

Universität Freiburg  
Physiklabor für Anfänger, Teil 2  
Ferienpraktikum im Wintersemester 2023/2024

# Versuch 80

## Elektronen



7. November 2024

Datum der Durchführung: 29. Februar 2024

Tutor 

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel des Versuches</b>	<b>3</b>
<b>2 Versuch</b>	<b>3</b>
2.1 Aufbau . . . . .	3
2.2 Durchführung . . . . .	3
<b>3 Auswertung und Fehleranalyse</b>	<b>4</b>
3.1 Ablenkung im E-Feld . . . . .	4
3.2 Ablenkung im B-Feld . . . . .	4
3.3 Unerwartete Korrelationen . . . . .	5
3.4 Ablenkung unter schrägem Einschuss . . . . .	7
<b>4 Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>8</b>
4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse . . . . .	8
4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis . . . . .	9
4.2.1 Ablenkung im E-Feld . . . . .	9
4.2.2 Ablenkung im B-Feld . . . . .	9
4.2.3 Unerwartete Korrelationen . . . . .	9
4.2.4 Ablenkung unter schrägem Einschuss . . . . .	10
4.3 Verbesserte Methoden . . . . .	10
<b>5 Erklärung zur Autorenschaft</b>	<b>11</b>
<b>6 Anhang</b>	<b>12</b>
6.1 Rohdaten mit Vortestat . . . . .	12
Literatur . . . . .	14



und dem Strahl mit einem Geodreieck gemessen. Die Plattenhöhe  $L$  und der minimale Plattenabstand  $D$  werden unter zuhilfenahme des Geodreiecks geschätzt. Danach wird die Kondensatorspannung auf null gestellt.

Im nächsten Schritt wird durch die Stromstärke  $I$  ein B-Feld erzeugt und  $I$  und  $U_A$  werden so gewählt, dass der Elektronenstrahl einen leuchtenden Kreis erzeugt. Der Radius  $r$  des Kreises wird für unterschiedliche Werte für  $I$  und  $U_A$  bestimmt, indem der oberste und unterste Punkt auf der Skala abgelesen werden.

Zuletzt wird der Kolben um den Winkel  $\beta$  relativ zu den Spulen gekippt, somit entsteht eine Spiralförmigkeit des Elektronenstrahls. Von dieser Spirale wird bei konstanter Spulenstromstärke  $I$  und konstanter Beschleunigungsspannung  $U_A$  für verschiedene Winkel  $\beta$  der neue Radius  $r_s$ , sowie die Ganghöhe  $s$  bestimmt.

### 3 Auswertung und Fehleranalyse

#### 3.1 Ablenkung im E-Feld

Die freien Elektronen werden durch die Anodenspannung  $U_A$  beschleunigt und regen die Argon Atome an, so dass auf der Spur des Elektronenstrahls das Argon blau leuchtet. Im elektrischen Feld wird der Strahl zu einer Seite abgelenkt und für die verwendeten Einstellungen ist der Ablenkwinkel  $\alpha = 45^\circ$ , wobei eine Unsicherheit von  $a = 5^\circ$  dreiecksverteilt geschätzt wird, also folgt  $\alpha = (45 \pm 2)^\circ$ . Die angegebenen Fehler werden mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet. Die Größen  $D$  und  $L$  des Kondensators werden mit  $D = (5 \pm 2)\text{mm}$  und  $L = (10 \pm 2)\text{mm}$  geschätzt. Zum Vergleich der Messung kann mit der Formel

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{2} \frac{L}{D} \frac{U_C}{U_A} \quad (1)$$

ebenfalls der Winkel  $\alpha$  berechnet werden. Dabei ist die Anodenspannung  $U_A = (190 \pm 3,5)\text{V}$  und die Kondensatorspannung  $U_C = (100 \pm 2,8)\text{V}$ . Die Unsicherheiten der Spannungen folgen aus der Unsicherheit des verwendeten Multimeters<sup>2</sup> mit  $\Delta U = \text{Messwert} \pm (0,8\% + 2)\text{V}$ . Aus der Gleichung (1) ergibt sich der Wert  $\alpha_{rech.} = (28 \pm 4)^\circ$ , welcher deutlich von dem gemessenen Winkel abweicht.

#### 3.2 Ablenkung im B-Feld

Auf bewegte Ladungen im Magnetfeld wirkt die Lorentz-Kraft. Diese bewirkt eine kreisförmige Ablenkung des Elektronenstrahls. Somit entstehen runde Ringe mit den Radien  $r$ , welche für unterschiedliche Spulenstromstärken  $I$  und Anodenspannungen  $U_A$  aus folgender Formel folgen:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_A}{B^2 r^2} \quad (2)$$

---

<sup>2</sup>[Bar24b]

Mit dieser kann die spezifische Ladung  $\frac{e}{m}$  der Elektronen aus den rechtsseitigen Werten berechnet werden. Die magnetische Flussdichte  $B$  ist für das hier verwendete Helmholtz-Spulenpaar durch  $B = 0,78\text{mT} \cdot I \cdot \frac{1}{\text{A}}$  gegeben. In Abb. 2 sind die einzelnen Werte für  $\frac{e}{m}$

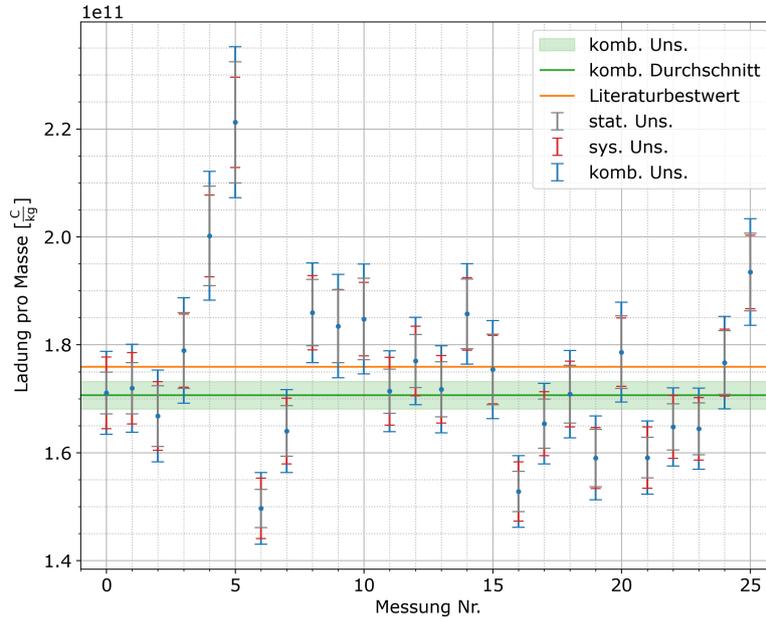


Abbildung 2: spezifische Ladung für die Messungen mit Unsicherheiten

mit getrennten statistischen Unsicherheiten  $\Delta_{sta}$ , welche aus der Unsicherheit  $a_r$  von  $r$  folgen und systematischen Unsicherheiten  $\Delta_{sys}$ , die sich aus  $\Delta U$  und  $\Delta I$  ergeben, dargestellt. Zudem ist die kombinierte Unsicherheit  $\Delta_{kom}$ , der kombinierte Mittelwert und die daraus resultierende kombinierte Unsicherheit des Mittelwertes, sowie der Literaturwert<sup>3</sup> im Diagramm veranschaulicht. Die kombinierte Unsicherheit berechnet sich mit der Formel

$$\Delta_{kom} = \sqrt{\Delta_{sta}^2 + \Delta_{sys}^2}.$$

Die Messreihe ergibt für den Durchschnittswert für  $\frac{e}{m}$ :

$$\frac{e}{m} = (1,706 \pm 0,026) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

### 3.3 Unerwartete Korrelationen

Ob es eine Korrelation zwischen  $\frac{e}{m}$  und den eingestellten Größen  $U$  und  $I$ , sowie dem gemessenen Radius  $r$  gibt, wird mit der der Formel für den empirischen Korrelationskoeffizienten  $R_{xy}$  geprüft, welche aus der Datenanalyse B<sup>4</sup> stammt. Dieser berechnet sich

<sup>3</sup>[Wik22]

<sup>4</sup>[Bar24a]

aus der Kovarianz  $s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$  mit

$$R_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}.$$

Für die Korrelation der spezifischen Ladung der Elektronen zu der Spannung  $U$  wie es in Abb. 3 dargestellt ist, ergibt sich der Wert  $R_U = -0,35$

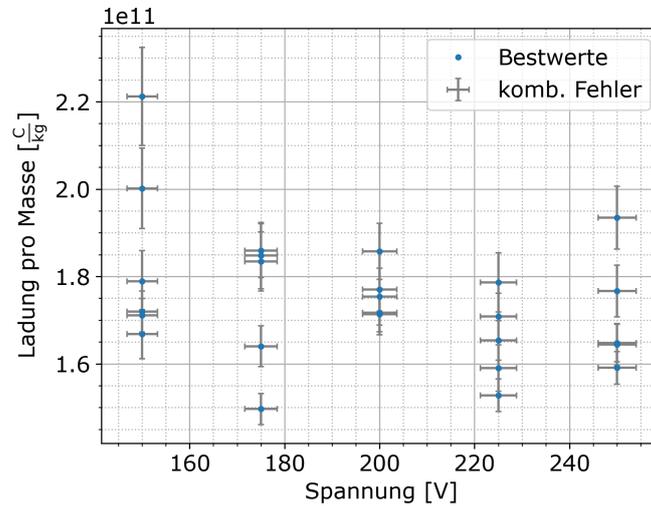


Abbildung 3: Korrelation von  $\frac{e}{m}$  und  $U$

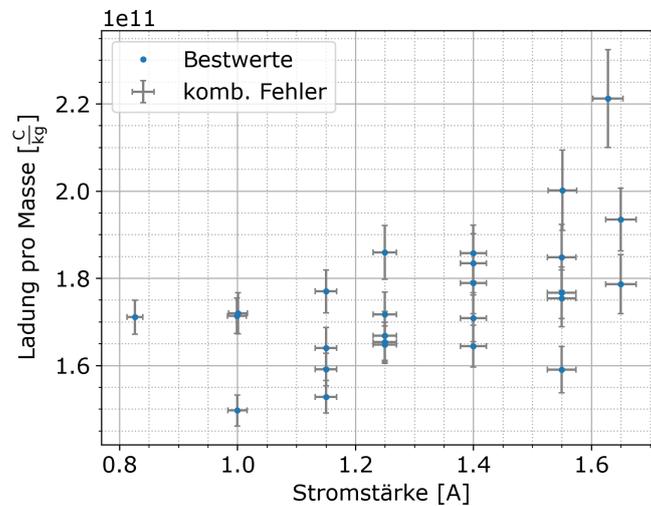


Abbildung 4: Korrelation von  $\frac{e}{m}$  und  $I$

Desweiteren folgt für die Korrelation mit der Stromstärke  $I$  der empirische Korrelationskoeffizient  $R_I = 0,56$ . In Abb. 4 ist der Zusammenhang für die einzelnen Messpunkte dargestellt.

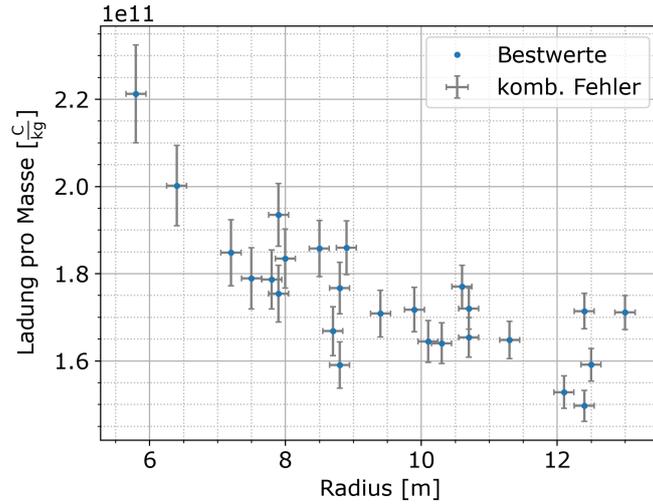


Abbildung 5: Korrelation von  $\frac{e}{m}$  und  $r$

Zuletzt wird noch der Korrelationskoeffizient für die Korrelation mit dem Radius  $r$  zu  $R_r = -0,77$  berechnet. Damit ergibt sich für die Messwerte die in Abb. 5 dargestellte Form.

### 3.4 Ablenkung unter schrägem Einschuss

Durch den Winkel  $\beta$  werden die Elektronen nicht mehr senkrecht zu dem B-Feld eingeschossen. Dadurch fliegen die Elektronen auf einer Spirale anstatt dem bisherigen Ring. Die Spirale hat den neuen Radius  $r_s < r$  für den gilt

$$r_s = r \cos(\beta). \quad (3)$$

Zudem hat die Spirale die Ganghöhe  $s$ , für die der Zusammenhang

$$\sin(\beta) = \frac{s}{2\pi r} \quad (4)$$

gilt. In Abb. 6 sind beide Zusammenhänge zu sehen. Man erkennt für den Radius  $r_s$ , dass die errechneten Werte, welche aus der Messung folgen, eine große Unsicherheit haben. Zudem weichen die Ergebnisse für große Winkel zunehmend stark von dem theoretischen Verlauf ab, welcher aus Gleichung (3) folgt. Der dazu benötigte Radius  $r$  folgt durch Umstellen aus Gleichung (2) für  $\frac{e}{m}$ . Im unteren Teil von Abb. 6 sieht man, dass die einzelnen Messwerte für die Ganghöhe  $s$  deutlich kleinere Unsicherheiten haben als  $r_s$  und die gemessenen Werte gut zu den theoretischen aus Gleichung (4) passen. In Abb. 6 ist zusätzlich auch ein Fit mit Cosinus für  $r_s$ , sowie mit Sinus für  $s$  abgebildet. Daran sieht man, dass die Werte trotz ihrer Abweichung zur Theorie der Grundform von Gleichung (3) und Gleichung (4) passen.

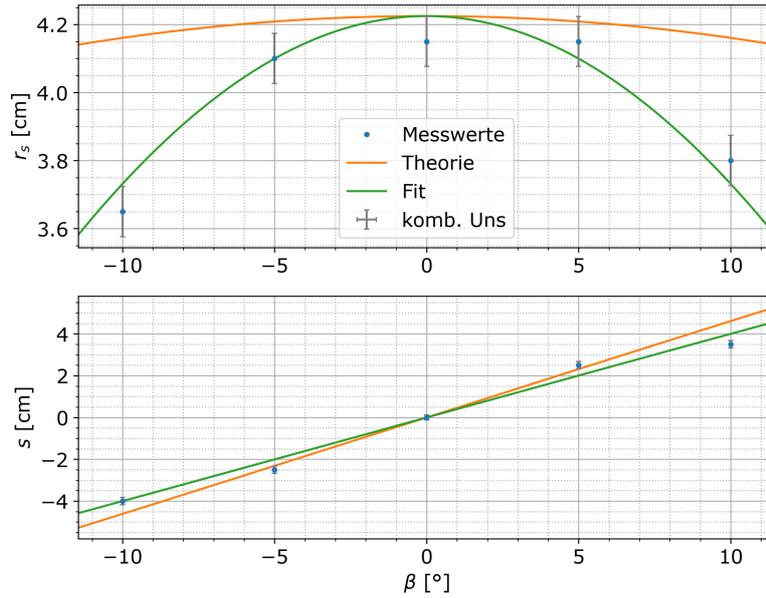


Abbildung 6:  $r_s$  und  $s$  in Abhängigkeit des Winkels  $\beta$

## 4 Diskussion der Ergebnisse

### 4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Im elektrischen Feld des Kondensators wird der Elektronenstrahl um den Winkel

$$\alpha = (45 \pm 2)^\circ$$

abgelenkt. Für die spezifische Ladung  $\frac{e}{m}$  der Elektronen ergibt sich für den kombinierten Durchschnitt der Messwerte mit Unsicherheit

$$\frac{e}{m} = (1,706 \pm 0,026) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

Für den empirischen Korrelationskoeffizienten  $R$  von  $\frac{e}{m}$  mit  $U$ ,  $I$  und  $r$  folgt

$$R_U = -0,35,$$

$$R_I = 0,56,$$

$$R_r = -0,77.$$

Bei schrägem Einschuss der Elektronen in das B-Feld folgt für den Spiralradius  $r$ , dass für größere Winkel  $\beta$  der Radius  $r_s$  immer kleiner wird. Für die Ganghöhe  $s$  folgt, je größer  $\beta$ , desto größer  $s$ .

## 4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis

### 4.2.1 Ablenkung im E-Feld

Der gemessene Ablenkwinkel

$$\alpha = (45 \pm 2)^\circ$$

wird mit dem errechneten  $\alpha_{rech.} = (28 \pm 4)^\circ$  verglichen. Diese beiden Werte weichen sehr stark voneinander ab, so dass grobe Annahmefehler vorliegen müssen. Es ist zu erwarten, dass  $L$  zu klein oder  $D$  zu groß geschätzt wurde. Ein Messfehler von  $\alpha$  um mehrere dutzend Grad wird als unwahrscheinlich aber nicht unmöglich erachtet. In jedem Fall ist keine stichhaltige Aussage möglich und es sind zusätzliche Untersuchungen erforderlich.

### 4.2.2 Ablenkung im B-Feld

Der Literaturwert<sup>5</sup> für die spezifische Ladung von Elektronen ist

$$\frac{e}{m_e} = 1,758\,820\,010\,76(53) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

Dieser liegt signifikant von dem gemessenen Wert  $\frac{e}{m} = (1,706 \pm 0,026) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$  entfernt. Grund dafür könnte wieder wie in Abschnitt 4.2.1 beschrieben, die schwierige Messung an dem Versuchsaufbau sein, wobei für diese Messung der Fehler durch einen Spiegel hinter der Skala minimiert wird, wodurch Parallaxenfehler vermieden werden. Allerdings sollte bei dem Versuchsaufbau durch die Wehnelt Spannung der Elektronenstrahl fokussiert werden können, was mit dem verwendeten Aufbau nicht möglich war. Dies führt dazu, dass der Elektronenstrahl unscharf ist, was die Messung erschwert.

### 4.2.3 Unerwartete Korrelationen

Da  $\frac{e}{m}$  eine Konstante ist, sollte es keine Korrelationen mit anderen Größen geben. Wie aber in den Diagrammen in Abschnitt 3.3 zu sehen ist, gibt es Korrelationen mit  $U$ ,  $I$  und  $r$ . Betrachtet man zunächst die Korrelation mit  $r$  fällt der starke Korrelationskoeffizient von  $R_r = -0,77$  direkt auf. Dieser lässt sich allerdings recht gut durch den Aufbau erklären. Die Skala mit der der Radius  $r$  gemessen wurde, war mittig zum Glaskolben montiert, im Gegensatz dazu war die Elektronenkanone an einem festen Punkt auf der linken Seite montiert. Dadurch wurde für verhältnismäßig kleine Radien nicht durch den Mittelpunkt des Kreises gemessen, da dieser sich links von der Skala befand, da der Kreis natürlich durch die Elektronenkanone gehen muss und sich somit der Mittelpunkt nach "links verschiebt". Dies führt für kleine Radien  $r$  zu einem Messwert der kleiner ist als der echte Wert. Durch die umgekehrte Proportionalität von  $\frac{e}{m}$  zu  $r$  sind damit die großen Werte von  $\frac{e}{m}$  für kleine  $r$  und die Korrelation erklärt. Dies ist wichtig für die Korrelation von  $U$  zu  $\frac{e}{m}$ . Zuerst ist anzumerken, dass eine Korrelation von  $R_U = -0,35$

---

<sup>5</sup>[Wik22]

eine schwache Korrelation ist und fast vollständig durch zwei Messpunkte entsteht, bei denen der Radius der Kleinste der ganzen Messreihe ist. Diese Messwerte entsprechen den beiden linkensten Messwerten aus Abb. 5. Deshalb ist die Korrelation von  $U$  vermutlich durch die Korrelation von  $r$  induziert. Was die Korrelation von  $I$  zu  $\frac{e}{m}$  betrifft ist die Erklärung nicht ganz so eindeutig wie bei  $U$ . Allerdings wird auch hier aus den Daten klar, wenn die Stromstärke hoch ist, ist der Radius  $r$  klein, und damit ist der Messwert  $\frac{e}{m}$  zu hoch. Also ein analoges Verhalten zu  $U$ .

#### 4.2.4 Ablenkung unter schrägem Einschuss

Die einzelnen Werte für  $r_s$  und  $s$  folgen zwar der groben Form der Theorie, was man an den Fits erkennt, allerdings weichen die Werte für größer werdende Winkel  $\beta$  zunehmend ab. Für den Radius geschieht das besonders stark, hier lässt sich allerdings das Problem aus Abschnitt 3.3 wieder erkennen. Dadurch, dass dieser Teil der Messung mit einem verhältnismäßig kleinen Radius durchgeführt wurde, ist die Messung systematisch zu klein und die Werte weichen stark von der Theorie ab. Für  $s$  gilt dies im Umkehrschluss nicht.

### 4.3 Verbesserte Methoden

Die Bestimmung der Werte aus Abschnitt 3.1 ist bei dem verwendeten Versuchsaufbau extrem schwer, da der zu messende Elektronenstrahl einen Abstand von ca. 10cm zu der Glasabdeckung des Aufbaus hat. D.h. bei der Messung muss geschätzt werden, wie das Geodreieck zur Winkelbestimmung anzulegen ist. Auf der anderen Seite ist dieses Problem bei der Bestimmung der Größen  $D$  und  $L$  des Kondensators noch potentiell. Diese sind deshalb annähernd geraten, was eine nicht definierbare hohe Unsicherheit birgt. Damit sind vermutlich sowohl der gemessene als auch der berechnete Winkel mit einem deutlich größeren Fehler behaftet, als zunächst angenommen. Um einen scharfen Elektronenstrahl im Kolben zu erzeugen ist es nötig diesen mit einem Wehnelt-Zylinder zu fokussieren. Bei dem verwendeten Aufbau gibt es aber keinerlei Veränderungen, wenn die dazugehörige Spannung aufgedreht wird. Wenn es möglich ist den Strahl zu fokussieren, wäre es einfacher die Messwerte auf der Skala abzulesen. Eine weitere Verbesserung des Aufbaus, wäre es, wenn die Skala an der Rückseite des Kastens nicht nur vertikal, sondern auch horizontal verschoben werden kann. Denn je nach Größe des Radius des Elektronenstrahls, verschiebt sich auch das Zentrum dieses Kreises und damit auch die höchste und tiefste Stelle, die abgelesen wird, um den Radius zu bestimmen. So kommt es dazu, dass für kleine Radien, fast der gesamte Kreis neben der Skala liegt und der abgelesene Wert zu klein ist. Alternativ könnte man dieses Problem lösen, indem man die Skala um  $90^\circ$  dreht.

## 5 Erklärung zur Autorenschaft

Alle auf der Titelseite genannten Autoren haben in gleichen Teilen zu allen Inhalten dieses Protokolls beigetragen.

## 6 Anhang

### 6.1 Rohdaten mit Vortestat

29.02.2024 Versuch 80-Elektronen

Versuchsaufbau

Skala  
Helmholtzspulen-paar  
Lichtschirm  
Vakuum mit Gitter  
Lampe mit Kondensator  
Kondensator  
L  
R  
D

Ablenkwinkel: Unsicherheit alle dreieckverteilt

$U_a = 100V$ ,  $I = 0,012A$ ,  $U_c = 100V$ ,  $\alpha = 45^\circ \pm 5^\circ$ ,  $\alpha = 5^\circ$

$D = 5 \pm 2mm$ ,  $L = 10 \pm 2mm$ ,  $a = 2mm$   
 $a = 2mm$

Ablenkung im B-Feld		$a = 0,3cm$	$a = 0,2cm$	Bereich Messgröße Gleichstrom: 2A, 1000V
$U_A$ in V	$I$ in A	Position 1 in cm	Position 2 in cm	
150	0,826	15,4	2,4	
150	1,001	14,6	3,8	
150	1,250	13,4	4,7	
150	1,400	12,9	5,4	
150	1,551	12,5	6,1	
150	1,628	12,3	6,5	
175	1,000	15,2	2,8	
175	1,150	14,5	4,2	
"	1,250	13,8	4,9	
"	1,400	13,4	5,4	
"	1,550	13,0	5,8	
200	0,994	15,7	3,3	
"	1,150	14,8	4,2	
"	1,250	14,4	4,5	
"	1,400	13,5	5,0	
"	1,550	13,2	5,3	
225	1,150	15,7	3,6	
"	1,250	14,7	4,0	

U	I	P1	P2
225	7,400	73,9	4,5
"	7,550	73,6	4,8
"	7,650	73,0	5,2
250	7,750	75,5	3,0
"	7,250	75,0	3,7
"	7,400	74,4	4,3
"	7,550	73,6	4,8
"	7,650	73,1	5,2

Winkel $\beta$ in $^\circ$	Bahnen schräger Einschnitt: $a=0,50$ Durchmesser in cm		$a=0,3$ cm Gangtiefe in cm	
	P1	P2	P3	P4
0	73,3	5,0	0	0
-10	72,9	5,6	3,0	7,0
-5	73,4	5,2	6,0	3,5
5	72,8	4,5	9,0	6,0
10	72,5	4,9	12,0	7,5

mit  $U_g = 250$  V,  $I = 7,678$  A

Abbildung 7: Rohdaten

## Literatur

- [Bar24a] Dr. Christof Bartels. *Datenanalyse B.* 29. Jan. 2024. URL: [https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file\\_3372919\\_download&client\\_id=unifreiburg](https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3372919_download&client_id=unifreiburg) (besucht am 22.02.2024).
- [Bar24b] Dr. Christof Bartels. *Versuch 80.* 12. Feb. 2024. URL: [https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file\\_3386515\\_download&client\\_id=unifreiburg](https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3386515_download&client_id=unifreiburg) (besucht am 22.02.2024).
- [Wik22] Wikipedia. *Spezifische Ladung.* 21. Apr. 2022. URL: [https://de.m.wikipedia.org/wiki/Spezifische\\_Ladung](https://de.m.wikipedia.org/wiki/Spezifische_Ladung) (besucht am 01.03.2024).