

Universität Freiburg
Physiklabor für Anfänger, Teil 2
Ferienpraktikum im Wintersemester 2023/2024


Versuch 83

Röntgenstrahlung



7. November 2024

Datum der Durchführung: 22. März 2024

Tutor 

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuches	1
2 Versuch	1
2.1 Aufbau	1
2.2 Durchführung	1
3 Auswertung und Fehleranalyse	2
3.1 Emissionsspektrum der Röntgenröhre	3
3.2 Netzebenenabstand eines KBr-Kristalls	5
4 Diskussion der Ergebnisse	6
4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse	6
4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis	7
4.2.1 Emissionsspektrum der Röntgenröhre	7
4.2.2 Netzebenenabstand eines KBr-Kristalls	8
4.3 Verbesserte Methoden	8
5 Erklärung zur Autorenschaft	8
6 Anhang	9
6.1 Rohdaten mit Vortestat	9
Literatur	10

1 Ziel des Versuches

Ziel des Versuches ist es, das Emissionsspektrum der Röntgenröhre mit einem LiF-Kristall zu untersuchen. Zusätzlich soll der Netzebenenabstand eines weiteren Kristalls bestimmt werden, dessen Netzebenenabstand unbekannt ist.

2 Versuch

2.1 Aufbau

Der Aufbau des Versuches ist in Abb. 1 dargestellt. Er besteht aus einem Röntgengerät, mit einer Röntgenröhre mit Kupferanode¹, in welches verschiedene Kristalle eingesetzt werden können, um den Röntgenstrahl zu reflektieren. Zusätzlich ist eine Skala in dem Gerät verbaut, welche den Winkel α des Detektors und den Winkel θ des Kristalls zu dem Röntgenstrahl anzeigen. Desweiteren ist noch ein elektronischer Zähler und eine zusätzliche Stromversorgung für den Detektor vorhanden. Untersucht wird ein Lithiumfluorid-Kristall (LiF), sowie ein Kaliumbromit-Kristall (KBr), dessen Netzebenenabstand unbekannt ist.

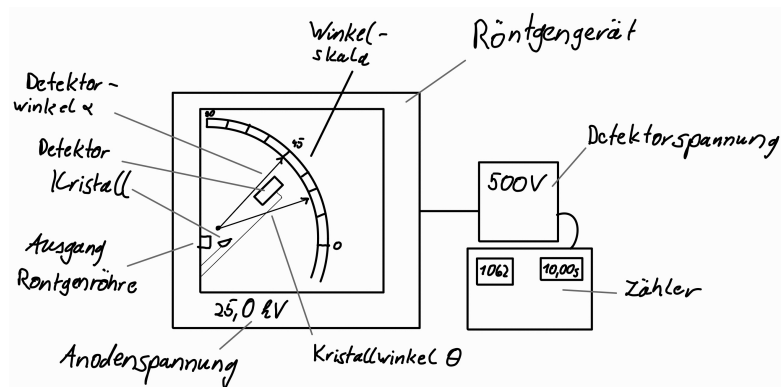


Abbildung 1: Versuchsaufbau

2.2 Durchführung

Die Anodenspannung U_A der Röntgenröhre wird für alle Versuche auf ihr Maximum gesetzt und die Detektorspannung wird festgelegt.

Zuerst wird das Emissionsspektrum der Röntgenröhre aufgenommen. Dazu wird der LiF-Kristall verwendet, dessen Netzebenenabstand bekannt ist. Es werden verschiedene Winkel α des Detektors eingestellt und die Anzahl der auftretenden Ereignisse, als Zählrate

¹[Bar23]

N , vom Zähler abgelesen, welcher dauerhaft auf eine feste Messzeit t eingestellt ist. Anschließend kann aus den Werten das Emissionsspektrum in Abhängigkeit der Wellenlänge λ bestimmt werden.

Im zweiten Versuchsteil wird der LiF-Kristall durch den KBr-Kristall getauscht und es werden analog wie davor, die auftretenden Ereignisse gemessen. Mit dem bekannten Spektrum der Röntgenröhre kann der Netzebenenabstand über die Position der Peaks aus dem Röntgenspektrum des Kupfers berechnet werden.

3 Auswertung und Fehleranalyse

Die Anodenspannung wird zu Beginn des Versuchs dauerhaft auf den Maximalwert $U_A = 25,0\text{kV}$ eingestellt. Die Unsicherheit dieses Werts folgt aus der rechteckverteilten Anzeigenauigkeit $a_{U_A} = 0,05\text{kV}$ der digitalen Anzeige mit

$$\Delta U_A = \frac{a_{U_A}}{\sqrt{3}} \approx 0,03\text{kV}.$$

Daraus folgt

$$U_A = (25,00 \pm 0,03)\text{kV}$$

für den Wert der Anodenspannung. Für die Detektorspannung $U_D = 500\text{V}$ und das gemessene Zeitintervall $t = 10,00\text{s}$ folgen mit den ebenfalls rechteckverteilten Unsicherheiten die Werte

$$U_D = (500,0 \pm 0,3)\text{V}$$

und

$$t = (10,000 \pm 0,003)\text{s}.$$

Die Unsicherheit der eingestellten Winkel wird mit $a = 1^\circ$ angenommen. Diese resultiert daraus, dass es nicht möglich ist, den Winkel exakt einzustellen. Zudem kommt eine Ableseungenauigkeit der analogen Skala. Die Unsicherheit der Winkel ergibt sich zu

$$\Delta\alpha = \frac{a}{\sqrt{6}} \approx 0,4^\circ.$$

Die Zählrate N , welche der Zähler anzeigt ist ein exakter Wert. Allerdings unterliegt dieser einer Poisson-Verteilung, da bei einer wiederholten Messung mit den exakt gleichen Bedingungen nicht das gleiche Ergebnis zu erwarten ist. Die Unsicherheit der Zählrate ist damit $\Delta N = \sqrt{N}$ und somit gilt für die jeweiligen Messwerte

$$N = (N \pm \sqrt{N}).$$

Für die Messung wird für den Winkel α von $0^\circ - 90^\circ$ die Zählrate bestimmt. Relevant ist allerdings der Winkel $\theta = \frac{\alpha}{2}$ des Kristalls zum Röntgenstrahl. Die Unsicherheit von θ ist mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung²

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\Delta\alpha = 0,2^\circ.$$

²[Bar24]

3.1 Emissionsspektrum der Röntgenröhre

In Abb. 2 ist das Emissionsspektrum der Kupfer-Anode der Röntgenröhre zu sehen. Die Zählrate N ist dabei logarithmisch gegen die Wellenlänge λ aufgetragen. Die Messwerte sind miteinander zu einem Verlauf verbunden und sind in dem Diagramm mit Unsicherheit in y-Richtung eingezeichnet.

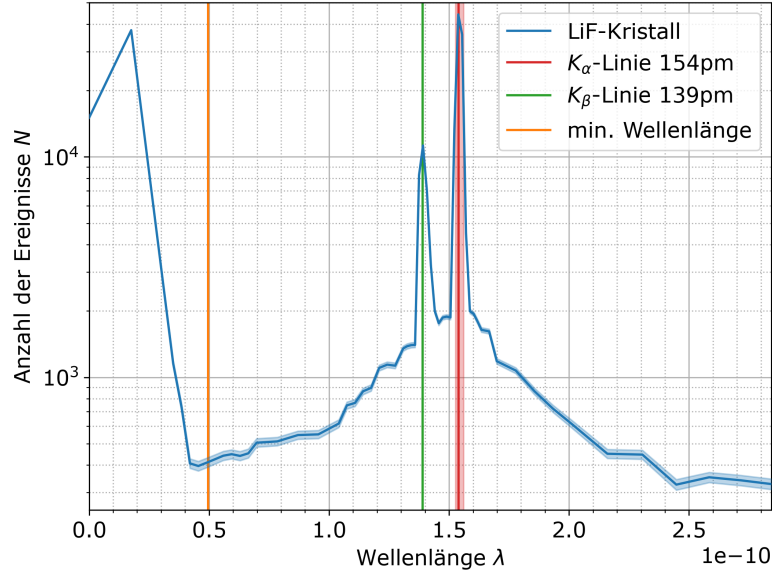


Abbildung 2: Emissionsspektrum der Kupfer-Anode

Auffällig sind die beiden Peaks bei $\lambda_{K_\alpha} = 154\text{pm}$ und $\lambda_{K_\beta} = 139\text{pm}$. Die beiden Werte sind als vertikale Linien in Abb. 2 eingezeichnet. Für die K_α -Linie ist auch die Halbwertsbreite eingezeichnet, welche für den Peak bestimmt wird. Daraus folgt der Konfidenzbereich der Linie von $\lambda = 152,7\text{pm}$ bis $\lambda = 156,2\text{pm}$, aus welchem die Unsicherheit der K_α -Linie von $\Delta\lambda_{K_\alpha} \approx 1,8\text{pm}$ folgt. Diese Unsicherheit wird auch als spektrale Auflösung des Versuchsaufbaus angenommen.

Mit der Bragg-Bedingung in Gleichung (1) kann aus dem gemessenen Winkel die zugehörige Wellenlänge der Bremsstrahlung bestimmt werden. Bremsstrahlung ist dabei die Röntgenstrahlung welche durch Auftreffen der beschleunigten Elektronen auf das Anodenmaterial entsteht. Es gilt

$$2d \sin(\theta) = n\lambda. \quad (1)$$

Dabei ist d der Netzebenenabstand des verwendeten Kristalls. Für den LiF-Kristall ist dieser Wert mit $d_{LiF} = 201\text{pm}$ gegeben.

Es folgt eine Unsicherheit aus der Unsicherheit der Messung der Winkel. Mit der Fehlerfortpflanzung ergibt sich für die Wellenlänge die Unsicherheit

$$\Delta\lambda_{sys} = 2d \cos(\theta) \cdot \Delta\theta$$

Dieser Wert liegt für kleine Winkel bei $\Delta\lambda_{sys} \approx 1,4\text{pm}$ und für große Winkel bei $\Delta\lambda_{sys} \approx 1,0\text{pm}$. Wird diese Unsicherheit mit der der spektralen Auflösung kombiniert, ergibt sich beide Male

$$\Delta\lambda_{ges} = \sqrt{\Delta\lambda_{sys}^2 + \Delta\lambda_{K_\alpha}^2} \approx 2\text{pm}.$$

Damit folgen auch für die beiden charakteristischen Linien die Werte mit kombinierter Unsicherheit $\lambda_{K_\alpha} = (154 \pm 2)\text{pm}$ und $\lambda_{K_\beta} = (139 \pm 2)\text{pm}$.

Berechnet wird mit dem Duane-Hunt-Gesetz³

$$eU_A = hf_{gr} = h\frac{c}{\lambda_{gr}} \quad (2)$$

die minimale Wellenlänge λ_{gr} , an welcher Bremsstrahlung gemessen wird. Daraus ergibt sich für die Wellenlänge

$$\lambda_{gr} = \frac{hc}{eU_A} = (49,59 \pm 0,06)\text{pm}.$$

Die Unsicherheit folgt mit der Fehlerfortpflanzung aus der Unsicherheit der Anodenspannung mit

$$\Delta\lambda_{gr} = \frac{ch}{eU_A^2} \cdot \Delta U_A.$$

In Abb. 2 ist das berechnete λ_{gr} als orangene Linie mit Unsicherheit eingezeichnet. Die Unsicherheit ist aber so gering, dass sie nicht sichtbar ist. Vergleicht man das mit dem Minimum der Ereignisse N vor den Peaks, liegt dieses bei $\lambda_{gr,graphisch} \approx (45 \pm 2)\text{pm}$.

Die Energie welche bei einem K_α -Übergang freigesetzt wird kann mit dem Moseley-Gesetz in Gleichung (3) bestimmt werden.

$$\Delta E_{21} = \frac{3}{4}hR_y(Z-1)^2 = hf_{K_\alpha} \quad (3)$$

Mit $R_y = R_\infty c$ ergibt sich $\Delta E_{21} = 1,281764836\text{fJ} \approx 8,000\text{keV}$. Verglichen wird dies mit dem gemessenen Wert $\lambda_{K_\alpha} = (154 \pm 2)\text{pm}$ der K_α -Linie. Damit folgt für die Übergangsenergie

$$\Delta E_{21,K_\alpha} = hf_{K_\alpha} = \frac{hc}{\lambda_{K_\alpha}} = (1,290 \pm 0,017)\text{fJ} = (8,05 \pm 0,11)\text{keV}.$$

Die Unsicherheit folgt aus der Unsicherheit $\Delta\lambda_{ges}$ mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung. Analog folgt für die Energie des K_β -Übergangs

$$\Delta E_{31,K_\beta} = (1,43 \pm 0,02)\text{fJ} = (8,93 \pm 0,12)\text{keV}.$$

³[Sah16]

3.2 Netzebenenabstand eines KBr-Kristalls

Bei der Messung des Kaliumbromid-Kristalls entsteht das Spektrum aus Abb. 3. Die Unsicherheiten auf die Anzahl der Ereignisse ist anhand des farbigen Bereichs um den Graph zu erkennen. Die y-Achse ist logarithmisiert, auf der x-Achse sind die Glanzwinkel α zu sehen, für welche die Ereignisse N gemessen werden.

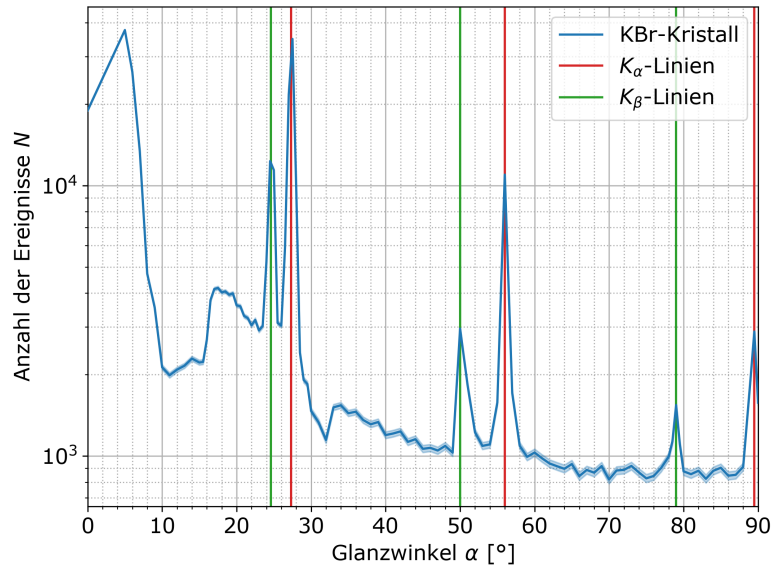


Abbildung 3: Das Spektrum des KBr-Kristalls

Man erkennt klar, dass die K_α und K_β Linien dreimal zu sehen sind. Es ist naheliegend, dass dies den ersten drei Ordnungen der Bragg-Reflexion entspricht. Die genaue Position dieser Linien ist anhand des Plots bestimmt, die Werte sind in Abb. 4 zu sehen. Es ergibt sich aus Gleichung (1) und $\alpha = 2 \cdot \theta$

$$d_{KBr} = \frac{n\lambda}{2 \sin \frac{1}{2}\alpha}.$$

Daraus folgen die Ergebnisse für den Gitterabstand d_{KBr} , die einzeln auch alle in Abb. 4 eingetragen sind.

Es ergibt sich für die Werte aus den Tabellen, keine Unsicherheit. Die Werte werden als exakt angenommen und über eine Mittelung ein Bestwert mit Unsicherheit bestimmt, da die Probengröße mit sechs Messungen einigermaßen groß ist und die Unsicherheit auf alle Winkel gleich ist. Diese beträgt $\Delta\alpha \approx 0,4^\circ$. So folgt für den Bestwert des Gitterabstands

$$\hat{d}_{KBr} = (327,6 \pm 0,4)\text{pm}.$$

Grad n	Winkel von K_α [°]	d_{KBr} [pm]
1	27,3	326,3
2	56	328,0
3	89,5	328,1

(a) K_α Linien

Grad n	Winkel von K_β [°]	d_{KBr} [pm]
1	24,6	326,2
2	50	328,9
3	79	327,8

(b) K_β Linien

Abbildung 4: Ergebnisse aus der Messung des KBr-Kristalls

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Die charakteristischen Linien des Emissionsspektrums liegen bei

$$\lambda_{K_\alpha} = (154 \pm 2)\text{pm}$$

und

$$\lambda_{K_\beta} = (139 \pm 2)\text{pm}.$$

Die minimale Wellenlänge bei der Bremsstrahlung auftritt, wird rechnerisch zu

$$\lambda_{gr} = (49,59 \pm 0,06)\text{pm}$$

bestimmt und graphisch zu

$$\lambda_{gr,graphisch} \approx (45 \pm 2)\text{pm}.$$

Die Energie der Übergänge an den charakteristischen Linien ist

$$\Delta E_{21,K_\alpha} = (8,05 \pm 0,11)\text{keV}$$

und

$$\Delta E_{31,K_\beta} = (8,93 \pm 0,12)\text{keV}.$$

Nach dem Moseley-Gesetz gilt für den Energieübergang

$$\Delta E_{21} = 8,000\text{keV}.$$

Bei der Messung des KBr-Kristalls folgt für den Netzebenenabstand

$$d_{KBr} = (327 \pm 0,4)\text{pm}.$$

4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis

Die große Unsicherheit in der Messung der Winkel kommt daher, dass die Winkel α immer in ganzzahligen oder in $0,5^\circ$ Schritten gemessen werden. Die Winkel lassen sich an dem Aufbau aber nur in festen Schritten bewegen, welche bei ca. $\alpha \approx 0,3^\circ$ liegen. Dadurch ist es nicht immer möglich die Winkel exakt einzustellen, hinzu kommt die Ableseungenauigkeit der Skala, welche nur in 1° Schritten beschriftet ist. Auch Parallaxenfehler können beim Ablesen nicht ausgeschlossen werden.

4.2.1 Emissionsspektrum der Röntgenröhre

An Abb. 2 fällt auf, dass immer ein gewisses Untergrundsignal vorhanden ist. Dieses kommt vermutlich durch Strahlung, welche in dem Aufbau gestreut oder reflektiert wird und so in den Sensor gelangt. Zudem reflektiert der Kristall eventuell nicht optimal die Strahlung. Daher gibt es auch keine wirkliche minimale Wellenlänge, unter der keine Ereignisse detektiert werden. Zudem wird die Strahlung für $\theta = 0^\circ$ gerade in den Sensor geschossen, was den großen Peak an dieser Stelle erklärt. Vergleicht man die gemessene und berechnete minimale Wellenlänge mit einem t-Test

$$t = \frac{|\hat{x} - \hat{y}|}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}},$$

so folgt hier $t_{\lambda_{gr}} \approx 2,3 > 2$. Also weicht der gemessene Wert signifikant von dem erwarteten, aus dem Duane-Hunt-Gesetz berechneten Wert ab.

Die beiden charakteristischen Linien entstehen dadurch, dass für die K_α -Linie Elektronen aus der L-Schale in die K-Schale zurückfallen. Dabei wird ein Photon der Energie ΔE_{21} frei, die das Elektron nun weniger hat. Mit dem t-Test

$$t = \frac{|\hat{x} - \hat{y}|}{\Delta x}$$

ergibt sich $t = 0,45 < 2$. Damit ist der Wert der gemessenen charakteristischen Linie verträglich mit dem aus dem Moseley-Gesetz erwarteten Wert. Für die K_β -Linie fällt ein Elektron aus der L-Schale in die K-Schale zurück. Dieser Wert kann nicht mit dem Moseley-Gesetz verglichen werden, da dieses nur für den K_α -Übergang gilt. Die Literaturwerte⁴ der K_α - und K_β -Linie von Kupfer liegen bei $\lambda_{K_\alpha} = 154\text{pm}$ und $\lambda_{K_\beta} = 139\text{pm}$. Daraus lässt sich schließen, dass die Messung sehr exakt ist, da beide Literaturwerte mit dem Bestwert der Messung getroffen werden. Dass dieser Wert nicht genau mit dem aus dem Moseley-Gesetz übereinstimmt, kommt daher, dass dieses nur eine Näherung darstellt.

Vergleicht man die K_α -Linie aus Abb. 2 mit der Doppellinie aus dem Literaturwert⁵ stellt man fest, dass die Doppellinien um ca. $0,5\text{pm}$ von einander verschieden sind und somit beide in dem einen K_α -Peak stecken. Die Auflösung dieses Aufbaus mit $\lambda \approx 1,8\text{pm}$ reicht also nicht aus, um die einzelnen Linien zu erkennen.

⁴[Sah16]

⁵[Men17]

4.2.2 Netzebenenabstand eines KBr-Kristalls

Man erkennt eine extreme relative Nähe zwischen Messwert $d_{KBr} = (327,6 \pm 0,4)\text{pm}$ und dem Literaturwert⁶ $\hat{d} = 329\text{pm}$. Der relative Unterschied beträgt $\approx 0,5\%$. Allerdings zeigt ein t-Test einen signifikanten Unterschied zwischen den beiden Werten, da die Unsicherheit auf den gemessenen Wert sehr gering ausfällt. Trotzdem ist auch dann nicht gegeben, dass der Kristall aus der Referenz, die gleiche Reinheit aufweist, wie der Kristall aus dem Versuch und somit eine tatsächliche Diskrepanz im Gitterabstand existieren kann. Außerdem ist nicht gegeben, dass der Versuchsaufbau so exakt ist, wie die angenommene Unsicherheit vermuten lässt. Es könnten einige kleinere systematische Fehler im Aufbau stecken, z.B. könnte eine kleine Verschiebung in der Skala durchaus auch die Diskrepanz erklären. Eine weitere Fehlerquelle ist die Temperatur des Kristalls, die den Netzebenenabstand ebenfalls verfälschen kann. Das Ergebnis ist also nicht zwangsläufig im Widerspruch zum Literaturwert.

4.3 Verbesserte Methoden

Eine einfache Erhöhung der Messgenauigkeit ist schwer möglich, da der Versuchsaufbau nicht modular ist. Trotzdem könnte man eine höhere Präzision erreichen, in dem der Arm, an dem der Sensor montiert ist, verlängert wird. Dies würde sowohl die Auflösung von sehr dicht beieinander liegenden Linien erhöhen als auch die Genauigkeit der Winkel. Gleiches gilt auch für die Winkelskala, je größer man sie macht, desto kleiner werden auch die Unsicherheiten und Fehler durch die Skala. Zudem hilft eine spiegelnde Skala Parallaxenfehler zu vermeiden. Mit einer feineren Skala könnten nicht ganzzahlige Werte besser abgelesen werden.

5 Erklärung zur Autorenschaft

Alle auf der Titelseite genannten Autoren haben in gleichen Teilen zu allen Inhalten dieses Protokolls beigetragen.

⁶[PHY]

6 Anhang

6.1 Rohdaten mit Vortestat

22.3.24 83 - Röntgenstrahlung

Anodenpannung 25,0 kV
 Detektorpannung 500 V
 Messzeit 10,00 s mit LiF-Kristall Messzeit 10_s mit neuem Kristall (KBr)

$\alpha = 1^\circ \Delta$

Winkel α in $^\circ$	Zählrate	N	α in $^\circ$	N	α in $^\circ$	N	α in $^\circ$	N	
0	15046	11	737	0	18939	56	70923	37	7337
5	37576	12	407	5	37570	57	7707	32	7145
10	1154	13	396	10	2727	58	1090	33	7572
15	425	14	410	15	2275	59	992	34	7539
20	505	16	441	20	3603	81	856	36	7457
25	547	17	448	25	17392	82	887	37	7357
30	677	18	440	30	1466	83	823	38	7309
35	7103	19	452	35	1438	84	887	39	7334
40	8258	22,5	572	40	1794	86	845	41	7270
45	44239	27,5	557	45	7062	87	857	42	7232
50	1783	52,5	1073	50	2956	88	971	43	7127
55	864	57,5	720	55	1575	89	1942	44	7763
60	676			60	7029	89,5	2884		
65	450			65	933	95,5	2226		
70	446			70	878	76,5	3773		
75	326			75	826	77,5	4729		
80	352			80	877	78,5	4057		
85	341			85	904	79,5	3997		
90	328			90	1573	20,5	3575		
37	746			6	26320	21,5	3233		
37	765			7	13423	22,5	3784		
37	864			8	4717	23,5	3024		
37	896			9	3539	24,5	72370		
37	-			11	7987	25,5	3703		
37	1141			12	2084	26,5	5909		
37	1129			13	2755	27,5	34827		
37	1357			14	2297	28,5	2477		
37	1399			16	2692	29,5	7845		
41	6988			17	47447	67	980		
42	7995			18	4027	62	938		
43	1866			19	3944	63	976		
44	1868			27	3294	64	896		
45	-			22	3047	66	842		
46	4999			23	2977	67	887		
47	1937			24	5270	68	867		
48	1647			26	3037	69	977		
49	1615			27	27708	71	883		
38,5	1383			28	9854	72	888		
39,5	1403			29	1909	73	978		
40,5	71245			46	7071	74	869		
41,5	3220			47	7047	76	843		
42,5	7260			48	7089	77	903		
43,5	7883			49	7028	78	993		
44,5	13344			57	1830	79	1543		
45,5	35837			52	7223	28,5	7728		
46,5	1994			53	7089	29,5	7704		
47,5	7288			54	7703				

Abbildung 5: Rohdaten

Literatur

- [Bar23] Dr. Christof Bartels. *Versuch 83*. 20. Nov. 2023. URL: <http://phypra.uni-freiburg.de/ap/83/> (besucht am 24. 03. 2024).
- [Bar24] Dr. Christof Bartels. *Datenanalyse A*. 29. Jan. 2024. URL: https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3372920_download&client_id=unifreiburg (besucht am 05. 03. 2024).
- [Men17] Marcus H Mendenhall. „High-precision measurement of the x-ray Cu K α spectrum“. In: *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* (2017). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6455/aa6c4a>.
- [PHY] PHYWE. *XR 4.0 X-ray Kaliumbromid-Einkristall im Halter (KBr)*. URL: https://www.phywe.de/geraete-zubehoer/phywe-xr-4-0-x-ray-roentgeneraete-zubehoer/xr-4-0-x-ray-kaliumbromid-einkristall-im-halter-kbr_1534_2465/ (besucht am 25. 03. 2024).
- [Sah16] Hans Joachim Eichler; Heinz-Detlef Kronfeld; Jürgen Sahm. *Das neue Physikalische Grundpraktikum*. Springer Spektrum, 2016.