

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	1
2	Versuchsaufbau	1
3	Versuchsdurchführung	1
4	Auswertung	2
4.1	Zählrohrkennlinie	2
4.2	Zählstatistik für Untergrundstrahlung	3
4.3	Untersuchung der Strahlung von Baddeleyit in einer kurzen Messung	6
4.4	Untersuchung der Strahlung von Baddeleyit in einer langen Messung	10
5	Diskussion	11
5.1	V Versuchsergebnisse	11
5.1.1	Zählrohrkennlinie	11
5.1.2	Zählstatistik für Untergrundstrahlung	11
5.1.3	Untersuchung der Strahlung von Baddeleyit in einer kurzen Messung	12
5.1.4	Untersuchung der Strahlung von Baddeleyit in einer langen Messung	13
5.2	Mögliche Fehlerquellen und Verbesserungsvorschläge	13
A	Anhang	15
A.1	Rohdaten	15

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch sollen Messungen mit einem Geiger-Müller-Zählrohr durchgeführt werden. Dazu wurden zunächst Messungen an Cäsium-Präparat bei verschiedenen Zählrohrspannungen durchgeführt, um für die nachfolgenden Messungen eine Zählrohrspannung festzulegen. Anschließend sollte für Messungen über verschiedene Zeitdauern die Zählstatistik für Untergrundstrahlung untersucht werden. Mit diesen Ergebnissen soll anschließend mit einer kurzen und einer langen Einzelmessung untersucht werden, ob eine Substanz radioaktiv ist oder nicht.

2 Versuchsaufbau

Ein Geiger-Müller-Zählrohr war über einer radioaktiven Substanz, die sich in einem nach oben hin geöffneten, sonst aber geschlossenen Bleikasten befand, positioniert. Zwischen dem Kasten und dem Zählrohr befand sich ein frei beweglicher Bleiblock, der den Bleikasten vollständig verschloss. Das Zählrohr wurde durch einen Holzblock vor äußeren Einflüssen geschützt. Es war mit einer regelbaren Spannungsquelle verbunden, an der die Detektorspannung eingestellt werden konnte. Neben der Spannungsquelle war zusätzlich noch ein elektronischer Zähler positioniert, der ebenfalls mit dem Geiger-Müller-Zählrohr verbunden war, um die Zerfälle pro einstellbarer Zeit automatisch zu messen.

3 Versuchsdurchführung

Zu Beginn wurde ein frei beweglicher Bleiblock zwischen radioaktivem Substrat und Zählrohr entfernt um den Bleikasten zu öffnen und somit die Strahlung in Richtung des Zählrohrs nicht mehr abzuschirmen. Anschließend wurde die Spannung an der Spannungsquelle auf 0 V eingestellt sowie im Anschluss für verschiedene Spannungen die Anzahl der Ereignisse pro Zeitintervall aufgenommen.

Daraufhin wurde der Bleiblock wieder zwischen dem Zählrohr und dem Bleikasten positioniert und es wurden bei einer gleichbleibende Detektorspannung Messreihen von Zerfällen in gleichen Zeitintervallen durchgeführt.

Nun wurde eine willkürlich ausgewählte, vermeintlich radioaktive Substanz auf dem Holzblock über dem Zählrohr abgelegt. Damit wurde eine Kurzzeitmessung über wenige Sekunden und eine Langzeitmessung über mehrere Minuten der Anzahl an Zerfällen durchgeführt. Die untersuchte Probe war ein Stück des Minerals Baddeleyit.

4 Auswertung

4.1 Zählrohrkennlinie

Um eine sinnvolle Detektorspannung zu bestimmen wurde die Zählrohrkennlinie aufgenommen. Dazu wurde für verschiedenen Spannungen U im Bereich zwischen 0 V und dem angegebenen Maximum von 650 V die Anzahl der vom Geiger-Müller-Zählrohr erfassten Counts x pro Minute gemessen. Da wir lediglich einen groben Bereich suchen, in dem eine für die späteren Messungen geeignete Detektorspannung liegt wurden auf die Messwerte von U keine Fehler bestimmt. Der Fehler der Counts wurde auf

$$s_x = \sqrt{x} \quad (1)$$

geschätzt. Die Auftragung von x gegen U ist in Abb. 1 dargestellt.

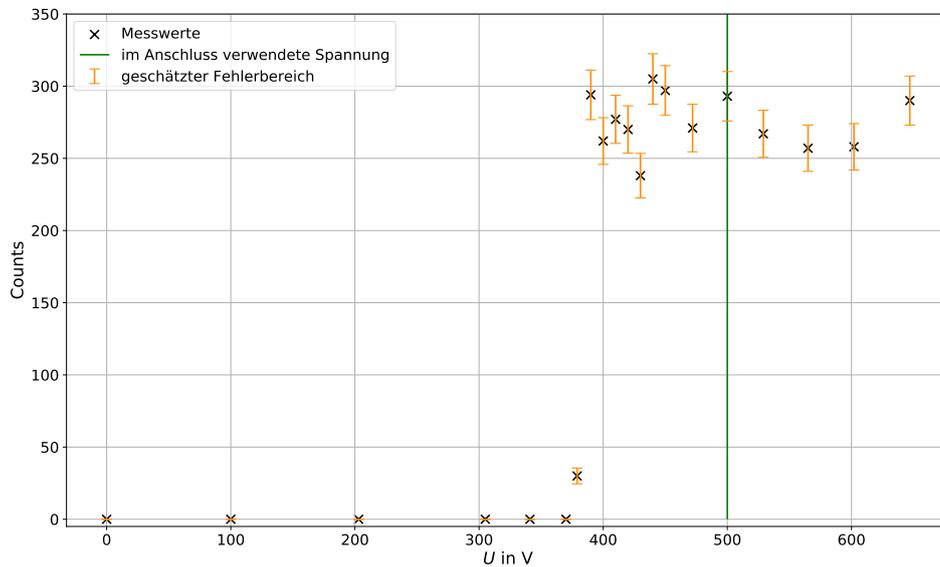


Abbildung 1: Messwerte der Counts x pro Minute bei Messung einer unter dem Zählrohr angebrachten Probe. Die mit $s_x = \sqrt{x}$ abgeschätzten Fehler sind auch mit eingezeichnet. Außerdem ist die für die späteren Versuchsteile verwendete Spannung in grün markiert.

Es zeigt sich, dass das Geiger-Müller-Zählrohr erst ab einer Detektorspannung von etwa (380 ± 10) V angeregt werden kann. Nach dieser Spannung bleibt die Anregung mehr oder weniger konstant weshalb wir festgelegt haben, dass wir für die nachfolgenden Versuchsteile folgende Detektorspannung verwenden:

$$U = 500 \text{ V.}$$

4.2 Zählstatistik für Untergrundstrahlung

Im zweiten Versuchsteil haben wir die Untergrundstrahlung untersucht. Dafür wurden bei der festgelegten Detektorspannung von $U = 500 \text{ V}$ für die Periodendauern $t_1 = 1 \text{ s}$, $t_2 = 2 \text{ s}$, $t_4 = 4 \text{ s}$ jeweils 100 Messungen durchgeführt und die Counts gemessen. Für jede Messung wurden die arithmetischen Mittelwerte μ_i berechnet. Wir erhalten die Mittelwerte:

$$\mu_1 = 1,34$$

$$\mu_2 = 2,85$$

$$\mu_4 = 5,83$$

Anschließend wurden die Gaußverteilung [3]

$$G_{\mu, \sqrt{\mu}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\mu}\right)$$

und die Poissonverteilung [3]

$$P_{\mu}(x) = \frac{\mu^x}{\Gamma(x+1)} \cdot e^{-\mu}, \quad (2)$$

die zu diesen Mittelwerten gehören, berechnet. Bei der Poissonverteilung wurde $\Gamma(x+1)$ anstatt von $x!$ verwendet, um eine kontinuierliche Funktion zu erhalten. Die Histogramme sowie die zugehörigen Gauß- und Poissonverteilung sind in Abb. 2 bis 4 dargestellt.

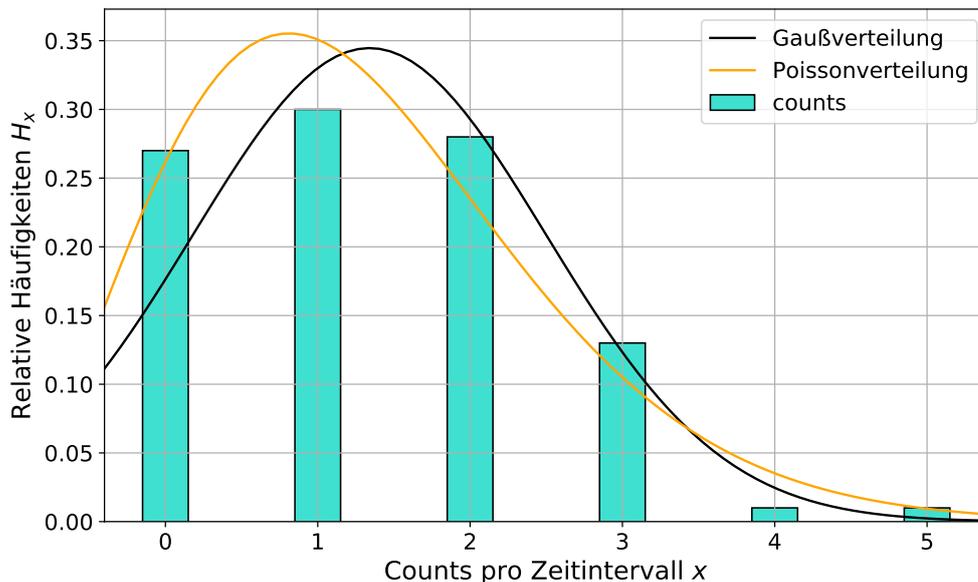


Abbildung 2: Histogramm für die Anzahl der Ereignisse bei 100 Messungen über jeweils $t = 1 \text{ s}$. Die zugehörigen Gauß- und Poissonverteilungen sind auch mit eingezeichnet.

Die Varianzen σ_i^2 der einzelnen Messreihen berechnen wir mithilfe der allgemeinen Formel für die Varianz [3]

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \mu_i)^2,$$

wobei i für die Messreihe und j für eine einzelne Messung steht. Die Standardabweichungen σ_i

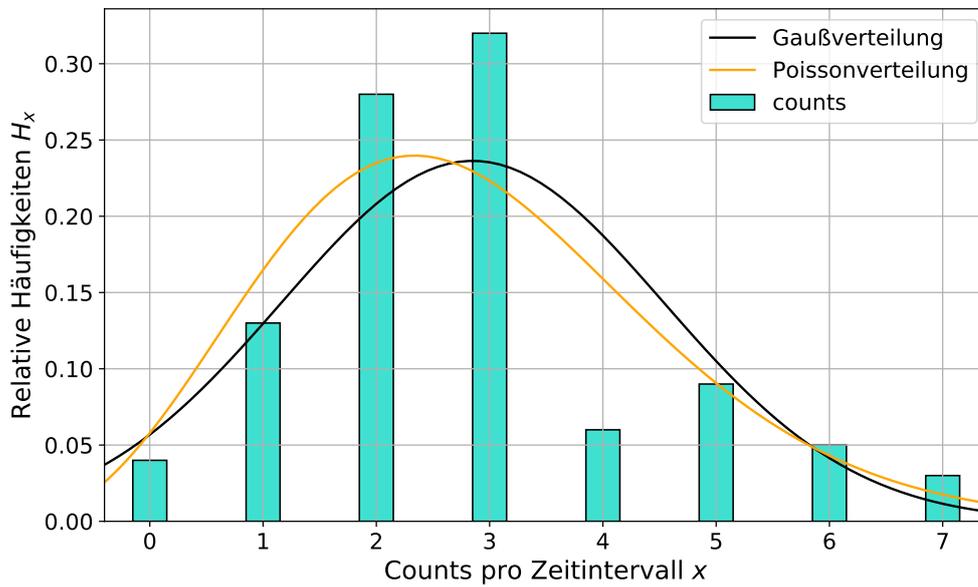


Abbildung 3: Histogramm für die Anzahl der Ereignisse bei 100 Messungen über jeweils $t = 2$ s. Die zugehörigen Gauß- und Poissonverteilungen sind auch mit eingezeichnet.

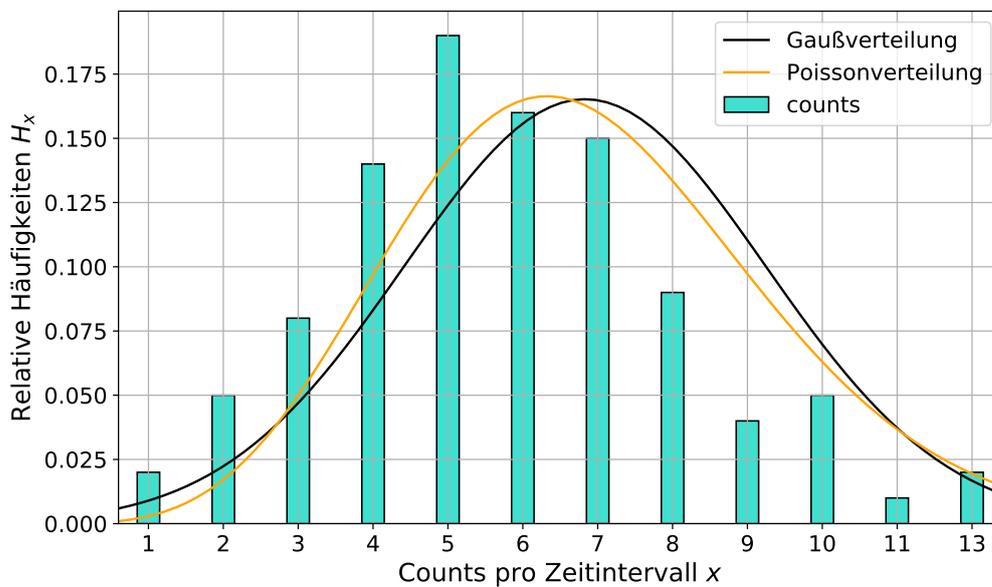


Abbildung 4: Histogramm für die Anzahl der Ereignisse bei 100 Messungen über jeweils $t = 4$ s. Die zugehörigen Gauß- und Poissonverteilungen sind auch mit eingezeichnet.

ergeben sich aus den Varianzen

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{i,j} - \mu_i)^2}.$$

Die empirischen Schiefen β_i lassen sich aus den arithmetischen Mitteln μ und den Standardabweichungen σ mit

$$\beta_i = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma_x} \right)^3$$

berechnen [2], wobei σ_x die Standardabweichung ist. Weiter ergeben sich die empirischen Wölbungen ξ_i aus der folgenden Formel [2]:

$$\xi_i = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma_x} \right)^4.$$

Diese Werte sollen mit den Werten der zugehörigen Poissonverteilungen verglichen werden. Die Varianz σ^2 , die Schiefe β die Wölbung ξ ergeben sich für eine Poissonverteilung durch [2]:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \mu \\ \beta_p &= \frac{1}{\sqrt{\mu}} \\ \xi_p &= 3 + \frac{1}{\mu} \end{aligned}$$

Alle Werte sind in Tabelle 1 eingetragen.

	Mittelwert μ	Varianz σ^2	Standardabweichung σ	Schiefe β	Wölbung ξ
t = 1s Messung	1,34	1,20	1,1	0,52	2,90
t = 1s Poisson	1,34	1,34	1,16	0,86	3,75
t = 2s Messung	2,85	2,49	1,58	0,71	3,26
t = 2s Poisson	2,85	2,85	1,69	0,59	3,35
t = 4s Messung	5,83	5,64	2,38	0,52	3,45
t = 4s Poisson	5,83	5,83	2,41	0,41	3,17

Tabelle 1: Die Werte für den Mittelwert μ , die Varianz σ^2 , die Standardabweichung σ , die Schiefe β und die Wölbung ξ aller Messreihen sowie der dazu ermittelten Poissonverteilungen

Als letztes berechnen wir die Untergrundzählrate R_u . Diese ergibt sich für jede einzelne Messung durch:

$$R_u = \frac{x}{t}. \quad (3)$$

Da wir t als exakt annehmen, ergibt sich der Fehler der Zählrate eines einzelnen Wertes durch:

$$s_R = \frac{s_x}{t} = \frac{\sqrt{x}}{t}. \quad (4)$$

Durch Mittelung aller 300 Messungen aus den drei Messreihen erhalten wir mit dem Fehler als Standardunsicherheit des Mittelwertes:

$$R_u = (1,41 \pm 0,05) \text{ s}^{-1} \quad (5)$$

4.3 Untersuchung der Strahlung von Baddeleyit in einer kurzen Messung

Im dritten Versuchsteil wurde die Strahlung von Baddeleyit in einer kurzen Messung untersucht. Für eine Messung über $t = 10$ s wurden

$$x = 17 \pm 4$$

Treffer registriert. Hierbei wurde der Fehler wieder durch $s_x = \sqrt{x}$ abgeschätzt.

Anschließend soll die Messung statistisch untersucht und die Nullhypothese, dass die Probe nicht strahlt, getestet werden.

Für eine Zufallsvariable y zur Poisson-Verteilung $f_\mu(y)$ mit Mittelwert μ ergibt sich mit Gleichung (2)

$$P_{y \geq x}(\mu) = \sum_{y=x}^{\infty} \frac{\mu^y}{y!} e^{-\mu} = 1 - \sum_{y=0}^{x-1} \frac{\mu^y}{y!} e^{-\mu} \quad (6)$$

für die Wahrscheinlichkeiten für Werte $y \geq x$ und

$$P_{y \leq x}(\mu) = \sum_{y=0}^x \frac{\mu^y}{y!} e^{-\mu} \quad (7)$$

für die Wahrscheinlichkeiten für Werte $y \leq x$.

Für den gemessenen Wert $x = 17(4)$ wurden diese Wahrscheinlichkeiten als Funktion des Mittelwerts μ im Bereich zwischen $\mu = 0$ und $\mu = 3x$ berechnet und in Abb. 5 mit linearer und in Abb. 6 mit halblogarithmischer Skala dargestellt.

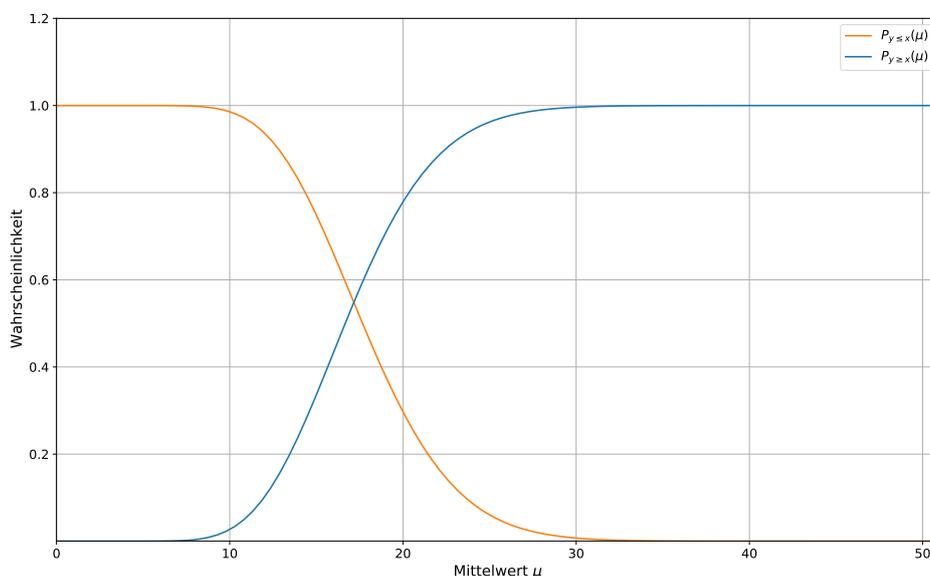


Abbildung 5: Auftragung der Wahrscheinlichkeiten für Werte $y \geq x$ und für Werte $y \leq x$ für eine Zufallsvariable y zur Poissonverteilung mit Mittelwert μ zum gemessenen Wert $x = 17$ gegen verschiedene Mittelwerte μ . Die zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten verwendeten Formeln stehen in Gleichungen (6) und (7). Für die Auftragung wurde hier eine lineare Skala gewählt.

Als nächstes wurde grafisch das Konfidenzintervall $[a, b]$ zum Konfidenzniveau $\gamma = 0,99$ bestimmt. Dieses ergibt sich aus den Schnittpunkten der halben Irrtumswahrscheinlichkeit

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \gamma}{2} = 0,005$$

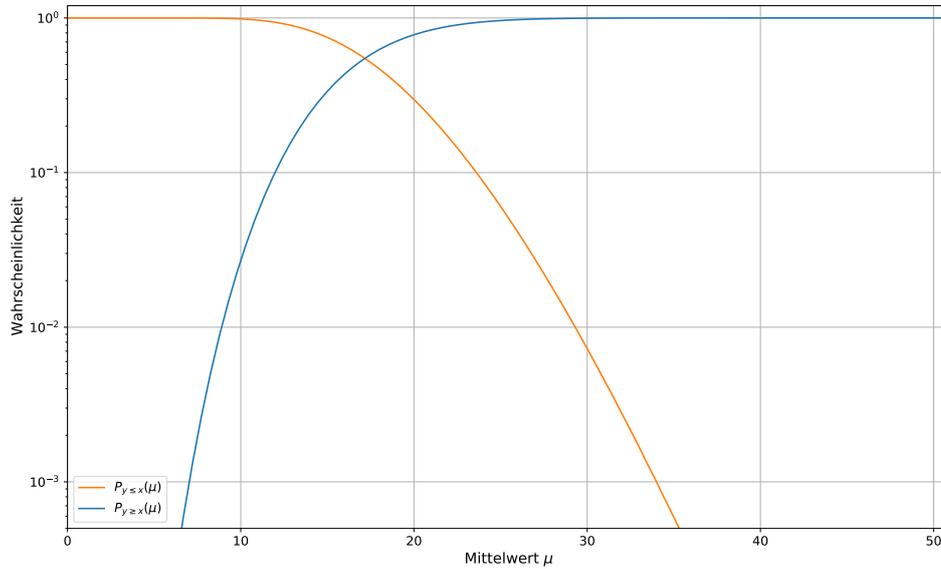


Abbildung 6: Auftragung der Wahrscheinlichkeiten für Werte $y \geq x$ und für Werte $y \leq x$ für eine Zufallsvariable y zur Poissonverteilung mit Mittelwert μ zum gemessenen Wert $x = 17$ gegen verschiedene Mittelwerte μ . Die zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten verwendeten Formeln stehen in Gleichungen (6) und (7). Für die Auftragung wurde hier eine halblogarithmische Skala gewählt.

mit den Kurven der Wahrscheinlichkeiten $P_{y \geq x}$ und $P_{y \leq x}$. Die Schnittpunkte wurden numerisch mit Python bestimmt. Als Konfidenzintervallgrenzen ergeben sich

$$\begin{aligned} a &= 8,24 \\ b &= 30,91. \end{aligned} \tag{8}$$

Die halbe Irrtumswahrscheinlichkeit sowie das aus den Schnittpunkten bestimmte Konfidenzintervall sind zusammen mit dem halblogarithmischen Diagramm der Wahrscheinlichkeiten aus Abb. 6 in Abb. 7 zu sehen.

Das erweiterte Gaußintervall erhält man mit

$$x \pm k_{0,99} \cdot x, \tag{9}$$

wobei man für den Erweiterungsfaktor zum Konfidenzniveau $\gamma = 0.99$ [1]

$$k_{0,99} = 2,576 \tag{10}$$

erhält.

Für die Intervallgrenzen des Gaußintervalls $[a_G, b_G]$ erhält man:

$$\begin{aligned} a_G &= 6,38 \\ b_G &= 27,62. \end{aligned} \tag{11}$$

Das erweiterte Gaußintervall ist zusammen mit dem Konfidenzintervall aus Abb. 7 in Abb. 8 zu sehen.

Zur Überprüfung der Nullhypothese wurde als nächstes der Messwert mit der im zweiten Versuchsteil in Gleichung (5) ermittelten Untergrundrate $R_u = (1,41 \pm 0,05) \text{ s}^{-1}$ verglichen. Für eine Messung über $t = 10 \text{ s}$ erhält man daraus einen Erwartungswert

$$x_u = 14,1 \pm 0,5 \tag{12}$$

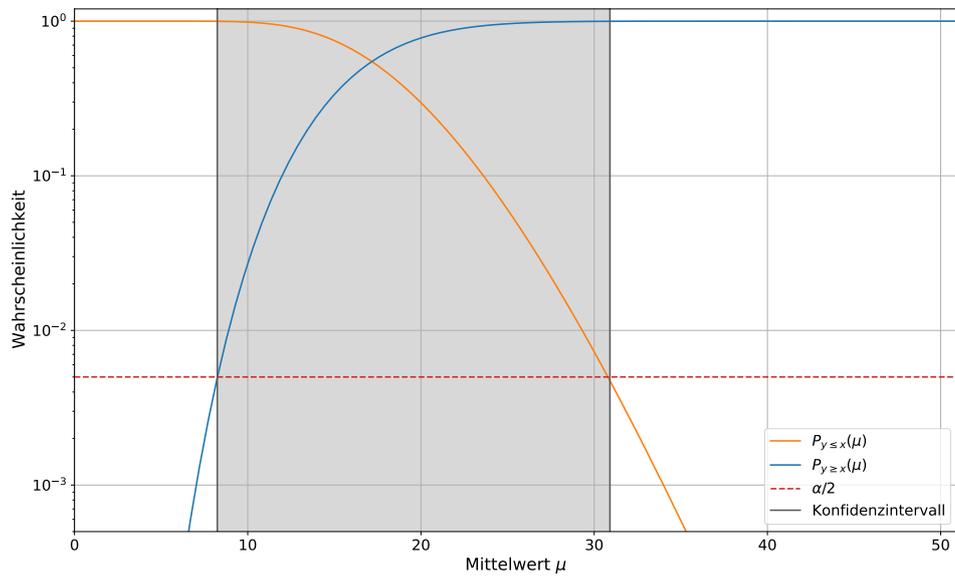


Abbildung 7: Darstellung des aus der halben Irrtumswahrscheinlichkeit bestimmten Konfidenzintervalls $[8,42, 30,91]$. Die Wahrscheinlichkeiten zur Poissonverteilung aus Abb. 6 sowie die halbe Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha/2$ sind mit eingezeichnet.

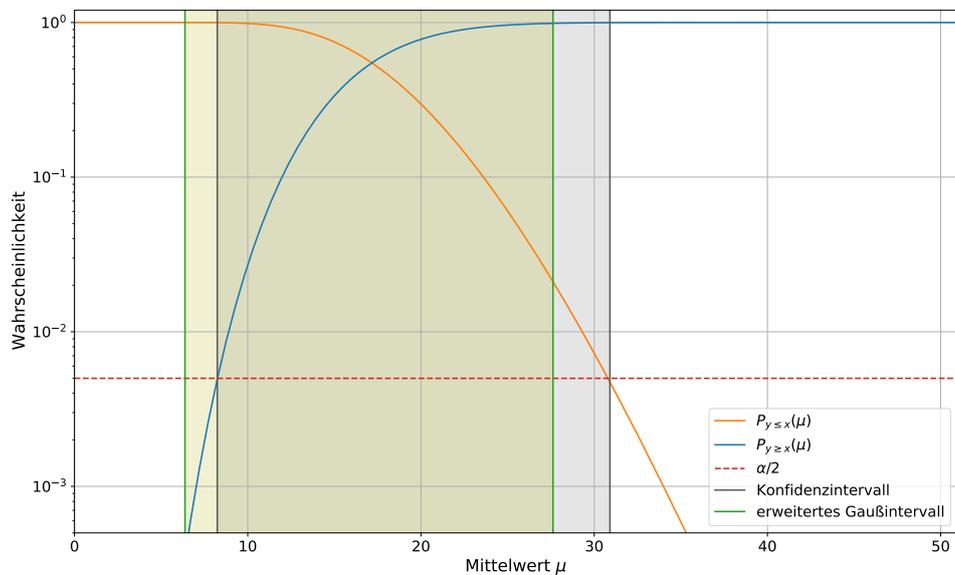


Abbildung 8: Darstellung des erweiterten Gaußintervalls zusammen mit dem Konfidenzintervall, der halben Irrtumswahrscheinlichkeit und den aus Gleichung (7) berechneten Wahrscheinlichkeiten zur Poissonverteilung.

für die Anzahl der Treffer.

Aus diesem Erwartungswert lässt sich Gleichung (6) die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass für einen Mittelwert x_u der Untergrundstrahlung $x = 17$ Treffer oder mehr gemessen werden. Für die Wahrscheinlichkeit erhält man

$$P = 0,2507 = 25,07\%. \quad (13)$$

Der P -Wert sowie die erwarteten Untergrundereignisse x_u sind in Abb. 9 zusammen mit den Wahrscheinlichkeit für die Poissonverteilung und dem Konfidenzintervall aus Abb. 7 eingezeichnet.

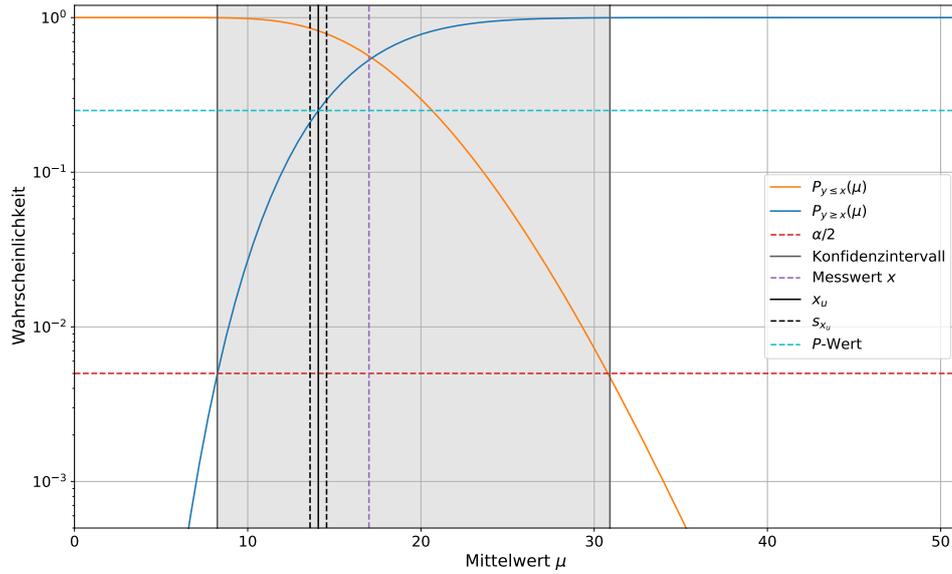


Abbildung 9: Darstellung des Erwartungswerts aus der Untergrundstrahlung x_u sowie die Unsicherheit des Erwartungswerts s_{x_u} im Diagramm der Wahrscheinlichkeiten zur Poissonverteilung zusammen mit dem Konfidenzintervall und der halben Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha/2$ aus Abb. 7. Die gemessenen Treffer $x = 17$ sowie der P -Wert für die Wahrscheinlichkeit, dass man bei einem Mittelwert der Untergrundstrahlung x_u mit Fehler s_{x_u} x Ereignisse aufnimmt, sind auch eingezeichnet.

4.4 Untersuchung der Strahlung von Baddeleyit in einer langen Messung

In diesem Versuchsteil wurde erneut die Strahlung von Baddeleyit untersucht, diesmal aber mit einer langen Messung über $t = 1200$ s. Als Anzahl der Ereignisse wurde

$$x_{\text{lang}} = 2116 \pm 46$$

gemessen, wobei auch hier die Unsicherheit aus $\sqrt{x_{\text{lang}}}$ geschätzt wurde. Mit Gleichungen (3) und (4) ergibt sich die Zählrate

$$R_{\text{lang}} = (1,76 \pm 0,04) \text{ s}^{-1}. \quad (14)$$

Zum Vergleich der gemessenen Zählrate R mit der Zählrate der Untergrundstrahlung R_u aus Gleichung (5) wurde der t -Wert

$$t_{\text{lang}} = 5,81 \quad (15)$$

berechnet.

Da es sich hier um eine Messung über lange Zeit handelt, kann davon ausgegangen werden, dass die Ereignisse annähernd Gaußverteilt sind. Deswegen kann hier der t -Wert [3] über

$$t = \frac{|x - y|}{\sqrt{s_x^2 + s_y^2}}$$

berechnet werden.

Zum weiteren Vergleich kann auch ein P -Wert berechnet werden, der die Wahrscheinlichkeit angibt, dass bei einer Untergrundstrahlung mit Mittelwert R_u eine Zählrate von $R = (2116 \pm 46) \text{ s}^{-1}$ oder höher auftritt. Mit der Gauß-Näherung lässt sich dieser Wert über ein Integral über die Gaußverteilung mit

$$P_{\text{lang}} = \int_{R_{\text{lang}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi R_u}} e^{-\frac{(R-R_u)^2}{2R_u}} dR \quad (16)$$

berechnen. Man erhält einen P -Wert von

$$P_{\text{lang}} = 0,3822 = 38,22 \%. \quad (17)$$

5 Diskussion

5.1 Versuchsergebnisse

5.1.1 Zählrohrkennlinie

Im ersten Versuchsteil zeigte sich deutlich, dass das Geiger-Müller Zählrohr ab einem Wert im Bereich von

$$(380 \pm 10) \text{ V}$$

anfang zu detektieren. Von da an waren die detektierten Werte ungefähr gleichbleibend. Dies liegt daran, dass das Geiger-Müller-Zählrohr eine bestimmte Detektorspannung benötigt, ab dem die Ionen schnell genug werden um den Draht, an dem die Counts gemessen werden, zu erreichen. Ab dieser Spannung bleibt der Wert im Rahmen der statistischen Schwankung gleich, da durch eine höhere Spannung nicht mehr Ionen auftreten, die den Draht erreichen könnten. Daher haben wir uns entschlossen für alle weiteren Versuchsteile eine Detektorspannung von

$$U = 500 \text{ V}$$

zu verwenden.

5.1.2 Zählstatistik für Untergrundstrahlung

Im zweiten Teil wurden für Messdauern von $t_1 = 1 \text{ s}$, $t_2 = 2 \text{ s}$ und $t_4 = 4 \text{ s}$ jeweils 100 Messungen durchgeführt und diese in Histogrammen dargestellt. Die Histogramme sind in Abb. 2 bis 4 zu sehen. Im Vergleich zu den Gaußverteilungen sowie den Poissonverteilungen zeigte sich, dass für alle drei Messreihen sowohl die Gauß- als auch die Poissonverteilungen zu den arithmetischen Mittelwerten der Messreihen näherungsweise zu den gemessenen Werten passten. In allen Fällen spiegelte jedoch die Poissonverteilung das Bild noch besser wieder, da die gemessenen Werte im Gegensatz zur Gaußverteilung nicht symmetrisch um den Mittelwert verteilt waren. Die Werte, die unter dem Mittelwert lagen, waren im Durchschnitt näher am Mittelwert als die Werte, die höher als der Mittelwert lagen. Dies zeigte sich dadurch, dass es einige Messungen gab, deren Countanzahl deutlich über dem Mittelwert lag. Dieses Verhalten passt zu einer Poissonverteilung.

Anschließend wurden für die Messwerte Mittelwert, Varianz, Standardabweichung, Schiefe und Wölbung berechnet. Für die Poissonverteilung der jeweiligen Mittelwerte wurden auch Varianz, Standardabweichung, Schiefe und Wölbung berechnet. Diese Werte sind für die Messwerte und die zugehörigen Poissonverteilungen in Tabelle 1 aufgelistet.

Es fällt auf, dass die berechneten Werte für die Varianz, Schiefe und Wölbung in allen drei Fällen für die empirische Rechnung und die Werte aus der Poissonverteilung sehr nahe beieinander lagen. In allen drei Fällen lag die Varianz und somit auch die Standardabweichung der Poissonverteilung nur minimal über der der Messwerte, wobei sich die Werte für größere Messdauern annäherten. Dies spricht auch dafür, dass eine Poissonverteilung gut zu den Messwerten passt.

Die Schiefe gibt an, ob die Werte symmetrisch um den Mittelwert verteilt sind. Dabei bedeutet eine Schiefe von null, dass die Werte symmetrisch verteilt sind, eine positive bzw. negative Schiefe bedeutet, dass die Werte auf die linke bzw. rechte Seite geneigt sind. Somit ist die Schiefe der symmetrischen Gaußverteilung null, und die Schiefe der Poissonverteilung, die sich für größere Anzahlen an Ereignissen x der Gaußverteilung nähert, wird mit längerer Messung (und somit einer größeren Anzahl an gemessenen Ereignissen) kleiner. Bei unseren Messwerten ist es so, dass die Schiefe relativ konstant bleibt während sie bei der Poissonverteilung wie erwartet immer weiter abnimmt. Nichtsdestotrotz sind die Werte alle in einem sehr ähnlichen Bereich. Daher ist davon auszugehen, dass es sich dabei um ein Problem mit unserer Messmethode handelt, da wir keine negativen Counts zählen können. Für eine Poissonverteilung und erst Recht eine Gaußverteilung wären jedoch negative Counts nötig gewesen.

Die Wölbung gibt an, wie spitzgipflig bzw. flachgipflig eine Verteilung ist. Dabei ist eine Verteilung mit einer Wölbung von kleiner als drei flachgipflig und eine Verteilung mit einer Wölbung von

größer als drei spitzgipflig. Eine Verteilung mit einer Wölbung von drei entspricht einer Normalverteilung. Die Gaußverteilung hat also eine Wölbung von drei, und die Wölbung der Poissonverteilung nähert sich mit zunehmender Messdauer der drei an.

Bei den Messwerten zeigt sich, dass die Wölbung der gemessenen Werte immer größer wird, sich aber im Bereich um die drei bewegt. Obwohl das nicht direkt das Verhalten einer Poissonverteilung widerspiegelt, sind auch hier die Werte alle so nahe beieinander, dass man bei allen drei Messreihen bei den von uns jeweils 100 aufgenommenen von einer Poissonverteilung für unendlich viele Messwerte ausgehen kann.

Die Untergrundzählrate konnte auf

$$R_u = (1,41 \pm 0,05) \text{ s}^{-1}$$

bestimmt werden. Damit ergibt sich ein relativer Fehler von

$$\frac{sR_u}{R_u} = 3,55 \%$$

Dieser Fehler ist verhältnismäßig groß dafür, dass wir 300 Messungen durchgeführt haben. Dies liegt an der hohen Varianz in allen Messreihen und kann lediglich durch noch mehr Messungen verringert werden. Zusätzlich vernachlässigen wir bei diesem Fehler, dass es systematische Fehler gegeben haben könnte. Diese machen das Ergebnis wahrscheinlich nochmals deutlich ungenauer als von uns angenommen.

5.1.3 Untersuchung der Strahlung von Baddeleyit in einer kurzen Messung

Bei einer Messung über $t = 10 \text{ s}$ wurden $x = 149$ Ereignisse registriert. Anschließend wurden die Wahrscheinlichkeiten, dass man weniger bzw. mehr als x Ereignisse registriert, für verschiedene Mittelwerte einer Poissonverteilung berechnet. Dies ist in Abb. 5 und 6 einmal mit linearer und einmal mit halblogarithmischer Skala zu sehen. Bestimmung des Konfidenzintervalls $[a, b]$ zum Konfidenzniveau $\gamma = 0,99$ liefert

$$\begin{aligned} a &= 8,24 \\ b &= 30,91 \end{aligned}$$

als Intervallgrenzen. Zusätzlich wurde mit $x \pm k_{0,99} \cdot x$ das erweiterte Gaußintervall bestimmt. Die beiden so bestimmten Intervalle sind zusammen mit den Wahrscheinlichkeiten für die Poissonverteilung und der halben Irrtumswahrscheinlichkeit in Abb. 8 eingezeichnet.

Bei Betrachtung beider Intervalle fällt auf, dass sie zwar eine ähnliche Breite haben, aber dass das Gaußintervall im Vergleich zum Poissonintervall leicht nach links, also in Richtung kleinerer Mittelwerte, verschoben ist. Das liegt daran, dass das Gaußintervall symmetrisch um den Messwert x liegt. Es ist auch deutlich zu erkennen, dass die Schnittpunkte des Gaußintervalls mit den Wahrscheinlichkeitskurven nicht der halben Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha/2$ entsprechen. Man kann somit erkennen, dass das Gaußintervall nur eine Näherung für das Konfidenzband ist.

Zur Überprüfung der Nullhypothese, dass das untersuchte Präparat nicht strahlt, wurde der aus der im zweiten Versuchsteil berechneten Untergrundrate (siehe Gleichung (5)) die im Falle eines nicht strahlenden Präparats erwartete Ereigniszahl $x_u = 14,1 \pm 0,5$ berechnet. Daraus wurde die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer poissonverteilten Untergrundstrahlung mit Mittelwert x_u die gemessene Ereigniszahl $x = 17$ oder mehr gemessen werden, mit

$$P = 25,07 \%$$

bestimmt. Der Erwartungswert x_u mit Unsicherheit und der gemessene Wert x sind zusammen mit dem berechneten P -Wert und den Wahrscheinlichkeitskurven mitsamt halber Irrtumswahrscheinlichkeit in Abb. 9 zu sehen.

Es ist klar zu erkennen, dass der erwartete Wert für die Untergrundstrahlung innerhalb des Konfidenzintervalls liegt. Außerdem liegt der P -Wert deutlich über der halben Irrtumswahrscheinlichkeit.

Bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 1 - \gamma$ werden alle Nullhypothesen abgelehnt, bei denen der Mittelwert außerhalb des Konfidenzintervalls liegt. Dies entspricht also dem Ablehnungsbereich. Das ist hier nicht gegeben. Die Nullhypothese kann hier also nicht abgelehnt werden. Dies lässt sich auch daran erkennen, dass der P -Wert (Wie auch in Abb. 9) deutlich über der halben Irrtumswahrscheinlichkeit liegt.

Somit kann also nicht geschlossen werden, dass die Probe strahlt. Es kann also nicht sicher gesagt werden, ob die Probe strahlt, oder ob die gemessenen Ereignisse aus statistischen Schwankungen der Untergrundstrahlung stammen.

5.1.4 Untersuchung der Strahlung von Baddeleyit in einer langen Messung

Aus einer langen Messung über t_{lang} wurde eine Zählrate von

$$R_{\text{lang}} = (1,76 \pm 0,04) \text{ s}^{-1}$$

bestimmt.

Zum Vergleich mit der Untergrundrate $R_u = (1,41 \pm 0,05) \text{ s}^{-1}$ wurde der t -Wert

$$t_{\text{lang}} = 5,81$$

berechnet. Ein t -Wert zweier Werte gibt ein Maß für ihre Verträglichkeit im Rahmen ihrer Unsicherheiten an, wobei ein Wert von unter zwei auf eine gute, ein Wert von über zwei auf eine schlechte Verträglichkeit schließen lässt.

Da hier der t -Wert mit 5,81 deutlich über zwei liegt, kann hier von einer schlechten Verträglichkeit von R_u und R_{lang} ausgegangen werden. Somit deutet der t -Wert darauf hin, dass die Probe tatsächlich strahlt.

Zusätzlich wurde der P -Wert berechnet, der angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit bei einer Untergrundstrahlung mit der in Gleichung (5) berechneten Zählrate eine Zählrate von R_{lang} auftritt. Man erhält

$$P = 38,32\%.$$

Bei einem einseitigen Signifikanzniveau $\alpha = 1 - \gamma = 1\%$ ist also klar, dass der P -Wert deutlich größer ist und somit die Nullhypothese in diesem Fall nicht abgelehnt werden kann. Es kann also nicht geschlossen werden, dass die Probe strahlt.

Während der t -Wert darauf hindeutet, dass die Probe strahlt, ist der berechneten P -Wert so groß, dass die Nullhypothese, dass die Probe nicht strahlt, nicht abgelehnt werden kann.

Eine Ursache dieser Diskrepanz ist, dass der P -Wert im Gegensatz zum t -Wert die Messunsicherheiten nicht berücksichtigt.

Da allerdings der P -Wert sehr deutlich über dem Signifikanzniveau liegt, kann hier auf keinen Fall geschlossen werden, dass die Probe strahlt. Im Rahmen der durchgeführten Messungen kann somit keine eindeutige Aussage getroffen werden.

5.2 Mögliche Fehlerquellen und Verbesserungsvorschläge

Eine Fehlerquelle war die Messungenauigkeit des internen Messgerätes der Spannungsquelle. Dieser Fehler fiel im ersten Teil ins Gewicht, in dem wir die Anzahl an Counts für verschiedene Spannungen messen sollten. Dadurch, dass wir in den darauffolgenden Teilen eine Spannung festlegten, die eindeutig größer als die Schwellenspannung war, war der Fehler dann nicht mehr relevant. Eine Verbesserungsmöglichkeit wäre die Verwendung eines hochwertigen in Reihe geschalteten Voltmeters.

Die Auswertung machte uns klar, dass unsere Messreihen nicht umfangreich genug waren. So gab es teils größere Abweichungen der Messreihen im zweiten Teil von der Gauß- bzw. Poissonverteilung für bestimmte Countswerte, die die Verteilungskurven leicht verschoben und verschlechterten. Anstatt im zweiten Teil ungefähr 100 Messungen pro Messreihe aufzunehmen, hätten wir allgemein

mehr Messungen aufnehmen müssen. Eine Vergrößerung um den Faktor 10 auf 1000 Messungen pro Messreihe hätte die Histogramme vermutlich deutlich verbessert.

Unter Umständen könnte je nach Art und Dichte des Holzes ein Teil der Strahlung abgeschirmt worden sein. Bedenkt man die Tatsache, dass es sich bei Holz um ein Naturprodukt handelt, das durchaus durch Metalle oder Gestein verunreinigt sein könnte, sollte diese Fehlerquelle nicht unterschätzt werden. Um diesem Problem aus dem Weg zu gehen könnte man den schützenden Holzblock bei der Durchführung des Experimentes entfernen.

Es ist denkbar, dass das Geiger-Müller-Zählrohr inklusive seiner Messelektronik nicht alle Strahlungen registriert hat. Dies kann an der schlechten Verarbeitung des Zählrohrs mit einem verunreinigten Füllgas, ungleichmäßiger Geometrie und ungenauer Messelektronik liegen oder an äußeren elektrischen Feldern. Die Verwendung eines besseren und neuen Zählrohrs mit einer hochwertigen Messelektronik auf dem technisch aktuellsten Stand würde diese Fehlerquelle reduzieren.

Es wurden viele Messwerte in kurzer Zeit von dem Zählergerät visuell abgelesen, verbal übermittelt und mit Handschrift notiert. Dabei ist leider nicht auszuschließen, dass wir dabei Fehler gemacht haben. In der Durchführung las eine Person die Messwerte ab und bediente das Zählergerät, eine Zweite schrieb die Werte handschriftlich ins Laborheft auf und eine dritte Person gab diese direkt im Laptop ein. Im Nachhinein wurden die Eingaben im Laptop mit dem Aufschrieb im Laborheft verglichen, wodurch ein Fehler im letzten Schritt der Datenübermittlung beinahe ausgeschlossen wurde. Um den Fehler des Ablesens am Zählergerät zu reduzieren könnte man als Verbesserungsmöglichkeit eine Kamera auf den Zähler richten und den Ablesevorgang genau kontrollieren und im Nachhinein falls nötig Werte korrigieren.

Literatur

- [1] Stephan Miecke Gerd Wübbler. *Erweiterte Messunsicherheit*. 11. März 2014. URL: https://www.ptb.de/cms/fileadmin/internet/fachabteilungen/abteilung_8/8.4_mathematische_modellierung/277_PTB_SEMINAR/VORTRAEGE/06_Wuebbeler_Erweiterte_Messunsicherheit.pdf (besucht am 24.03.2022).
- [2] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Anleitung Versuch 84, Zählstatistik*. Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 23. März 2022.
- [3] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Datenanalyse A*. Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 23. März 2022.