

Universität Freiburg  
Physiklabor für Anfänger, Teil 2  
Ferienpraktikum im Wintersemester 2023/2024

# Versuch 86

## Abstandsgesetz



7. November 2024

Datum der Durchführung: 14. März 2024

Tutor: 

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel des Versuches</b>	<b>1</b>
<b>2 Versuch</b>	<b>1</b>
2.1 Aufbau . . . . .	1
2.2 Durchführung . . . . .	1
<b>3 Auswertung und Fehleranalyse</b>	<b>2</b>
3.1 Untergrundzählrate . . . . .	2
3.2 Abstandabhängigkeit eines Gammatrahlers . . . . .	2
3.3 Abstandsabhängigkeit eines anderen Strahlers . . . . .	4
<b>4 Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>6</b>
4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse . . . . .	6
4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis . . . . .	6
4.2.1 Untergrundzählrate . . . . .	6
4.2.2 Abstandabhängigkeit eines Gammatrahlers . . . . .	7
4.2.3 Abstandsabhängigkeit eines anderen Strahlers . . . . .	7
4.3 Verbesserte Methoden . . . . .	8
<b>5 Erklärung zur Autorenschaft</b>	<b>8</b>
<b>6 Anhang</b>	<b>9</b>
6.1 Rohdaten mit Vortestat . . . . .	10
Literatur . . . . .	11

# 1 Ziel des Versuches

Ziel des Versuches ist es, das Abstandsgesetz von  $\gamma$ -Strahlern zu untersuchen. Der gefundene Zusammenhang wird für einen anderen Strahler überprüft.

## 2 Versuch

### 2.1 Aufbau

Der Aufbau für diesen Versuch besteht aus einem Dosisleistungsmessgerät, welches ein Geiger-Müller-Zählrohr enthält. Dieses ist im Messgerät an der Stelle des Strahlenwarnzeichens eingebaut. Untersucht werden für den ersten Teil ein radioaktiver  $\gamma$ -Strahler, nämlich Cäsium-137, sowie für den zweiten Teil Strontium-90. In Abb. 1 sind die beiden Aufbauten beschrieben. Für den ersten Teil ist links die Cs-137-Probe als kleiner Punkt in einer Plexiglasröhre zu sehen und für die zweite Messung rechts in Abb. 1 ist die Sr-90-Probe vorne in einem Metallstab.

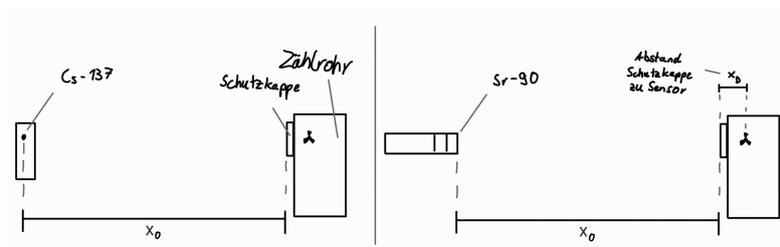


Abbildung 1: Versuchsaufbau

### 2.2 Durchführung

Als erstes wird nur mit dem Dosisleistungsmessgerät die Untergrundzählrate ohne Probe gemessen.

Für die Messungen mit Proben wird der Abstand  $x_0$  zwischen Detektor und Messgerät mit einem Maßband gemessen. Für die erste Messung wird von dem Cs-137 zu der Schutzkappe des Zählrohrs gemessen. Zusätzlich wird der Abstand  $x_D$  zwischen Schutzkappe und Detektor bestimmt. Dann werden mit dem Zählrohr die Anzahl der Ereignisse für unterschiedliche Abstände gemessen.

Für die Messung mit Sr-90 wird äquivalent vorgegangen. Nur der Abstand  $x_0$  wird von der Vorderseite des Metallstabs gemessen.

### 3 Auswertung und Fehleranalyse

#### 3.1 Untergrundzählrate

Um die Untergrundzählrate zu bestimmen, wird eine Messung für  $t_u = 600\text{s}$  durchgeführt. In dieser Zeit werden  $\mu = 672$  Ereignisse gemessen. Damit ergibt sich für die Untergrundzählrate  $R_u = \frac{\mu}{t} = 1,12\frac{1}{\text{s}}$  die systematische Unsicherheit  $\Delta R_u^{sys} = \frac{\sqrt{\mu}}{t} \approx 0,04\frac{1}{\text{s}}$ . Zudem folgt eine statistische Unsicherheit der Untergrundzählrate für die später gewählte Messzeit  $t_1 = 60\text{s}$  mit der dazugehörigen Varianz  $\mu_1 = R_u t_1$ . Diese folgt aus der Poisson-Verteilung mit

$$\Delta R_u^{stat} = \frac{\sqrt{\mu_1}}{t_1} = \frac{\sqrt{1,12\frac{1}{\text{s}} \cdot 60\text{s}}}{60\text{s}} \approx 0,14\frac{1}{\text{s}}$$

Somit ist die Untergrundzählrate mit systematischer und statistischer Unsicherheit

$$R_u = (1,12 \pm 0,04 \pm 0,14)\frac{1}{\text{s}}.$$

Die Zeitmessung gilt als exakt. Die statistische und systematische Unsicherheit lassen sich wie folgt kombinieren

$$\Delta R_u = \sqrt{(\Delta R_u^{sys})^2 + (\Delta R_u^{stat})^2}$$

und insgesamt ergibt sich somit die Untergrundzählrate

$$R_u = (1,12 \pm 0,15)\frac{1}{\text{s}}.$$

#### 3.2 Abstandabhängigkeit eines Gammatrählers

Um die Abstandsabhängigkeit berechnen zu können, muss zuerst der relevante Abstand  $x$  mit  $x = x_0 + x_D$  berechnet werden. Der Fehler folgt dabei mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung<sup>1</sup> aus den Unsicherheiten der beiden Einzelmessungen. Diese kommen aus den dreiecksverteilten Ungenauigkeiten der Messungen mit  $a_0 = 0,5\text{cm}$  und  $a_D = 0,1\text{cm}$ . Es folgt  $\Delta x_0 \approx 0,2\text{cm}$  und  $\Delta x_D \approx 0,04\text{cm}$ . Aus der Fehlerfortpflanzung ergibt somit die Unsicherheit für die gesamte Abstandsmessung mit

$$\Delta x = \sqrt{(0,2\text{cm})^2 + (0,04\text{cm})^2} \approx 0,2\text{cm}.$$

Für die zu bestimmende Zählrate  $R$  gilt die Gleichung

$$R = R_p - R_u.$$

Dabei ist  $R_u$  die Untergrundzählrate und  $R_p$  die vom Zählrohr gemessene Zählrate mit Präparat. Diese berechnet sich wie die Untergrundzählrate aus der Anzahl der gemessenen Ereignisse  $\mu$  mit  $R_p = \frac{\mu}{t}$ . Die Unsicherheit von  $R$  ergibt sich, äquivalent wie oben, mit

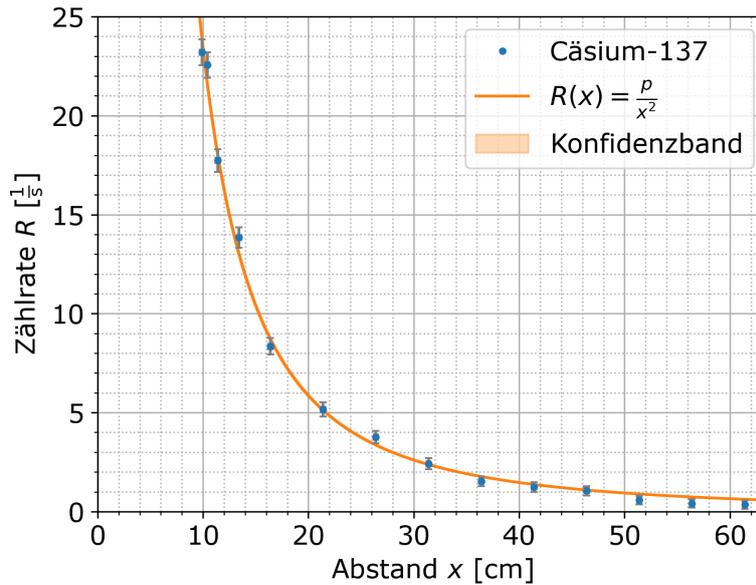


Abbildung 2: Abstandsabhängigkeit der Cäsium-Probe

der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung aus  $\Delta R_u$  und dem jeweiligen Fehler für die einzelnen Messwerte von  $R_p$ , welche wieder aus dem Messwert  $\mu$  mit  $\Delta R_p = \frac{\sqrt{\mu}}{t_1}$  folgen.

In Abb. 2 ist die Abhängigkeit der Zählrate  $R$  vom Abstand  $x$  für das Cäsium-137 dargestellt. Die einzelnen Messwerte sind mit Fehlerbalken für die Zählrate dargestellt. Mittels linearer Regression wird die Funktion  $R_p(x) = \frac{p}{x^2}$  mit dem Parameter  $p$  angepasst, da für  $\gamma$ -Strahler eine  $\frac{1}{x^2}$  Abstandsabhängigkeit erwartet wird. Dies ist als orangene Kurve mit Konfidenzband im Diagramm dargestellt. Die Fehler in  $x$ -Richtung verschwinden durch diese Anpassung. Es ergibt sich eine Güte der Anpassung von  $\chi^2 = 15,1$ , bei 14 Messwerten und einem angepassten Parameter.

Aus den in Abb. 3 dargestellten Werten, kann durch numerische Minimierung von  $\chi^2(p)$  der Parameter-Schätzwert  $\hat{p} = 2344$  bestimmt werden<sup>2</sup>. Somit ist  $\chi^2(\hat{p}) = 15,1$ .

In Abb. 4 ist leicht zu erkennen, dass die gemessenen Werte dem Modell sehr gut folgen. Es sind die Werte mit Fehlerbalken in  $x$  und  $R$  Richtung eingezeichnet, welche wie oben beschrieben, berechnet werden. Dabei ist  $\Delta x = 0,2\text{cm}$  konstant.  $\Delta R$  ist für jeden Messwert Poisson-verteilt und somit immer unterschiedlich. Zusätzlich ist in Abb. 4 auch das angepasste Modell  $R_{\hat{p}}(x)$  zu sehen. Man erkennt klar, dass die Rolle der Fehler auf der  $x$ -Achse mit abnehmendem Abstand zwischen Quelle und Messgeräte an Bedeutung zunehmen, während die Unsicherheiten auf die Zählrate  $R$  durch die hohe Ereigniszahl geringer werden. Eine Betrachtung dieser Messunsicherheit wäre also definitiv wichtig bei Messungen mit vergleichsweise geringem Abstand. Für große Abstände  $x$  fällt aus, dass die Zählraten  $R(x)$  zunehmend unter der Ausgleichsgeraden liegen.

<sup>1</sup>[Bar24a]

<sup>2</sup>[Bar24b]

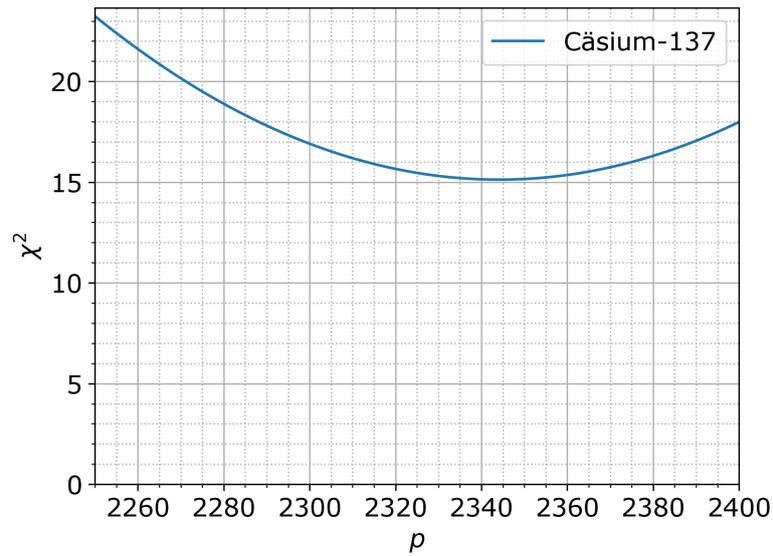


Abbildung 3:  $\chi^2$  in Abhängigkeit des Parameters  $p$

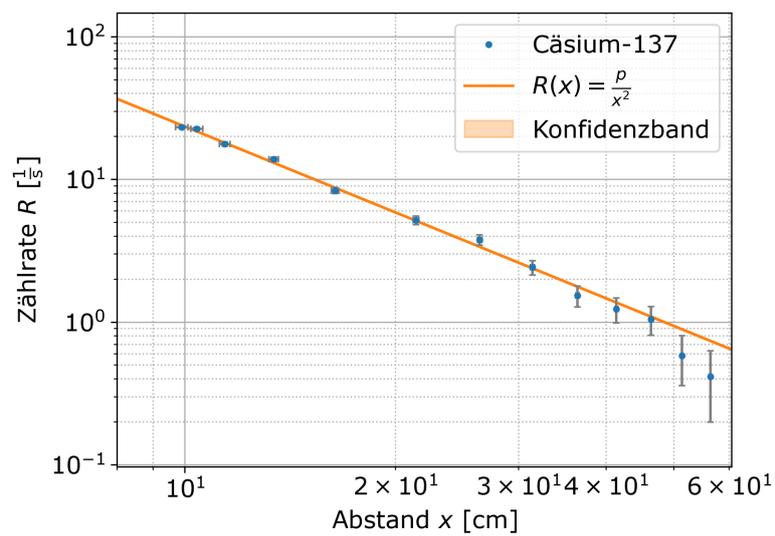


Abbildung 4:  $R(x)$  in doppelt-logarithmischer Darstellung

### 3.3 Abstandsabhängigkeit eines anderen Strahlers

Für die Untersuchung mit einem anderen Strahler wird Strontium-90 verwendet. Aus der Nukleidkarte im Versuchsaufbau<sup>3</sup> ist abzulesen, dass es sich um einen  $\beta$ -Strahler handelt. Vergleicht man Abb. 5 mit Abb. 2 fällt auf, dass bei gleichen Abständen  $x$  bei der Strontium-90 Messung die Zählrate  $R$  deutlich größer ist, als bei der Messung mit Cäsium-

<sup>3</sup>[Bar24c]

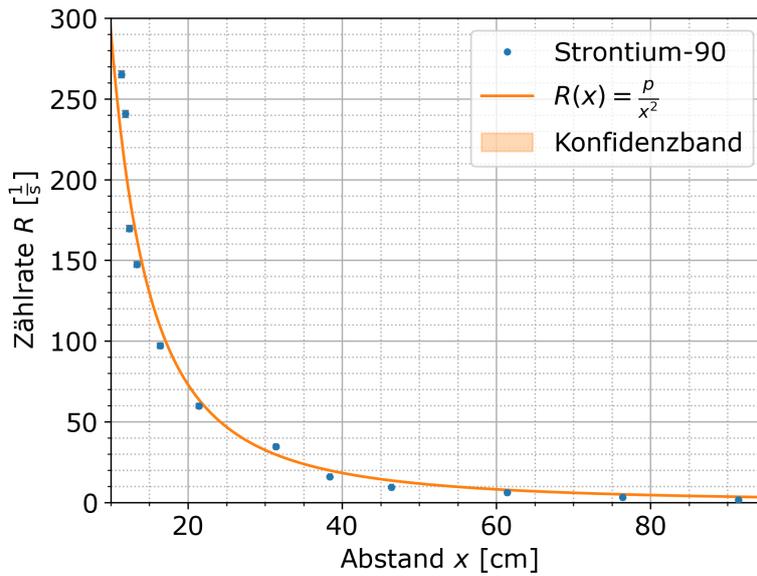


Abbildung 5: Abstandsabhängigkeit der Strontium-Probe

137, deshalb sind die Unsicherheiten in y-Richtung auch relativ kleiner, als bei Abb. 2. Diese kleineren Fehlerbalken machen sich auch direkt bei der analog ausgeführten Näherung mit einer Funktion  $R_p(x) = \frac{p}{x^2}$ . Diese im Plot eingezeichnete Näherung ergibt bei  $\hat{p} = 29238$  eine Güte von  $\chi^2 = 1203$ , bei zwölf Messwerten und einem angepassten Parameter. Die  $\chi^2$ -Werte in Abhängigkeit des Parameters sind auch in Abb. 6 zu sehen.

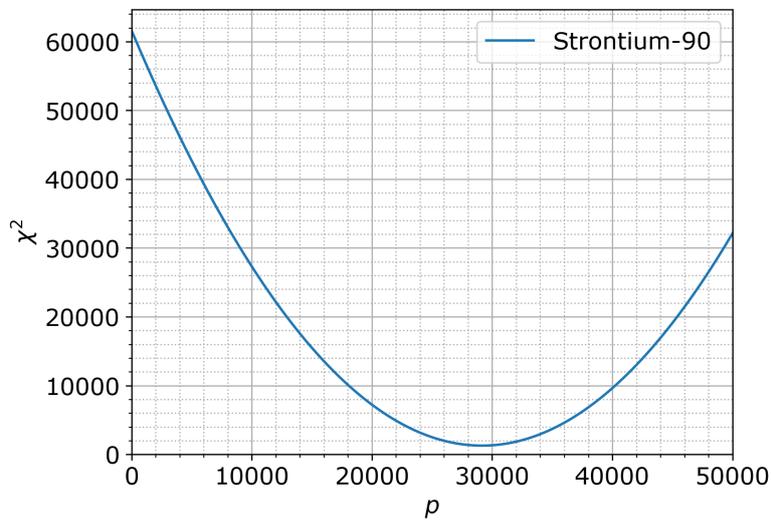


Abbildung 6:  $\chi^2$  in Abhängigkeit des Parameters  $p$

Ein guten Überblick liefert auch der selbe Plot wie in Abb. 5 allerdings mit logarithmi-

schen Achsen. Dies ist in Abb. 7 zu sehen. Auch hier weichen die Werte wie schon in Abb. 4 für große Abstände von der Ausgleichsgerade nach unten ab.

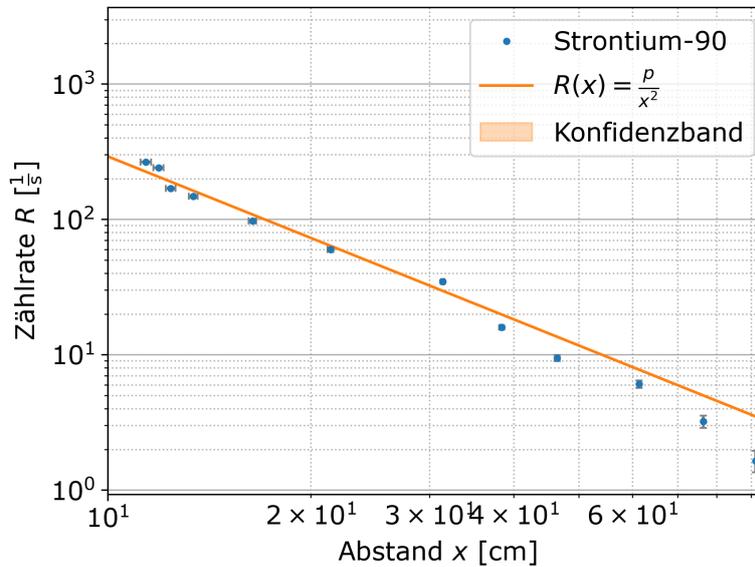


Abbildung 7:  $R(x)$  in doppelt-logarithmischer Darstellung

## 4 Diskussion der Ergebnisse

### 4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Die Untergrundzählrate mit kombinierter Unsicherheit ist

$$R_u = (1,12 \pm 0,15) \frac{1}{s}.$$

### 4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis

#### 4.2.1 Untergrundzählrate

Es ist zu erwarten, dass eine gewisse Untergrundzählrate vorhanden ist, da dauerhaft Strahlung aus der Umgebung in die Messung mit einfließt. Diese lässt sich mit dem verwendeten Aufbau auch nicht verhindern.

Um sicherzustellen, dass der Zusammenhang  $\Delta R_u^{sys} \ll \Delta R_u^{stat} \ll \Delta R_p$  gilt, wird für die Bestimmung der Untergrundzählrate deutlich länger gemessen, als für die Abstandsmessung. Der Unterschied der beiden Unsicherheiten für die Untergrundzählrate folgt aus der beschriebenen Bestimmung der Fehler in Abschnitt 3.1. Somit spielt die Unsicherheit  $\Delta R_u$  kaum eine Rolle im Vergleich zur Unsicherheit  $\Delta R_p$ . Der hier bestimmte Wert genügt den Ansprüchen unserer Messung.

### 4.2.2 Abstandabhängigkeit eines Gammatrahlers

Aus einer Nukleidkarte, wie z.B. im Versuchsaufbau<sup>4</sup> dargestellt, kann abgelesen werden, dass bei Cs-137  $\beta^-$ -Zerfall stattfindet. Davon zerfällt ein Großteil in das metastabile Barium-137m, welches sehr schnell über einen  $\gamma$ -Zerfall in das stabile Ba-137 übergeht, wie in Abb. 8 in Abschnitt 6 zu sehen ist. Dadurch eignet sich Cs-137 als gute  $\gamma$ -Strahlungsquelle.  $\gamma$ -Strahlung ist dabei eine Bezeichnung für hochenergetische elektromagnetische Strahlung. Diese wird mit dem Dosisleistungsmessgerät erfasst und es werden detektierte Ereignisse angezeigt.

Für die  $\gamma$ -Strahlung gilt mit dem Abstandsgesetz für Strahlung der Zusammenhang

$$R \propto \frac{1}{x^2}, \quad (1)$$

welcher im Rahmen der Messung mit einer Güte von  $\chi^2 = 15,1$  weder richtig belegt noch abgelehnt werden kann. Zunächst ist bei 14 Datenpunkten und einem angepassten Parameter ein  $\chi^2$  von ca. 13 zu erwarten. Hier liegen die Messergebnisse darüber, aber sind trotzdem sehr nah. Unter Berücksichtigung der  $x$ -Unsicherheiten, die nicht in die Berechnung des  $\chi^2$ -Werts mit eingehen, ist davon auszugehen, dass die Messergebnisse die These des Abstandsgesetzes aus Gleichung (1) stützen.

Dass die Werte für große Abstände von der Ausgleichsgeraden nach unten abweichen, könnte ein Indiz sein, dass das Modell aus Gleichung (1) nicht mehr zutrifft, oder eine andere Abweichung auftritt. Um das aber genau sagen zu können, ist es nötig mehr Werte für noch größere Abstände zu bestimmen. Eventuell wird auch die verwendete Messmethode zunehmend ungenauer.

### 4.2.3 Abstandsabhängigkeit eines anderen Strahlers

Wie schon in Abschnitt 4.2.2 beschrieben, kann auch für Strontium-90 die Zerfallsart bestimmt werden. Aus Abb. 9 folgt, dass es ein reiner  $\beta^-$ -Zerfall ist. Bei einem  $\beta^-$ -Zerfall werden Elektronen abgestrahlt, welche auch von dem Geiger-Müller-Zählrohr detektiert werden können. Das Abstandsquadratgesetz aus Gleichung (1) gilt auch für die  $\beta$ -Strahlung. Da  $\beta$ -Strahlung energiereicher als  $\gamma$ -Strahlung ist, ist die Beobachtung zu erwarten gewesen, dass für gleiche Abstände die Zählrate  $R$  mit der Strontium-Probe deutlich größer als mit der Cäsium-Probe ist. Dies spiegelt sich auch in der Messung wider.

Anhand der Messung mit Sr-90 kann das Abstandsgesetz aus Gleichung (1) nicht bestätigt werden. Dies liegt an dem hohen  $\chi^2$ -Wert mit  $\chi^2 = 1203$ . Wobei man bei näherer Betrachtung von Abb. 4 durchaus einen im logarithmischen Diagramm linearen Zusammenhang vermuten könnte. Deshalb ist anzunehmen, dass mit genaueren Messgeräten, auch bei dieser Probe das Abstandsgesetz bestätigt werden kann. Für die hier durchgeführte Messung lässt das Ergebnis die Schlussfolgerung zu, dass eine weitere Unsicherheit in der Messung der Ereignisse ist, die nicht berücksichtigt wurde.

---

<sup>4</sup>[Bar24c]

Wie schon in Abschnitt 4.2.2 erwähnt, wird auch die Abweichung der Werte nach unten von der Ausgleichsgeraden in Abb. 7 erklärt.

### **4.3 Verbesserte Methoden**

Um für das Sr-90 den Abstand  $x$  genauer messen zu können, wäre es sinnvoll, exakt zu wissen, an welcher Stelle im Metallstab die radioaktive Probe platziert ist. Außerdem wäre es interessant zu wissen, wie exakt der Detektor misst. Gibt es vielleicht eine Chance dass er ein Strahlungsteilchen nicht registriert, dies wäre relevant für die Messung. Auch wichtig wäre ein Aufbau bei dem man leichter die Probe auf die Höhe des Messgeräts bringt. Der hier verwendete Aufbau mit Hilfe eines Spitzers ist nicht praktikabel auf Dauer und führt zwangsläufig zu schwankenden und instabilen Aufbauten, bei denen schnell etwas kaputt gehen kann.

## **5 Erklärung zur Autorenschaft**

Alle auf der Titelseite genannten Autoren haben in gleichen Teilen zu allen Inhalten dieses Protokolls beigetragen.

## 6 Anhang

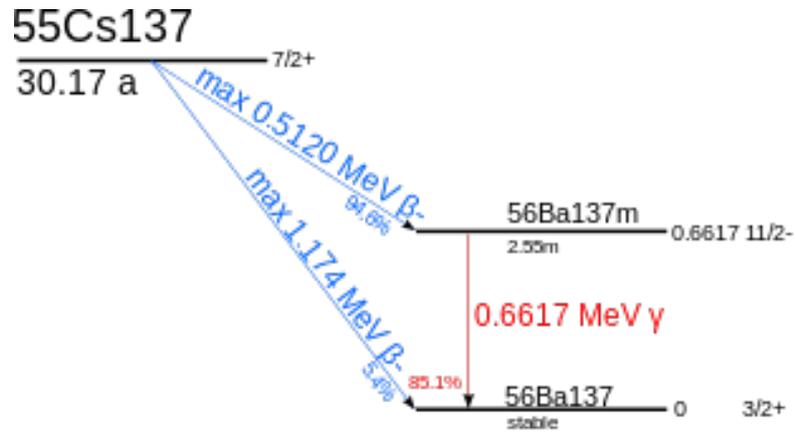


Abbildung 8: Cs-137 Zerfall[Wik11]

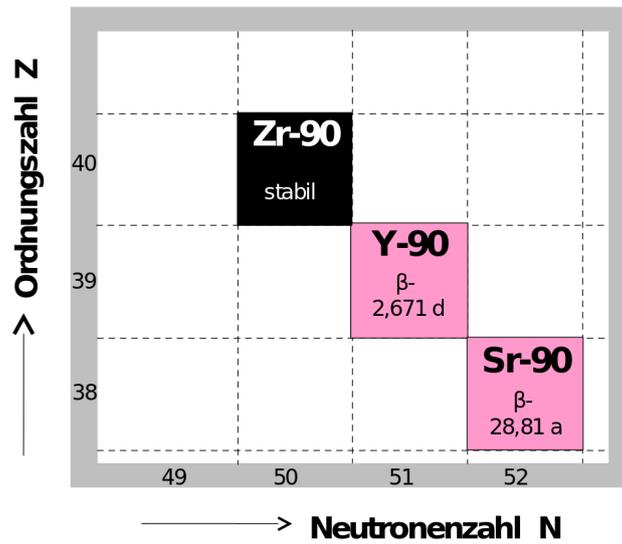


Abbildung 9: Sr-90 Zerfall[Wik13]

## 6.1 Rohdaten mit Vortestat

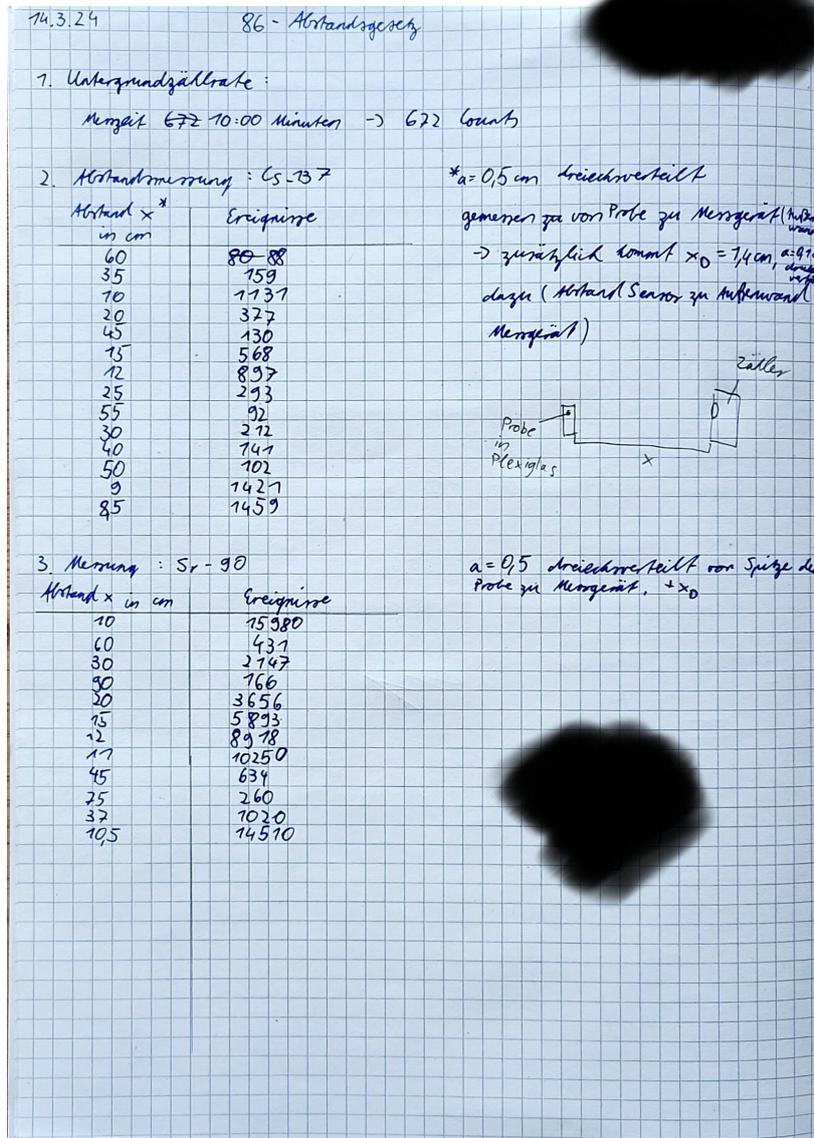


Abbildung 10: Rohdaten

## Literatur

- [Bar24a] Dr. Christof Bartels. *Datenanalyse A*. 29. Jan. 2024. URL: [https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file\\_3372920\\_download&client\\_id=unifreiburg](https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3372920_download&client_id=unifreiburg) (besucht am 05.03.2024).
- [Bar24b] Dr. Christof Bartels. *Datenanalyse B*. 29. Jan. 2024. URL: [https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file\\_3372919\\_download&client\\_id=unifreiburg](https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3372919_download&client_id=unifreiburg) (besucht am 22.02.2024).
- [Bar24c] Dr. Christof Bartels. *Versuch 86*. 12. Feb. 2024. URL: <https://phypra.uni-freiburg.de/ap/86/> (besucht am 17.03.2024).
- [Wik11] Wikipedia. *Zerfallsdiagramm von  $^{137}\text{Cs}$  zu  $^{137}\text{Ba}$* . 28. Aug. 2011. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/C%C3%A4sium-Barium-Generator#/media/Datei:Cs-137-decay.svg> (besucht am 17.03.2024).
- [Wik13] Wikipedia. *Datei:Nuklidkarte Reihe Sr90.svg*. 18. Aug. 2013. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Nuklidkarte\\_Reihe\\_Sr90.svg](https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Nuklidkarte_Reihe_Sr90.svg) (besucht am 17.03.2024).