtigung, dass wir für diese Zwischenanalyse nur eine Zerfallskurve aufgenommen und den Untergrund nicht mit einberechnet haben als durchaus akzeptabel angesehen werden.

## 6.2 Mittlerer Untergrund

Für den Untergrund erhielten wir eine mittlere Zählrate von

$$\dot{N}_U = (0,339 \pm 0,011) \text{ Bq} \quad (56)$$

Aus dem Verlauf der Untergrundzählrate in Abb. 4 kann man deutlich erkennen, dass die mittlere Zerfallsrate des Untergrunds schwankt, jedoch im Mittel konstant ist. Die Schwankungen im Rahmen der Unsicherheiten sind ganz normal, weil der radioaktive Zerfall ein natürlicher Prozess ist, der zufällig abläuft.

### 6.3 Berechnungen der Halbwertszeiten und Lebensdauern über die Integralquotientenmethode

Aus der Berechnung der langen Halbwertszeit über die Integralquotientenmethode, erhielten wir für den Wert der Zerfallskonstante

$$\lambda_{108} = (4,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-3} \text{ Bq}, \quad (57)$$

für die mittlere Lebensdauer

$$\tau_{108} = (204 \pm 22) \text{ s} \quad (58)$$

und somit für die Halbwertszeit des langlebigen Isotops

$$T_{1/2}^{108} = (142 \pm 15) \text{ s}. \quad (59)$$

Dieser Wert für die berechnete Halbwertszeit stimmt sehr gut mit dem Literaturwert [1] von 142 s für die Halbwertszeit von  $^{108}_{47}\text{Ag}$  überein.

Jetzt konnten wir im zeitlichen Anfangsbereich von der Gesamtmessung der Counts den Untergrund sowie die Counts des langlebigen Isotops abziehen und erhielten so eine gute Abschätzung für den Zerfall des kurzlebigen Isotops. Für das kurzlebige Isotop erhielten wir über eine lineare Regression die folgenden Ergebnisse:

$$\begin{aligned} \lambda_{110} &= (0,0269 \pm 0,0008) \text{ Bq} \\ \tau_{110} &= (37,0 \pm 1,0) \text{ s} \\ T_{1/2}^{110} &= (25,8 \pm 0,7) \text{ s}. \end{aligned} \quad (60)$$

Der Literaturwert [1] der Halbwertszeit vom kurzlebigen Isotop beträgt 24,6 s, liegt also innerhalb von zwei  $\sigma$ -Umgebungen des von uns berechneten Wertes. Dieses Ergebnis ist zwar nicht so exakt wie das für das langlebige Isotop, aber dennoch sehr akzeptabel, da wir berücksichtigen müssen, dass sich die für das kurzlebige Isotop berechneten Werte erst aus der Berechnung der Werte für das langlebige Isotop ergeben. Das bedeutet, dass sich auch die (möglicherweise systematischen) Fehler weiter fortpflanzen.

Daraus können wir schließen, dass die Integralquotientenmethode zumindest zur Berechnung der langen Halbwertszeit logischerweise ein besseres Ergebnis liefert, wenn man mehrere Zerfallskurven und nicht nur eine aufnimmt.

#### 6.4 Berechnungen der Halbwertszeiten und Lebensdauern über die numerische Fit-Methode

Über diese Methode erhielten wir mit einem Exponentialfit für das langlebige Isotop die folgenden Werte:

$$\begin{aligned}\lambda_{108} &= (4,6 \pm 1,0) \frac{1}{\text{s}} \\ \tau_{108} &= (220 \pm 50) \text{s} \\ T_{1/2}^{108} &= (150 \pm 30) \text{s}\end{aligned}\tag{61}$$

und für das kurzlebige

$$\begin{aligned}\lambda_{110} &= (2,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{s}}, \\ \tau_{110} &= (35 \pm 4) \text{s}, \\ T_{1/2}^{110} &= (24 \pm 3) \text{s}.\end{aligned}\tag{62}$$

Wir können erkennen, dass die Halbwertszeit für das langlebige Isotop nicht mehr so exakt den Literaturwert trifft, wie bei der Berechnung über die Integralquotientenmethode. Allerdings ist nun auch der Fehler auf die berechnete Größe doppelt so hoch und im Rahmen dieser Unsicherheit stimmt auch der über die numerische Fit-Methode berechnete Wert gut mit dem Literaturwert von 142s überein. Jetzt ist dagegen aber der Wert für die Halbwertszeit des kurzlebigen Isotops exakter und trifft sehr gut den Literaturwert von 24,6s.

Daraus lässt sich schließen, dass man nicht genau sagen kann, welche der beiden Methoden besser ist zum bestimmen der Halbwertszeiten und Lebensdauern. Beide Methoden liefern relativ gute Ergebnisse. Dennoch ist zu berücksichtigen, dass sich in unseren Messungen zwei exponentielle Zerfälle (und noch zusätzlich der Untergrund) überlagern. Daher ist es nicht sehr genau nur über eine Methode, die charakteristischen Zeiten zu berechnen. Wenn nämlich schon in der Berechnung für das langlebige Isotop ein Fehler aufgetreten ist, wirkt dieser sich auch, egal unter Verwendung welcher der beiden Methoden, auf die Berechnung der Werte für das kurzlebige Isotop aus. Von daher ist es sinnvoll, die Berechnungen über zwei verschiedene Methoden durchzuführen. So erhält man Ergebnisse, die man miteinander vergleichen und eventuell noch ihren Mittelwerte bilden kann, um anschließend genaue Ergebnisse für die charakteristischen Zeiten von sowohl dem langlebigen als auch dem kurzlebigen Isotop zu erhalten.

## A Anhang

### A.1 Berechnung der Aktivität eines Ag-Präparates

Für eine konstante Aktivierungsrate gilt

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) + c \quad (63)$$

mit konstantem Anteil  $c$  auf Grund des Neutronenüberschusses. Daraus folgt mit dem Zerfallsgesetz Gleichung (1) und dem Wert für  $\lambda$  aus Gleichung (4)

$$A(t) = A_{\text{ges}} \left( 1 - e^{-\log(2) \cdot t / T_{1/2}} \right). \quad (64)$$

Möchte man nun eine Aktivierung  $A(t) = 0,99$ , so erhält man bei einer Aktivierungszeit von  $10 \text{ min} = 600 \text{ s}$  eine Halbwertszeit von

$$T_{1/2} = -\frac{\log(0,01)}{\log(2)} \cdot 600 \text{ s} \approx 90,36 \text{ s}. \quad (65)$$

Geht man vereinfacht davon aus, dass neutronenaktiviertes Silber nur eine Halbwertszeit besitzt, bildet der berechnete Wert einen einigermaßen guten Mittelwert für die beiden Halbwertszeiten von  $^{110}_{47}\text{Ag}$  (etwa 24 s) und  $^{108}_{47}\text{Ag}$  (etwa 142 s) nach [1]. Da er sogar etwas über dem Mittelwert liegt, sind damit auch gewisse natürliche Schwankungen des radioaktiven Zerfalls berücksichtigt.

## A.2 Messtabellen

$i$	$t$ in s	$N_{ij}^U$			
		$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$
1	30	$14 \pm 4$	$13 \pm 4$	$11 \pm 3$	$11 \pm 3$
2	60	$12 \pm 3$	$13 \pm 4$	$8 \pm 3$	$16 \pm 4$
3	90	$15 \pm 4$	$14 \pm 4$	$9 \pm 3$	$8 \pm 3$
4	120	$5 \pm 2$	$9 \pm 3$	$15 \pm 4$	$10 \pm 3$
5	150	$10 \pm 3$	$6 \pm 2$	$14 \pm 4$	$12 \pm 3$
6	180	$9 \pm 3$	$11 \pm 3$	$8 \pm 3$	$11 \pm 3$
7	210	$8 \pm 3$	$13 \pm 4$	$11 \pm 3$	$11 \pm 3$
8	240	$8 \pm 3$	$14 \pm 4$	$9 \pm 3$	$8 \pm 3$
9	270	$11 \pm 3$	$12 \pm 3$	$9 \pm 3$	$14 \pm 4$
10	300	$9 \pm 3$	$12 \pm 3$	$9 \pm 3$	$13 \pm 4$
11	330	–	$13 \pm 4$	$6 \pm 2$	$4 \pm 2$
12	360	–	$9 \pm 3$	$13 \pm 4$	$7 \pm 3$
13	390	–	$15 \pm 4$	$6 \pm 2$	$9 \pm 3$
14	420	–	$13 \pm 4$	$11 \pm 3$	$8 \pm 3$
15	450	–	$10 \pm 3$	$6 \pm 2$	$6 \pm 2$
16	480	–	$10 \pm 3$	$10 \pm 3$	$7 \pm 3$
17	510	–	$7 \pm 3$	$12 \pm 3$	$14 \pm 4$
18	540	–	$7 \pm 3$	$7 \pm 3$	$12 \pm 3$
19	570	–	$9 \pm 3$	$11 \pm 3$	$13 \pm 4$
20	600	–	$9 \pm 3$	$15 \pm 4$	$7 \pm 3$

Tabelle 2: Counts der vier Untergrundmessungen. Die Unsicherheit aller Count-Werte wurde über die Wurzel des Wertes berechnet.

$i$	$t$ in s	$N_{ij}$					
		$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$	$j = 6$
1	2	25 ± 5	19 ± 4	29 ± 5	22 ± 5	18 ± 4	34 ± 6
2	4	14 ± 4	15 ± 4	30 ± 5	25 ± 5	19 ± 4	16 ± 4
3	6	17 ± 4	22 ± 5	17 ± 4	32 ± 6	17 ± 4	15 ± 4
4	8	12 ± 3	31 ± 6	32 ± 6	26 ± 5	26 ± 5	28 ± 5
5	10	25 ± 5	11 ± 3	24 ± 5	17 ± 4	21 ± 5	21 ± 5
6	12	29 ± 5	12 ± 3	9 ± 3	15 ± 4	23 ± 5	20 ± 4
7	14	11 ± 3	16 ± 4	20 ± 4	16 ± 4	16 ± 4	19 ± 4
8	16	19 ± 4	19 ± 4	21 ± 5	16 ± 4	15 ± 4	21 ± 5
9	18	12 ± 3	13 ± 4	9 ± 3	20 ± 4	13 ± 4	17 ± 4
10	20	14 ± 4	18 ± 4	22 ± 5	18 ± 4	17 ± 4	20 ± 4
11	22	18 ± 4	14 ± 4	12 ± 3	14 ± 4	13 ± 4	11 ± 3
12	24	15 ± 4	11 ± 3	15 ± 4	16 ± 4	10 ± 3	20 ± 4
13	26	13 ± 4	11 ± 3	8 ± 3	8 ± 3	15 ± 4	17 ± 4
14	28	11 ± 3	12 ± 3	9 ± 3	16 ± 4	23 ± 5	15 ± 4
15	30	15 ± 4	12 ± 3	11 ± 3	5 ± 2	9 ± 3	13 ± 4
16	32	9 ± 3	14 ± 4	13 ± 4	12 ± 3	17 ± 4	9 ± 3
17	34	19 ± 4	10 ± 3	11 ± 3	9 ± 3	12 ± 3	15 ± 4
18	36	10 ± 3	12 ± 3	11 ± 3	12 ± 3	9 ± 3	12 ± 3
19	38	12 ± 3	14 ± 4	11 ± 3	11 ± 3	10 ± 3	11 ± 3
20	40	9 ± 3	7 ± 3	10 ± 3	14 ± 4	11 ± 3	10 ± 3
21	42	12 ± 3	9 ± 3	6 ± 2	20 ± 4	12 ± 3	12 ± 3
22	44	8 ± 3	7 ± 3	7 ± 3	14 ± 4	11 ± 3	9 ± 3
23	46	14 ± 4	5 ± 2	10 ± 3	10 ± 3	8 ± 3	11 ± 3
24	48	11 ± 3	8 ± 3	7 ± 3	12 ± 3	9 ± 3	5 ± 2
25	50	9 ± 3	8 ± 3	7 ± 3	9 ± 3	4 ± 2	10 ± 3
26	52	9 ± 3	7 ± 3	3 ± 2	12 ± 3	10 ± 3	12 ± 3
27	54	8 ± 3	6 ± 2	5 ± 2	9 ± 3	12 ± 3	4 ± 2
28	56	8 ± 3	6 ± 2	11 ± 3	7 ± 3	10 ± 3	9 ± 3
29	58	12 ± 3	4 ± 2	10 ± 3	8 ± 3	10 ± 3	9 ± 3
30	60	8 ± 3	6 ± 2	7 ± 3	8 ± 3	8 ± 3	9 ± 3
31	62	10 ± 3	10 ± 3	4 ± 2	9 ± 3	6 ± 2	3 ± 2
32	64	4 ± 2	4 ± 2	5 ± 2	6 ± 2	4 ± 2	10 ± 3
33	66	7 ± 3	11 ± 3	9 ± 3	7 ± 3	7 ± 3	6 ± 2
34	68	4 ± 2	4 ± 2	8 ± 3	5 ± 2	8 ± 3	4 ± 2
35	70	8 ± 3	5 ± 2	8 ± 3	7 ± 3	7 ± 3	11 ± 3
36	72	3 ± 2	6 ± 2	6 ± 2	4 ± 2	3 ± 2	7 ± 3
37	74	2 ± 1	6 ± 2	5 ± 2	4 ± 2	3 ± 2	9 ± 3
38	76	2 ± 1	10 ± 3	5 ± 2	5 ± 2	4 ± 2	3 ± 2
39	78	3 ± 2	4 ± 2	6 ± 2	4 ± 2	1 ± 1	7 ± 3
40	80	5 ± 2	5 ± 2	5 ± 2	7 ± 3	5 ± 2	7 ± 3
41	82	6 ± 2	5 ± 2	5 ± 2	8 ± 3	2 ± 1	3 ± 2
42	84	4 ± 2	3 ± 2	6 ± 2	6 ± 2	7 ± 3	3 ± 2
43	86	4 ± 2	3 ± 2	7 ± 3	7 ± 3	1 ± 1	5 ± 2
44	88	7 ± 3	3 ± 2	3 ± 2	2 ± 1	13 ± 4	3 ± 2
45	90	6 ± 2	3 ± 2	3 ± 2	7 ± 3	5 ± 2	7 ± 3
46	92	4 ± 2	4 ± 2	9 ± 3	7 ± 3	5 ± 2	6 ± 2
47	94	5 ± 2	4 ± 2	4 ± 2	3 ± 2	3 ± 2	4 ± 2
48	96	6 ± 2	4 ± 2	5 ± 2	9 ± 3	1 ± 1	2 ± 1
49	98	2 ± 1	7 ± 3	4 ± 2	9 ± 3	1 ± 1	4 ± 2
50	100	6 ± 2	0 ± 1	4 ± 2	3 ± 2	4 ± 2	4 ± 2

Tabelle 3: Counts der sechs Zerfallsmessungen. Die Unsicherheit der Counts wurde über die Wurzel des Wertes berechnet.

$i$	$t$ in s	$N_{ij}$					
		$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
51	102	5 ± 2	8 ± 3	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	5 ± 2
52	104	7 ± 3	0 ± 1	3 ± 2	5 ± 2	3 ± 2	2 ± 1
53	106	5 ± 2	3 ± 2	6 ± 2	3 ± 2	5 ± 2	1 ± 1
54	108	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	5 ± 2	4 ± 2
55	110	4 ± 2	2 ± 1	4 ± 2	4 ± 2	4 ± 2	4 ± 2
56	112	1 ± 1	4 ± 2	5 ± 2	3 ± 2	4 ± 2	5 ± 2
57	114	3 ± 2	4 ± 2	5 ± 2	5 ± 2	4 ± 2	1 ± 1
58	116	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	5 ± 2	0 ± 1	3 ± 2
59	118	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	4 ± 2	3 ± 2	1 ± 1
60	120	3 ± 2	1 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1
61	122	6 ± 2	0 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	3 ± 2
62	124	3 ± 2	2 ± 1	4 ± 2	2 ± 1	2 ± 1	8 ± 3
63	126	5 ± 2	1 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	7 ± 3	2 ± 1
64	128	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	4 ± 2	3 ± 2	2 ± 1
65	130	4 ± 2	1 ± 1	3 ± 2	4 ± 2	6 ± 2	0 ± 1
66	132	3 ± 2	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1
67	134	4 ± 2	2 ± 1	5 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	5 ± 2
68	136	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	7 ± 3	5 ± 2	2 ± 1
69	138	4 ± 2	4 ± 2	2 ± 1	4 ± 2	2 ± 1	2 ± 1
70	140	1 ± 1	4 ± 2	2 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	3 ± 2
71	142	0 ± 1	5 ± 2	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	2 ± 1
72	144	0 ± 1	6 ± 2	2 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	2 ± 1
73	146	5 ± 2	2 ± 1	4 ± 2	6 ± 2	7 ± 3	1 ± 1
74	148	2 ± 1	4 ± 2	3 ± 2	4 ± 2	3 ± 2	4 ± 2
75	150	2 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	4 ± 2	2 ± 1	2 ± 1
76	152	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	4 ± 2	0 ± 1	1 ± 1
77	154	4 ± 2	0 ± 1	4 ± 2	6 ± 2	1 ± 1	3 ± 2
78	156	2 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1
79	158	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	3 ± 2	4 ± 2	1 ± 1
80	160	3 ± 2	4 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	4 ± 2	0 ± 1
81	162	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	3 ± 2
82	164	2 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	1 ± 1	2 ± 1	3 ± 2
83	166	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
84	168	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	4 ± 2	4 ± 2	0 ± 1
85	170	6 ± 2	0 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	3 ± 2
86	172	3 ± 2	0 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	3 ± 2	2 ± 1
87	174	3 ± 2	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	4 ± 2	0 ± 1
88	176	4 ± 2	3 ± 2	4 ± 2	2 ± 1	4 ± 2	1 ± 1
89	178	1 ± 1	1 ± 1	4 ± 2	3 ± 2	4 ± 2	1 ± 1
90	180	2 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1
91	182	1 ± 1	1 ± 1	4 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	5 ± 2
92	184	2 ± 1	1 ± 1	4 ± 2	4 ± 2	2 ± 1	0 ± 1
93	186	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	4 ± 2	3 ± 2
94	188	5 ± 2	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
95	190	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1
96	192	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	4 ± 2
97	194	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1
98	196	2 ± 1	4 ± 2	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
99	198	4 ± 2	3 ± 2	0 ± 1	4 ± 2	1 ± 1	1 ± 1
100	200	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	5 ± 2	2 ± 1	1 ± 1

Tabelle 4: Counts der sechs Zerfallsmessungen. Die Unsicherheit der Counts wurde über die Wurzel des Wertes berechnet.

$i$	$t$ in s	$N_{ij}$					
		$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
101	202	5 ± 2	2 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	0 ± 1
102	204	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	4 ± 2
103	206	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	2 ± 1	4 ± 2	1 ± 1
104	208	1 ± 1	4 ± 2	5 ± 2	3 ± 2	2 ± 1	2 ± 1
105	210	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	0 ± 1
106	212	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	4 ± 2
107	214	2 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	1 ± 1
108	216	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	3 ± 2
109	218	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
110	220	2 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	3 ± 2
111	222	2 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	3 ± 2
112	224	2 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
113	226	3 ± 2	0 ± 1	0 ± 1	5 ± 2	1 ± 1	2 ± 1
114	228	2 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
115	230	2 ± 1	3 ± 2	4 ± 2	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2
116	232	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	3 ± 2
117	234	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	0 ± 1
118	236	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	4 ± 2
119	238	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
120	240	0 ± 1	4 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
121	242	4 ± 2	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
122	244	5 ± 2	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	6 ± 2	2 ± 1
123	246	2 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	2 ± 1
124	248	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
125	250	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2
126	252	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	4 ± 2	0 ± 1
127	254	4 ± 2	1 ± 1	4 ± 2	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
128	256	4 ± 2	2 ± 1	5 ± 2	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
129	258	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	1 ± 1	4 ± 2
130	260	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
131	262	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
132	264	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	2 ± 1	5 ± 2
133	266	0 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1
134	268	3 ± 2	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1
135	270	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	4 ± 2	3 ± 2	2 ± 1
136	272	3 ± 2	3 ± 2	3 ± 2	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1
137	274	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1
138	276	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	5 ± 2
139	278	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
140	280	0 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	4 ± 2
141	282	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	3 ± 2
142	284	0 ± 1	1 ± 1	4 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
143	286	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
144	288	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	1 ± 1
145	290	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
146	292	1 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	1 ± 1
147	294	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	1 ± 1
148	296	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1
149	298	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
150	300	1 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	3 ± 2	1 ± 1

Tabelle 5: Counts der sechs Zerfallsmessungen. Die Unsicherheit der Counts wurde über die Wurzel des Wertes berechnet.

$i$	$t$ in s	$N_{ij}$					
		$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
151	302	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1
152	304	3 ± 2	1 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
153	306	0 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	4 ± 2	2 ± 1	0 ± 1
154	308	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	1 ± 1
155	310	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
156	312	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
157	314	6 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
158	316	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
159	318	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2
160	320	1 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
161	322	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
162	324	1 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
163	326	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
164	328	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	4 ± 2	3 ± 2	1 ± 1
165	330	2 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
166	332	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	2 ± 1
167	334	4 ± 2	0 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
168	336	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	4 ± 2	2 ± 1
169	338	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
170	340	5 ± 2	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
171	342	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
172	344	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
173	346	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
174	348	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	4 ± 2	2 ± 1	2 ± 1
175	350	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
176	352	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
177	354	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
178	356	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
179	358	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
180	360	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1
181	362	1 ± 1	1 ± 1	4 ± 2	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1
182	364	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
183	366	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
184	368	3 ± 2	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
185	370	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
186	372	3 ± 2	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1
187	374	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	0 ± 1
188	376	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
189	378	3 ± 2	5 ± 2	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
190	380	1 ± 1	0 ± 1	4 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
191	382	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	3 ± 2	2 ± 1	1 ± 1
192	384	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	4 ± 2
193	386	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
194	388	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
195	390	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
196	392	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
197	394	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1
198	396	5 ± 2	0 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	4 ± 2	1 ± 1
199	398	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
200	400	3 ± 2	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1

Tabelle 6: Counts der sechs Zerfallsmessungen. Die Unsicherheit der Counts wurde über die Wurzel des Wertes berechnet.

$i$	$t$ in s	$N_{ij}$					
		$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
201	402	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
202	404	1 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
203	406	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
204	408	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
205	410	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1
206	412	0 ± 1	4 ± 2	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
207	414	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
208	416	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
209	418	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
210	420	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
211	422	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
212	424	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
213	426	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1
214	428	2 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
215	430	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
216	432	3 ± 2	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	4 ± 2
217	434	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
218	436	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	4 ± 2
219	438	3 ± 2	3 ± 2	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
220	440	1 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
221	442	3 ± 2	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
222	444	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
223	446	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
224	448	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1
225	450	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	0 ± 1
226	452	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
227	454	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
228	456	0 ± 1	4 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
229	458	3 ± 2	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1
230	460	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	3 ± 2
231	462	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
232	464	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
233	466	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
234	468	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1
235	470	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
236	472	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
237	474	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1
238	476	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
239	478	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
240	480	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
241	482	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
242	484	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
243	486	1 ± 1	4 ± 2	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	2 ± 1
244	488	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
245	490	2 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
246	492	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	2 ± 1
247	494	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	3 ± 2
248	496	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
249	498	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
250	500	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	3 ± 2

Tabelle 7: Counts der sechs Zerfallsmessungen. Die Unsicherheit der Counts wurde über die Wurzel des Wertes berechnet.

$i$	$t$ in s	$N_{ij}$					
		$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$	$j=5$	$j=6$
251	502	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
252	504	2 ± 1	0 ± 1	4 ± 2	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
253	506	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
254	508	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1
255	510	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
256	512	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2
257	514	3 ± 2	0 ± 1	2 ± 1	4 ± 2	1 ± 1	1 ± 1
258	516	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	3 ± 2	0 ± 1
259	518	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
260	520	0 ± 1	0 ± 1	4 ± 2	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
261	522	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
262	524	3 ± 2	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
263	526	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
264	528	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
265	530	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	4 ± 2
266	532	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
267	534	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
268	536	0 ± 1	1 ± 1	5 ± 2	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
269	538	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
270	540	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1
271	542	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
272	544	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
273	546	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
274	548	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
275	550	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
276	552	4 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2
277	554	2 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
278	556	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	3 ± 2
279	558	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
280	560	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
281	562	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	2 ± 1
282	564	0 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
283	566	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
284	568	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
285	570	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
286	572	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
287	574	1 ± 1	3 ± 2	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
288	576	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
289	578	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1
290	580	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
291	582	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	2 ± 1
292	584	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	2 ± 1
293	586	2 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
294	588	0 ± 1	0 ± 1	2 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1
295	590	2 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1
296	592	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	3 ± 2	1 ± 1	1 ± 1
297	594	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1
298	596	0 ± 1	0 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	1 ± 1
299	598	1 ± 1	0 ± 1	3 ± 2	0 ± 1	1 ± 1	1 ± 1
300	600	0 ± 1	1 ± 1	0 ± 1	1 ± 1	2 ± 1	0 ± 1

Tabelle 8: Counts der sechs Zerfallsmessungen. Die Unsicherheit der Counts wurde über die Wurzel des Wertes berechnet.



## A.3 Zusätzliche Abbildungen

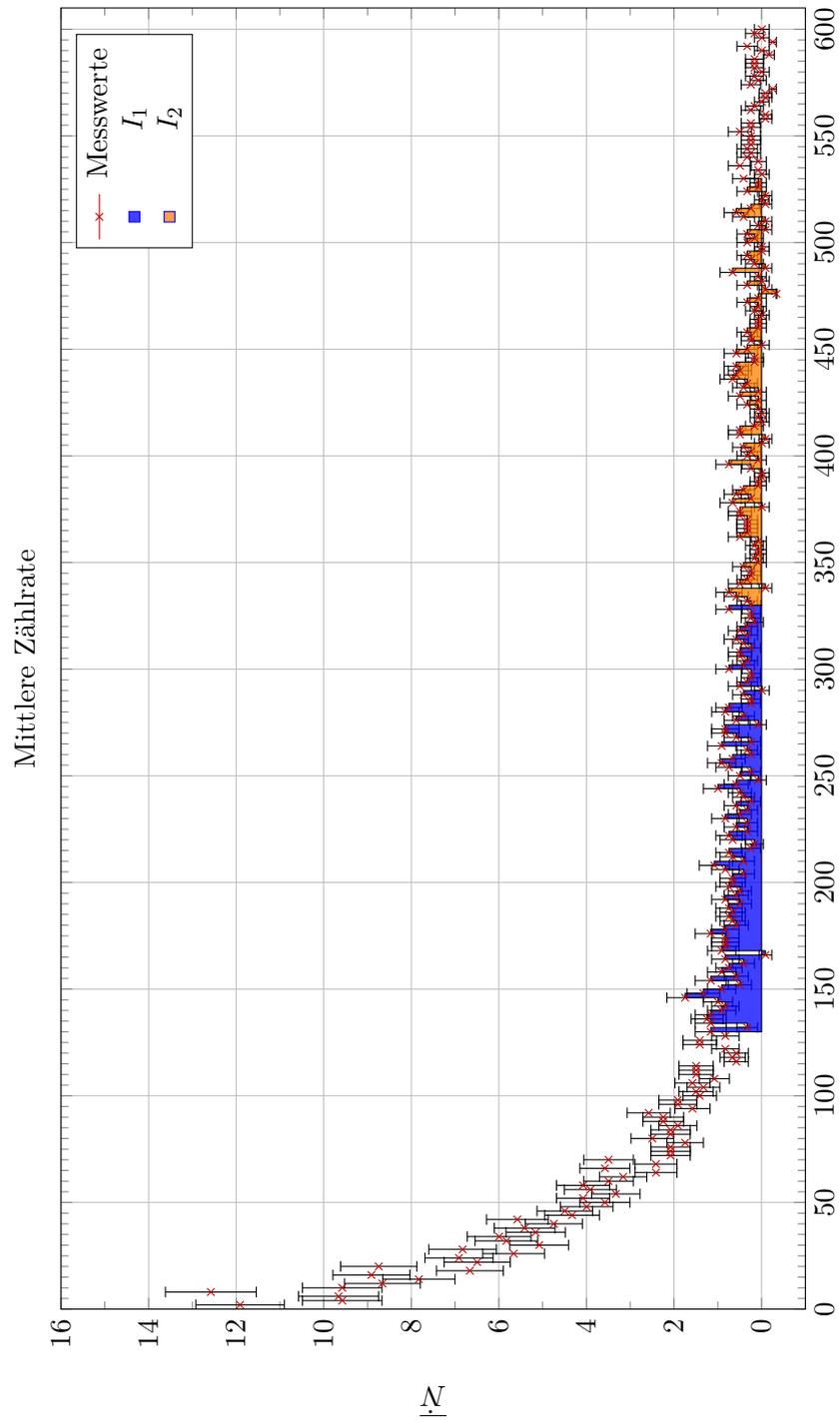


Abbildung 9: Mittlere Zählrate der sechs verschiedenen Messungen abzüglich des Untergrundes vergrößert dargestellt.

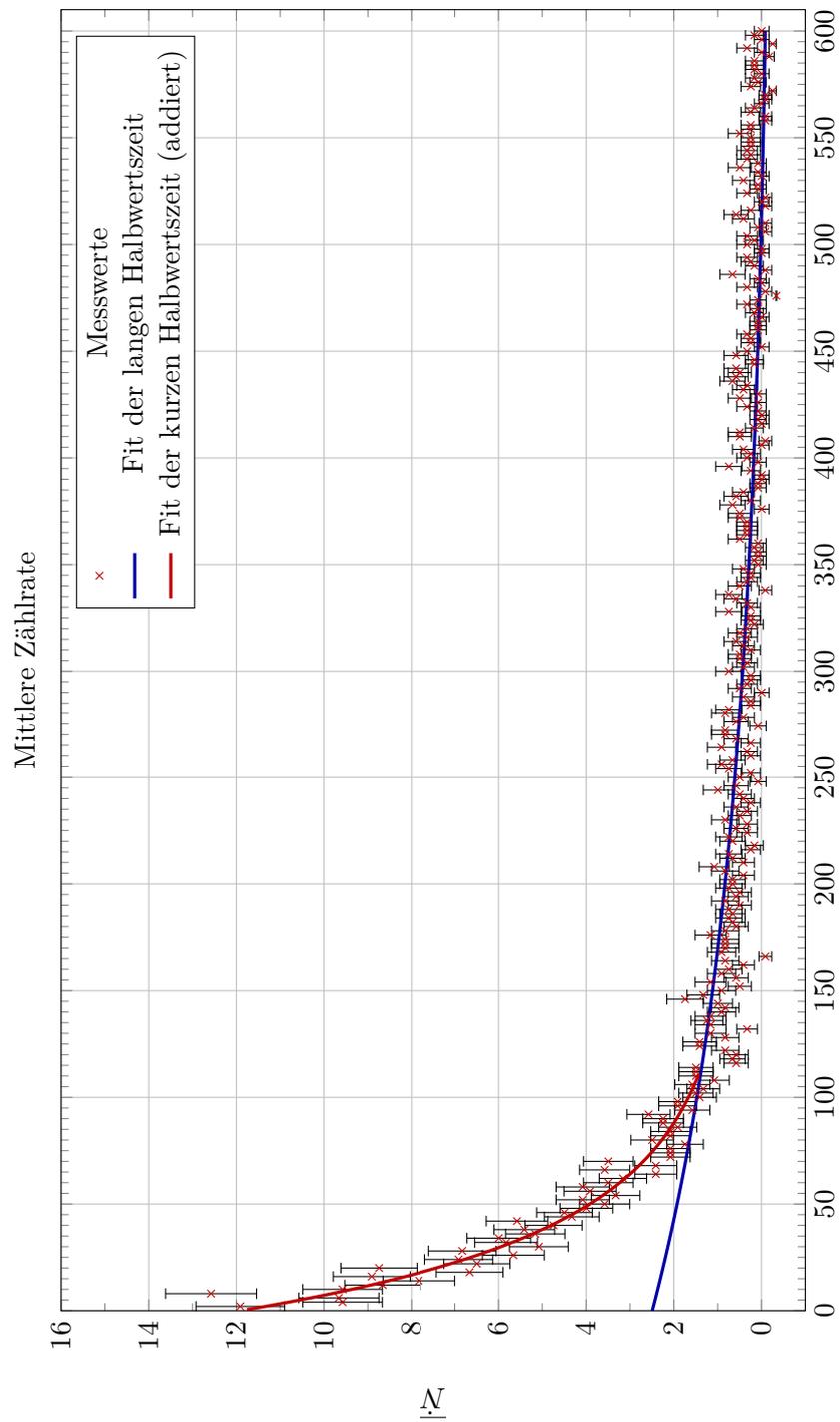
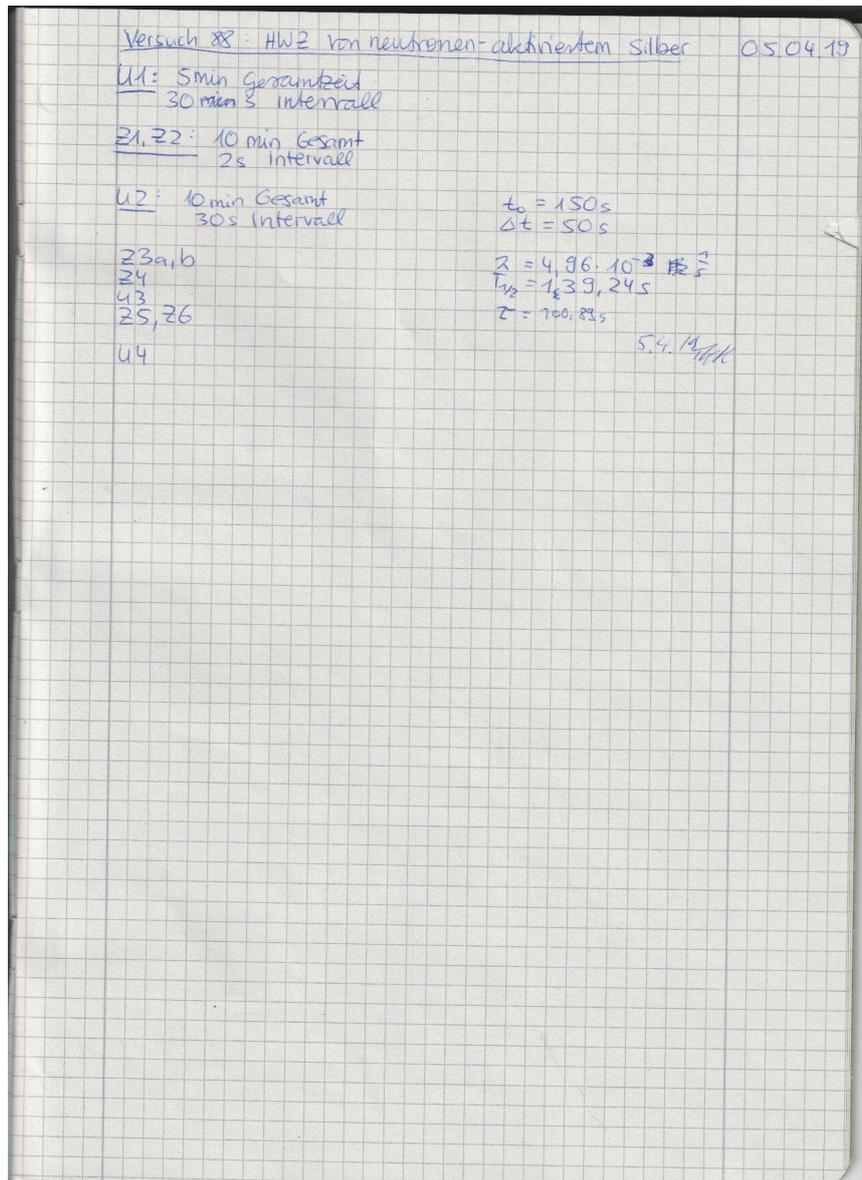


Abbildung 10: Mittlere Zählrate der sechs verschiedenen Messungen abzüglich des Untergrundes mit zwei Ausgleichskurven, die nach der Fit-Methode (siehe Abschnitt 5.4) bestimmt wurden.

## A.4 Laborheft



**Literatur**

- [1] *CRC handbook of chemistry and physics*. Bd. B. 58. CRC Press, 1978
- [2] o.V.: *Versuchsanleitungen zum Physikkabor für Anfänger\*innen, Teil 2*. 2019