

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER*INNEN, TEIL 2
WINTERSEMESTER 2021/22

VERSUCH 80 AM 07.03.2022

Elektronen

Gruppe 211:
08.03.2022

Assistentin:

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	2
2 Aufbau und Durchführung	2
3 Auswertung und Fehleranalyse	4
3.1 Ablenkung des Elektronenstrahls im E-Feld	4
3.2 Ablenkung des Elektronenstrahls im B-Feld und Bestimmung der spezifischen Elektronenladung e/m	4
3.3 Untersuchung möglicher Korrelationen der spezifischen Elektronenladung	7
3.4 Elektroneneinschuss unter einem Winkel β	9
4 Diskussion der Ergebnisse	12
4.1 Vergleich des errechneten Wertes für e/m mit dem Literaturwert	12
4.2 Zusammenstellung der Ergebnisse	12
4.3 Fehlerdiskussion	12
4.4 Verbesserte Messmethoden	14
5 Literatur	15
6 Anhang	16
6.1 Tabellen und Grafiken	16
6.2 Laborbuch	18
6.3 Tabellenverzeichnis	21
6.4 Abbildungsverzeichnis	21

1 Ziel des Versuchs

Im Folgenden soll ein Elektronenstrahl im homogenen elektrischen und magnetischen Feld untersucht werden. Zunächst wird die Ablenkung des Elektronenstrahls in einem Plattenkondensator betrachtet. Anschließend wird mithilfe einer Helmholtzspule ein homogenes Magnetfeld erzeugt und so der Elektronenstrahl auf eine Kreisbahn gelenkt. Unter Verwendung des Radius wird die spezifische Elektronenladung e/m ermittelt. Abschließend wird die, durch schräges Einschießen erzeugte, Elektronenspirale untersucht.

2 Aufbau und Durchführung

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, wird der in [Abbildung 1](#) dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Zu Beginn wird dieser nach dem Schaltplan in [Abbildung 3](#) verkabelt. Die Ablesesicherheiten werden bei analogen Skalen mit Dreiecksverteilung mit Formeln aus [\[4\]](#) ermittelt. Die Unsicherheiten der verwendeten Multimeter sind im Anhang in [Abbildung 11](#) zu finden.

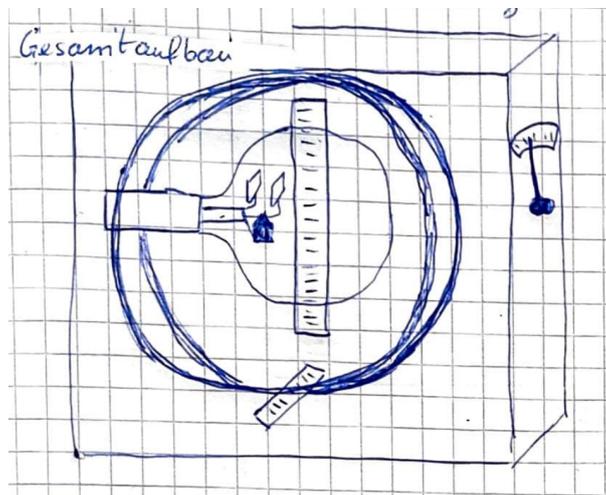
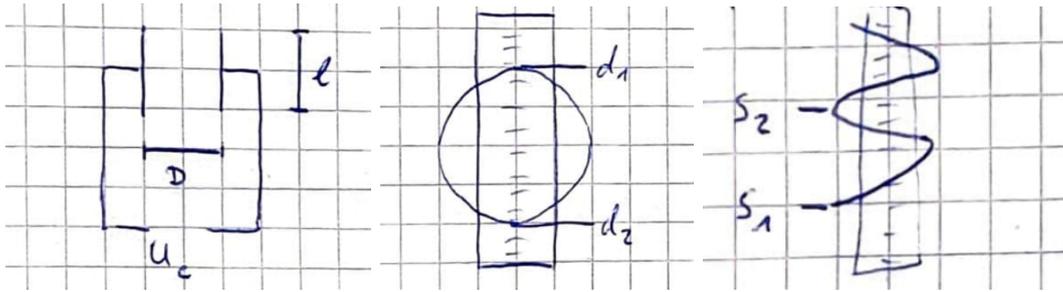


Abb. 1: Skizze des Versuchsaufbaus aus dem Laborbuch in [Abbildung 13](#).

In einem ersten Versuchsteil wird der Elektronenstrahl durch einen Plattenkondensator abgelenkt. Die Länge l und der Plattenabstand D werden, wie in [Abbildung 2a](#) dargestellt, abgeschätzt. Zur Beschleunigung der Elektronen wird die Anodenspannung U_A angelegt, die mit einem Multimeter gemessen wird. Mithilfe eines Wehneltzylinders, an dem die maximal mögliche Spannung $U_W = 50\text{ V}$ anliegt, wird der Elektronenstrahl fokussiert. Anschließend wird am Kondensator die Spannung U_C angelegt und der Ablenkwinkel α mit einem Geodreieck abgeschätzt.

Im zweiten Teil wird an die Helmholtzspule eine Spannung angelegt und der fließende Strom I mit einem Multimeter gemessen. Es wird wieder eine Anodenspannung U_A angelegt. Nun wird für verschiedene Kombinationen von Stromstärke I und Anodenspannung U_A der Radius r der entstehenden Kreisbahn untersucht. Dabei wird darauf geachtet, einen möglichst großen Bereich für beide Größen abzudecken. Um den Radius r zu ermitteln, werden die obere und untere Kante des Kreises an einer Spiegelskala abgelesen. Dies ergibt, wie in [Abbildung 2b](#) dargestellt, die Ablesepunkte d_1 und d_2 , wobei immer an der Außenkante des Kreises abgelesen wird.

In einem letzten Versuchsteil wird der Elektronenstrahl im Winkel β eingeschossen. Dieser Winkel wird über ein an der Seite angebrachtes Rad mit aufgeklebter Gradskala variiert. Es entsteht eine Spiralbahn mit Radius r_s und Ganghöhe s . Es werden erneut die Ablesepunkte d_1 und d_2 sowie zusätzlich die, in [Abbildung 2c](#) eingezeichneten, Punkte s_1 und s_2 ermittelt.



(a) Abbildung des Plattenkon- (b) Elektronenstrahl mit (c) Elektronenstrahl mit Gang-
densators Bahnradius von der Seite höhe von oben

Abb. 2: Detailskizzen der drei Versuchsteile aus dem Laborbuch [Abbildung 13](#). In der ersten Abbildung ist die Plattenlänge l und der Plattenabstand D des Kondensator eingezeichnet. In der zweiten Abbildung sind die beiden Durchmesserablesepunkte d_1 und d_2 des Elektronenstrahls markiert. In der dritten Abbildung sind die Ganghöhenablesepunkte s_1 und s_2 dargestellt.

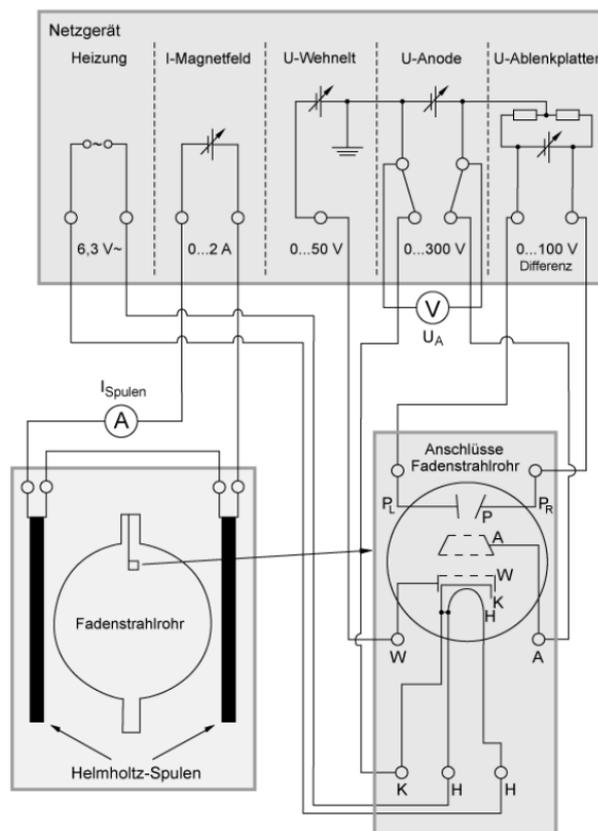


Abb. 3: Schaltplan des Versuchsaufbaus (Abbildung 80.1 aus [1]) mit allen wichtigen Elementen. H = Heizung für die Glühkathode, K = Kathode, W = Wehnelt Zylinder, A = Anode, P = Ablenplatten und Messgeräte für Spulenstrom und Anodenspannung.

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Ablenkung des Elektronenstrahls im E-Feld

Bei Anlegen der Spannung $U_C = 100\text{ V}$ an den Plattenkondensator entsteht ein elektrisches Feld, das als annähernd homogen angenommen werden kann. Aus der Energieerhaltung kann folgender Zusammenhang zwischen Ablenkwinkel α , der Anodenspannung U_A und der Kondensatorspannung U_C hergeleitet werden:

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{2} \frac{U_C}{DU_A}, \quad (1)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{2} \frac{U_C}{DU_A}\right). \quad (2)$$

Die Unsicherheit auf den Ablenkwinkel α wird durch Fehlerfortpflanzung mit Formeln aus [4] berechnet:

$$\Delta\alpha = \frac{2 \cdot \sqrt{(U_C D U_A \cdot \Delta l)^2 + (l D U_A \cdot \Delta U_C)^2 + (U_C U_A \cdot \Delta D)^2 + (U_C D \cdot \Delta U_A)^2}}{U_C^2 l^2 + 4 D^2 U_A^2} \quad (3)$$

Bei der Messung werden folgende Werte ermittelt:

$$\begin{aligned} D &= (1,1 \pm 0,2) \text{ cm}, \\ l &= (1,1 \pm 0,2) \text{ cm}, \\ U_A &= (258 \pm 4) \text{ V}, \\ \alpha_{gem} &= (21 \pm 3)^\circ. \end{aligned}$$

Die Unsicherheiten auf D und l werden dabei mit Dreiecksverteilung abgeschätzt. Die Unsicherheit des Winkels hingegen wird mit Rechtecksverteilung berechnet, da der Strahl sehr diffus ist und eine Dreiecksverteilung als unrealistisch eingeschätzt wird. Für die Anodenspannung U_A wird die Unsicherheit aus der Gebrauchsanweisung in [Abbildung 11a](#) entnommen.

Mit [Gleichung 2](#) kann der durch die Theorie zu erwartende Wert berechnet werden:

$$\alpha_{ber} = (11 \pm 2)^\circ.$$

Die beiden Werte weichen deutlich voneinander ab. Der mit Formeln aus [4] berechnete t -Wert ist mit $t = 2,7$ im unverträglichen Bereich. Die relativen Fehler liegen bei:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{rel,gem} &= 14\%, \\ \Delta\alpha_{rel,ber} &= 18\%. \end{aligned}$$

Auf Ursachen der Unverträglichkeit und der hohen relativen Fehler wird in der Fehlerdiskussion näher eingegangen.

3.2 Ablenkung des Elektronenstrahls im B-Feld und Bestimmung der spezifischen Elektronenladung e/m

Zur Berechnung der spezifischen Elektronenladung e/m werden verschiedene Kombinationen aus Anodenspannung U_A und Spulenstrom I eingestellt und der jeweilige Radius r des entstehenden Elektronenstrahls gemessen. Aus Gleichsetzen der Zentripetal- und der Lorentzkraft folgt dann [2]:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_A}{B^2 r^2}. \quad (4)$$

Der Radius r ergibt sich direkt aus den gemessenen Werten d_1 und d_2 :

$$r = \frac{d_1 - d_2}{2}, \quad (5)$$

$$\Delta r = \frac{1}{2} \sqrt{(\Delta d_1)^2 + (\Delta d_2)^2}. \quad (6)$$

Das Magnetfeld B der Helmholtzspule kann aus dem Spulenstrom I über folgende Formel aus [6] berechnet werden, wobei $N = 130$ die Spulenzahl und $R = 15$ cm der Spulenradius ist (beide Größen sind aus [1] bekannt):

$$B = \frac{\mu_0 8N}{\sqrt{125}R} I = (779,3 \cdot 10^{-6} \text{ T A}^{-1}) \cdot I, \quad (7)$$

$$\Delta B = \frac{\mu_0 8N}{\sqrt{125}R} \Delta I = (779,3 \cdot 10^{-6} \text{ T A}^{-1}) \cdot \Delta I. \quad (8)$$

Der so gefundene Umrechnungsfaktor entspricht auch dem Faktor aus dem Erklärvideo in [1]. Die Messwerte für U_A und I , sowie die berechneten Werte für r und B lassen sich in [Tabelle 1](#) im Anhang finden.

Aus jeder Einzelmessung lässt sich nun mit Hilfe von [Gleichung 4](#) ein Bestwert für die spezifische Elektroneladung e/m berechnen. Für die Fehler muss zwischen einem statistischen und einem systematischen Fehler unterschieden werden. Da es bei der Messung des Radius r zu Messungenauigkeiten kommen kann, die zufällig um den wahren Wert streuen, trägt r zu einem statistischen Fehler bei, der sich mit mehr Messwerten minimieren lässt. Bei U_A und I wirkt sich jedoch der Fehler bei jeder Messung gleichermaßen aus, dieser systematische Fehler sollte sich nicht herausmitteln. Es ergeben sich die folgenden Fehler aus Gauß'scher Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta_{\text{stat}}(e/m) = \frac{4U_A \Delta r}{B^2 r^3}, \quad (9)$$

$$\Delta_{\text{syst}}(e/m) = \frac{2}{r^2} \sqrt{\left(\frac{\Delta U_A}{B^2}\right)^2 + \left(\frac{2U_A \Delta B}{B^3}\right)^2}. \quad (10)$$

Die so berechneten Werte von e/m befinden sich zusammen mit ihren Fehlern ebenfalls in [Tabelle 1](#) im Anhang. In [Abbildung 4](#) sind die aus den jeweiligen Messreihen ermittelten Werte für e/m zusammen mit ihren Fehlern eingezeichnet. Der dunklere Fehlerbalken beschreibt dabei den systematischen, der hellere den noch dazu kommenden statistischen Fehler.

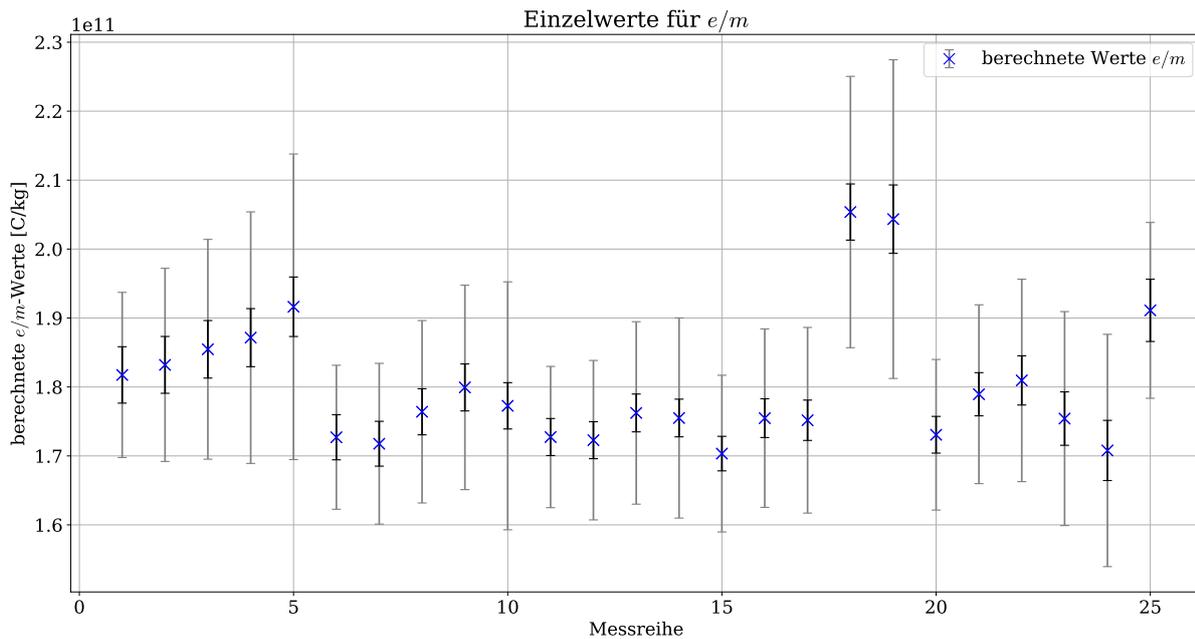


Abb. 4: Aufgetragen sind die berechneten spezifischen Elektronenladungen e/m in C/kg. Die dunkleren Fehlerbalken sind dabei die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazuaddierten statistischen Fehler.

Aus diesen Werten können nun mit Formeln aus [4] Mittelwert, Standardabweichung und Standardabweichung des Mittelwerts berechnet werden. Es ergeben sich die folgenden Werte:

$$\begin{aligned}\overline{e/m} &= 1,802 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}, \\ s_{e/m} &= 0,095 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}, \\ s_{\overline{e/m}} &= 0,019 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}.\end{aligned}$$

Zusätzlich zu den einzelnen Messwerten ist in folgender [Abbildung 5](#) der Mittelwert zusammen mit seiner Standardabweichung in blau eingezeichnet. Es ist außerdem ein Literaturwert aus [5] eingezeichnet:

$$(e/m)_{\text{Lit}} = 1,758\,820 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}.$$

Ein Vergleich mit dem Literaturwert erfolgt in der Diskussion der Ergebnisse in [Unterabschnitt 4.1](#).

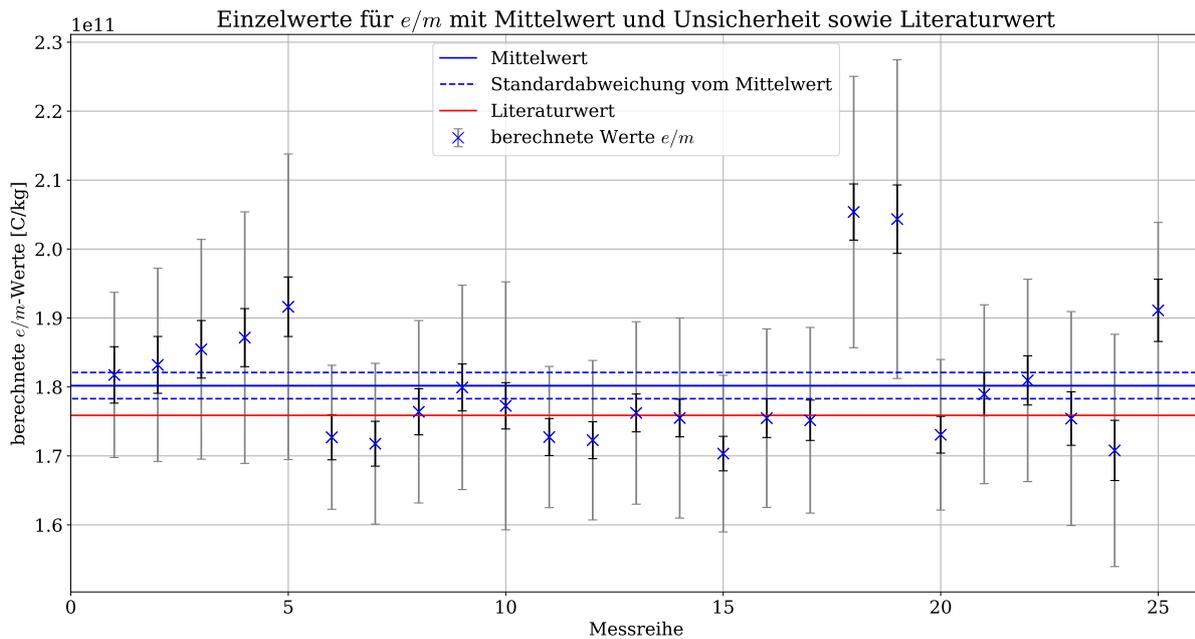


Abb. 5: Aufgetragen sind die berechneten spezifischen Elektronenladungen e/m in C/kg, sowie der Mittelwert mit Standardabweichung in blau und dem Literaturwert in rot aus [5]. Die dunkleren Fehlerbalken sind dabei die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazuaddierten statistischen Fehler.

Es ergibt sich damit insgesamt der folgende Wert für die spezifische Elektronenladung, wobei als Bestwert der Mittelwert, als statistische Unsicherheit die Standardabweichung des Mittelwerts und als systematische Unsicherheit der Mittelwert aus den systematischen Unsicherheiten verwendet wird:

$$\frac{e}{m} = (1,802 \pm 0,019 \pm 0,035) \text{ C kg}^{-1}.$$

3.3 Untersuchung möglicher Korrelationen der spezifischen Elektronenladung

Die berechneten Werte für e/m sollten unabhängig von den gewählten Einstellungen des Fadenstrahlrohrs sein und es sollten keine Korrelationen zwischen den Größen U_A , I und r auftreten. Die Werte sollten stattdessen statistisch um den Mittelwert streuen. Um trotzdem mögliche Korrelationen zu untersuchen, werden die Messwerte erneut grafisch dargestellt. Dabei werden die Messwerte jedoch gegen die jeweilige Größe aufgetragen um mögliche Zusammenhänge erkennbar zu machen. In [Abbildung 6](#) sind die Werte für e/m gegen die Anodenspannung U_A aufgetragen, in [Abbildung 7](#) ist e/m gegen den Spulenstrom I eingezeichnet und in [Abbildung 8](#) wird der Zusammenhang zwischen e/m und dem Radius r untersucht. Es sind jeweils außerdem Mittelwert, Standardabweichung vom Mittelwert und Literaturwert eingezeichnet.

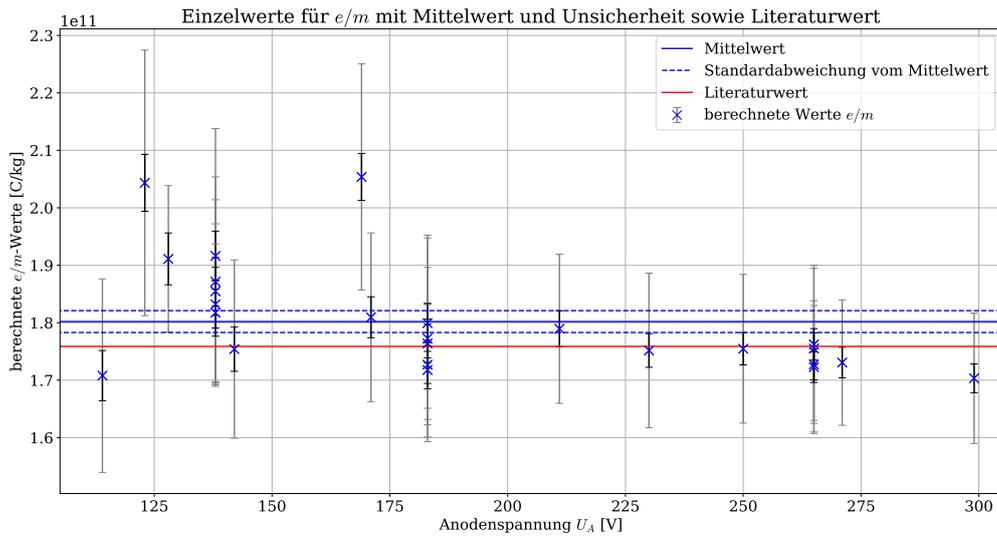


Abb. 6: Aufgetragen sind die berechneten spezifischen Elektronenladungen e/m in C/kg gegen die Anodenspannung U_A in V. Außerdem sind der Mittelwert mit Standardabweichung in blau und der Literaturwert in rot aus [5] eingezeichnet. Die dunkleren Fehlerbalken sind dabei die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazuaddierten statistischen Fehler.

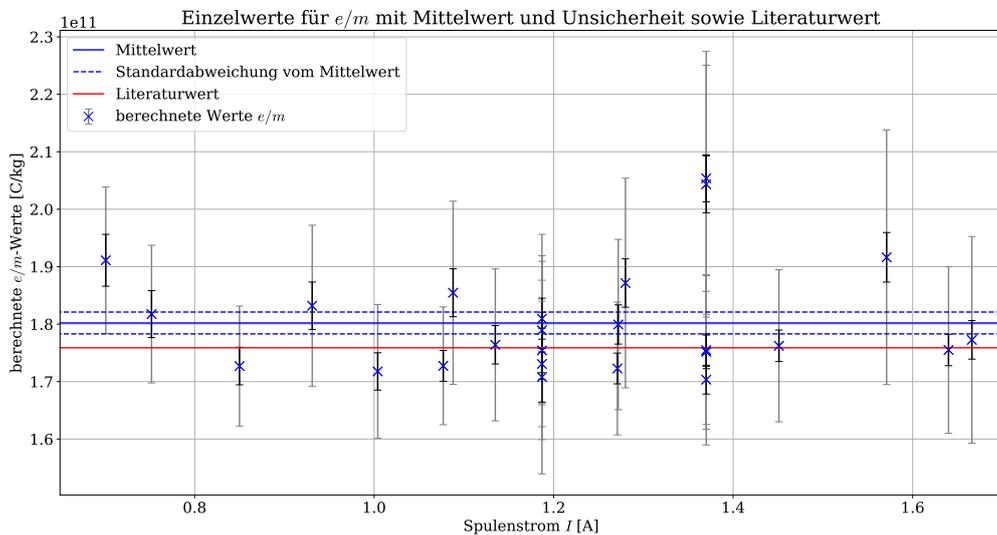


Abb. 7: Aufgetragen sind die berechneten spezifischen Elektronenladungen e/m in C/kg gegen den Spulenstrom I in A. Außerdem sind der Mittelwert mit Standardabweichung in blau und der Literaturwert in rot aus [5] eingezeichnet. Die dunkleren Fehlerbalken sind dabei die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazuaddierten statistischen Fehler.

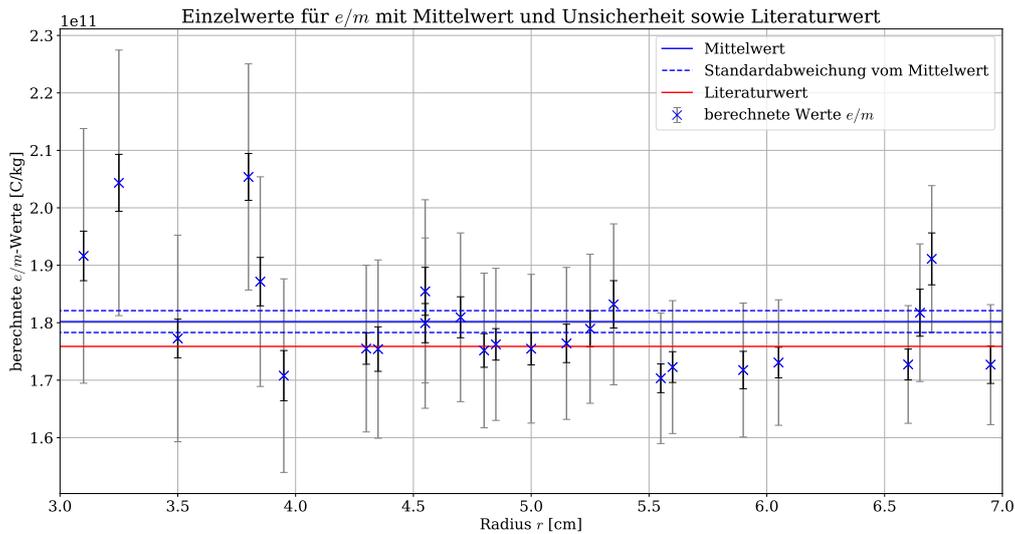


Abb. 8: Aufgetragen sind die berechneten spezifischen Elektronenladungen e/m in C/kg gegen den Radius r der Kreisbahn in cm. Außerdem sind der Mittelwert mit Standardabweichung in blau und der Literaturwert in rot aus [5] eingezeichnet. Die dunkleren Fehlerbalken sind dabei die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazuaddierten statistischen Fehler.

Bereits anhand der abgebildeten Daten lässt sich vermuten, dass sowohl zwischen U_A und e/m , als auch zwischen r und e/m eine Korrelation vorliegt, sodass sich für größere Werte von U_A beziehungsweise r kleinere Ergebnisse für e/m ergeben. Eine Korrelation zwischen I und e/m ist nicht direkt zu erkennen.

Als Maß für die Korrelation wird der empirische Korrelationskoeffizient mit Formeln aus [4] berechnet. Dieser liegt zwischen -1 und 1 . Ein negativer Wert besagt, dass die Werte antiproportional korrelieren, während ein positiver Wert für eine proportionale Korrelation steht. Je näher der Wert an der 0 ist, desto kleiner ist die Korrelation. Es ergeben sich die folgenden empirischen Korrelationskoeffizienten:

$$\begin{aligned} k_{U_A} &= -0,55, \\ k_I &= 0,05, \\ k_r &= -0,45. \end{aligned}$$

Damit lassen sich die Vermutungen bestätigen, nach denen sowohl zwischen U_A und e/m , als auch zwischen r und e/m eine Korrelation vorliegt. Mit $k_I = 0,05$ lässt sich eine Korrelation bei dem Spulenstrom ausschließen. Mögliche Gründe und Fehlerquellen, die zu einer Korrelation führen können, werden in der Fehlerdiskussion vertieft.

3.4 Elektroneneinschuss unter einem Winkel β

Im letzten Versuchsteil werden folgende Anodenspannung U_A und Spulenstrom I verwendet:

$$\begin{aligned} U_A &= (223 \pm 4) \text{ V}, \\ I &= (1,176 \pm 0,019) \text{ A}. \end{aligned}$$

Schießt man die Elektronen nicht senkrecht zum Magnetfeld, sondern unter dem Einschusswinkel β in die Helmholtzspulen, so bewegen sich die Elektronen auf einer Spiralbahn. Grund hierfür

ist, dass die Lorentzkraft nur auf den senkrechten Anteil der Elektronengeschwindigkeit v wirkt. Für den Radius r_s dieser Spirale gilt:

$$r_s(\beta) = \frac{mv_{\perp}}{eB} \quad \text{mit} \quad v_{\perp} = \cos(\beta) \cdot v \quad (11)$$

$$= \frac{mv}{eB} \cdot \cos(\beta) \quad (12)$$

$$= r_0 \cdot \cos(\beta) \quad \text{wobei } r_0 \text{ der Radius bei senkrechtem Einschuss ist.} \quad (13)$$

Es werden erneut die Außenkanten des Kreises gemessen und wie in [Gleichung 6](#) hieraus die Radien r_s berechnet. Für die Bestimmung von r_0 wird versucht den Winkel so einzustellen, dass keine Elektronenstrahlschleife entsteht. Der dafür eingestellte Winkel β_0 wird von den gemessenen Winkeln abgezogen. Die Fehler auf die so ermittelten Winkel β werden durch Fehlerfortpflanzung [\[4\]](#) berechnet und sind mit den Werten für r_s und β in [Tabelle 2](#) im Anhang zusammengestellt. In [Abbildung 9](#) sind diese Messwerte zusammen mit der Erwartung aus [Gleichung 13](#) aufgetragen.

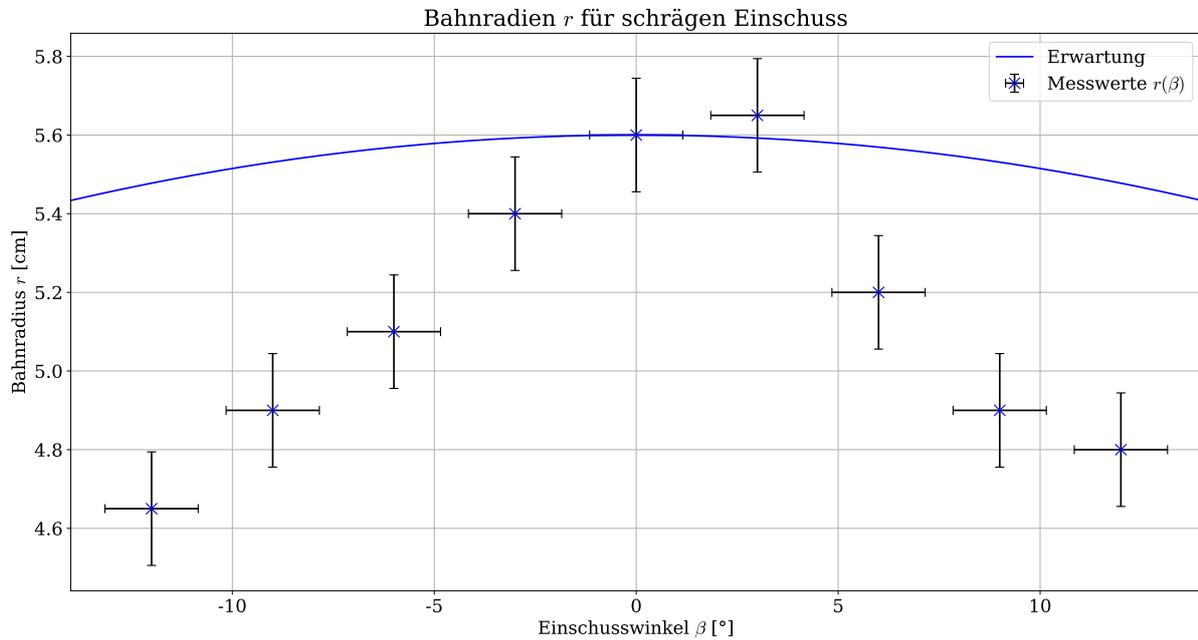


Abb. 9: Aufgetragen sind die Bahnradial r_s in cm in Abhängigkeit vom Einschusswinkel β in Grad zusammen mit den jeweiligen Fehlerbalken. Zusätzlich ist der theoretische Verlauf $r_s(\beta) = r_0 \cos(\beta)$ in blau eingezeichnet.

Es fällt auf, dass die Messwerte und der erwartete Verlauf sehr schlecht übereinstimmen. Gründe hierfür werden in der Fehlerdiskussion behandelt.

Die zweite für die Spirale charakteristische Größe ist die Ganghöhe s . Für sie gilt:

$$s(\beta) = \frac{2\pi mv_{\parallel}}{eB} \quad \text{mit} \quad v_{\parallel} = \sin(\beta) \cdot v \quad (14)$$

$$= 2\pi \frac{mv}{eB} \cdot \sin(\beta) \quad (15)$$

$$= 2\pi r_0 \cdot \sin(\beta) \quad \text{wobei } r_0 \text{ der Radius bei senkrechtem Einschuss ist.} \quad (16)$$

Das Vorgehen für die Bestimmung der Ganghöhe s ist analog zu [Gleichung 6](#), wobei dabei darauf geachtet werden muss, dass manchmal nur die halbe Ganghöhe gemessen werden konnte,

da keine ganze Spiralumkehrung mehr im Kolben lag. Die Messwerte für die Ganghöhe sind ebenfalls in [Tabelle 2](#) eingetragen. In [Abbildung 10](#) sind die Ganghöhe und die Erwartung aus [Gleichung 16](#) aufgetragen.

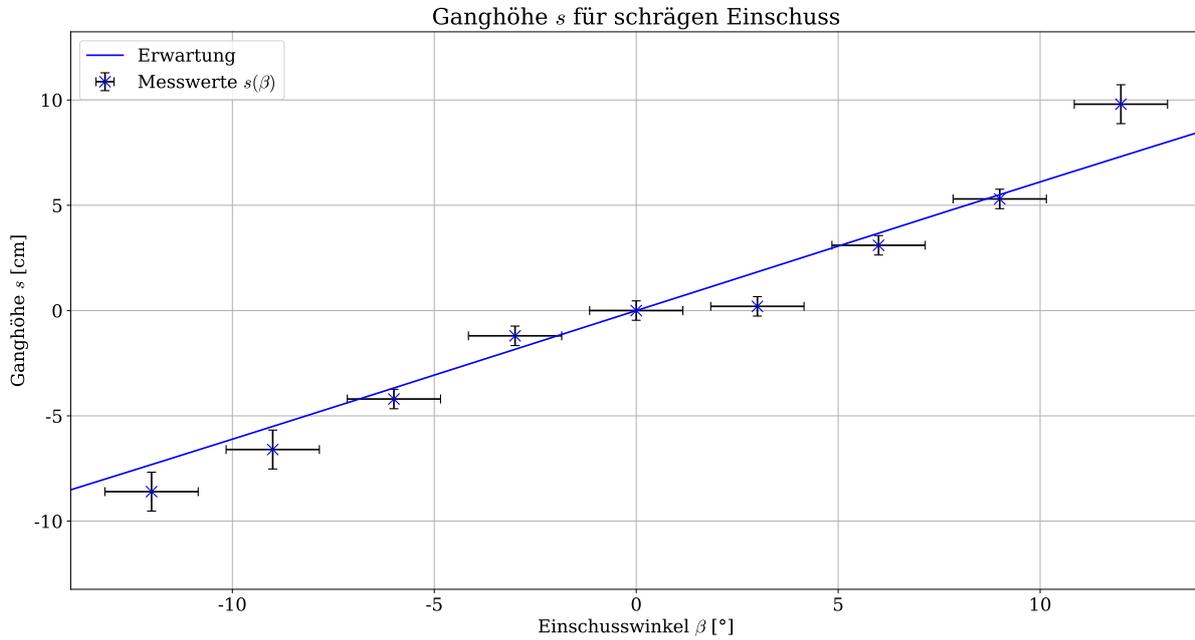


Abb. 10: Aufgetragen sind die Ganghöhen s in cm in Abhängigkeit vom Einschusswinkel β in Grad zusammen mit den jeweiligen Fehlerbalken. Zusätzlich ist der theoretische Verlauf $s(\beta) = 2\pi r_0 \sin(\beta)$ in blau eingezeichnet.

Hier stimmt der Verlauf deutlich besser mit der Erwartung überein, als beim Radius $r_s(\beta)$.

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Vergleich des errechneten Wertes für e/m mit dem Literaturwert

Um die Güte des gemessenen Wertes zu überprüfen, wird der bereits eingeführte Literaturwert aus [5] verwendet:

$$(e/m)_{\text{Lit}} = 1,758\,820 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}.$$

Mit Formeln aus [4] kann die Verträglichkeit der Werte mit dem Literaturwert überprüft werden. Dazu wird ein t -Wert berechnet, wobei ein t -Wert unter 2 für ein gute, ein t -Wert über 2 für eine schlechtere Verträglichkeit spricht. Die t -Werte der Einzelmessungen liegen zwischen 0,03 und 1,50 und sind damit alle sehr gut mit dem Literaturwert verträglich. Für den t -Wert des Endergebnisses ergibt sich folgender Wert, wobei als Fehler die Summe aus statistischem und systematischem Fehler verwendet wird:

$$t = 0,80.$$

Damit ist auch dieser Wert gut mit dem Literaturwert verträglich. Die relative Unsicherheit des gemessenen Wertes ist mit 3,0% ebenfalls recht gering.

4.2 Zusammenstellung der Ergebnisse

Im ersten Versuchsteil wurde die Ablenkung der Elektronen im elektrischen Feld eines Kondensators untersucht. Dabei wurde der Ablenkwinkel einmal mit einem Geodreieck gemessen und einmal aus den gewählten Einstellungen berechnet. Es ergeben sich die beiden folgenden Werte:

$$\begin{aligned}\alpha_{gem} &= (21 \pm 3)^\circ, \\ \alpha_{ber} &= (11 \pm 2)^\circ.\end{aligned}$$

Diese Werte sind mit einem t -Wert von 2,7 leicht unverträglich.

Im zweiten Versuchsteil wurde die Ablenkung im Magnetfeld untersucht und für jeden Messwert ein Wert für die spezifische Elektronenladung ermittelt. Eine Übersicht befindet sich in [Tabelle 1](#) im Anhang. Alle Werte sind gut mit dem Literaturwert aus [5] verträglich. Als Bestwert kann folgender Wert festgehalten werden, wobei der erste Fehler die statistische und der zweite Fehler die systematische Unsicherheit angibt:

$$\frac{e}{m} = (1,802 \pm 0,019 \pm 0,035) \text{ C kg}^{-1}.$$

Auch dieser Wert ist mit $t = 0,8$ gut mit dem Literaturwert verträglich und besitzt eine relative Unsicherheit von 3,0%.

Eine Untersuchung möglicher Korrelationen ergibt, dass sowohl Anodenspannung U_A als auch Radius r mit den berechneten Werten für e/m korrelieren, beide besitzen einen empirischen Korrelationskoeffizienten von ungefähr $-0,5$.

Im letzten Versuchsteil wurde die Spiralbildung bei verschiedenen Einschusswinkeln untersucht. Der vermutete Verlauf der Ganghöhe $s(\beta) = 2\pi r_0 \sin(\beta)$ konnte insgesamt bestätigt werden, während das Modell für der Radius $r_s(\beta) = r_0 \cos(\beta)$ nicht verifiziert werden konnte.

4.3 Fehlerdiskussion

Im ersten Versuchsteil fällt auf, dass der gemessene Ablenkwinkel mit einem t -Wert von 2,7 zwar noch annehmbar gut mit dem berechneten Wert α_{ber} verträglich ist, allerdings ist das gemessene α_{gem} in etwa doppelt so groß wie das berechnete. Die dennoch annehmbare Verträglichkeit dieser

beiden Ablenkwinkel kommt dadurch zustande, dass die Unsicherheiten durch das Abschätzen der Plattenkondensatorlänge l und des Plattenabstands D sehr hoch sind. Diese Messungenauigkeit kommt in den relativen Fehlern des berechneten Ablenkwinkels α_{ber} beziehungsweise des gemessenen α_{gem} zum Ausdruck, die bei 18% und 14% liegen. Außerdem ist die Messungenauigkeit des Ablenkwinkels extrem groß, da das Anlegen und Ablesen mithilfe des Geodreiecks sehr fehlerbehaftet ist und man zusätzlich die Elektronenstrahlbahn gedanklich verlängern muss, um den Ablenkwinkel ablesen zu können. Die Platten des Kondensators sind auch nicht parallel, wodurch das E -Feld dazwischen nicht homogen ist. Allerdings ist dieser Effekt im Vergleich zu den anderen Fehlerquellen eindeutig vernachlässigbar.

Bei der Ablenkung des Elektronenstrahls im B -Feld sind alle Einzelwerte der spezifischen Elektronenladung e/m mit dem Literaturwert aus [5] verträglich. Auch der Mittelwert ist mit dem Literaturwert gut verträglich. Auffällig ist jedoch, dass es tendenziell größere Ausreißer nach oben als nach unten gibt. Eine mögliche Ursache dafür könnte eine zu groß gemessene Anodenspannung U_A sein, da das Multimeter einen Offset zur Null hat. Desweiteren könnte auch ein systematisch zu klein gemessener Bahnradius r ursächlich für die einseitigen Ausreißer sein. Die Messung des Spulenstroms I lässt sich sehr wahrscheinlich als Fehlerquelle ausschließen, da es auch keine Korrelation zwischen e/m und I gibt. Allerdings könnte das B -Feld systematisch falsch berechnet worden sein, da nicht auszuschließen ist, dass die Windungszahl und der Radius der Helmholtzspule nicht genau den Angaben aus [1] entsprechen.

In der Untersuchung möglicher Korrelationen zwischen der spezifischen Elektronenladung e/m und der Anodenspannung U_A , dem Spulenstrom I und dem Bahnradius r fällt auf, dass sowohl U_A als auch r relativ hohe Korrelationskoeffizienten mit Werten von $-0,55$ beziehungsweise $-0,45$ haben. Der Spulenstrom hat wie erwartet keine Korrelation, was auch am sehr niedrigen Korrelationskoeffizienten von $0,05$ erkennbar ist.

Eine mögliche Ursache der Korrelation der Spannung könnte sein, dass bei geringerer Spannung der Elektronenstrahl schon so stark durch Stöße im Gas abgebremst wird, dass der Strahl keine Kreisbahn mehr sondern ein Oval beschreibt. Eine Folge davon wäre ein zu klein gemessener Radius, wodurch sich mit Gleichung 4 ein höherer Wert für die spezifische Elektronenladung ergibt. Dies würde auch erklären, wieso die Werte für e/m bei kleineren Spannungen deutlich größer sind als der Literaturwert und sie sich diesem mit steigender Spannung annähern.

Grund für die unerwartete Korrelation vom Bahnradius könnte wie auch zuvor schon ein systematisch etwas zu klein gemessener Radius sein. Dieser Effekt ist bei kleineren Radien stärker, da er in Relation zum wahren Wert größer ist. Damit ließe sich auch erklären wieso besonders bei kleineren Radien die Werte für e/m stark nach oben streuen und sich diese bei größeren Radien immer mehr dem Literaturwert annähern.

Grund für die zu klein gemessenen Radien r könnte sein, dass sich die Maxima der Kreisbahn nicht direkt vor der Spiegelskala befinden und man die Maxima gedanklich verlängern muss, um diese zu messen. Dadurch könnten die Maxima nach unten verrutschen und parallaxefreies Ablesen nicht mehr gewährleistet werden. Eine weitere mögliche Ursache für die zu klein gemessenen Radien könnte ein leicht schräger Einschuss des Elektronenstrahls in Bezug auf das Magnetfeld sein. Infolgedessen würde der Elektronenstrahl auf eine leichte Spiralbahn gelenkt, wodurch der Radius kleiner wird. Auch hier wäre der Effekt bei kleineren Radien größer.

Bei der Untersuchung der Abhängigkeit des Bahnradius r_s vom Einschusswinkel β weichen die Messwerte deutlich vom erwarteten Verlauf ab, wie in Abbildung 9 zu sehen ist. Hierfür sind mehrere Gründe denkbar. Bei der Auswertung der Daten können Rechenfehler unterlaufen sein, die zugrundeliegende Theorie könnte unpassend sein oder es gibt einen Fehler im Aufbau.

Gegen einen Rechenfehler spricht, dass die Ganghöhe s parallel unter Verwendung des gleichen Codes ausgewertet wurde und hier keine deutliche Abweichung vom Modell zu erkennen ist.

Außerdem ist in Altprotokollen [8] die gleiche Abweichung zu sehen. Der gleiche Rechenfehler bei mehreren Gruppen ist eher unwahrscheinlich.

Ein Fehler in der zugrundegelegten Theorie ist ebenfalls auszuschließen, da diese bereits sehr gut erforscht wurde und neben [2] auch von anderen Autoren zum Beispiel in [7] verwendet wird.

Es bleibt die Möglichkeit, dass bei der Versuchsdurchführung oder im Versuchsaufbau ein Fehler auftritt, der diese Abweichung im Radius r_s verursacht. Ein Erklärungsversuch könnte hierbei sein, dass das Magnetfeld nicht homogen genug ist. Bei der Messung des Radius r in der mittleren Ebene wie im zweiten Versuchsteil fällt dieser Effekt wahrscheinlich nicht so ins Gewicht, da hier das Magnetfeld annähernd gleich sein wird. Rückt jedoch der Elektronenstrahl auf seiner Spiralbahn in der Helmholtzspule näher an den Rand, so könnten Inhomogenitäten eine Rolle spielen und so den unteren Rand des Radius d_2 beeinflussen. Desweiteren wurde bereits im zweiten Versuchsteil ein systematisch zu klein gemessener Radius r vermutet, der auch in diesem Versuchsteil beobachtet wird.

Passt man eine Kosinusfunktion $\cos(a \cdot \beta)$ mit numerischer Minimierung von χ^2 an die Messwerte an, so erhält man einen Faktor $a = 3,36$ im Kosinus. Die Werte liegen also wirklich deutlich abseits des vermuteten Modells. Die angepasste Kosinusfunktion ist zusammen mit den Messwerten in [Abbildung 12](#) im Anhang aufgetragen.

4.4 Verbesserte Messmethoden

Um eine höhere Messgenauigkeit der Bahnradien r des Strahls, sowie der Ganghöhen s zu erreichen, ist es sinnvoll, den Raum besser abzudunkeln. Dadurch sind die Strahlränder besser erkennbar, was eine Messung etwas vereinfacht. Außerdem kann es sinnvoll sein mit höheren Spannungen zu arbeiten, da auch dadurch der Strahl bis zu einem gewissen Grad heller und damit besser erkennbar und ablesbar wird. Das parallaxefreie Ablesen mit den Spiegelskalen ist bei zu geringer Strahlintensität nur schwer möglich.

Eine geeignete Verbesserung des ersten Versuchsteils, in dem der Elektronenstrahl vom Plattenkondensator abgelenkt wird, ist, statt des Geodreiecks für die Winkelmessung einen Schirm anzubringen. Von diesem Schirm könnte man über den Schirmabstand und den Abstand der Strahlpunkte auf dem Schirm einen genaueren Wert für α bestimmen. Außerdem wäre es sinnvoll den Plattenabstand D des Kondensators wie auch den Plattenabstand l zu kennen, beziehungsweise vermessen zu können. Wenn die hierdurch entstandenen Fehlerquellen minimiert wurden, kann eine Anpassung des Modells an einen schrägen Kondensator in Erwägung gezogen werden.

Die Messung des Einschusswinkels β kann durch eine bessere Winkelskala optimiert werden. Die angebrachte Skala ist weder genau kalibriert noch symmetrisch angebracht. Ferner gibt es auf der Skala nur Fünfgradschritte, was eine zusätzliche Ungenauigkeit hervorruft. Um diese Ungenauigkeiten auszumerzen ist es angebracht eine feinere Skala anzubringen, die auch einen kalibrierten Nullpunkt besitzt.

Literatur

- [1] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 80 - Elektronen, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (2022)
- [2] Dieter Meschede: *Gerthsen Physik*, (2015), Abschnitt 9.2 „Bewegung freier Ladungsträger“ bis einschließlich 9.2.3
- [3] Uni-Trend Technology (dong guan) limited: *Model UT51-55: Operating Manual*
- [4] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil A & B - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021 und 28.02.2022*, (2021/22)
- [5] James G. Kushmerick: *The NIST Reference on Constants, Units and Uncertainty* <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme>, (2019), (aufgerufen am 07.03.2022)
- [6] Prof. Dr.-Ing. Dr. Sabine Kunst: *LEIFIPhysik: Ströme & magnetisches Feld - Magnetfeld einer Helmholtz-Spule* <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/stroeme-magnetisches-feld/grundwissen/magnetfeld-einer-helmholtz-spule>, (2022), (aufgerufen am: 07.03.2022)
- [7] Prof. Dr.-Ing. Dr. Sabine Kunst: *LEIFIPhysik: Bewegte Ladungen in Feldern - Geladene Teilchen im magnetischen Feld (schräger Eintritt)* <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/bewegte-ladungen-feldern/grundwissen/geladene-teilchen-im-magnetischen-feld-schraeger-eintritt>, (2022), (aufgerufen am: 08.03.2022)
- [8] unbekannter Autor: *Versuch 80: Bestimmung der spezifischen Elektronenladung e/m - Physiklabor für Anfänger*innen - Ferienpraktikum im Wintersemester 2019/2020*, <https://www.fachschaft.physik.uni-freiburg.de/wp-content/uploads/2021/02/compr.V80.pdf>, (2020), (aufgerufen am: 08.03.2022)

6 Anhang

6.1 Tabellen und Grafiken

Tab. 1: Zusammengestellt sind die Messwerte Anodenspannung U_A und Spulenstrom I zur Bestimmung der spezifischen Elektronenladung. Zusätzlich sind die abgeleiteten Größen Magnetfeld B , Radius r und spezifische Elektronenladung e/m angegeben. Bei der spezifischen Elektronenladung ist zunächst der statistische und danach der systematische Fehler angegeben.

Messreihe	Spannung U_A in V	Strom I in A	B -Feld in mT	Radius r in cm	e/m in 10^{11} C kg $^{-1}$
1	138 ± 3	0,752 ± 0,012	0,586 ± 0,010	6,65 ± 0,14	1,82 ± 0,08 ± 0,04
2	138 ± 3	0,931 ± 0,015	0,725 ± 0,012	5,35 ± 0,14	1,83 ± 0,10 ± 0,04
3	138 ± 3	1,088 ± 0,017	0,848 ± 0,013	4,55 ± 0,14	1,85 ± 0,12 ± 0,04
4	138 ± 3	1,28 ± 0,02	0,997 ± 0,016	3,85 ± 0,14	1,87 ± 0,14 ± 0,04
5	138 ± 3	1,57 ± 0,02	1,224 ± 0,019	3,10 ± 0,14	1,92 ± 0,18 ± 0,04
6	183 ± 3	0,850 ± 0,014	0,662 ± 0,011	6,95 ± 0,14	1,73 ± 0,07 ± 0,03
7	183 ± 3	1,004 ± 0,016	0,782 ± 0,013	5,90 ± 0,14	1,72 ± 0,08 ± 0,03
8	183 ± 3	1,135 ± 0,018	0,884 ± 0,014	5,15 ± 0,14	1,76 ± 0,10 ± 0,03
9	183 ± 3	1,27 ± 0,02	0,991 ± 0,016	4,55 ± 0,14	1,80 ± 0,11 ± 0,03
10	183 ± 3	1,67 ± 0,03	1,30 ± 0,02	3,50 ± 0,14	1,77 ± 0,15 ± 0,03
11	265 ± 4	1,077 ± 0,017	0,839 ± 0,013	6,60 ± 0,14	1,73 ± 0,08 ± 0,03
12	265 ± 4	1,27 ± 0,02	0,990 ± 0,016	5,60 ± 0,14	1,72 ± 0,09 ± 0,03
13	265 ± 4	1,45 ± 0,02	1,131 ± 0,018	4,85 ± 0,14	1,76 ± 0,10 ± 0,03
14	265 ± 4	1,64 ± 0,03	1,28 ± 0,02	4,30 ± 0,14	1,76 ± 0,12 ± 0,03
15	299 ± 4	1,37 ± 0,02	1,067 ± 0,017	5,55 ± 0,14	1,70 ± 0,09 ± 0,03
16	250 ± 4	1,37 ± 0,02	1,067 ± 0,017	5,00 ± 0,14	1,75 ± 0,10 ± 0,03
17	230 ± 4	1,37 ± 0,02	1,067 ± 0,017	4,80 ± 0,14	1,75 ± 0,11 ± 0,03
18	169 ± 3	1,37 ± 0,02	1,067 ± 0,017	3,80 ± 0,14	2,05 ± 0,16 ± 0,04
19	123 ± 3	1,37 ± 0,02	1,067 ± 0,017	3,25 ± 0,14	2,04 ± 0,18 ± 0,05
20	271 ± 4	1,187 ± 0,019	0,925 ± 0,015	6,05 ± 0,14	1,73 ± 0,08 ± 0,03
21	211 ± 4	1,187 ± 0,019	0,925 ± 0,015	5,25 ± 0,14	1,79 ± 0,10 ± 0,03
22	171 ± 3	1,187 ± 0,019	0,925 ± 0,015	4,70 ± 0,14	1,81 ± 0,11 ± 0,04
23	142 ± 3	1,187 ± 0,019	0,925 ± 0,015	4,35 ± 0,14	1,75 ± 0,12 ± 0,04
24	114 ± 3	1,187 ± 0,019	0,925 ± 0,015	3,95 ± 0,14	1,71 ± 0,12 ± 0,04
25	128 ± 3	0,701 ± 0,012	0,546 ± 0,009	6,70 ± 0,14	1,91 ± 0,08 ± 0,05

Tab. 2: Zusammengestellt sind die gemessenen, bereits kalibrierten Einschusswinkeln β in $^\circ$ und die berechneten Werte für den Radius r_s und die Ganghöhe s in cm.

Winkel β in $^\circ$	Radius r_s in cm	Ganghöhe s in cm
0,0 ± 1,2	5,60 ± 0,14	0,0 ± 0,5
-3,0 ± 1,2	5,40 ± 0,14	-1,2 ± 0,5
-6,0 ± 1,2	5,10 ± 0,14	-4,2 ± 0,5
-9,0 ± 1,2	4,90 ± 0,14	-6,6 ± 0,9
-12,0 ± 1,2	4,65 ± 0,14	-8,6 ± 0,9
3,0 ± 1,2	5,65 ± 0,14	0,2 ± 0,5
6,0 ± 1,2	5,20 ± 0,14	3,1 ± 0,5
9,0 ± 1,2	4,90 ± 0,14	5,3 ± 0,5
12,0 ± 1,2	4,80 ± 0,14	9,8 ± 0,9

B-1 Direct Current Voltage (DC Voltage)

Range	Resolution	Accuracy				
		UT51	UT 52	UT53	UT54	UT55
200mV	100 μ V	$\pm (0.5\% + 1)$				
2V	1mV					
20V	10mV					
200V	100mV					
1000V	1V	$\pm (0.8\% + 2)$				

B-3 Direct Current Current (DC Current)

Range	Resolution	Accuracy				
		UT51	UT 52	UT53	UT54	UT55
20 μ A	0.01 μ A	$\pm(2\%+5)$	---			
200 μ A	0.1 μ A	$\pm(0.8\%+1)$	---			
2mA	1 μ A	$\pm(0.8\%+1)$				
20mA	10 μ A					
200mA	100 μ A	$\pm(1.5\%+1)$				
2A	1mA	$\pm(1.5\%+1)$	---			
10A	10mA	$\pm(2\%+5)$	---			
20A	10mA	---	$\pm(2\%+5)$			

(a) Unsicherheit des Multimeters für die Spannungsmessung des Gleichstroms

(b) Unsicherheit des Multimeters für die Stromstärkemessung des Gleichstroms

Abb. 11: Tabellen mit den Unsicherheiten des Multimeters für die Spannungs- und Stromstärkemessung für Gleichstrom aus [3].

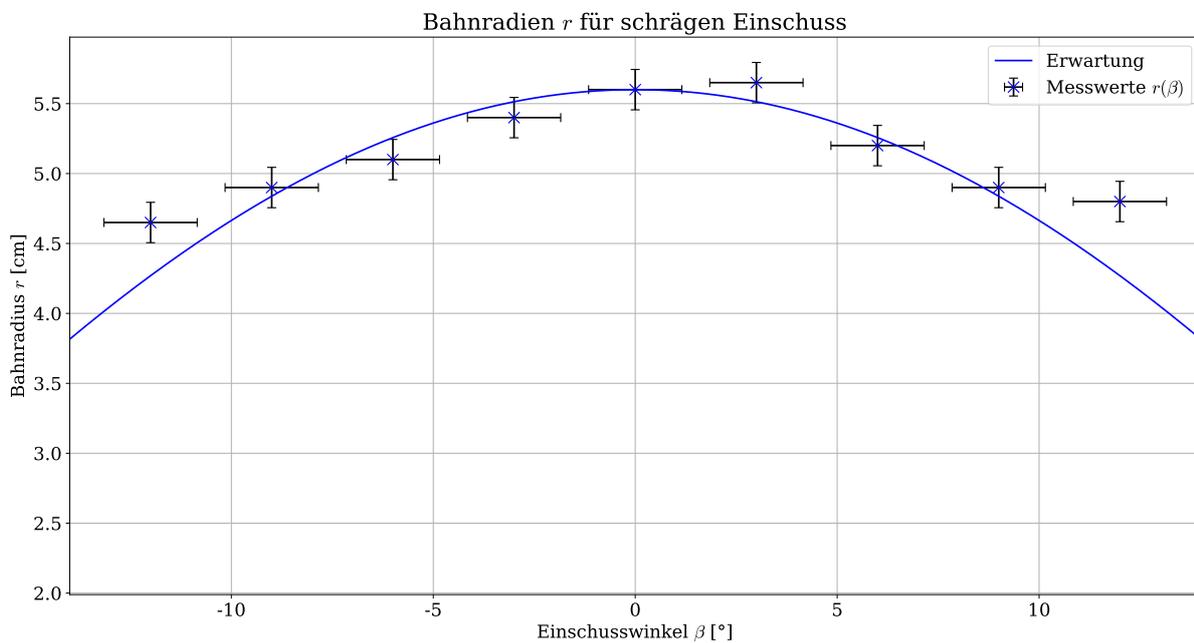


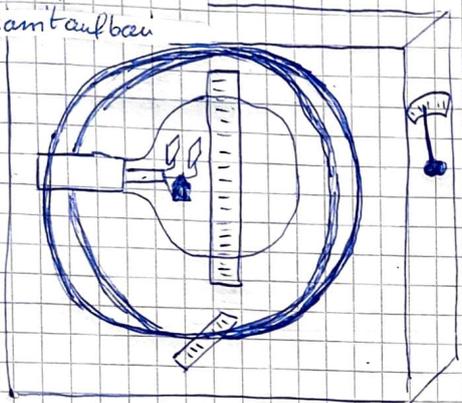
Abb. 12: Aufgetragen sind die Bahnradien r_s in cm in Abhängigkeit vom Einschusswinkel β in Grad zusammen mit den jeweiligen Fehlerbalken. Zusätzlich ist der angepasste theoretische Verlauf $r_s(\beta) = r_0 \cos(a \cdot \beta)$ mit $a = 3,36$ in blau eingezeichnet.

6.2 Laborbuch

Versuch 80 - Elektronen 04.03.22

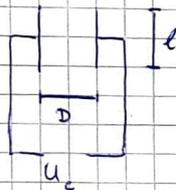
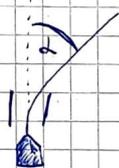
1) Versuchsaufbau

- Schaltbild siehe Versuchsbeschreibung
- Gesamtaufbau



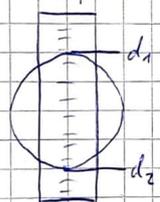
- Beschleunigungsspannung: U_A
- Wehnelt-Spannung: 50V

1.1 Plattenkondensator

Zwei D
 d_1 wird mit Geodreieck
 abgemessen

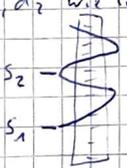
1.2 Helmholtz-Spulen:



über Messgeräte: U_A und I (Spulenstrom)
 d_1 und d_2 werden an der Außenkante gemessen

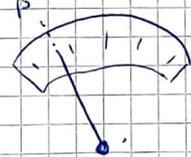
1.3 Schräge Einstrahlung

d_1, d_2 wie in 1.2



(von oben)

Einstrahlwinkel β



über Messgerät: U_A, I
 s_1 und s_2 werden
 ungefähr mittig gemessen

Abb. 13: Laborbuch, Seite 1

2) Messungen (Unsicherheit Messgeräte: $U: \pm (0,8\% + 2)$ $I: \pm (1,5\% + 1)$)

2.1

$$D = (1,1 \pm \frac{0,4}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$$

$$L = (1,1 \pm \frac{0,4}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$$

Bei komplett bezugsgerichteter U_A zeigt Messgerät
 $U_A = 80 \text{ mV}$

$$U_A = (258 \pm \quad) \text{ V}$$

$$U_C = (100 \pm \quad) \text{ V}$$

$$\alpha = 27^\circ \pm \frac{5}{\sqrt{3}}^\circ$$

2.2

U_A in V mit $\Delta U_A =$	I in A mit $\Delta I =$	d_1 in cm mit $\Delta d_1 = \frac{0,5}{\sqrt{6}} \text{ cm}$	d_2 in cm mit $\Delta d_2 = \frac{0,5}{\sqrt{6}} \text{ cm}$
188	0,752 0,931 1,088 1,280 1,571	14,7 13,5 12,7 11,8 11,2	1,5 2,8 3,6 4,1 5,0
183	0,850 1,004 1,135 1,272 1,666	14,9 14,1 13,4 12,7 11,6	1,0 2,3 3,1 3,6 4,6
265	1,077 1,271 1,451 1,640	14,6 13,7 13,0 12,4	1,4 2,5 3,3 3,8
299	1,370	13,7	2,6
250		13,7	3,2
230		12,9	3,3
169		11,8	4,2
123		11,2	4,2
271	1,187	14,3	2,2
211		13,4	2,9
171		12,8	3,4
142		12,4	3,7
114		12,0	4,1
128	0,701	14,7	1,3

Abb. 14: Laborbuch, Seite 2

2.3 $U_A = 223 \text{ V}$
 $I = 1,176 \text{ A}$

Einstellw. β in $^\circ$ $\beta = \frac{2^\circ}{\sqrt{6}}$	d_1 in cm mit $\Delta d_1 = \frac{0,5}{\sqrt{6}}$	d_2 in cm mit $\Delta d_2 = \frac{0,5}{\sqrt{6}}$	s_1 in cm mit $\Delta s_1 = \frac{0,8}{\sqrt{6}}$	s_2 in cm mit $\Delta s_2 = \frac{0,8}{\sqrt{6}}$
-7	13,8	2,6	6,3	6,3
-10	13,6	2,8	5,2	6,4
-13	13,2	3,0	2,1	6,3
-16	12,9	3,1	2,3	5,6
-19	12,9	3,6	1,4	5,4
-4	13,6	2,3	6,4	6,6
-1	13,1	2,7	6,3	5,4
+2	12,6	2,8	6,4	11,7
+5	12,8	3,2	6,6	11,5

Es wurde nur die halbe Spirale gemessen

7.3.22

Abb. 15: Laborbuch, Seite 3

Tabellenverzeichnis

1	Messwerte zur Bestimmung der spezifischen Elektronenladung	16
2	Messwerte bei schrägem Elektroneneinschuss	16

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	2
2	Detailskizzen der einzelnen Versuchsteile	3
3	Schaltplan	3
4	Einzelwerte der spezifischen Elektronenladung e/m	6
5	Einzelwerte der spezifischen Elektronenladung e/m mit Mittelwert und Literaturwert	7
6	Einzelwerte der spezifischen Elektronenladung e/m mit Mittelwert und Literaturwert gegen die Anodenspannung U_A	8
7	Einzelwerte der spezifischen Elektronenladung e/m mit Mittelwert und Literaturwert gegen den Spulenstrom I	8
8	Einzelwerte der spezifischen Elektronenladung e/m mit Mittelwert und Literaturwert gegen den Radius r	9
9	Bahnradien r_s bei schrägem Einschuss	10
10	Ganghöhe s bei schrägem Einschuss	11
11	Unsicherheiten des Multimeter	17
12	Bahnradien r_s bei schrägem Einschuss mit angepasstem theoretischen Verlauf	17
13	Laborbuch, Seite 1	18
14	Laborbuch, Seite 2	19
15	Laborbuch, Seite 3	20