

Inhaltsverzeichnis

1	Ziele des Versuchs	2
2	Aufbau und Durchführung	2
3	Auswertung und Fehleranalyse	5
3.1	Untersuchung des Emissionsspektrums der Röntgenröhre am LiF-Kristall .	5
3.2	Netzebenenabstand des unbekanntes Kristalls	11
4	Diskussion der Ergebnisse	15
4.1	Angabe und Diskussion der Endergebnisse	15
4.2	Diskussion der verwendeten Messmethoden	16
4.3	Verbesserte Messmethoden	18
A	Anhang	20
	Abbildungsverzeichnis	20
	Tabellenverzeichnis	20
	Literaturverzeichnis	21
A.1	Rohdaten und daraus berechnete Größen	22
A.1.1	Wellenlängen und Zählraten des Emissionsspektrums	22
A.1.2	Wellenlängen und Zählraten der K_α - und K_β -Linien	23
A.2	Messprotokoll	24

zu lang!

1 Ziele des Versuchs

Ziel dieses Versuchs ist es, zunächst das Emissionsspektrum von Röntgenstrahlung bei Bragg-Reflexion an einem LiF-Kristall auf die Bremsstrahlung und charakteristische Linien zu untersuchen. Die Ergebnisse können dann mit den theoretischen Erwartungen des Duane-Hunt- und des Moseley-Gesetzes verglichen werden. Anschließend soll durch Aufnahme des Emissionsspektrums bei Bragg-Reflexion der Netzebenenabstand eines unbekanntes Kristalls ermittelt werden.

2 Aufbau und Durchführung

Zur Durchführung des Versuches stand ein PHYWE-Schulröntgengeräte zur Verfügung. Dieses besteht aus einer Röntgen-Röhre mit Kupfer-Anode und einem Goniometer (Typ 09058-10). Dieses setzt sich aus einer Halterung, in die ein Bragg-Kristall eingelegt werden kann, und einem Geiger-Müller-Zählrohr zusammen, das mit dem Kristall gedreht werden kann.

Der Betrieb des Zählrohrs erfolgte mit einem Hochspannungs-Netzgerät, welches die benötigte Zählrohrspannung lieferte. Außerdem wurde zum Auslesen der Pulse ein Diskriminator verwendet, welcher die Strompulse des Zählrohrs in digitale Impulse umwandelte und somit für den verwendeten elektronischen Zähler vorbereitete. Dieser verarbeitet und misst die Daten über einen eingestellten Zeitraum.

Der verwendete Versuchsaufbau ist in [Abbildung 1](#) zu sehen.

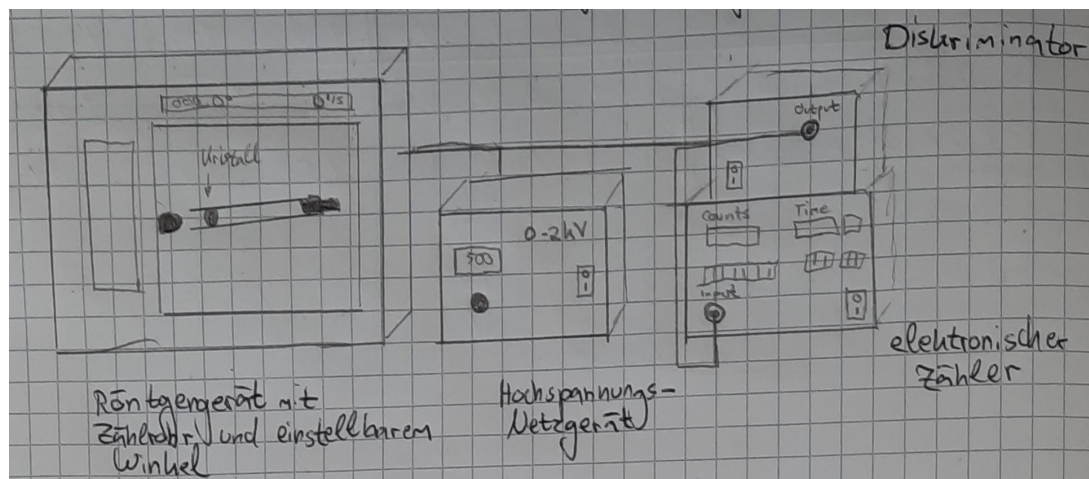


Abbildung 1: Skizze des Versuchsaufbaus. Zu sehen ist das Röntgengerät mit Goniometer, sowie das Zählrohr mit Netzgerät, Diskriminator und digitalem Zähler.

Um die Messungen sinnvoll durchführen zu können, wurden zunächst die Spannungen und Stromstärken an der Röntgen-Röhre maximal eingestellt. Dies entspricht Betriebsspannungen und -stromstärken von

$$U_A = 35,0 \text{ kV}$$

$$I_A = 1,00 \text{ mA}$$

Die Zählrohrspannung wurde am Netzgerät auf 500 V eingestellt um eine aussagekräftige Messung mit ausreichend großem Lawineneffekt zu ermöglichen und somit möglichst viel Röntgen-Strahlung nachweisen zu können auch, wenn das Zählrohr für Röntgen-Strahlung nicht wirklich empfindlich ist. Aus diesem Grund muss auch dessen Totzeit beachtet werden die die Messung laut Angabe auf dem Messgerät auf einen sinnvollen Messbereich von 0 cps bis 2300 cps begrenzt. Auf diese Einschränkung wird im Verlauf des Protokolls näher eingegangen. ✓

Während der Messung wird die Emission der Röntgen-Röhre für verschiedene Wellenlängen untersucht. Da sich diese nur schwer in der Messung unterscheiden lassen, wird sich hierfür der Bragg-Reflexion, also der Reflexion der Röntgen-Strahlung an den Netzebenen eines Bragg-Kristalls bei verschiedenen Glanzwinkeln θ bedient. Nach der Bragg-Bedingung gilt für den Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Glanzwinkel, also dem Winkel zwischen der einfallenden Röntgen-Strahlung und den Netzebenen des Kristalls ✓

$$z\lambda = 2d \sin(\theta_z) . \quad (1)$$

Dies entspricht genau der Bedingung, dass der Gangunterschied zweier an benachbarten Netzebenen reflektierter Strahlen einem ganzzahligen Vielfachen z der jeweiligen Wellenlänge entspricht, es also zu konstruktiver Interferenz der Strahlen kommt.

Zur Kalibrierung wurde ein Kristall mit bekanntem Netzebenenabstand gewählt. Hierbei handelt es sich um einen LiF-Kristall (Lithium-Fluorid-Kristall), dessen Netzebenenabstand d_{LiF} gegeben ist.

Aus der Geometrie der Reflexion (siehe [Abbildung 2](#)), entspricht der Winkel, unter dem das Beugungsmaximum zu erwarten ist, genau dem Doppelten des Glanzwinkels θ . Um dies experimentell zu gewährleisten, konnte eingestellt werden, dass sich das Zählrohr immer um den doppelten Winkel, wie der Kristall dreht (wie in [Abbildung 2](#) gezeigt). Somit wird immer die Intensität der auftreffenden Strahlung am Beugungsmaximum gemessen. ✓ Für alle hier verwendeten Winkel mit $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ gilt $z = 1$. Für große Winkel, kann auch noch die zweite Reflexion mit $z = 2$ erahnt werden. Auf diese wird aber nicht näher eingegangen.

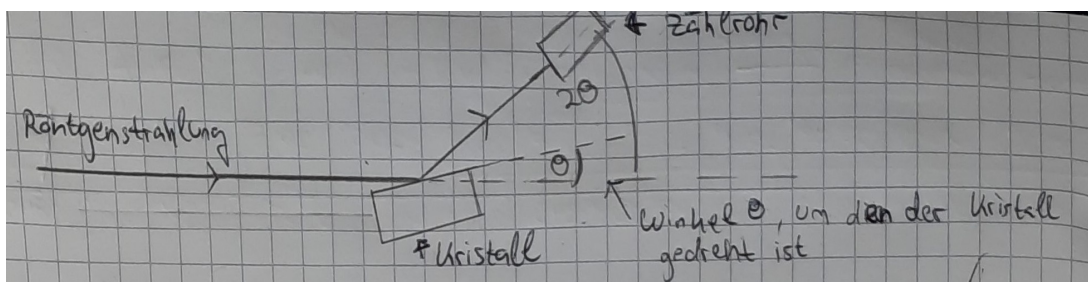


Abbildung 2: Skizze des Goniometers. Dargestellt ist der Röntgenstrahl, der unter dem Glanzwinkel θ auf den Bragg-Kristall trifft. Das Zählrohr ist gegenüber dem einfallenden Strahl um 2θ gedreht und nimmt somit immer die Intensität des ersten Beugungsmaximums auf. ✓

Um nun das Emissionsspektrum der Röntgenröhre berechnen zu können, wurde der Glanzwinkel θ im Bereich von 3° bis 45° in 1° -Schritten variiert. Hierbei wurde jeweils für $t = 30$ s die Anzahl der Counts gemessen, die am Zählrohr registriert wurde. ✓

Aufgrund der Totzeit des Zählrohrs, mussten die Werte für 0° bis $2,5^\circ$ ausgeschlossen werden. Dies ermöglicht nach Umrechnung mit der Bragg-Bedingung Rückschlüsse auf die Intensitäten über einen großen Wellenlängenbereich. ✓

Insbesondere kann nun die emittierte Strahlung genauer untersucht werden. Die minimale Wellenlänge der Bremsstrahlung λ_{gr} kann ermittelt und mit der Vorhersage des Duane-Hunt-Gesetzes verglichen werden. Dieses besagt

$$eU_A = h \frac{c}{\lambda_{\text{gr}}} . \quad \checkmark \quad (2)$$

Auch können die quantenmechanisch erklärbaren Peaks untersucht werden, die durch das Anodenmaterial bestimmt sind. Sie entstehen, indem Elektronen der Anoden-Atome bei einem Quantensprung von der L- in die K-Schale (K_α -Strahlung), bzw. von der M- in die K-Schale (K_β -Strahlung) elektromagnetische Strahlung im Röntgenbereich aussenden. Um diese experimentell genauer zu bestimmen, wurde im Bereich um die Peaks, die aus der ersten Messung hervorgingen eine weitere, feinere Messung in $0,1^\circ$ -Schritten durchgeführt. Anhand dieser Messreihen, kann die zentrale Wellenlänge der Peaks genauer bestimmt werden.

Die ausgesendeten Wellenlängen und damit die Positionen der Peaks sind allein abhängig vom Anodenmaterial und ergeben sich nach dem Moseley-Gesetz

$$\Delta E_{m,n} = hR_y (Z - \sigma_n)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) , \quad \checkmark \quad (3)$$

wobei die Energiedifferenz nach der Planck'schen Quantenhypothese in die jeweilige Wellenlänge umgerechnet werden kann. In der Formel ist R_y die Rydbergkonstante, Z die Kernladungszahl und σ_n ein Korrekturfaktor, der eine leichte Abschirmung des Atomkerns durch Elektronen auf niedrigen Schalen berücksichtigt. ✓

Mit bekanntem Netzebenenabstand des Bragg-Kristalls, lässt sich somit die charakteristische Wellenlänge der Peaks ermitteln, was eine Kalibrierung des Aufbaus ermöglicht.

Aus der Halbwertsbreite der Peaks, lässt sich zudem eine Auflösung der verwendeten Messapparatur bestimmen, also der Wellenlängenabstand, der bei vorhandenem Versuchsaufbau noch deutlich getrennt dargestellt werden kann. ✓

Im zweiten Versuchsteil wird nun ein weiterer Bragg-Kristall mit unbekanntem Netzebenenabstand d_2 verwendet. Abermals wurde eine Messreihe der Intensitäten von 3° bis 45° in 1° -Schritten, ebenso wie eine genauere Messreihe um die Positionen der Peaks in $0,1^\circ$ -Schritten durchgeführt.

Da die Wellenlänge der K_α - und K_β -Peaks bei Austausch des Bragg-Kristall nicht ändert, da diese nur abhängig vom Anodenmaterial ist, kann nun über die Bragg-Bedingung bei aus der Kalibrierung bekannter Wellenlänge der K_α - und K_β -Peaks der Netzebenenabstand d_2 des unbekanntes Bragg-Kristalls bestimmt werden. Da dieser eine Materialkonstante ist, lassen sich somit Rückschlüsse auf das verwendete Material ziehen. ✓

zu ausführlich ;)

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Untersuchung des Emissionsspektrums der Röntgenröhre am LiF-Kristall

Im ersten Versuchsteil wird zunächst das Emissionsspektrum der Röntgenröhre bei Bragg-Reflexion an einem LiF-Kristall untersucht. Hierfür wurden die mit dem Zählrohr registrierten Ereignisse n in einem Zeitraum von jeweils $t = 30$ s für verschiedene Glanzwinkel θ mit dem elektronischen Zähler gemessen. Die Unsicherheit der fest eingestellten Zeitspanne zur Messung wird aufgrund der Anzeigegenauigkeit des Zählers auf $\Delta t = 0,01$ s geschätzt. Die statistische Unsicherheit der registrierten Ereignisse wird über $\Delta n = \sqrt{n}$ berechnet. Die Unsicherheit der eingestellten Glanzwinkel wurde aufgrund kleiner Schwankungen beim Einstellen der Winkel geschätzt auf $\Delta\theta = 0,1^\circ$. Die Winkel wurden für die Messreihe dabei im Bereich von 3° bis 45° in 1° -Schritten variiert. Am Zählrohr lag dauerhaft eine konstante Spannung von $U = (500 \pm 1)$ V an, wobei die Unsicherheit aufgrund kleiner Schwankungen während der Messungen geschätzt wurde. Die Anodenspannung am Röntgengerät wurde auf $U_A = 35,0$ kV und der Strom auf den maximalen Wert von $I_A = 1,00$ mA eingestellt. Aufgrund der Anzeigegenauigkeiten werden die Unsicherheiten dieser beiden Größen jeweils geschätzt auf $\Delta U_A = 0,1$ kV und $\Delta I_A = 0,01$ mA.

Die für diese Messreihe erhaltenen Messwerte sind in [Abbildung 7](#) sichtbar. Es ist unbedingt anzumerken, dass die vom Zählrohr registrierten Ereignisse auf 2300 cps begrenzt sind, sodass bei maximaler Anodenspannung im Bereich der zu erwartenden Peaks der charakteristischen Linien teils dieses Limit überschritten wurde. ✓

Aus den registrierten Ereignissen n lassen sich die Zählraten R berechnen durch

$$R = \frac{n}{t} . \quad (4) \quad \checkmark$$

Mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung ergibt sich für die Unsicherheit der Zählraten

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{t}\right)^2 + \left(\frac{n}{t^2} \Delta t\right)^2} . \quad (5)$$

vernachlässigbar ✓

Die für die verschiedenen Glanzwinkel auftretenden Wellenlängen des Emissionsspektrums der Röntgenstrahlung ergeben sich aus der in [Gleichung \(1\)](#) sichtbaren Bragg-Bedingung, wobei bei den vorliegenden Winkeln bis zu 45° von Beugungsmaxima erster Ordnung auszugehen ist. Daher ergeben sich die Wellenlängen des Emissionsspektrums durch

$$\lambda = 2 \cdot d \sin(\theta) , \quad \checkmark \quad (6)$$

wobei der Netzebenenabstand des LiF-Kristalls nach [1], Seite 7, $d = 201,38$ pm beträgt und als exakt angenommen wird. Für die Unsicherheiten der ermittelten Wellenlängen ergibt sich mit Hilfe Gauß'scher Fehlerfortpflanzung

$$\Delta \lambda = 2 \cdot d \cos(\theta) \Delta \theta . \quad \checkmark \quad (7)$$

Die aus den Messwerten berechneten Zählraten und Wellenlängen sind mitsamt ihren Unsicherheiten [Tabelle 1](#) zu entnehmen und das entsprechend erhaltene Emissionsspektrum der Röntgenstrahlung ist in [Abbildung 3](#) sichtbar.

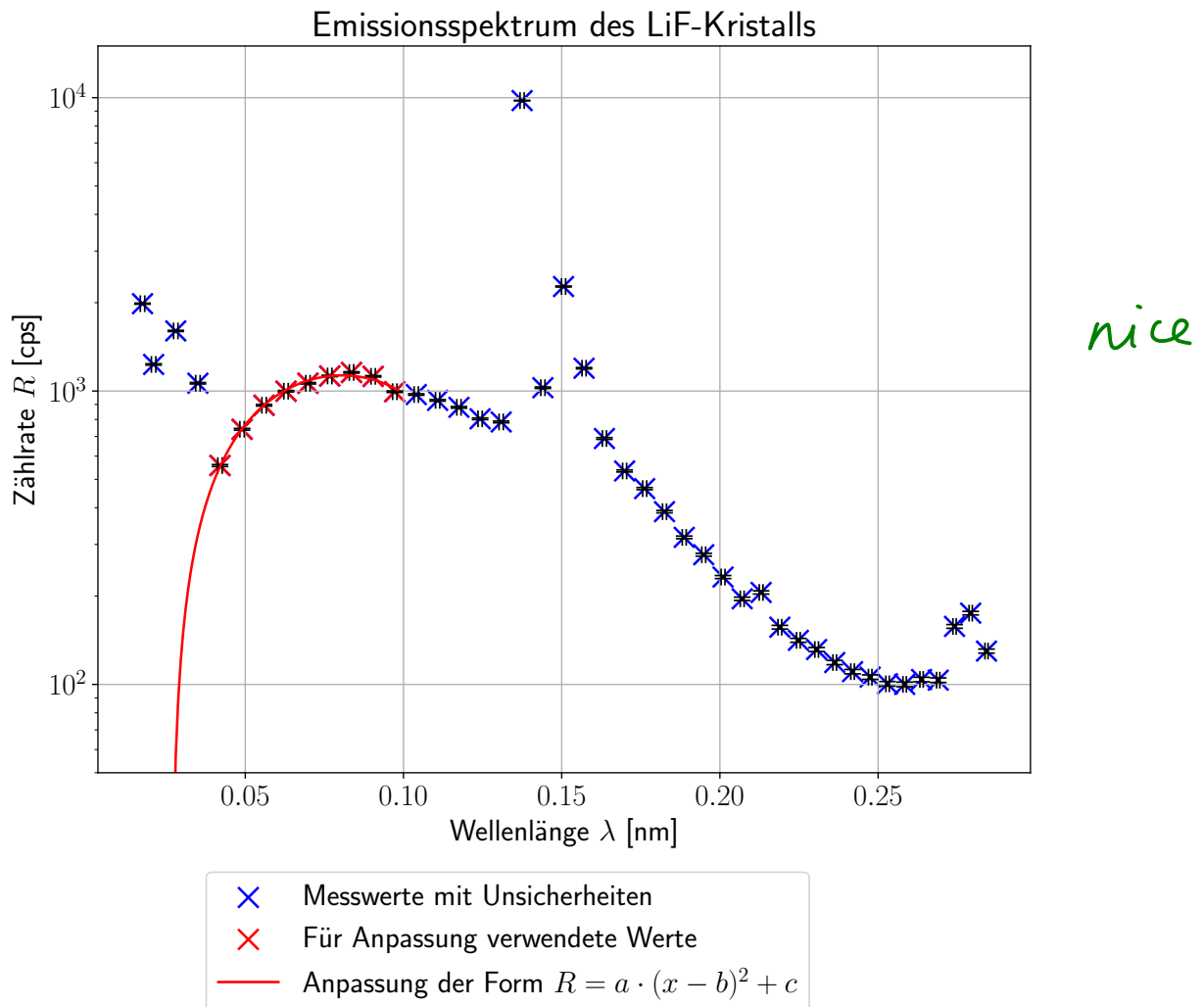


Abbildung 3: Sichtbar ist das aus den an einem LiF-Kristall durchgeführten Messungen ermittelte Emissionsspektrum der Röntgenröhre. Dafür sind die aus den Messwerten in [Abbildung 7](#) der vom Zählrohr registrierten Ereignisse n in Abhängigkeit verschiedener Glanzwinkel θ aus [Gleichung \(4\)](#) berechneten Zählraten gegen die entsprechenden aus [Gleichung \(6\)](#) erhaltenen Wellenlängen der Röntgenstrahlung mit ihren Unsicherheiten aufgetragen. Ebenfalls sichtbar ist die zur Extrapolation genutzte Anpassung zur Bestimmung der Grenzwellenlänge aus den Messwerte.

In dem Emissionsspektrum sind deutlich die beiden theoretisch erwarteten Bestandteile des Spektrums, das kontinuierliche Bremspektrum sowie die Peaks der charakteristischen Linien zu erkennen, wobei zwei Peaks im Wellenlängenbereich zwischen 0,125 nm und 0,175 nm zu vermuten sind. Die Ursache der am linken Rand des Emissionsspektrum auftretenden erhöhten Intensitäten wird später diskutiert.

Um zunächst das Bremspektrum genauer zu untersuchen, wird die Grenzwellenlänge λ_{gr} , bei der ein Elektron seine gesamte kinetische Energie auf einmal in Strahlungsenergie umsetzt, aus dem Emissionsspektrum bestimmt. Sie entspricht gerade einer für kleine Wellenlängen auftretenden Nullstelle des Emissionsspektrums, sodass keine unter dieser Grenze liegende Wellenlänge mehr auftritt.

Leide nicht nachvollziehbar in Code?

Wie wurde die Anpassung durchgeführt?

Auch wenn dies in [Abbildung 3](#) nicht der Fall ist, da die ersten vier Messwerte für kleine Wellenlängen eine deutlich größere Intensität aufweisen, ist dennoch eine solche Abnahme der Intensität bis hin zu einer Nullstelle im Bereich zwischen 0,04 nm bis 0,05 nm zu vermuten. Anhand der 8 Intensitäten im Emissionsspektrum für Wellenlängen zwischen 0,04 nm und 0,095 nm wird aufgrund deren Verlauf eine modellhafte Anpassung mit den in [2] auf Seite 13 gegebenen Formel für eine gewichtete lineare Regression zur Bestimmung der Grenzwellenlänge λ_{gr} durchgeführt. Hierbei wird ein verschobener und gestreckter $R = -\lambda^2$ Verlauf vermutet. Es ergibt sich der Zusammenhang

Begr.?

$$R = a(\lambda - b)^2 + c \quad (v) \quad (8)$$

mit

$$a = (-390\,000 \pm 20\,000) \text{ cps nm}^{-2} \quad (8a)$$

$$b = (0,0806 \pm 0,0009) \text{ nm} \quad (8b)$$

$$c = (1130 \pm 10) \text{ cps} \quad (8c)$$

nicht nachvollziehbar

Der entsprechende Verlauf der Anpassung ist ebenfalls in [Abbildung 3](#) sichtbar.

Die Grenzwellenlänge λ_{gr} entspricht dabei gerade der Nullstelle, sie berechnet sich damit über

$$0 \stackrel{!}{=} a(\lambda - b)^2 + c \iff \lambda_{gr} = -\sqrt{\frac{-c}{a}} + b \quad (v) \quad (9)$$

Die Unsicherheit ergibt sich mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung durch

$$\Delta\lambda_{gr} = \sqrt{\frac{1}{-4ac} (\Delta c)^2 + \frac{-c}{4a^3} (\Delta a)^2 + (\Delta b)^2} \quad (v) \quad (10)$$

Damit lässt sich die Grenzwellenlänge λ_{gr} des Emissionsspektrums der Röntgenröhre bei einer Anodenspannung von 35 kV angeben zu

$$\lambda_{gr} = (0,027 \pm 0,002) \text{ nm} \quad \checkmark$$

*$\sigma \rightarrow \lambda?$
Kalibration notwendig!*

Nach dem Gesetz von Duane und Hunt ist, wie in [Gleichung \(2\)](#) die Grenzwellenlänge des Bremsspektrums lediglich von der eingestellten Anodenspannung abhängig. Für eine Anodenspannung von $U_A = (35,0 \pm 0,1) \text{ kV}$ ist daher nach dem Gesetz ein theoretischer Wert von

$$\lambda_{gr,theo} = (0,035\,43 \pm 0,000\,10) \text{ nm} \quad \checkmark$$

für die Grenzwellenlänge zu erwarten, wobei die Konstanten c wie in [3], h wie in [4] und e wie in [5] verwendet wurde. Zur oben bereits angegebenen Unsicherheit der theoretisch erwarteten Grenzwellenlänge trägt dabei nur die Unsicherheit der angelegten Anodenspannung bei und es gilt aus Gauß'scher Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\lambda_{gr,theo} = \frac{hc}{eU_A^2} \Delta U_A \quad \checkmark \quad (11)$$

Auf die Verträglichkeit zwischen experimentell bestimmter Grenzwellenlänge und der theoretischen Erwartung wird in der Diskussion eingegangen. ✓

In [Abbildung 3](#) sind wie bereits beschrieben außerdem zwei Peaks zwischen 0,125 nm und 0,175 nm als charakteristische Linien des Emissionsspektrums zu erkennen. Um diese genauer zu untersuchen, wurde in zwei weiteren Messreihen die Zählraten für Glanzwinkel in einem kleineren Bereich um diese Peaks in 0,1°-Schritten untersucht. Die erste in [Abbildung 8](#) sichtbare Messreihe wurde dabei für eine bei ungefähr 20° vermutete charakteristische Linie im Bereich von 19,7° bis 20,7° durchgeführt. Da die Intensität bei Glanzwinkeln in der Nähe charakteristischer Linien die am elektrischen Zählrohr mögliche Zählrate überstieg, wurde die Anodenspannung zur Vermessung dieses Peaks verringert auf $U_A = (16,0 \pm 0,1)$ kV. Die Stromstärke dahingegen wurde konstant auf dem maximalen Wert belassen. Um dennoch den aus der Bremsstrahlung resultierenden Untergrund bei der Vermessung der Peaks berücksichtigen zu können, wurden außerdem 2 weitere Werte für 19,0° und 21,0° gemessen. Die aus der Anzahl der Ereignisse n und der Messzeit $t = 30$ s wieder nach [Gleichung \(4\)](#) und [Gleichung \(5\)](#) berechneten Zählraten mitsamt Unsicherheiten und die nach [Gleichung \(6\)](#) und [Gleichung \(7\)](#) aus den Glanzwinkeln berechneten zugehörigen Wellenlängen für den ersten Peak sind [Tabelle 2](#) zu entnehmen. Der Verlauf der Bremsstrahlung im Bereich des Peaks wird als näherungsweise linear angenommen, sodass eine durch die Messwerte bei 19,0° und 21,0° beschriebene Gerade zur Beschreibung der Bremsstrahlung in diesem Bereich angenommen wird. Sie ist für die entsprechenden Wellenlängen dieser beiden Winkel dann gegeben durch

$$R_{Br1} = c + m\lambda \quad (12)$$

mit

$$c = 160 \text{ cps} \quad (12a)$$

$$m = 850 \text{ cps nm}^{-1} . \quad (12b)$$

Um die charakteristische Linie ohne den Einfluss der Bremsstrahlung zu untersuchen, wird daher für die jeweiligen Wellenlängen zu den Glanzwinkeln, bei denen die Messungen durchgeführt wurden, die gemessene Zählrate um die von der Bremsstrahlung erwartete Zählrate bereinigt durch

$$R_{res} = R - R_{Br1} = R - c - m\lambda . \quad (13)$$

Die Unsicherheiten dieser für den Peak resultierenden Zählraten ergeben sich durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung über

$$\Delta R_{res} = \sqrt{(\Delta R)^2 + (m\Delta\lambda)^2} . \quad (14)$$

Die um die Bremsstrahlung bereinigten Zählraten mitsamt ihren Unsicherheiten sind ebenfalls [Tabelle 2](#) zu entnehmen.

Analog wurde der zweite im Emissionsspektrum vermutete Peak bei ungefähr 22° in einer Messreihe für Glanzwinkel von 22,0° bis 22,7° in 0,1°-Schritten vermessen. Da dessen Intensität jedoch noch größer war, musste hier die Anodenspannung jedoch noch weiter auf $U_A = (11,6 \pm 0,1)$ kV verringert werden. ✓

habt ihr einen Amplitudenshift untersucht ?

Die aus den Messwerten erhaltenen Zählraten und Wellenlänge, die wie oben berechnet wurden, sind ebenfalls [Tabelle 2](#) zu entnehmen. Auch für diese Messreihe wurden zur Berücksichtigung des Einflusses der Bremsstrahlung Vergleichswerte der Zählraten bei 21° und 23° aufgenommen. Zur Bereinigung der Zählraten der Peaks von der Bremsstrahlung wird wieder ein näherungsweise linearer Verlauf dieser angenommen, sodass die Bremsstrahlung in diesem Bereich wiederholt durch eine durch die Vergleichswerte verlaufende Gerade beschrieben wird. Diese hat für den zweiten Peak die Form

$$R_{Br2} = c_2 + m_2\lambda \tag{15}$$

mit

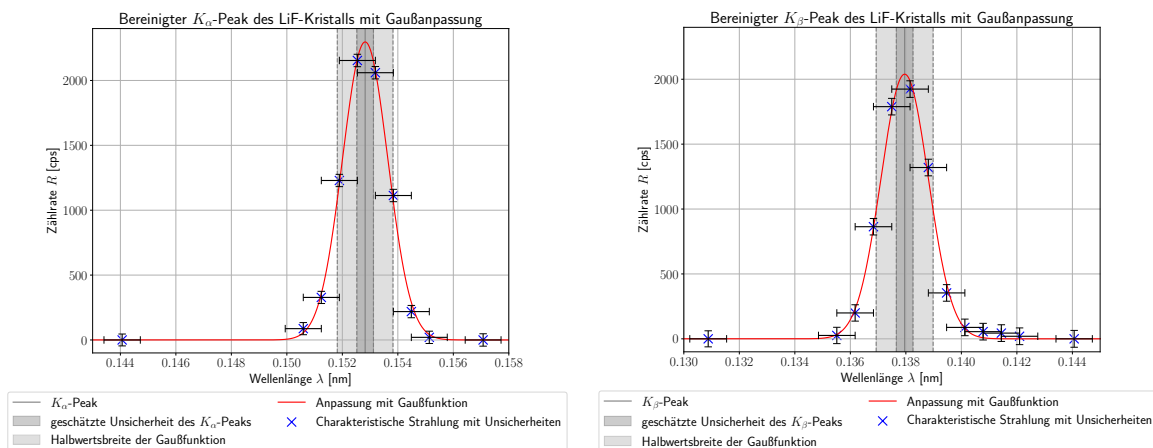
$$c_2 = 240 \text{ cps} \tag{15a}$$

$$m_2 = -810 \text{ cps nm}^{-1} . \tag{15b}$$

1.0.

Die ohne Bremsstrahlung resultierenden Zählraten der zweiten charakteristischen Linie und ihre Unsicherheiten werden wie in [Gleichungen \(13\) und \(14\)](#) berechnet, dieses Mal jedoch mit den Parametern c_2 und m_2 . Die Werte für die entsprechenden Zählraten sind ebenfalls [Tabelle 2](#) zu entnehmen.

viel zu klein



nicht lesbar

Abbildung 4: Sichtbar sind die im Emissionsspektrum der Röntgenstrahlung genauer untersuchten K_α - (links) und K_β -Linien (rechts). Dafür wurden die von der Bremsstrahlung bereinigten Zählraten nach [Gleichung \(4\)](#) gegen die jeweiligen aus den Glanzwinkeln durch [Gleichung \(6\)](#) berechneten Wellenlängen aufgetragen. Außerdem sichtbar sind die Gauß-Anpassungen über die die maximalen Wellenlängen, also die charakteristischen Linien des Spektrums, bestimmt werden. Deren Unsicherheit wurde grafisch abgeschätzt und ist ebenfalls sichtbar. Die markierte Halbwertsbreite der Gauß-Kurven liefert eine Abschätzung für die spektrale Auflösung. ✓

In [Abbildung 4](#) sind die um die Bremsstrahlung bereinigten Zählraten der Peaks gegen die Wellenlängen aufgetragen. Dabei handelt es sich bei dem bei kleineren Wellenlängen auftretenden Peak um die charakteristische K_β -Linie der Kupfer-Anode und bei dem im Emissionsspektrum bei größeren Wellenlängen auftretenden Peak, der eine deutlich größere Intensität aufweist, um die K_α -Linie.

Es ist anzumerken, dass die Abbildungen aufgrund der in den Messreihen verschiedenen Anodenspannungen keinen Vergleich für die Intensitäten beider charakteristischen Linien liefern. Da jedoch für die Vermessung des K_α -Peaks die Anodenspannung nochmal erheblich gegenüber der zur Messung der K_β benötigten Spannung nochmals erheblich verringert werden musste, um die Zählrate am elektrischen Zähler nicht zu überschreiten, ist von einer deutlich höheren Intensität der K_α -Linie auszugehen.



Um aus den Daten die Wellenlängen der charakteristischen Linien, also die Stellen der Maxima, mit Unsicherheiten zu bestimmen, wurde an jedem Intensitätsverlauf eine Gauß-Anpassung durchgeführt, da bei den Peaks näherungsweise von Gauß-Kurven ausgegangen werden kann. Eine Anpassung mit `scipy.optimize.curve_fit` der Form

$$R(\lambda) = a \cdot \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_{\max})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (16)$$

Handwritten notes: "Parameter Methode?", "Code?", and a small smiley face.

ergibt den ebenfalls in **Abbildung 4** sichtbaren Verlauf. Die Parameter-Bestwerte für die Anpassungen der Peaks sind:

$$\begin{aligned} a_{K_\alpha} &= (2300 \pm 30) \text{ cps} & a_{K_\beta} &= (2040 \pm 40) \text{ cps} \\ \lambda_{\max, K_\alpha} &= (0,152820 \pm 0,000013) \text{ nm} & \lambda_{\max, K_\beta} &= (0,137956 \pm 0,000018) \text{ nm} \\ \sigma_{K_\alpha} &= (0,818 \pm 0,013) \cdot 10^{-3} \text{ nm} & \sigma_{K_\beta} &= (0,854 \pm 0,018) \cdot 10^{-3} \text{ nm} . \end{aligned}$$

Handwritten note: "nicht nachvollziehbar" with a downward arrow.

Die Bestwerte für λ_{\max} ergeben die charakteristischen Wellenlängen λ_{K_α} und λ_{K_β} der K_α bzw. K_β -Linie. Die Unsicherheit wurde dabei grafisch um die Bestwerte abgeschätzt. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} \lambda_{K_\alpha} &= (0,1528 \pm 0,0003) \text{ nm} \\ \lambda_{K_\beta} &= (0,1380 \pm 0,0003) \text{ nm} . \end{aligned}$$

Handwritten green checkmark (✓).

Die K_α -Linie des Röntgenspektrums resultiert aus einem Elektronenübergang von der L zur K-Schale, wobei Photonen mit einer Energie, die gerade der Differenz dieser beiden Energieniveaus entspricht. Mit dem Zusammenhang $E_\gamma = hc/\lambda$ zwischen Photonenenergie und Wellenlänge, kann dann aus dem in **Gleichung (3)** gegebenen Moseley-Gesetz für $n = 1$ und $m = 2$ ein theoretisch erwarteter Wert der Wellenlänge für die K_α -Linie berechnet werden zu

Handwritten green checkmark (✓).

$$\lambda_{K_\alpha M} = \frac{4}{3} \frac{c}{R_y} \frac{1}{(Z - 1)^2} = 0,1550 \text{ nm} , \quad (17)$$

Handwritten green checkmark (✓).

wobei die Rydbergfrequenz R_y wie in [6] gegeben, $Z = 29$ nach [7] die Kernladungszahl von Kupfer und für einen Übergang von der L zur K-Schale $\sigma_n \approx 1$ nach [1] ist.

Die K_β -Linie kommt dahingegen durch den etwas weniger wahrscheinlichen Elektronenübergang von der M- zur K-Schale zustande, weshalb sich für die theoretisch erwartete Wellenlänge nach dem Moseley-Gesetz mit $n = 1$, $m = 3$ und $\sigma_n \approx 1,8$ nach [8] für einen Übergang von der M- zur K-Schale

$$\lambda_{K_\beta M} = \frac{9}{8} \frac{c}{R_y} \frac{1}{(Z - 1,8)^2} = 0,1386 \text{ nm} \quad (18)$$

Handwritten green checkmark (✓).

ergibt.

Aus den in [Abbildung 4](#) sichtbaren Gauß-Anpassungen lässt sich außerdem die spektrale Auflösung abschätzen. Diese ist gegeben durch die Halbwertsbreite der Anpassung. Die Halbwertsbreite wurde dabei numerisch bestimmt und ist ebenfalls in [Abbildung 4](#) sichtbar. Sie ergibt sich bei dem K_α - und dem K_β -Peak in beiden Fällen zu

$$\text{FWHM}_{K_\alpha} = \text{FWHM}_{K_\beta} = 0,002 \text{ nm} .$$

Um die so abgeschätzte spektrale Auflösung zu vergleichen, kann der Abstand der beiden im Röntgenspektrum theoretisch erwarteten Komponenten der K_α -Linie betrachtet werden. Bei Kupfer als Anodenmaterial werden hierbei die beiden in [9] gegebenen Komponenten

$$\lambda_{K_{\alpha 1}} = 0,154\,056 \text{ nm}$$

$$\lambda_{K_{\alpha 2}} = 0,154\,439 \text{ nm}$$

erwartet. Deren Abstand beträgt

$$\delta\lambda_{K_{\alpha 1,2}} = 0,000\,383 \text{ nm} .$$

Dieser Abstand ist damit deutlich geringer als die geschätzte Auflösung von 0,002 nm. Dies wird auch dadurch bestätigt, dass in [Abbildung 3](#) und [Abbildung 4](#) keine zwei unterschiedlichen Peaks im Bereich der K_α -Linie zu erkennen sind. Eine solche gute Auflösung konnte mit dem vorliegenden experimentellen Aufbau also nicht erzielt werden.

Abh. von u ?

3.2 Netzebenenabstand des unbekanntes Kristalls

Nun wird der Netzebenenabstand des unbekanntes Kristalls bestimmt. Hierfür wurde, wie bereits beschrieben, der LiF-Kristall gegen einen unbekanntes Kristalle ausgetauscht. Auch diesmal wurde eine Messreihe für die Winkel von 3° bis 45° in 1° -Schritten durchgeführt und die jeweilige Intensität für 30 s aufgenommen. Die Einstellungen an den Messgeräten wurden dabei gleich gewählt, wie bei der ersten Messreihe. Auch die Wahl der Unsicherheiten erfolgte hier analog. Für Winkel $\theta \leq 5^\circ$ war die gemessene Intensität zu groß, um sie sinnvoll mit den anderen Werten in einem Emissionsspektrum darstellen zu können. Diese Werte liefern höchstwahrscheinlich keine sinnvollen Messergebnisse, da sie deutlich über der maximalen Zählrate des Zählrohrs lagen. Auf diese Abweichungen wird in der Diskussion näher eingegangen. Um die erwähnten Werte nicht zu unterschlagen, wird auf die Auflistung aller Messwerte in [Abbildung 8](#) verwiesen.

Für alle weiteren Messpunkte wurde mit [Gleichungen \(4\)](#) und [\(5\)](#) die Zählrate R als Intensität pro Sekunde und deren Unsicherheit bestimmt. Das hiermit erhaltene Emissionsspektrum ist in [Abbildung 5](#) aufgetragen. Im Gegensatz zum vorherigen Versuchsteil erfolgt die Auftragung hierbei direkt gegen die gemessenen Winkel, da eine Umrechnung der Winkel in Wellenlängen nur bei gegebenem Netzebenenabstand möglich ist.

ihre führt jedoch
keine Kalibration durch :-)

↓ kalibration
 $\theta \rightarrow \lambda$

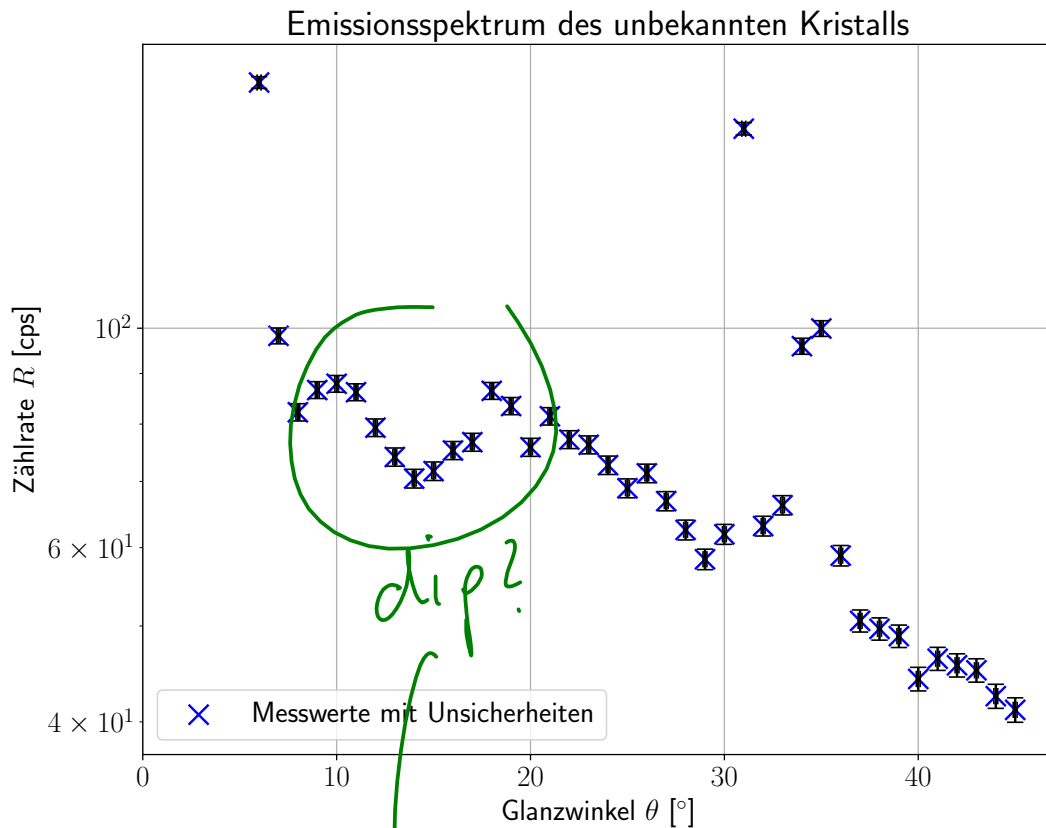


Abbildung 5: Emissionsspektrum des unbekannten Kristalls. Aufgetragen ist die detektierte Intensität pro Sekunde gegen den Glanzwinkel. Es sind die Bremsstrahlung sowie zwei Peaks bei ungefähr 31° und 35° erkennbar, welche von der charakteristischen Strahlung stammen. Für sehr kleine Winkel nimmt die Intensität stark zu. Hierauf wird in der Diskussion eingegangen. Die Zählrate und deren Unsicherheit wurden mit Gleichungen (4) und (5) bestimmt. Die Winkel und deren Unsicherheit stammen direkt aus der Messung.

Zu erkennen ist, wie bereits in Teil 1, ein kontinuierliches Bremspektrum. Der Abfall dieses Spektrums für kleine Wellenlängen ist aus den bereits erwähnten Gründen nicht erkennbar. Für größer werdende Winkel nimmt die Intensität der Bremsstrahlung tendenziell ab, verläuft allerdings weniger kontinuierlich als für den LiF-Kristall. Markant sind die beiden Peaks der charakteristischen Strahlung der Kupferanode. Diese liegen bei ungefähr 31° und 35° . Um deren Position und Erscheinungsbild genauer analysieren zu können wurden auch hier zwei zusätzliche Messreihen aufgenommen. Diesmal konnten Strom und Spannung im Vergleich zur Hauptmessreihe unverändert gelassen werden. Es wurde wieder in $0,1^\circ$ -Schritten gemessen. Die Messwerte sind in [Abbildung 8](#) zu finden. Um die Peaks vom Bremspektrum zu bereinigen, wird dieses erneut interpoliert. Dies erfolgt durch Anpassen einer Geraden der Form

$$R_{Br,u} = c + m\theta \tag{19}$$

Warum Gerade?

durch die Messwerte des Hauptspektrums bei 30° und 37° .

Da die Messbedingungen gleich waren und das Emissionsspektrum einen näherungsweise linearen Verlauf suggeriert, wird diese Anpassung der Untergrundstrahlung für beide Peaks verwendet. Als Parameter ergeben sich

$$c_{Br,u} = 110 \text{ cps} \tag{19a}$$

$$m_{Br,u} = -92 \text{ cps rad}^{-1} . \tag{19b}$$

Die gemessenen Intensitäten der beiden Messreihen werden wieder mit Gleichungen (4) und (5) auf die Zählrate R normiert, ehe von jeder Zählrate die entsprechende Zählrate der durch die Interpolation bestimmten Bremsstrahlung abgezogen wird. Dies erfolgt analog zu den Gleichungen (13) und (14). Es ergeben sich zwei bereinigte Peaks, die näherungsweise nur von der charakteristischen Strahlung stammen und um den schrägen Abfall der Bremsstrahlung bereinigt sind.

Die beiden Peaks sind in Abbildung 6 zu sehen. Aufgrund ihrer Form können wie zuvor Gauß-Kurven der Form

$$R(\theta) = a \cdot \exp\left(-\frac{(\theta - \theta_{max})^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{N.O.} \tag{20}$$

mit `scipy.optimize.curve_fit` angepasst werden. Die Parameter-Bestwerte sind

$$a_{K_{\alpha},u} = (2690 \pm 120) \text{ cps}$$

$$a_{K_{\beta},u} = (513 \pm 10) \text{ cps}$$

$$\theta_{max,K_{\alpha},u} = (0,60172 \pm 0,00014) \text{ rad}$$

$$\theta_{max,K_{\beta},u} = (0,53708 \pm 0,00005) \text{ rad}$$

N.O.

$$\sigma_{K_{\alpha},u} = (2,90 \pm 0,14) \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\sigma_{K_{\beta},u} = (2,34 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \text{ rad} .$$

Auch diese sind in den Auftragungen eingezeichnet. Die Kurvenverläufe scheinen im Rahmen der Unsicherheiten gut zu den Messwerten zu passen.

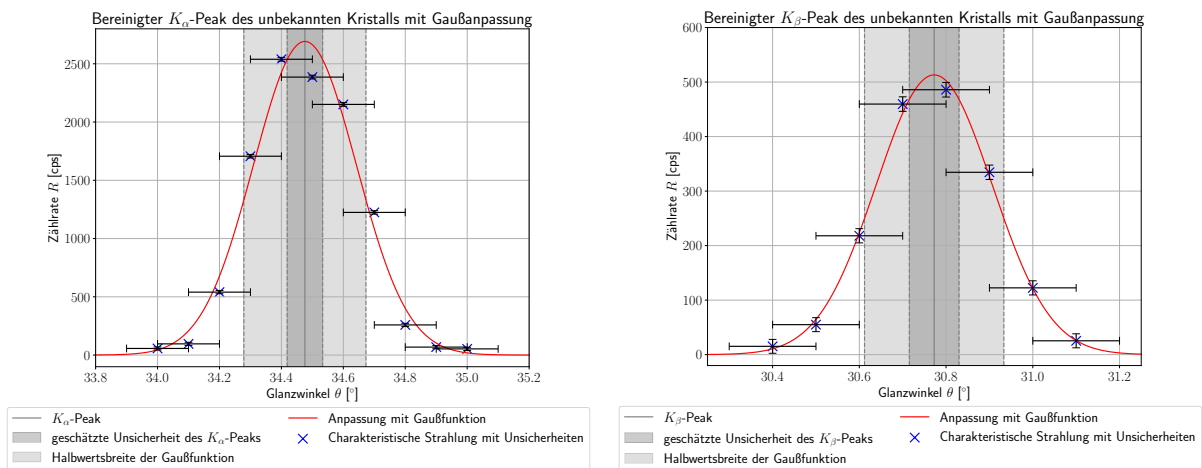


Abbildung 6: Charakteristische Strahlung des unbekannten Kristalls. Zu sehen sind der K_{α} - und der K_{β} -Peak. Die Werte für die von der Bremsstrahlung bereinigten Zählraten und deren Unsicherheiten wurden analog zu Gleichungen (13) und (14) berechnet. Die Winkel mit Unsicherheit folgen direkt aus der Messung. Die Anpassungen mit Gaußkurve wurden mit Gleichung (20) durchgeführt.

Aus der Gaußanpassung lässt sich ein Bestwert für die Peakposition ablesen. Die in den Auftragungen sichtbaren Unsicherheiten der Peaks wurden am Kurvenverlauf abgeschätzt. Diese geschätzten Unsicherheiten sind größer als die bei der Anpassung berechneten, sodass letztere nicht gesondert hinzugerechnet wird. Es ergeben sich die Werte

$$\theta_{K_\alpha} = (34,48 \pm 0,06)^\circ \quad \theta_{K_\beta} = (30,77 \pm 0,06)^\circ .$$

Im vorigen Versuchsteil wurde bereits berechnet, bei welcher Wellenlänge die beiden Peaks auftreten. Da die Wellenlängen der Peaks unabhängig vom verwendeten Bragg-Kristall sind, kann nun der Netzebenenabstand des unbekanntes Kristalls berechnet werden. Aus dem in Gleichung (1) beschriebenen Zusammenhang ergibt sich unter der Annahme, dass nur das erste Beugungsmaximum detektiert wurde

$$d_{K_{\alpha/\beta}} = \frac{\lambda_{K_{\alpha/\beta}}}{2 \sin \theta_{K_{\alpha/\beta}}} \cdot f \quad (21)$$

hier kalibration notwendig.

Die Unsicherheit

$$\Delta d_{K_{\alpha/\beta}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2 \sin \theta_{K_{\alpha/\beta}}} \Delta \lambda_{K_{\alpha/\beta}}\right)^2 + \left(-\frac{\lambda_{K_{\alpha/\beta}}}{2 \sin^2 \theta_{K_{\alpha/\beta}}} \cos \theta_{K_{\alpha/\beta}} \Delta \theta_{K_{\alpha/\beta}}\right)^2} \quad (22)$$

ergibt sich mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung.

Die damit berechneten Netzebenenabstände

$$d_{K_\alpha} = (1,350 \pm 0,003) \text{ \AA} \quad d_{K_\beta} = (1,348 \pm 0,004) \text{ \AA}$$

gew. Mittelwert

ergeben durch Bildung von Mittelwert und einer Gauß'schen Fehlerfortpflanzung des Mittelwerts ein Endergebnis für den Netzebenenabstand

$$\bar{d} = (1,349 \pm 0,002) \text{ \AA} .$$

Dieser kann mit den bekannten Netzebenenabständen verschiedener Kristalle verglichen werden um Rückschlüsse auf das verwendete Material zu ziehen.

4 Diskussion der Ergebnisse

Kalibration?
 $\theta \rightarrow \lambda$?

4.1 Angabe und Diskussion der Endergebnisse

Ziel des ersten Versuchsteils war es eine Kalibrierung des Versuchsaufbaus vorzunehmen und die Messwerte mit der theoretischen Vorhersage zu vergleichen. Hierzu wurden verschiedene Glanzwinkel eingestellt und in die entsprechenden Wellenlängen umgerechnet. Hieraus ergeben sich spezifische Wellenlängen der Röntgenröhre. Ermittelt wurden die Grenzwellenlänge, sowie die beiden Wellenlängen der K_α - und K_β -Peaks. Diese ergeben sich aus der Messung zu

$$\begin{aligned} \lambda_g &= (0,027 \pm 0,002) \text{ nm} & \frac{\Delta\lambda_g}{\lambda_g} &= 7,4\% \\ \lambda_{K_\alpha} &= (0,1528 \pm 0,0003) \text{ nm} & \frac{\Delta\lambda_{K_\alpha}}{\lambda_{K_\alpha}} &= 0,2\% \\ \lambda_{K_\beta} &= (0,1380 \pm 0,0003) \text{ nm} & \frac{\Delta\lambda_{K_\beta}}{\lambda_{K_\beta}} &= 0,2\% \end{aligned} \quad (\checkmark)$$

Man sieht, dass die relativen Unsicherheiten der Ergebnisse gering bis sehr gering sind. Die Unsicherheit der Grenzwellenlänge scheint aufgrund der Extrapolation durchaus angemessen. Die Unsicherheiten der beiden Peaks sind hingegen sehr gering. Sie ergeben sich aus der geschätzten Unsicherheit der Position des Maximums der Gauß-Anpassungen in [Abbildung 4](#). Diese ist aufgrund der Anpassung sehr genau bestimmbar, sodass auch diese Unsicherheiten trotz der Unsicherheiten der Messwerte angemessen erscheinen. Die theoretisch berechneten Werte ergeben nach den [Gleichungen \(2\) und \(3\)](#) zu

$$\begin{aligned} \lambda_{g,\text{theo}} &= (0,035\,43 \pm 0,000\,10) \text{ nm} \\ \lambda_{K_\alpha,\text{theo}} &= 0,1550 \text{ nm} \\ \lambda_{K_\beta,\text{theo}} &= 0,1386 \text{ nm} \end{aligned} \quad \checkmark$$

Hierbei werden $\lambda_{K_\alpha,\text{theo}}$ und $\lambda_{K_\beta,\text{theo}}$ als exakt angenommen, da diese nur von gegebenen Konstanten abhängen. Natürlich unter der Annahme, dass es sich beim Anodenmaterial tatsächlich um Kupfer handelt. \checkmark

Um die Messwerte mit den theoretischen Vorhersagen zu vergleichen, können nun mit Hilfe von t-Tests die Verträglichkeiten berechnet werden. Diese ergeben sich zu

$$\begin{aligned} t_g &= 4,2 \\ t_{K_\alpha} &= 7,3 \\ t_{K_\beta} &= 2,0 \end{aligned} \quad (\checkmark)$$

Formel?

Die hohen t-Tests von t_g und t_{K_α} deuten hier auf deutliche Unverträglichkeiten hin. Da nicht von groben Messfehlern ausgegangen wird, wurden in diesem Fall die geschätzten Unsicherheiten offenbar zu klein gewählt. Es ist daher davon auszugehen, dass die Messung doch nicht durchgeführt werden konnte wie in der Auswertung gedacht. Auf mögliche Ursachen der Abweichungen wird später genauer eingegangen.

Kalibration in

Als nächstes wurde die Auflösung des Aufbaus aus der Halbwertsbreite der Gauß-Anpassungen ermittelt. Der so bestimmte minimale Wellenlängenabstand ergab sich zu

$$\text{FWHM} = 0,002 \text{ nm} .$$

Auflösung

Um eine qualitative Abschätzung dieses Abstands zu ermöglichen, kann er mit dem Wellenlängenabstand der beiden K_{α_1} - und K_{α_2} -Peaks verglichen werden. Dieser kann zu 0,000383 nm angegeben werden. Somit folgt, dass eine mindestens 5,3 mal größere Auflösung benötigt würde um die beiden K_{α} -Linien getrennt darstellen zu können. (✓)

Für den unbekanntem Kristall lässt sich der nach der Kalibrierung berechnete Netzebenenabstand zu

$$\bar{d} = (1,349 \pm 0,002) \text{ \AA} \quad (\checkmark)$$

angeben. Dieser kann nun mit den aus [10] bekannten Netzebenenabständen verschiedener Kristalle verglichen werden.

Ein Vergleich mit bekannten Bragg-Kristallen ergibt, dass es sich bei dem verwendeten Kristall um Graphit handeln könnte. Die Gitterkonstante von Graphit beträgt 2,461 Å (siehe [10]). Unter der in [1] gegebenen Annahme, dass die Gitterkonstante genau $2d$ entspricht, kann für den unbekanntem Kristall die Gitterkonstante $(2,698 \pm 0,005) \text{ \AA}$ angegeben werden. Ein t-Test mit der Gitterkonstante von Graphit ergibt

$$t = 47 \quad (\checkmark)$$

und deutet damit auf eine starke Unverträglichkeit der beiden Werte hin. Hierbei spielt vor allem die sehr geringe Unsicherheit des berechneten Werts eine Rolle.

Ein anderes mögliches Material wäre Chromcarbit. Mit dessen Gitterkonstante von 2,830 Å (siehe [10]) ergibt sich ein t-Test von

$$t = 26 . \quad (\checkmark)$$

Auch hier liegt also eine deutliche Unverträglichkeit der Werte vor. Die Abweichung ist aber bereits geringer.

Die Unverträglichkeiten sind vor allem auf die sehr geringe Unsicherheit der Bestimmung des Netzebenenabstandes zurückzuführen. Somit lässt sich kein eindeutiges Endergebnis bezüglich des verwendeten Materials angeben.

4.2 Diskussion der verwendeten Messmethoden

Die Detektion von Röntgen-Strahlung mit dem Geiger-Müller-Zählrohr hat einige Vorteile. Einerseits kann dieses sehr viel Röntgen-Strahlung detektieren, andererseits ist es einfach zu bedienen, flexibel einsetzbar und vergleichsweise günstig. ? (✓)

Diese Messmethode hat aber auch entscheidende Nachteile. Der größte Nachteil ist bei einer so hohen gemessenen Intensität die Totzeit des Zählrohrs. Diese ist bauartbedingt und verhindert, dass ab einer bestimmten Grenzintensität noch einzelne Ereignisse voneinander unterschieden werden können. So kommt es bei hohen Intensitäten dazu, dass das Gas im Zählrohr dauerhaft ionisiert ist und somit ständig Ereignisse gemessen werden, die nicht mehr explizit voneinander zu unterscheiden sind. ✓

Dies war im vorliegenden Experiment ein sehr einschränkender Faktor, da insbesondere bei den Peaks Intensitäten weit über dem Grenzwert aufgenommen wurden. Da diese nicht mehr repräsentativ sind, musste im Nachhinein für die feinere Messung die Beschleunigungsspannung angepasst werden, damit die kritische Intensität der Ereignisse nicht überschritten wurde.

Hab
ihr
das
überprüft?

Diese Veränderung der Einstellungen könnte zu ungewollten systematischen Fehlern auf die Messung geführt haben.

Auch misst das Geiger-Müller-Zählrohr nicht nur die Röntgen-Strahlung. Jede hochenergetische Strahlung kann damit aufgenommen werden, sodass beispielsweise auch Einflüsse der Untergrundstrahlung auf die Messung nicht ausgeschlossen werden können. Diese werden jedoch aufgrund der langen Messungen über 30 s als gering eingestuft.

Allerdings zeigten bei einigen Wiederholungen der Messungen mit den selben Einstellungen die gemessenen Werte deutliche Abweichungen auf, die teilweise auch deutlich über die Unsicherheiten, resultierend aus den statistischen Schwankungen, herausgingen. Die Anzahl der gemessenen Ereignisse war also nicht immer ganz reproduzierbar.

Zudem musste aufgrund der zu hohen Zählrate zwei Mal die Beschleunigungsspannung an der Röntgenröhre verändert werden. Dies könnte eine ungewollte Verschiebung der emittierten Wellenlängen verursacht haben.

Des weiteren wurde die Betriebsspannung des Zählrohrs gemäß der Anleitung auf 500 V eingestellt. Hierbei wurde auf die Anleitung vertraut anstatt eine Kalibrierung des Zählrohrs über die Zählrohrkennlinie vorzunehmen. Da es an der Aussagekraft der Messergebnisse aber nicht fehlt, gibt es keinen Grund auf eine falsche Einstellung des Zählrohrs zu schließen.

Auch die Einstellungen am Röntgengerät selbst wiesen einige Schwierigkeiten auf. So waren weder am Gerät, noch in der Bedienungsanleitung Unsicherheiten auf die Einstellungen von Spannung und Stromstärke, sowie des Winkels gegeben. Diese mussten aus der Anzeige am Messgerät geschätzt werden, wobei die Schätzung auf statistischen Schwankungen basiert und eventuelle systematische Unsicherheiten unbeachtet lässt.

So fiel beispielsweise auf, dass sich die Glanzwinkel zwar in $0,1^\circ$ -Schritten einstellen ließen, die Anzeige auf dem Display aber teilweise vom eingestellten Wert abwich, beziehungsweise sich bei sichtbarer Verstellung des Winkels nicht veränderte. So musste teilweise aus den vorangegangenen und nachfolgenden Werten der tatsächliche Glanzwinkel extrapoliert werden, was zu größeren Unsicherheiten führte. Diese überschritten aber die geschätzte Unsicherheit der Winkelmessung von $0,1^\circ$ in keinem Fall.

Des weiteren fiel auf, dass bei geringen Glanzwinkeln von 0° bis 3° teilweise sehr hohe Intensitäten gemessen wurden. Auch danach waren die gemessenen Intensitäten zunächst sehr hoch und nahmen erst ab ungefähr 6° den charakteristischen Verlauf an. Nach der theoretischen Vorhersage, sollten in diesem Bereich aufgrund des Gesetzes von Duane und Hunt (Gleichung (2)), keine Intensitäten messbar sein. Es ist daher anzunehmen, dass innerhalb dieses Bereiches noch keine Reflexion am Bragg-Kristall stattfand. Dies könnte dadurch zu erklären sein, dass der Kristall nicht genau in der Aufhängung zentriert war, also bei geringen Winkeln noch keine Röntgen-Strahlung auf den Kristall fiel, dieser somit erst bei größeren Winkeln „in den Strahl hineingedreht wurde“.

Dies würde die hohen Schwankungen, sowie den nicht vorhandenen Schnittpunkt der Messwerte mit der x-Achse bei kleinen Glanzwinkeln bei der Wellenlänge nach Gleichung (2) erklären. ✓

Auch ist durch die nicht exakte Positionierung des Kristalls in der Halterung ein systematisches Offset bei der Winkelmessung nicht auszuschließen. ✓

Es gibt noch weitere Beiträge zu den auftretenden Unsicherheiten, die zwar vorhanden sein könnten, aber als sehr gering eingeschätzt werden.

Zum einen könnte es Unregelmäßigkeiten im Kristallgitter geben. Dadurch, dass der Röntgen-Strahl aufgrund der lockeren Aufhängung des Kristalls nicht immer exakt auf die selbe Stelle trifft, hätte dies eventuell geringe Einflüsse auf die gemessenen Intensitäten sowie die Bestimmung der Wellenlängen. *Interferenz spricht dagegen*

Zudem war die Oberfläche des Kristalls angeraut, sodass geringe Streuungen der Strahlung auftreten können. Diese werden allerdings aufgrund der Blende vor dem Zählrohr nicht berücksichtigt.

Des Weiteren kommt es während der Benutzung der Röntgen-Röhre unweigerlich zu einer Erhitzung der Kupferanode. Kleinere Veränderungen in der ausgesendeten Strahlung über den Verlauf des Versuchs sind daher nicht auszuschließen.

Wie erwähnt, werden die Beiträge dieser Unsicherheiten allerdings als sehr gering im Vergleich zu den anderen statistischen Unsicherheiten angesehen.

4.3 Verbesserte Messmethoden

Da der Versuchsaufbau im Röntgengerät fest vorgegeben ist, ist es schwierig, die Aussendung der Röntgenstrahlung sowie die Winkeleinstellung am Goniometer zu verbessern ohne den ganzen Versuchsaufbau auszutauschen. Allerdings gibt es einige Möglichkeiten die Messung an sich zu optimieren. ✓

$$\theta \rightarrow \lambda \dots$$

Zunächst kann zu Beginn des Versuches eine *Kalibrierung* der Position des Bragg-Kristalls in der Halterung durchgeführt werden. Hierfür könnte eine Messreihe bei gleichbleibendem Winkel durchgeführt werden, wobei die Lage des Kristalls immer leicht verändert wird, zum Beispiel durch Unterlegen eines oder mehrerer Papierstreifen um die eventuelle Schräglage des Kristalls in der Halterung zu korrigieren. Die Lage könnte so lange angepasst werden, bis in der Nähe der erwarteten Grenzwellenlänge, also für den erwarteten Grenzwinkel ein deutliches Minimum der Intensität vorliegt.

Dies war im vorliegenden Experiment nur bedingt der Fall. Der Verlauf für kleine Winkel beeinflusste diese Messung noch stark.

Auch wäre es möglich ein anderes Messgerät zur Messung der Röntgenstrahlung zu verwenden. Hierzu würde sich ein ebenso flexibel einsetzbares Gerät mit einer deutlich geringeren Totzeit besser eignen. Eine Möglichkeit wäre es daher beispielsweise einen Szintillationszähler zu verwenden. Dieser hat im Vergleich zum verwendeten Geiger-Müller-Zählrohr eine deutlich kürzere Totzeit und erlaubt außerdem eine Messung der Energie der Strahlung. Dies würde es vielleicht sogar ermöglichen Untergrundstrahlung noch weiter von der Messung auszugrenzen und somit die Genauigkeit der Messergebnisse noch deutlich zu erhöhen. ✓

Auch das Messverhalten könnte verbessert werden. So ist es möglich statt über ein festes Zeitintervall eine feste Anzahl von Ereignissen einzustellen, die vom elektronischen Zähler aufgenommen werden. Dies hätte den Vorteil, dass alle Zählungen dann die selbe statistische Unsicherheit hätten, was die Aussagekraft der Ergebnisse erhöht. Andererseits ist die Unsicherheit der Zeitmessung des elektronischen Zählers unbekannt, sodass die Unsicherheiten der Zeitmessung, und damit die Aussagekraft der Ergebnisse nochmals genauer evaluiert werden müssten. ✓

Diese Verbesserungen würden wenigstens teilweise die Aussagekraft der Messergebnisse erhöhen, können sie aber bei sonst gleichbleibendem Aufbau nicht signifikant verringern. Hierfür wären exaktere und feiner einstellbare Vorrichtungen vonnöten. ✓

A Anhang

Abbildungsverzeichnis

1	Skizze des Versuchsaufbaus	2
2	Skizze des Goniometers	3
3	Emissionsspektrum der Röntgenstrahlung beim LiF-Kristall	6
4	K_α und K_β -Peaks des Emissionsspektrums	9
5	Emissionsspektrum des unbekanntes Kristalls	12
6	Charakteristische Strahlung des unbekanntes Kristalls	13
7	Messprotokoll Seite 1	24
8	Messprotokoll Seite 2	25
9	Messprotokoll Seite 3	26
10	Bild des unbekanntes Kristalls	27

Tabellenverzeichnis

1	Wellenlängen und Zählraten des Emissionsspektrums	22
2	Wellenlängen und Zählraten der K_α - und K_β -Linien	23

Literaturverzeichnis

- [1] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Anleitung Versuch 83, Röntgenstrahlung* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 5. Apr. 2022).
- [2] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Datenanalyse B* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 5. Apr. 2022).
- [3] *Lichtgeschwindigkeit* (Wikipedia, 5. Apr. 2022), <https://de.wikipedia.org/wiki/Lichtgeschwindigkeit>.
- [4] *Plancksches Wirkungsquantum* (Wikipedia, 5. Apr. 2022), https://de.wikipedia.org/wiki/Plancksches_Wirkungsquantum.
- [5] *Elementarladung* (Wikipedia, 5. Apr. 2022), <https://de.wikipedia.org/wiki/Elementarladung>.
- [6] *Rydberg-Konstante* (Wikipedia, 5. Apr. 2022), <https://de.wikipedia.org/wiki/Rydberg-Konstante>.
- [7] *Kupfer* (Wikipedia, 5. Apr. 2022), <https://de.wikipedia.org/wiki/Kupfer>.
- [8] *Moseleysches Gesetz* (Wikipedia, 5. Apr. 2022), https://de.wikipedia.org/wiki/Moseleysches_Gesetz.
- [9] *Generation of X-rays* (Birkbeck College, University of London, 5. Apr. 2022), <http://pd.chem.ucl.ac.uk/pdnn/inst1/xrays.htm>.
- [10] *Lattice constant* (Wikipedia, 5. Apr. 2022), https://en.wikipedia.org/wiki/Lattice_constant.
- [11] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Aufbau Versuch 83* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 5. Apr. 2022), <https://omnibus.uni-freiburg.de/~phypra/ap/83/>.
- [12] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Datenanalyse A* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 5. Apr. 2022).

A.1 Rohdaten und daraus berechnete Größen

A.1.1 Wellenlängen und Zählraten des Emissionsspektrums

Winkel θ	λ [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]	R [cps]	ΔR [cps]
2,5	0,0175	0,0007	1985	8
3	0,0210	0,0007	1232	6
4	0,0280	0,0007	1603	7
5	0,0350	0,0007	1063	6
6	0,0420	0,0007	557	4
7	0,0490	0,0007	741	5
8	0,0559	0,0007	894	5
9	0,0629	0,0007	999	6
10	0,0698	0,0007	1063	6
11	0,0767	0,0007	1125	6
12	0,0836	0,0007	1157	6
13	0,0904	0,0007	1122	6
14	0,0973	0,0007	995	6
15	0,1040	0,0007	973	6
16	0,1108	0,0007	929	6
17	0,1175	0,0007	880	5
18	0,1242	0,0007	804	5
19	0,1309	0,0007	785	5
20	0,1375	0,0007	9774	18
21	0,1441	0,0007	1026	6
22	0,1506	0,0007	2271	9
23	0,1571	0,0006	1196	6
24	0,1635	0,0006	689	5
25	0,1699	0,0006	534	4
26	0,1762	0,0006	465	4
27	0,1825	0,0006	388	4
28	0,1887	0,0006	317	3
29	0,1949	0,0006	277	3
30	0,2010	0,0006	232	3
31	0,2070	0,0006	196	3
32	0,2130	0,0006	206	3
33	0,2189	0,0006	157	2
34	0,2248	0,0006	141	2
35	0,2306	0,0006	132	2
36	0,2363	0,0006	119	2
37	0,2419	0,0006	111	2
38	0,2475	0,0006	106	2
39	0,2530	0,0005	100	2
40	0,2584	0,0005	100	2
41	0,2637	0,0005	104	2
42	0,2690	0,0005	103	2
43	0,2742	0,0005	158	2
44	0,2793	0,0005	175	2
45	0,2843	0,0005	130	2

Tabelle 1: Die nach [Gleichungen \(4\)](#) und [\(6\)](#) aus den in Versuchsteil 1 durchgeführten Messungen der Ereignisse n für verschiedene Glanzwinkel θ berechneten Wellenlängen und Zählraten, sowie deren Unsicherheiten. In [Abbildung 3](#) sind diese Ergebnisse ebenfalls aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass bei Messung 19 und Messung 21 die Wellenlängen liegen, bei denen das Emissionsspektrum vermutete charakteristische Linien hat.

A.1.2 Wellenlängen und Zählraten der K_α - und K_β -Linien

Winkel θ_α	λ_{K_α} [nm]	$\Delta\lambda_{K_\alpha}$ [nm]	R_1 [cps]	ΔR_1 [cps]	R_{K_α} [cps]	ΔR_{K_α} [cps]
19,7	0,1355	0,0007	300	3	30	60
19,8	0,1362	0,0007	474	4	200	63
19,9	0,1368	0,0007	1139	6	860	60
20,0	0,1375	0,0007	2065	8	1790	60
20,1	0,1382	0,0007	2201	9	1920	60
20,2	0,1388	0,0007	1597	7	1320	60
20,3	0,1395	0,0007	631	5	350	60
20,4	0,1401	0,0007	366	3	90	60
20,5	0,1408	0,0007	334	3	60	60
20,6	0,1414	0,0007	324	3	40	60
20,7	0,1421	0,0007	300	3	20	60
Winkel θ_β	λ_{K_β} [nm]	$\Delta\lambda_{K_\beta}$ [nm]	R_2 [cps]	ΔR_2 [cps]	R_{K_β} [cps]	ΔR_{K_β} [cps]
22,0	0,1506	0,0007	209	3	90	50
22,1	0,1512	0,0007	449	4	328	47
22,2	0,1519	0,0006	1350	8	1230	50
22,3	0,1525	0,0006	2274	9	2150	50
22,4	0,1532	0,0006	2180	9	2060	50
22,5	0,1538	0,0006	1233	6	1110	50
22,6	0,1545	0,0006	337	3	220	50
22,7	0,1551	0,0006	138	2	20	50

Tabelle 2: Es sind die in Versuchsteil 1 für die Untersuchung der Peaks des Emissionsspektrums erhaltenen Wellenlängen des K_α - und K_β -Peaks mitsamt ihren Unsicherheiten sichtbar. Außerdem sind die aus den gemessenen Ereignissen erhaltenen Zählraten R_1 und R_2 beider Peaks, sowie die um die Bremsstrahlung bereinigten Zählraten R_{K_α} und R_{K_β} mitsamt Unsicherheiten sichtbar. Die bereinigten Zählraten wurden durch [Gleichung \(13\)](#) berechnet und sind in [Abbildung 4](#) gegen die Wellenlängen aufgetragen.

A.2 Messprotokoll

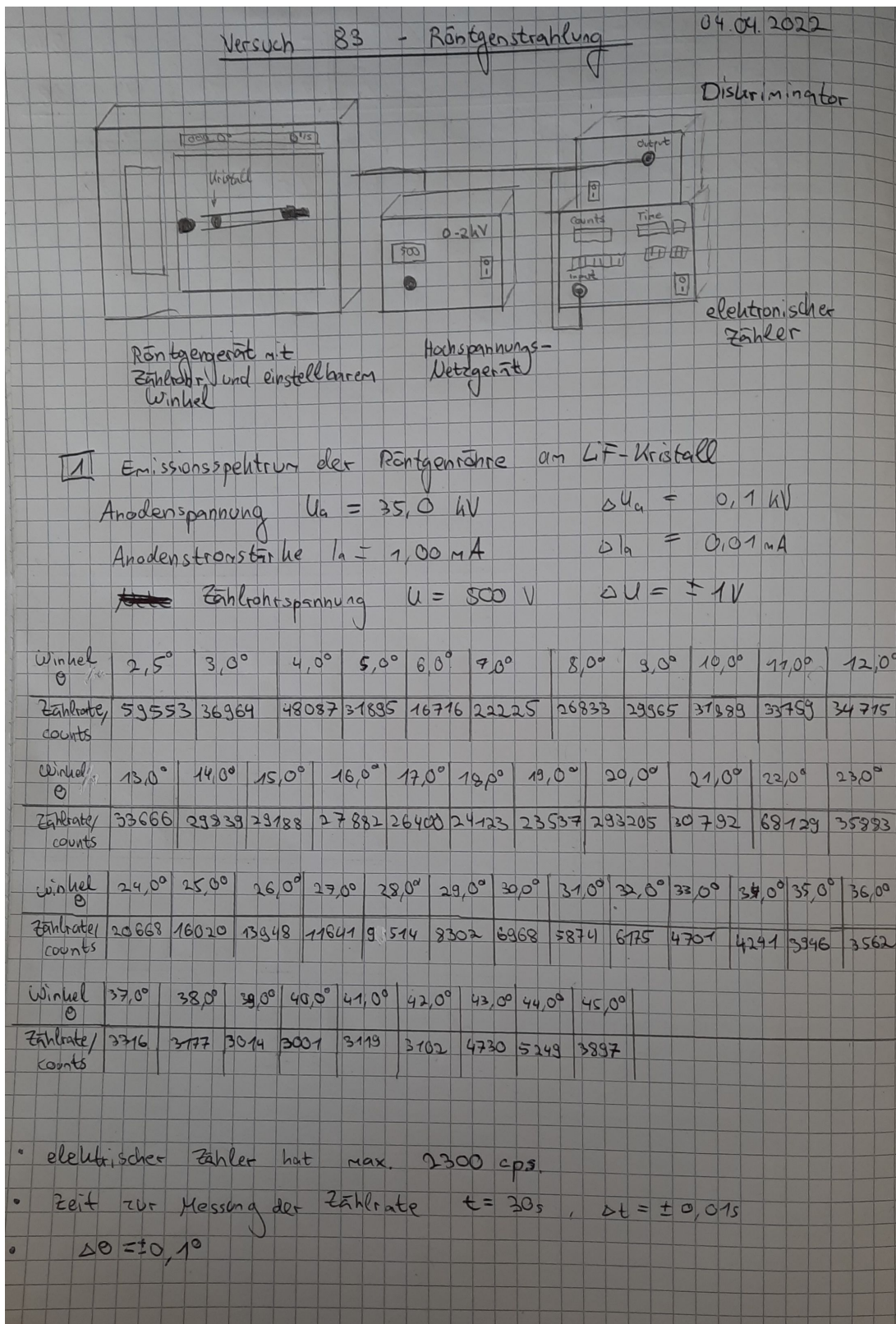


Abbildung 7: Messprotokoll Seite 1

Peaks genauer vermessen: Anoden Röhrenspannung $U_a = 16,0 \text{ kV}$, Strom $I_a = 1,00 \text{ mA}$

Winkel θ	19,7°	19,8°	19,9°	20,0°	20,1°	20,2°	20,3°	20,4°	20,5°	20,6°	20,7°	19,0°	21,0°
Zählrate/counts	3012	14234	34180	61349	66024	47973	18343	10991	10023	9707	2991	8114	8450

Winkel θ

22,0°	22,1°	22,2°	22,3°	22,4°	22,5°	22,6°	22,7°	21,0°	23,0°	
Zählrate/counts	6273	13476	40496	68227	65386	36976	10121	4149	3814	3498

↳ neue Anoden Röhrenspannung $U_a = 17,6 \text{ kV}$, Strom $I_a = 1,00 \text{ mA}$

2 Emissionsspektrum bei unbekanntem Kristall zur Bestimmung des Netzebenenabstands

Anodenspannung: $U_a = 35,0 \text{ kV}$ Strom $I_a = 1,00 \text{ mA}$ $t = 30 \text{ s}$

Winkel θ	3,0°	4,0°	5,0°	6,0°	7,0°	8,0°	9,0°	10,0°	11,0°	12,0°	13,0°	14,0°	15,0°
Zählrate/counts	35793	47562	37865	5315	2947	2467	2598	2636	2585	2380	2223	2174	2151

Winkel θ	16,0°	17,0°	18,0°	19,0°	20,0°	21,0°	22,0°	23,0°	24,0°	25,0°	26,0°	27,0°	28,0°
Zählrate/counts	2257	2301	2593	2503	2274	2444	2315	2287	2181	2067	2140	2006	1876

Winkel θ	29,0°	30,0°	31,0°	32,0°	33,0°	34,0°	35,0°	36,0°	37,0°	38,0°	39,0°	40,0°	41,0°
Zählrate/counts	1752	1857	4773	1893	1987	2877	2998	1767	1518	1490	1465	1326	1390

Winkel θ	42,0°	43,0°	44,0°	45,0°
Zählrate/counts	1369	1353	1274	1234

Peaks genauer vermessen: Anodenspannung & Strom unverändert zu oben

Winkel θ	30,4°	30,5°	30,6°	30,7°	30,8°	30,9°	31,0°	31,1°
Zählrate/counts	2295	3483	8369	15671	16386	11848	5483	2565

Winkel θ	34,0°	34,1°	34,2°	34,3°	34,4°	34,5°	34,6°	34,7°	34,8°	34,9°	35,0°
Zählrate/counts	3363	4541	17957	52847	77806	73271	66774	38364	8387	3671	3205

$\Delta\theta = \pm 0,1^\circ$

Abbildung 8: Messprotokoll Seite 2

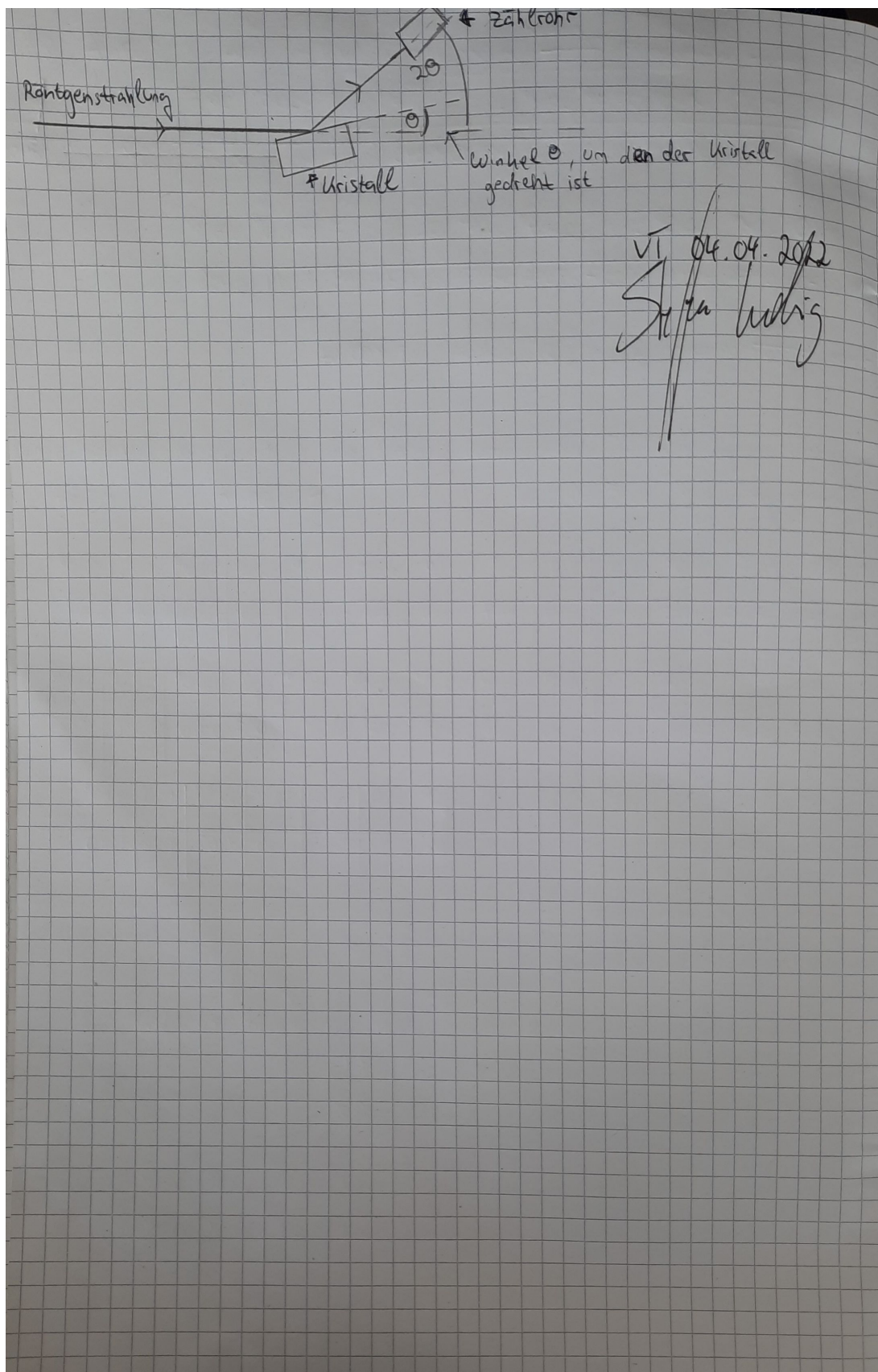


Abbildung 9: Messprotokoll Seite 3



Abbildung 10: Bild des unbekanntes Kristalls