

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG  
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER\*INNEN, TEIL 2  
WINTERSEMESTER 2021/22

VERSUCH 86 AM 21.03.2022

## Abstandsgesetz

Gruppe 211:  
22.03.2022

Assistent:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel des Versuchs</b>	<b>2</b>
<b>2 Aufbau und Durchführung</b>	<b>2</b>
<b>3 Auswertung und Fehleranalyse</b>	<b>3</b>
3.1 Bestimmung der Untergrundzählrate . . . . .	3
3.2 Untersuchung des Gammastrahlers Cäsium-137 . . . . .	3
3.3 Untersuchung des Gammastrahlers Cobalt-60 und Vergleich zum ersten Strahler	7
<b>4 Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>11</b>
4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse . . . . .	11
4.2 Fehlerdiskussion . . . . .	11
4.3 Verbesserte Messmethoden . . . . .	13
<b>5 Literatur</b>	<b>14</b>
<b>6 Anhang</b>	<b>15</b>
6.1 Tabelle und Grafiken . . . . .	15
6.2 Laborbuch . . . . .	19
6.3 Tabellenverzeichnis . . . . .	20
6.4 Abbildungsverzeichnis . . . . .	20

## 1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll das Abstandsgesetz für radioaktive Strahlung anhand zweier radioaktiver Proben untersucht werden. Dazu wird in einem ersten Versuchsteil die Untergrundstrahlung gemessen, die anschließend bei der Untersuchung der Strahler beachtet werden kann. In den beiden darauf folgenden Versuchsteilen wird jeweils für verschiedene Abstände zwischen Detektor und Probe die Zählrate der beiden radioaktiven Isotope Cäsium-137 und Cobalt-60 bestimmt und ein Vergleich mit dem erwarteten Modell angestellt.

## 2 Aufbau und Durchführung

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, wird der in [Abbildung 1](#) dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Das Dosisleistungsmessgerät wird wie abgebildet auf die lange Seite gelegt und in den Messreihen mit Präparat vor diesem platziert. Dabei zielt der Probebehälter allerdings auf den unteren, rechten Rand des Detektorfensters, damit der Abstand zum Detektor besser gemessen werden kann. Das Detektorfenster ist während des gesamten Versuchs geöffnet.

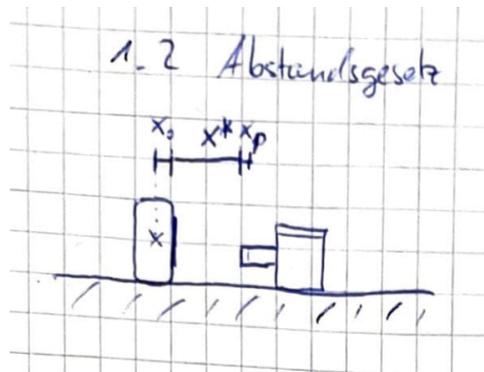


Abb. 1: Skizze des Versuchsaufbaus aus dem Laborbuch ([Abbildung 16](#)) mit allen relevanten Größen für die Messung.

Es wird zunächst bei einer Messdauer von  $t = 600$  s die Untergrundzählrate  $R_u$  ermittelt. Hierfür wird die Anzahl  $n$  an Anregungen im Messgerät detektiert.

Das Messgerät hat eine systematische Unsicherheit von 15% wie in der Gebrauchsanweisung [1] zu finden. Hinzu kommt ein statistischer Fehler, der aufgrund der zugrundeliegenden Poissonverteilung auf  $\sqrt{n}$  geschätzt wird.

Im nächsten Versuchsteil wird die Strahlungsquelle im Abstand  $x$  vom Detektor positioniert. Dafür wird bei jeder Messung der Abstand  $x^*$  zwischen Gehäuse des Messgerätes und äußerer Kante des Probenbehälters mit einem Maßband gemessen. Der Abstand  $x_0$  von Gehäusekante zu vermuteter Detektorposition und der Abstand  $x_p$  zwischen Außenkante des Probebehälters zur vermuteten Position der Probe werden einmalig ebenfalls mit dem Maßband gemessen.

Aufgrund des Ablesens von einer analogen Skala auf dem Maßband, werden die Unsicherheiten auf die ermittelten Längen mit Dreiecksverteilung abgeschätzt [2]. Da die Position des Detektors nicht genau bekannt ist, wird hier der Fehler größer geschätzt. Es ergeben sich folgende Unsicherheiten:

$$\Delta x^* = 0,12 \text{ cm}, \quad (1)$$

$$\Delta x_0 = 0,2 \text{ cm}, \quad (2)$$

$$\Delta x_p = 0,08 \text{ cm}. \quad (3)$$

### 3 Auswertung und Fehleranalyse

#### 3.1 Bestimmung der Untergrundzählrate

Zur Bestimmung der Untergrundzählrate wird eine lange Messung ohne Präparat von  $t = 600$  s mit dem Messgerät durchgeführt. Es wird die folgende Anzahl an Anregungen  $n_u$  gemessen, wobei sich die statistische und systematische Unsicherheit wie in [Abschnitt 2](#) beschrieben ergibt:

$$n_u = 581 \pm 24 \pm 87.$$

Die Untergrundzählrate  $R_u$  ergibt sich über den folgenden Zusammenhang, wobei die statistische und systematische Unsicherheit über Fehlerfortpflanzung [\[2\]](#) bestimmt wird:

$$R_u = \frac{n_u}{t}, \quad (4)$$

$$\Delta_{\text{stat}} R_u = \frac{\Delta_{\text{stat}} n_u}{t}, \quad (5)$$

$$\Delta_{\text{syst}} R_u = \frac{\Delta_{\text{syst}} n_u}{t}. \quad (6)$$

Damit folgt direkt für die Untergrundzählrate:

$$R_u = (0,97 \pm 0,04 \pm 0,15) \text{ s}^{-1}.$$

#### 3.2 Untersuchung des Gammastrahlers Cäsium-137

Bei der Untersuchung des Abstandsgesetzes an einer Cäsium-137 Probe werden für verschiedene Abstände  $x^*$  zwischen Detektor und Probenbehältnis die Anregungen  $n$  in einem Zeitraum von  $t = 60$  s – beziehungsweise für größere Abstände  $t = 120$  s – gemessen und daraus die Zählraten  $R$  bestimmt. Zunächst wird aus der gemessenen Länge  $x^*$  und den Längen  $x_0$  zwischen Detektor und Messgeräthülle sowie  $x_p$  zwischen Präparat und Probenbehältnis die tatsächliche Länge  $x$  bestimmt:

$$x = x_0 + x_p + x^*, \quad (7)$$

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_0)^2 + (\Delta x_p)^2 + (\Delta x^*)^2}. \quad (8)$$

Erneut werden die Fehler über Fehlerfortpflanzung [\[2\]](#) bestimmt. Für die Längen  $x_0$  und  $x_p$  werden folgende Werte gemessen:

$$x_0 = (1,3 \pm 0,2) \text{ cm},$$

$$x_p = (0,30 \pm 0,08) \text{ cm}.$$

Die Zählraten  $R$  ergeben sich analog zu [Gleichung 4](#), wobei beachtet werden muss, dass von der Zählrate jeweils die Untergrundzählrate abgezogen werden muss. Es wird hierbei erneut zwischen systematischen Fehlern und statistischen Unsicherheiten unterschieden. Die für die Zählrate  $R$  resultierenden systematischen und statistischen Fehler werden ebenfalls mit Fehlerfortpflanzung [\[2\]](#) berechnet:

$$R = \frac{n}{t} - R_u, \quad (9)$$

$$\Delta_{\text{stat}} R = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{n}}{t}\right)^2 + (\Delta_{\text{stat}} R_u)^2}, \quad (10)$$

$$\Delta_{\text{syst}} R = \sqrt{\left(\frac{0,15 \cdot n}{t}\right)^2 + (\Delta_{\text{syst}} R_u)^2}. \quad (11)$$

Die so bestimmten Werte für  $x$  und  $R$  sind in [Tabelle 1](#) im Anhang zusammengestellt und in [Abbildung 2](#) gegeneinander aufgetragen.

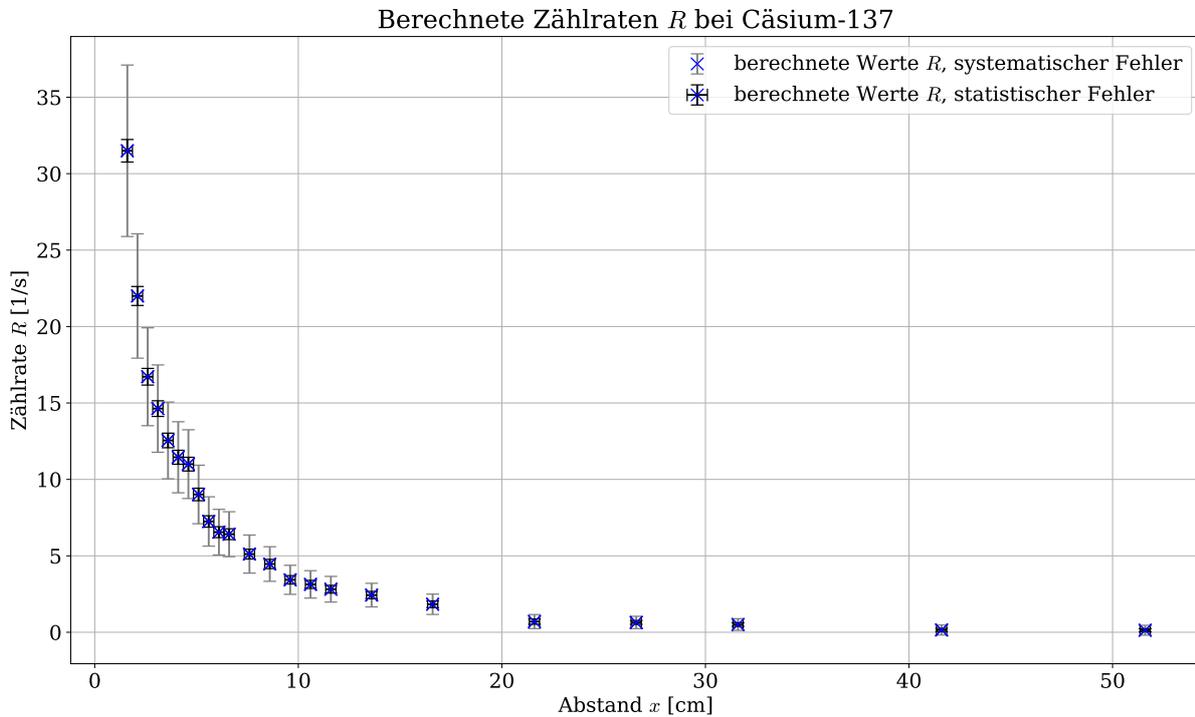


Abb. 2: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cäsium-137 in  $\text{s}^{-1}$  gegen den Abstand  $x$  zum Dosimeter in cm. Es sind außerdem die Fehler auf die Zählrate und auf die Abstände als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt.

Bei einer isotropen Abstrahlung in alle Richtungen wird davon ausgegangen, dass das quadratische Abstandsgesetz  $R \propto 1/x^2$  gilt. Es soll daher die Funktion  $R(x) = p/x^2$  mit Parameter  $p$  an die Messwerte angepasst werden. Dazu wird mit Formeln aus [\[3\]](#) eine gewichtete lineare Regression durchgeführt, die für den Parameter  $p$  den folgenden Bestwert ergibt:

$$\hat{p}_{\text{Cs}} = (0,0135 \pm 0,0008) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

Die angepasste Funktion ist zusammen mit den Messwerten in [Abbildung 3](#) abgebildet.

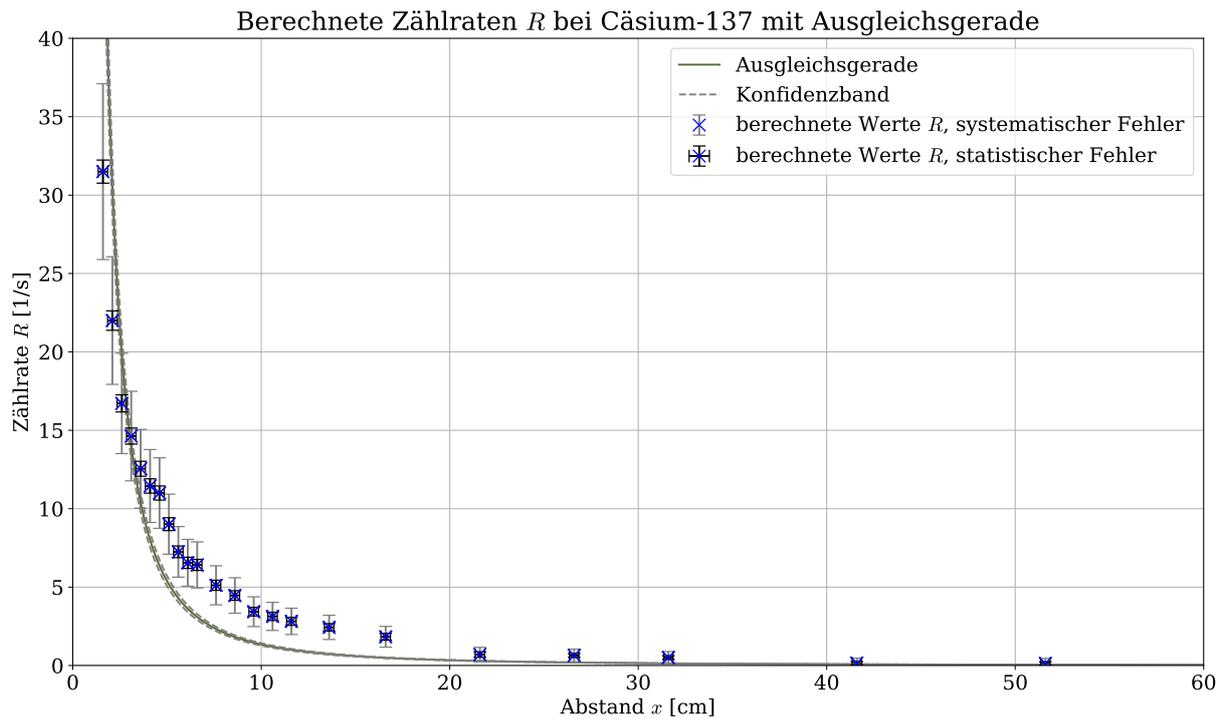


Abb. 3: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cäsium-137 in  $\text{s}^{-1}$  gegen den Abstand  $x$  zum Dosimeter in cm. Es sind außerdem die Fehler auf die Zählrate und auf die Abstände als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich ist eine gewichtete lineare Regression mit einem  $1\sigma$ -Konfidenzband eingezeichnet. Dieses ist allerdings schmal und daher schlecht erkennbar.

Bereits an dieser Stelle fällt auf, dass besonders für die mittleren Werte der Verlauf nicht sonderlich gut mit den Werten übereinstimmt. Das quadratische Abstandsgesetz kann somit nicht direkt bestätigt werden. Für eine genauere Betrachtung werden die Daten erneut in einem doppellogarithmischen Diagramm dargestellt. Durch die doppellogarithmische Skala ergeben sich dabei sowohl für  $R$  als auch für  $x$  asymmetrische Fehlerbalken, die sich aus direkter Übertragung der Fehlerbalken in das Diagramm ergeben. Für die angepasste Funktion  $R = \hat{p}_{\text{Cs}}/x^2$  gilt:

$$R = \frac{\hat{p}_{\text{Cs}}}{x^2}, \quad (12)$$

$$\Rightarrow \ln R = \ln \frac{\hat{p}_{\text{Cs}}}{x^2} = \ln \hat{p}_{\text{Cs}} - 2 \ln x \quad (13)$$

Für das gegebene Modell ergibt sich bei Auftragung von  $\ln R$  gegen  $\ln x$  also eine Gerade mit der Steigung  $-2$ . Die Werte sind mit Fehlerbalken und der ermittelten Ausgleichskurve in [Abbildung 4](#) eingezeichnet.

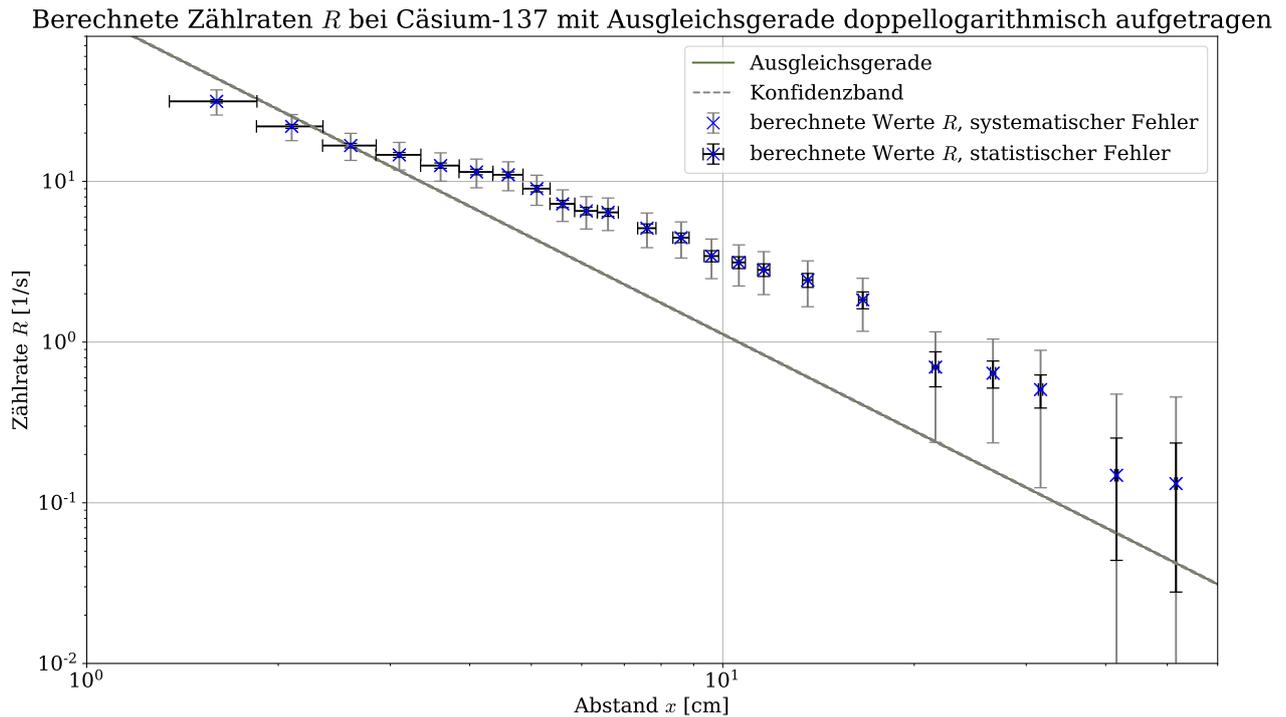


Abb. 4: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cäsium-137 in  $\text{s}^{-1}$  gegen den Abstand  $x$  zum Dosimeter in cm in einer doppellogarithmischen Skala. Es sind außerdem die asymmetrischen Fehler auf die Zählrate und auf die Abstände als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich ist eine gewichtete lineare Regression mit einem  $1\sigma$ -Konfidenzband eingezeichnet. Dieses ist allerdings sehr schmal und daher schlecht erkennbar.

Auch hier lässt sich erkennen, dass das gewählte Modell schlecht mit den Messwerten übereinstimmt. Durch Änderung des Parameters  $p$  lässt sich in dem doppellogarithmischen Diagramm jedoch nur die Position der Gerade und nicht deren Steigung verändern, da diese durch das Modell als  $-2$  vorgegeben ist. Da die Messwerte jedoch eine geringere Steigung nahelegen, ist es wahrscheinlich, dass der Zusammenhang  $R \propto 1/x^2$  bei der Messung nicht beobachtet wird.

Da bei der Anpassung der Funktion die  $x$ -Fehler nicht berücksichtigt werden, könnte der Verdacht naheliegen, dass auch deshalb das gewählte Modell die Messwerte nicht besonders gut beschreibt. Die Rolle der  $x$ -Fehler auf die Anpassungsgüte des Modells, sowie mögliche andere Fehlerquellen und Untersuchungen möglicher alternativer Modelle werden in der Fehlerdiskussion näher beleuchtet. Insbesondere werden dort die Unterschiede in der Steigung, die im doppellogarithmischen Diagramm bei kleinen beziehungsweise großen Abständen auftreten weiter untersucht.

Um ein Maß für die Verträglichkeit des Modells zu bestimmen wird mit Formeln aus [3] der zu dem Parameter  $\hat{p}_{\text{Cs}}$  gehörende Wert für  $\chi^2$  bestimmt:

$$\chi_{\text{Cs}}^2 = 79.$$

Ein Wert von  $\chi^2$  von über  $n - k$  deutet auf eine schlechte Verträglichkeit der Messdaten mit dem Modell hin. Bei einer Anzahl an Messdaten von  $n = 23$  und an Parametern des Modells

von  $k = 1$ , ergibt sich ein Wert von  $n - k = 22$ . Damit ist das gewählte Modell nicht gut mit den Messwerten verträglich. Eine Auftragung der Werte für  $\chi^2$  gegen mögliche Werte für den Parameter  $p$  wie in [Abbildung 5](#) dargestellt ergibt, dass die Werte für  $\chi^2$  bei einer kleinen Änderung von  $p$  schnell noch größer werden.

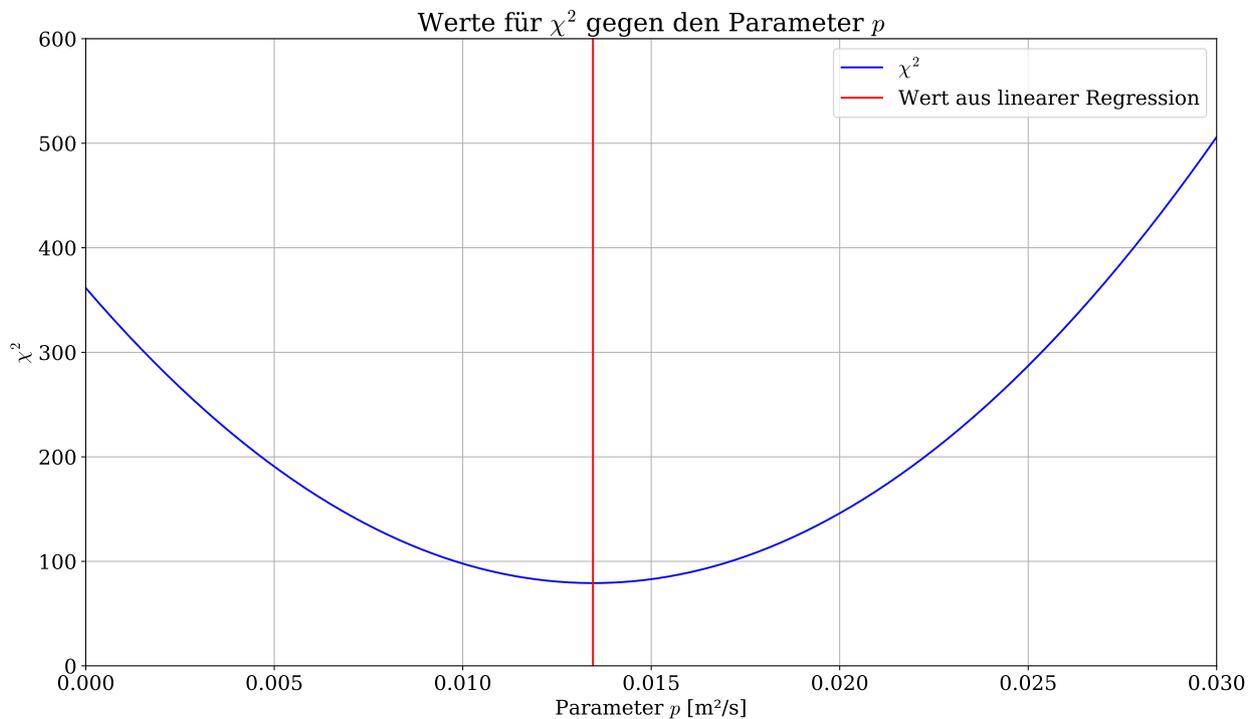


Abb. 5: Aufgetragen sind die berechnete Werte  $\chi^2$  für die Parameter  $p$  in  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$  für die Messung des Cäsium-137. Es ist außerdem der aus linearer Regression bestimmte Parameter  $\hat{p}_{\text{Cs}}$  eingezeichnet.

### 3.3 Untersuchung des Gammastrahlers Cobalt-60 und Vergleich zum ersten Strahler

In diesem Versuchsteil wird analog zum Cäsium-137 das Abstandsgesetz für Cobalt-60 untersucht. Es wird erneut aus den Werten für  $x^*$ ,  $x_0$  und  $x_p$  die Länge  $x$  und deren Unsicherheiten mithilfe von [Gleichung 7](#) beziehungsweise [Gleichung 8](#) berechnet. Auch die Zählrate wird analog zum vorherigen Versuchsteil mithilfe von [Gleichung 9](#) bis [Gleichung 11](#) bestimmt. Auch diese Werte sind in [Tabelle 1](#) im Anhang zusammengestellt.

Erneut wird, um den vermuteten  $p/x^2$ -Zusammenhang zu untersuchen, eine gewichtete lineare Regression mit Formeln aus [\[3\]](#) durchgeführt. Es ergibt sich dabei folgender Wert für den Parameter  $p$ :

$$\hat{p}_{\text{Co}} = (0,046 \pm 0,002) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

Die Ausgleichsfunktion und die Messwerte sind in [Abbildung 6](#) zu sehen.

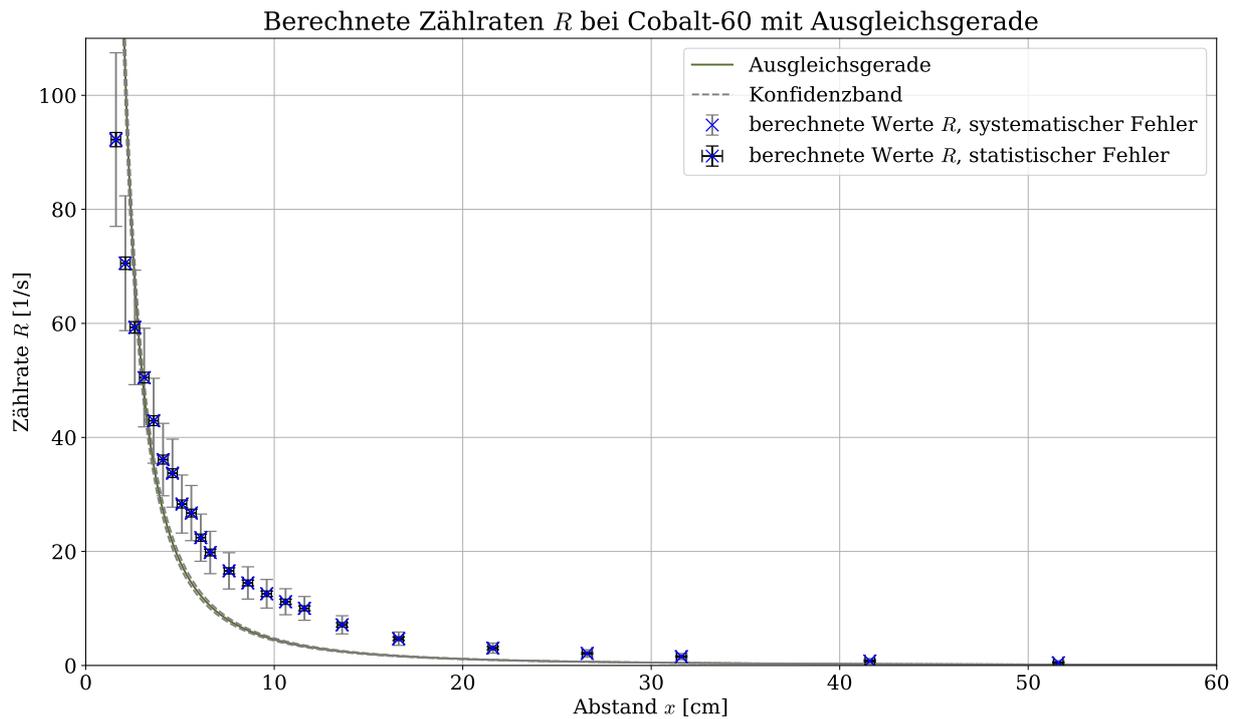


Abb. 6: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cobalt-60 in  $\text{s}^{-1}$  gegen den Abstand  $x$  zum Dosimeter in cm. Es sind außerdem die Fehler auf die Zählrate und auf die Abstände als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich ist eine gewichtete lineare Regression mit einem  $1\sigma$ -Konfidenzband eingezeichnet. Dieses ist allerdings schmal und daher schlecht erkennbar.

Hier fällt ebenfalls auf, dass die Ausgleichsfunktion die Messwerte nicht besonders gut annähert. Abermals werden, in analogem Vorgehen zu [Unterabschnitt 3.2](#), die Ausgleichsfunktion und die Messwerte in einem doppeltlogarithmischen Diagramm dargestellt. Dieses findet sich in [Abbildung 7](#). Es wird eine Gerade mit Steigung  $-2$  und  $y$ -Achsenabschnitt  $\ln \hat{p}_{\text{Co}}$  erwartet.

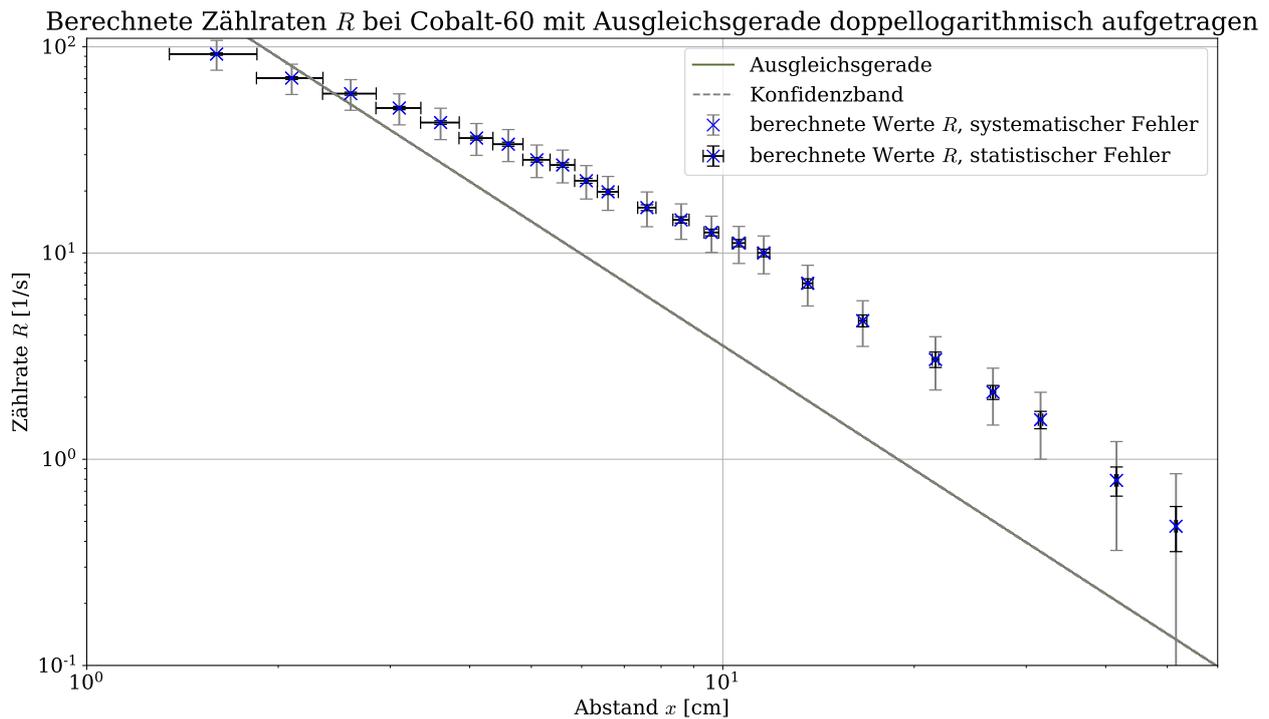


Abb. 7: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cobalt-60 in  $\text{s}^{-1}$  gegen den Abstand  $x$  zum Dosimeter in cm in einer doppellogarithmischen Skala. Es sind außerdem die asymmetrischen Fehler auf die Zählrate und auf die Abstände als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich ist eine gewichtete lineare Regression mit einem  $1\sigma$ -Konfidenzband eingezeichnet. Dieses ist allerdings sehr schmal und daher schlecht erkennbar.

Ähnlich zur Auswertung der Caesium-137-Probe ist auch hier im doppellogarithmischen Diagramm erkennbar, dass die Steigung der Messwerte flacher ausfällt als vom Modell erwartet. Es besteht ebenfalls ein Unterschied zwischen der Steigung bei großen und bei kleinen Abständen, der zusammen mit der generellen Unverträglichkeit der Werte in der Fehlerdiskussion besprochen werden soll.

Es wird erneut ein Wert für  $\chi^2$  ermittelt:

$$\chi_{\text{Co}}^2 = 148.$$

Da hier ebenfalls  $n = 23$  Messdaten verwendet werden ist der Wert für  $\chi^2$  wieder deutlich zu groß. Eine Verträglichkeit mit dem Modell ist daher erneut unwahrscheinlich. Auch hier steigen die Wert für  $\chi^2$  stark zu beiden Seiten hin an, wie in [Abbildung 8](#) zu sehen ist.

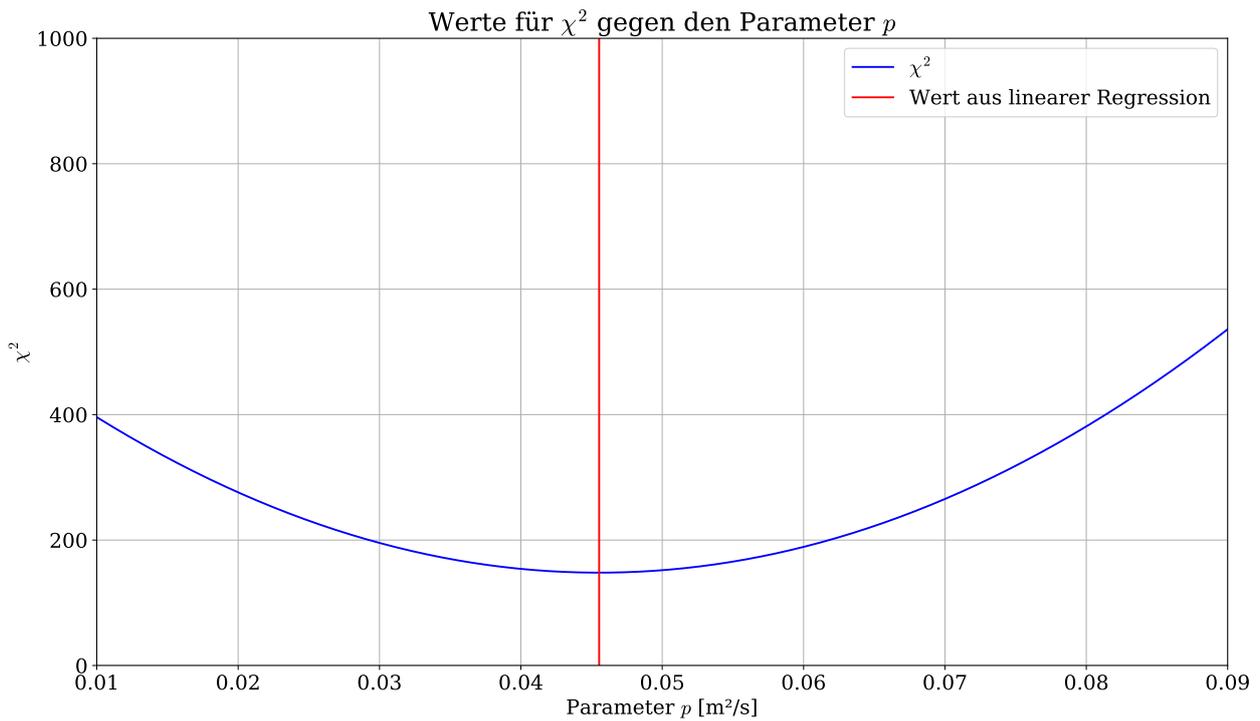


Abb. 8: Aufgetragen sind die berechnete Werte  $\chi^2$  für die Parameter  $p$  in  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$  für die Messung des Cobalt-60. Es ist außerdem der aus linearer Regression bestimmte Parameter  $\hat{p}$  eingezeichnet.

Im Vergleich zur Untersuchung von Cäsium-137 lassen sich somit in erster Linie zwei Punkte festhalten. Zum einen ist deutlich erkennbar, dass die Cobalt-60 Probe stärker strahlt, als Cäsium-137. Das ist daran festzustellen, dass alle Zählraten größer sind als bei Cäsium-137 und auch der Wert  $\hat{p}_{\text{Co}}$  deutlich höher ausfällt. Zum anderen lässt sich sagen, dass beide Messreihen schlecht mit dem gegebenen Modell verträglich sind. Bei Cobalt-60 tritt dabei sogar ein noch höherer Wert für  $\chi^2$  auf. Beide Datensätze stimmen in den gleichen Punkten nicht mit dem Modell überein und legen damit einen systematischen Fehler bei der Auswertung oder im Modell nahe. Dies wird in der Fehlerdiskussion näher beleuchtet.

## 4 Diskussion der Ergebnisse

### 4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse

Anhand der durchgeführten Versuchsreihen wird ein Wert für die Untergrundzählrate  $R_u$  ermittelt. Er beträgt:

$$R_u = (0,97 \pm 0,04 \pm 0,15) \text{ s}^{-1}.$$

Bei der Messung der Abstandsabhängigkeit der Zählrate  $R$  von Cäsiums-137 und Cobalt-60 kann der  $p/x^2$ -Zusammenhang nicht bestätigt werden. Eine gewichtete lineare Regression ergibt folgende Bestwerte für die Parameter  $p$ :

$$\begin{aligned}\hat{p}_{\text{Cs}} &= (0,0135 \pm 0,0008) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}, \\ \hat{p}_{\text{Co}} &= (0,046 \pm 0,002) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.\end{aligned}$$

Dieses Modell stimmt schlecht mit den gefundenen Messwerten überein, was sich an den hohen  $\chi^2$ -Werten erkennen lässt:

$$\begin{aligned}\chi_{\text{Cs}}^2 &= 79, \\ \chi_{\text{Co}}^2 &= 148.\end{aligned}$$

Ein Wert von  $\chi^2$  von unter  $n - k$  deutet auf eine gute Verträglichkeit, ein Wert von über  $n - k$  auf eine schlechte Verträglichkeit der Messdaten mit dem Modell hin. Dabei beschreibt  $n$  die Anzahl an Messdaten und  $k$  die Anzahl der Parameter des Modells. Eine gute Verträglichkeit wäre hier also bei einem Wert von unter 22 gegeben.

### 4.2 Fehlerdiskussion

Bei der Anpassung eines  $p/x^2$ -Zusammenhangs an die Messwerte fallen ein deutlich von den Messwerten verschiedener Verlauf von Modell und Messpunkten und hohe Werte für  $\chi^2$  von über 70 auf. Hierfür gibt es verschiedene denkbare Gründe.

Eine mögliche Fehlerquelle ist, dass die Strahlung durch den Probebehälter mit einem bestimmten Austrittswinkel  $\omega$  ausgesendet wird. Hierdurch wird wahrscheinlich vor allem bei kleinen Abständen nicht die gesamte Detektorfläche bestrahlt. Für einen  $p/x^2$ -Zusammenhang wird aber angenommen, dass immer die Strahlung auf die gleiche Fläche gemessen wird. In [Abbildung 3](#) und [Abbildung 6](#) ist bei einem Abstand von  $x = (4,6 \pm 0,3)$  cm ein leichter Knick in den Messwerten zu erkennen. Dieser Knick könnte daher kommen, dass ab hier der gesamte Schirm getroffen wird und sich deswegen die getroffene Fläche nicht mehr mit dem Abstand ändert. Ab hier gilt also der vermutete  $p/x^2$ -Zusammenhang.

Eine weitere Möglichkeit für die auftretende Abweichung, die zu einer unterschiedlichen bestrahlten Detektorfläche führt, könnte darin bestehen, dass die entsendete Strahlung nicht immer den Detektor voll getroffen hat. Der Probenbehälter war etwas tiefer und eher am Rand des Detektorfensters platziert, um den Abstand zum Detektor besser messen zu können. So kann es vor allem bei niedrigem Abstand zu einer zu niedrig bestimmten Zählrate  $R$  gekommen sein, da die Strahlung nur in einem bestimmten Winkel vom Probebehälter auf den Detektor gelangen kann. Eine leicht unexakte Ausrichtung des Probebehälters kann so die bestrahlte Fläche stark ändern. Bei größerem Abstand divergiert die Strahlung und es wird wahrscheinlich der gesamte Detektor getroffen.

All diese Effekte führen nur bei kleinen Abständen zu einer Abweichung vom  $p/x^2$ -Zusammenhang. Für Abstände, die deutlich größer als der Detektorradius sind, sollte der Zusammenhang trotzdem gelten. Das ist plausibel, da sich in [Abbildung 4](#) und [Abbildung 7](#) die Werte für große  $x$

einer Geraden mit Steigung  $-2$  annähern. Diese Steigung im doppellogarithmischen Diagramm deutet auf einen  $1/x^2$ -Zusammenhang hin, was dem gewünschten Abstandsgesetz entspricht. Dafür spricht auch, dass eine getrennte Auswertung der Messwerte für große Abstände in [Abbildung 10](#) bis [Abbildung 13](#) eine bessere Anpassung liefert. Für eine Betrachtung nur mit den kleinen Werten für  $x$  bleibt die Anpassung ähnlich schlecht.

Außerdem wäre zu beachten, dass wie in [\[4\]](#) hergeleitet beim Abstandsgesetz nicht der Abstand von Strahlungsquelle zum Detektor, sondern der Radius  $r$  des Kugeloberflächenausschnitts mit Austrittswinkel  $\omega$  verwendet werden muss. Wenn man davon ausgeht, dass der Abstand schon groß genug ist, dass der gesamte Detektor getroffen wird, so hat die relevante Kugeloberfläche genau den Radius  $r$ , der dem Abstand von Strahlungsquelle zum Detektorrand entspricht. Dies ist in [Abbildung 9](#) skizziert. Anstelle von  $1/x^2$  müsste man also folgenden Zusammenhang untersuchen, wobei  $r_D$  der Abstand von senkrechter Einstrahlstelle zum Detektorrand ist:

$$R \propto \frac{1}{r^2} = \frac{1}{\left(\sqrt{x^2 + r_D^2}\right)^2}. \quad (14)$$

Um zu untersuchen, ob dieser Zusammenhang die Messwerte besser annähert, wird eine numerische Minimierung mit freien Parametern  $p$  und  $r_D$  von  $\chi^2$  zu dieser Funktion durchgeführt. Für  $r_D$  ergeben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned} r_{D, Cs} &= 3,6 \text{ cm}, \\ r_{D, Co} &= 3,9 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Diese Werte liegen in einem realistischen Rahmen, da der Durchmesser des Detektorschirms  $4,5 \text{ cm}$  beträgt [\[1\]](#). Berechnet man nun aus den gemessenen Werten für  $x$  die Radien  $r$  und stellt sie mit der durchgeführten linearen Regression dar, dann sieht man eine deutlich bessere Verträglichkeit. Die entsprechenden Diagramme sind in [Abbildung 14](#) und [Abbildung 15](#) dargestellt. Die Anpassungsgüte ist hier deutlich besser mit folgenden Werten für  $\chi^2$ :

$$\begin{aligned} \chi_{Cs}^2 &= 6,9, \\ \chi_{Co}^2 &= 5,3. \end{aligned}$$

Diese Werte liegen deutlich unter  $23 - 2 = 21$ , was für eine hohe Anpassungsgüte spricht [\[3\]](#).

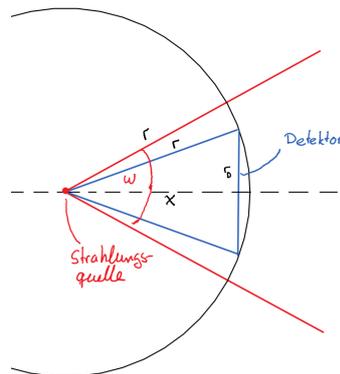


Abb. 9: Zu sehen ist die Strahlung eines radioaktiven Präparats, das einen Austrittswinkel  $\omega$  hat. Wird immer dieselbe, in blau dargestellte, Detektorfläche getroffen, so gelangt auf sie die Strahlung, die auf einen, in schwarz gezeichneten, Kugeloberflächenausschnitt mit Radius  $r$  treffen würde. Außerdem ist der Abstand  $x$  von Strahlungsquelle zum Detektor abgebildet.

Neben Fehlern im Modell können auch folgende Fehlerquellen nicht ausgeschlossen werden. Vor allem bei kleinen Abständen  $x$  kann aufgrund der hohen Zählrate nicht ausgeschlossen werden, dass die Totzeit des Detektors unterschritten wurde. Allerdings spielt dieser Effekt vermutlich eine untergeordnete Rolle. Auch ein möglicher exponentieller Abfall durch Strahlungsabschirmung kann mit hoher Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden, da die Absorptionseffekte in der Luft nur sehr gering sind und dadurch kaum Einfluss auf die Messungen nehmen. Ebenfalls keine große Rolle sollte eine eventuelle Mitmessung von  $\alpha$ -Strahlung spielen, bei der Absorptionseffekte dominanter wären.  $\alpha$ -Strahlung könnte trotzdem dazu beitragen, dass besonders für kleine Abstände  $x$  die Zählraten beeinflusst werden.

Eine mögliche Fehlerquelle bei der Auswertung kann in der Gewichtung der linearen Regression auftreten. Auffällig ist, dass die gewichteten linearen Regressionen jeweils besser an kleinere Zählraten angepasst sind. Ursache hierfür ist vermutlich, dass bei der linearen Regression Werte mit kleinen Fehlern stärker berücksichtigt werden, da bei diesen die  $y$ -Fehler kleiner sind.

Im Vergleich zu den bereits erwähnten Faktoren ist die Rolle der  $x$ -Fehler vermutlich zu vernachlässigen. Eine Berücksichtigung der  $x$ -Fehler bei der Anpassung könnte ausschließlich den Parameter  $p$  der Regression anpassen, was jedoch keine Verbesserung des Modells an sich bewirkt. In [Abbildung 4](#) beispielsweise kann eine Änderung des Parameters nur die Position der Geraden im Diagramm verändern, was jedoch keine deutliche Verbesserung bewirken würde. Außerdem sind die Fehler auf den Abstand  $x$  alle gleich groß, wodurch eine Berücksichtigung der Fehler bei einer Anpassung vermutlich einen geringen Effekt hätte.

### 4.3 Verbesserte Messmethoden

Um die Messung der Länge  $x$  zu verbessern ist es sinnvoll, die exakten Abstände des Detektors vom Rand des Dosimetergehäuses  $x_0$  und des Präparats vom Rand des Probenbehälters  $x_p$  zu kennen. Dadurch würden sich die relativ großen Unsicherheiten auf diese Werte minimieren.

Für eine Verbesserung des Versuchsaufbaus könnte man das Präparat in einer Befestigung einspannen, wodurch immer gewährleistet wäre, dass das Detektorfeld mittig getroffen wird. Eine Ausrichtung des Strahls am Mittelpunkt des Detektors würde auch den Abstand  $x$  minimieren ab dem der gesamte Detektorschirm getroffen wird und ab dem der Zusammenhang  $p/x^2$  näherungsweise gültig ist.

Mithilfe dieser Vorrichtung ließe sich auch ein schiefes Einstrahlen verhindern, das vor allem bei kleinen Austrittswinkeln  $\omega$  eine große Relevanz hat, da es in diesem Fall schwierig sein könnte, den kompletten Detektorschirm zu bestrahlen. Sonst wäre auch hier das Modell nur eingeschränkt gültig.

Zusätzlich wäre es sinnvoll den Austrittswinkel  $\omega$  aus dem Probenbehälter zu kennen. Damit ließe sich ausrechnen ab welchen Abständen  $x$  das Detektorfeld komplett getroffen wird, da erst ab diesem Punkt das in [\[4\]](#) beschriebene Modell geeignet ist. Alternativ wäre es auch möglich einen Probenbehälter mit einem extrem großen Austrittswinkel  $\omega$  zu wählen, da dadurch schon bei kleinen Abständen  $x$  der gesamte Detektor bestrahlt wird und hierbei das Modell der punktförmigen, isotrop abstrahlenden Quelle am besten realisiert ist.

Eine weitere Verbesserung wäre es ein Messgerät mit einem kleineren Detektorschirm zu wählen. Auch hierdurch könnte eine vollständige Ausstrahlung des Detektorfensters gewährleistet werden.

## Literatur

- [1] S.E. International INC: *Radiation Alert™ Ranger Specifications*
- [2] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil A - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (Freiburg im Breisgau, 2021/22)
- [3] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil B - Skript zur Vorlesung am 28.02.2022*, (Freiburg im Breisgau, 2021/22)
- [4] Hans Joachim Eichler, Heinz-Detlef Kronfeldt, Jürgen Sahm: *Das neue Physikalische Grundpraktikum*, (2016), Kapitel 47 „Radioaktive Strahlung“
- [5] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 86 - Abstandsgesetz, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger\*innen*, (Freiburg im Breisgau, 2022)

## 6 Anhang

### 6.1 Tabelle und Grafiken

Tab. 1: Zu sehen sind die berechneten Abstände  $x$  in cm der Cäsium-137 und Cobalt-60 Probe vom Detektor. Es sind außerdem die berechneten Zählraten  $R$  in  $s^{-1}$  und die Messdauern  $t$  in s aufgetragen.

Abstand $x$ in cm	Messdauer $t$ in s	Zählrate $R$ in $s^{-1}$ Cäsium-137	Zählrate $R$ in $s^{-1}$ Cobalt-60
1,6 ± 0,3	60	31,5 ± 0,7 ± 4,9	92,2 ± 1,2 ± 14,0
2,1 ± 0,3	60	22,0 ± 0,6 ± 3,4	70,5 ± 1,1 ± 10,7
2,6 ± 0,3	60	16,7 ± 0,5 ± 2,7	59,3 ± 1,0 ± 9,0
3,1 ± 0,3	60	14,6 ± 0,5 ± 2,3	50,5 ± 0,9 ± 7,7
3,6 ± 0,3	60	12,5 ± 0,5 ± 2,0	42,9 ± 0,9 ± 6,6
4,1 ± 0,3	60	11,4 ± 0,5 ± 1,9	36,1 ± 0,8 ± 5,6
4,6 ± 0,3	60	11,0 ± 0,4 ± 1,8	33,7 ± 0,8 ± 5,2
5,1 ± 0,3	60	9,0 ± 0,4 ± 1,5	28,3 ± 0,7 ± 4,4
5,6 ± 0,3	60	7,2 ± 0,4 ± 1,2	26,7 ± 0,7 ± 4,2
6,1 ± 0,3	60	6,5 ± 0,4 ± 1,1	22,4 ± 0,6 ± 3,5
6,6 ± 0,3	60	6,4 ± 0,4 ± 1,1	19,8 ± 0,6 ± 3,1
7,6 ± 0,3	60	5,1 ± 0,3 ± 0,9	16,6 ± 0,5 ± 2,6
8,6 ± 0,3	60	4,5 ± 0,3 ± 0,8	14,5 ± 0,5 ± 2,3
9,6 ± 0,3	60	3,4 ± 0,3 ± 0,7	12,6 ± 0,5 ± 2,0
10,6 ± 0,3	60	3,1 ± 0,3 ± 0,6	11,2 ± 0,5 ± 1,8
11,6 ± 0,3	60	2,8 ± 0,3 ± 0,6	10,0 ± 0,4 ± 1,7
13,6 ± 0,3	60	2,4 ± 0,2 ± 0,5	7,1 ± 0,4 ± 1,2
16,6 ± 0,3	60	1,8 ± 0,2 ± 0,4	4,7 ± 0,3 ± 0,9
21,6 ± 0,3	60	0,70 ± 0,17 ± 0,29	3,1 ± 0,3 ± 0,6
26,6 ± 0,3	120	0,64 ± 0,12 ± 0,28	2,12 ± 0,17 ± 0,48
31,6 ± 0,3	120	0,51 ± 0,12 ± 0,26	1,56 ± 0,15 ± 0,41
41,6 ± 0,3	120	0,15 ± 0,10 ± 0,22	0,79 ± 0,13 ± 0,30
51,6 ± 0,3	120	0,13 ± 0,10 ± 0,22	0,47 ± 0,12 ± 0,26

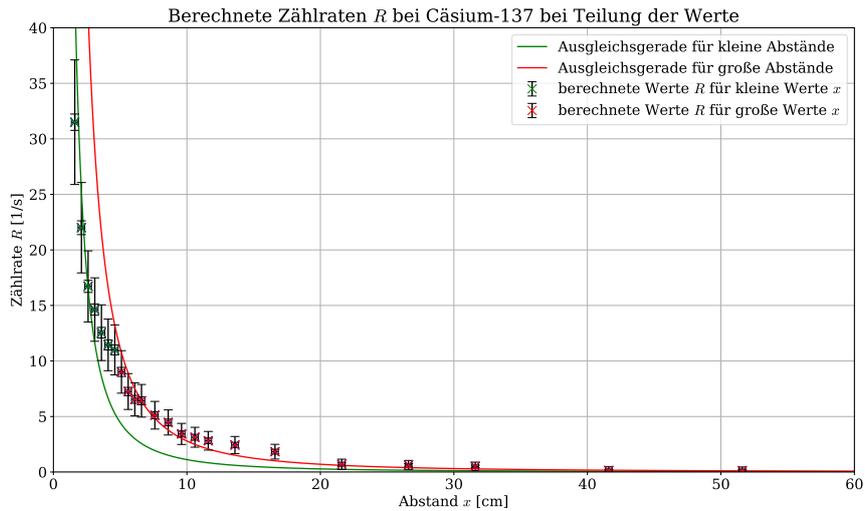


Abb. 10: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cäsium-137 in  $\text{s}^{-1}$  gegen den Abstand  $x$  zum Dosimeter in cm. Dabei sind die kleineren Werte grün und die größeren Werte rot aufgetragen. Es sind außerdem die Fehler auf die Zählrate und auf die Abstände als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich sind gewichtete lineare Regressionen sowohl für die kleinen als auch für die großen Werte in entsprechenden Farben aufgetragen.

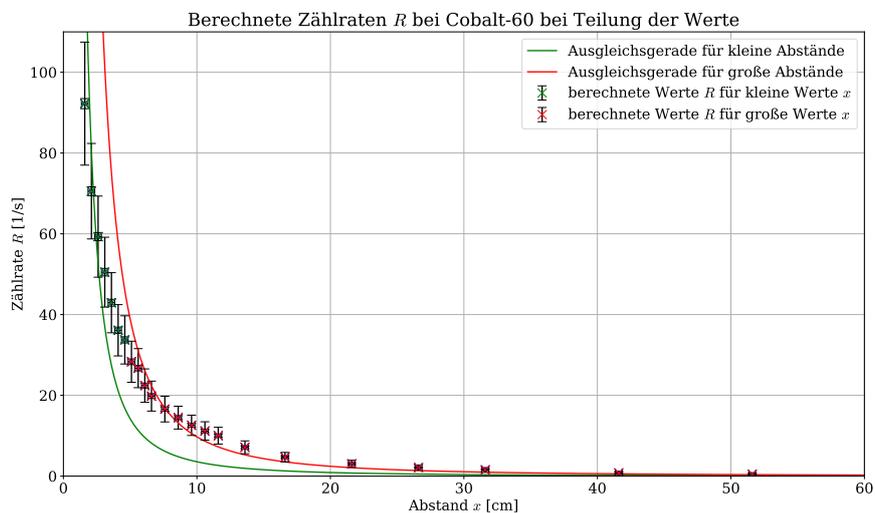


Abb. 11: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cobalt-60 in  $\text{s}^{-1}$  gegen den Abstand  $x$  zum Dosimeter in cm. Dabei sind die kleineren Werte grün und die größeren Werte rot aufgetragen. Es sind außerdem die Fehler auf die Zählrate und auf die Abstände als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich sind gewichtete lineare Regressionen sowohl für die kleinen als auch für die großen Werte in entsprechenden Farben aufgetragen.

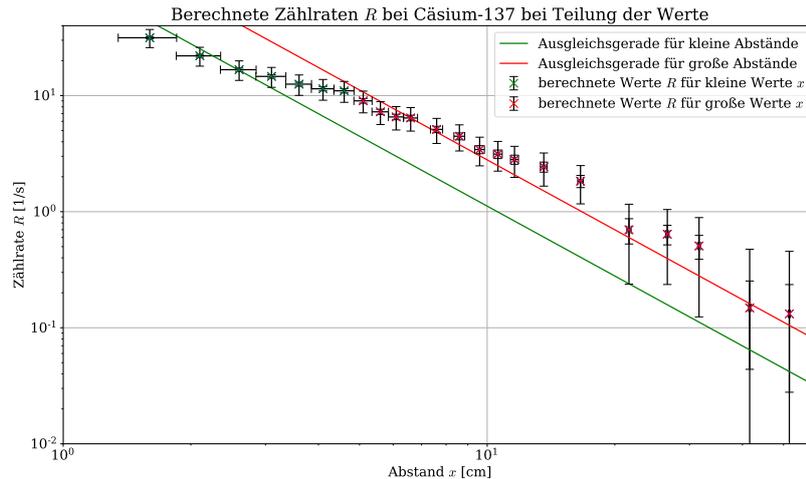


Abb. 12: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cäsium-137 in  $s^{-1}$  gegen den Abstand  $x$  zum Dosimeter in cm in einem doppellogarithmischen Diagramm. Dabei sind die kleineren Werte grün und die größeren Werte rot aufgetragen. Es sind außerdem die Fehler auf die Zählrate und auf die Abstände als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich sind gewichtete lineare Regressionen sowohl für die kleinen als auch für die großen Werte in entsprechenden Farben aufgetragen.

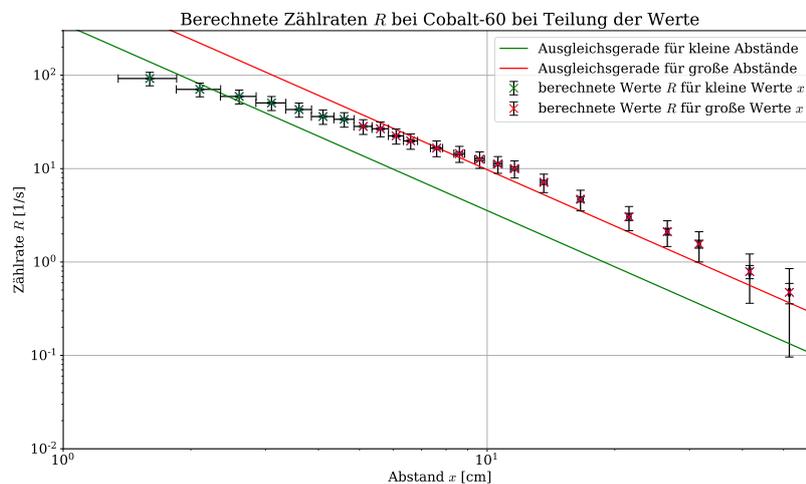


Abb. 13: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cobalt-60 in  $s^{-1}$  gegen den Abstand  $x$  zum Dosimeter in cm in einem doppellogarithmischen Diagramm. Dabei sind die kleineren Werte grün und die größeren Werte rot aufgetragen. Es sind außerdem die Fehler auf die Zählrate und auf die Abstände als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich sind gewichtete lineare Regressionen sowohl für die kleinen als auch für die großen Werte in entsprechenden Farben aufgetragen.

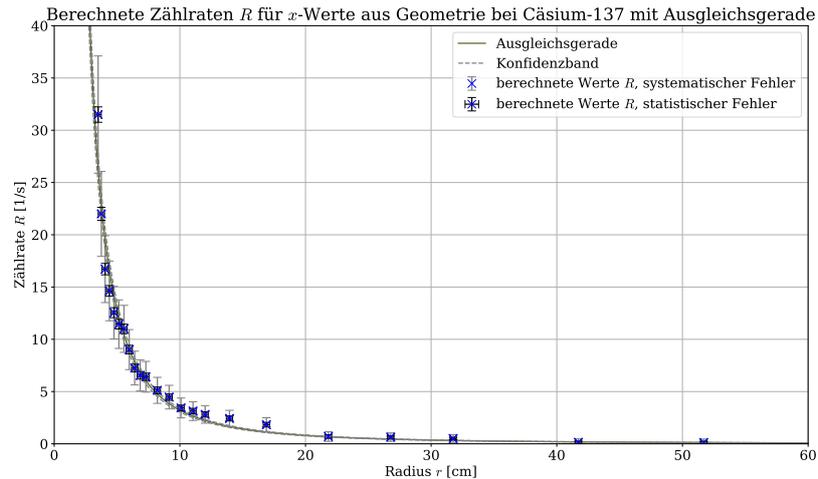


Abb. 14: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cäsium-137 in  $\text{s}^{-1}$  gegen den Radius  $r$  in cm, der anstelle von  $x$  verwendet wird und der aus dem in [Gleichung 14](#) beschriebenen Modell folgt. Es sind außerdem die Fehler auf die Zählrate und auf die Radien als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich ist eine gewichtete lineare Regression mit einem  $1\sigma$ -Konfidenzband eingezeichnet. Dieses ist allerdings schmal und daher schlecht erkennbar.

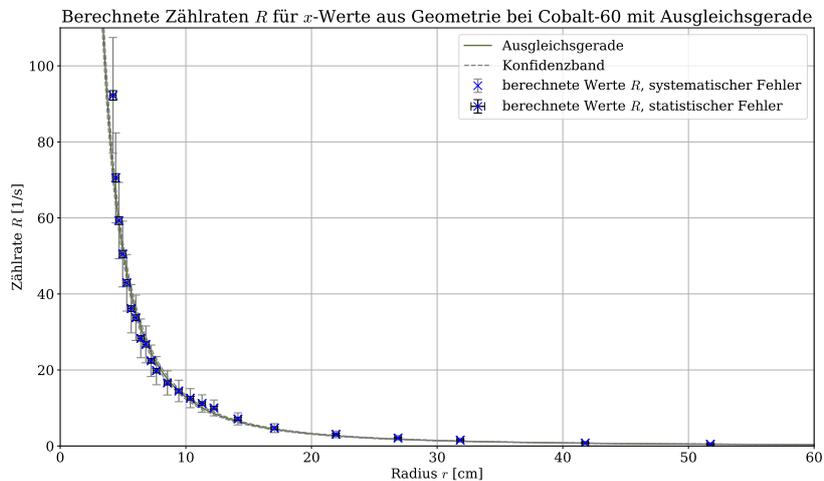


Abb. 15: Aufgetragen ist die berechnete Zählrate  $R$  bei Cobalt-60 in  $\text{s}^{-1}$  gegen den Radius  $r$  in cm, der anstelle von  $x$  verwendet wird und der aus dem in [Gleichung 14](#) beschriebenen Modell folgt. Es sind außerdem die Fehler auf die Zählrate und auf die Radien als Fehlerbalken eingezeichnet. Der systematische Fehler ist dabei mit einem grauen und der statistische mit einem schwarzen Fehlerbalken dargestellt. Zusätzlich ist eine gewichtete lineare Regression mit einem  $1\sigma$ -Konfidenzband eingezeichnet. Dieses ist allerdings schmal und daher schlecht erkennbar.

## 6.2 Laborbuch

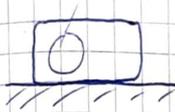
210322

### Versuch 86 - Abstandsgesetz

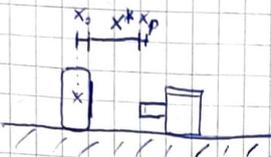
1) Versuchsaufbau

1.1 Untergrenzzählrate

Detektorfenster



1.2 Abstandsgesetz



2) Messungen

2.1 Untergrenzzählrate

Messungsdauer  $t = 10$  min    Anzahl Anregungen  $n = 581$   
 $t = 5$  min     $n = 294$

2.2 Abstandsgesetz

Präparat: Cs-137    Präparat: Co-60

Abstand $x^*$ in cm mit $\Delta x^* = \frac{0,3}{\sqrt{6}}$ cm	Messdauer $t$ in s	$n$ mit $\Delta n = \sqrt{n}$	Abstand $x^*$ in cm mit $\Delta x^* = \frac{0,3}{\sqrt{6}}$ cm	Messdauer $t$ in s	$n$ mit $\Delta n = \sqrt{n}$
0,5	60	1378	0,0	60	5592
1,0	60	1061	0,5	60	4291
1,5	60	936	1,0	60	3616
2,0	60	811	1,5	60	3088
2,5	60	745	2,0	60	2634
3,0	60	718	2,5	60	2225
4,0	60	493	3,0	60	2082
5,5	60	538	3,5	60	1757
4,5	60	457	4,0	60	1662
5,0	60	443	4,5	60	1403
6,0	60	365	5,0	60	1247
7,0	60	326	6,0	60	1054
8,0	60	264	7,0	60	927
9,0	60	246	8,0	60	813
10,0	60	227	9,0	60	729
12,0	60	204	10,0	60	659
15,0	60	168	12,0	60	486
20,0	60	100	15,0	60	340
25,0	120	193	20,0	60	241
30,0	120	177	25,0	120	370
40,0	120	134	30,0	120	303
50,0	120	132	40,0	120	211
0,0	60	1948	50,0	120	173

$x_s = 1,3 \pm \frac{0,5}{\sqrt{6}}$  cm     $x_p = 0,3 \pm \frac{0,2}{\sqrt{6}}$  cm

T. Kieß

Abb. 16: Laborbuch

## Tabellenverzeichnis

1	Berechnete Abstände und Zählraten für die Untersuchung von Cäsium-137 und Cobalt-60 . . . . .	15
---	---	----

## Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau . . . . .	2
2	Berechnete Zählrate $R$ bei Cäsium-137 . . . . .	4
3	Berechnete Zählrate $R$ bei Cäsium-137 mit Ausgleichsgerade . . . . .	5
4	Berechnete Zählrate $R$ bei Cäsium-137 in doppellogarithmischer Skala mit Ausgleichsgerade . . . . .	6
5	$\chi^2$ für verschiedene Parameter für Cäsium-137 . . . . .	7
6	Berechnete Zählrate $R$ bei Cobalt-60 mit Ausgleichsgerade . . . . .	8
7	Berechnete Zählrate $R$ bei Cobalt-60 in doppellogarithmischer Skala mit Ausgleichsgerade . . . . .	9
8	$\chi^2$ für verschiedene Parameter für Cobalt-60 . . . . .	10
9	Skizze zum Abstandsgesetz . . . . .	12
10	Ausgleichsgerade bei Cäsium-137 für unabhängige Betrachtung kleiner und großer Werte . . . . .	16
11	Ausgleichsgerade bei Cobalt-60 für unabhängige Betrachtung kleiner und großer Werte . . . . .	16
12	Ausgleichsgerade bei Cäsium-137 für unabhängige Betrachtung kleiner und großer Werte in doppellogarithmischem Diagramm . . . . .	17
13	Ausgleichsgerade bei Cobalt-60 für unabhängige Betrachtung kleiner und großer Werte in doppellogarithmischem Diagramm . . . . .	17
14	Berechnete Zählrate $R$ bei Cäsium-137 für geänderte $x$ -Werte . . . . .	18
15	Berechnete Zählrate $R$ bei Cobalt-60 für geänderte $x$ -Werte . . . . .	18
16	Laborbuch . . . . .	19