

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	1
2	Versuchsaufbau	1
3	Versuchsdurchführung	1
4	Auswertung	3
4.1	Ablenkung der Elektronen im E-Feld	3
4.2	Ablenkung der Elektronen im Magnetfeld	4
4.3	Untersuchung des Ergebnisses auf Korrelation mit den Messgrößen	6
4.4	Elektronenbahnen bei schrägem Einschuss in das Magnetfeld	8
5	Diskussion	11
5.1	Ablenkung der Elektronen im E-Feld	11
5.2	Ablenkung der Elektronen im B-Feld	11
5.3	Elektronenbahnen bei schrägem Einschuss in das Magnetfeld	12
5.4	Fehlerquellen	13
5.5	Verbesserungsmöglichkeiten	14
A	Anhang	16
A.1	Rohdaten	16

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll die Bahnkurve von Elektronen in elektrischen und magnetischen Feldern untersucht werden und daraus die spezifische Ladung der Elektronen bestimmt werden. Außerdem soll die Abhängigkeit des Bahnradius und der Ganghöhe der Flugbahn der Elektronen bei schrägem Einschuss in das Magnetfeld untersucht werden.

2 Versuchsaufbau

Ein Fadenstrahlrohr wurde mithilfe von Kabeln so an ein Kombinationsnetzteil angeschlossen, dass die einzelnen Bauteile des Fadenstrahlrohrs mithilfe des Kombinationsnetzteils eingestellt werden können. Das Kombinationsnetzteil hat Anschlüsse für die Anodenspannung U_{Anode} , die die Elektronen beschleunigt, die Ablenkspannung U_{Ablenk} , die die Elektronen ablenkt, die Wehneltspannung U_{Wehnelt} , die den Elektronenstrahl fokussiert, die Heizspannung, die die Glühkathode heizt und den Strom I_{Spule} , der das Magnetfeld erzeugt. Bei diesem Aufbau wurde ein digitales Multimeter als Amperemeter in Reihe zum Strom durch die Helmholtzspulen und ein zweites digitales Multimeter parallel zur Anode als Voltmeter geschaltet. Der Einfallswinkel der Elektronen in die Felder wurde auf null gedreht. Eine Skizze des Schaltplans aus der Versuchsanleitung [1] ist in Abb. 1 zu sehen.

3 Versuchsdurchführung

Im ersten Versuchsteil wurde die Ablenkung der Elektronen im elektrischen Feld mit einer Einzelmessung qualitativ betrachtet. Zunächst wurde der Spulenstrom sowie die Ablenkspannung ausgeschaltet und ein Geodreieck an die Position des Elektronenstrahls mit einem Geodreieck auf die Scheibe des Fadenstrahlrohrs angelegt. Dann wurde die Ablenkspannung bis zum Maximum aufgedreht und der Winkel des Elektronenstrahls mit dem Geodreieck sowie die Anodenspannung mit dem Multimeter gemessen. Dabei blieb der Strom durch die Spulen ausgeschaltet, um keinen Einfluss durch ein Magnetfeld auf die Flugbahnen der Elektronen zu erhalten.

Im zweiten Versuchsteil wurde die Ablenkung der Elektronen im Magnetfeld untersucht. Dafür wurde die Ablenkspannung auf null gesetzt und der Strom durch die Helmholtzspulen aufgedreht. Nun wurden insgesamt 17 Messungen für verschiedene Kombinationen von Anodenspannung und Spulenstrom vorgenommen. Die Messwerte für die Anodenspannung und den Spulenstrom wurden von den Multimetern abgelesen. Die Positionen des höchsten und des tiefsten Punktes des sich bildenden Elektronenkreises wurden jeweils an der Spiegelskala, die hinten in der Fadenstrahlrohrbox montiert war abgelesen. Dabei wurden das Spiegelbild des Elektronenstrahls mit dem Elektronenstrahl auf eine Linie gebracht, um beim Ablesen Parallaxenfehler zu vermeiden.

Für den letzten Versuchsteil wurde der Einfallswinkel der Elektronen in das Magnetfeld variiert. Spulenstrom und Anodenspannung wurden dabei auf einen Wert eingestellt und nicht mehr verändert.

Anodenspannung und Spulenstrom wurden einmalig von den Multimetern abgelesen. Wie zuvor wurden die Positionen des höchsten und tiefsten Punktes des Elektronenkreises mit der Spiegelskala gemessen. Zusätzlich wurde nun der Einfallswinkel der Elektronen an der Skala auf dem Rad an der Seite abgelesen sowie die Position zweier Tiefpunkte benachbarter Kreise der sich bildenden Elektronenspirale auf der Spiegelskala, die unten in der Fadenstrahlrohrbox angebracht war, abgelesen.

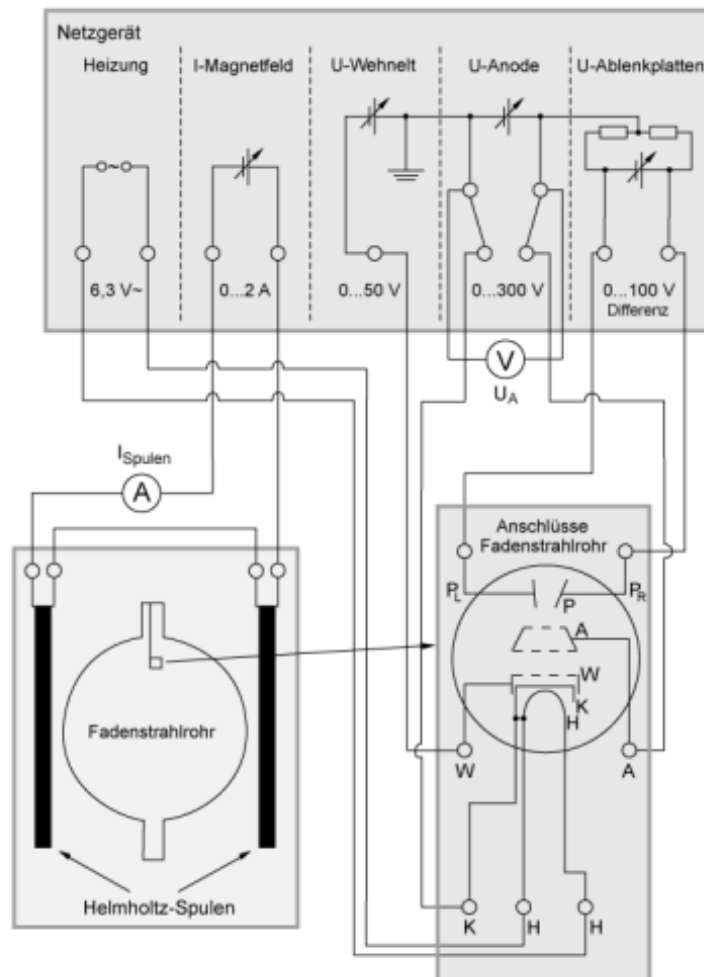


Abbildung 1: Schaltplan für den Versuchsaufbau aus der Versuchsanleitung [1]. Hierbei steht H für die Heizung der Glühkathode, W für den Wehneltzylinder durch den mit der Wehneltspannung der Elektronenstrahl fokussiert wird, A für die Anode und P für die Ablenklplatten.

4 Auswertung

4.1 Ablenkung der Elektronen im E-Feld

Die Elektronen wurden durch einen Plattenkondensator geschossen. Da der Kondensator sich im geschlossenen Baukasten befand konnte die Länge sowie der Abstand der Platten nicht gemessen werden. Daher wurden die Länge der Platten auf $l = (1,0 \pm 0,2)$ cm und der Abstand zwischen den Platten auf $d = (0,8 \pm 0,2)$ cm mit Augenmaß geschätzt.

Die Ablenkspannung am Kondensator wurde auf das Maximum aufgedreht, das mit 100V angegeben war. Hierbei wurde angenommen, dass der Wert nicht fehlerbehaftet ist.

Die Anodenspannung wurde mit einem Multimeter im 1000 V-Bereich auf

$$U_{\text{Anode}} = 231 \text{ V}$$

gemessen. Somit existiert durch die interne Ungenauigkeit der Multimeter ein systematischer Fehler von

$$s_{U_{\text{Anode}},\text{sys}} = 3,8 \text{ V.}$$

Da die Anzeige des Multimeters leicht schwankte wurde zusätzlich ein statistischer Ablesfehler

$$s_{U_{\text{Anode}},\text{stat}} = 1,0 \text{ V}$$

geschätzt. Da wir lediglich eine Messung durchgeführt haben ergibt sich für die Spannung am Kondensator also

$$U_{\text{Anode}} = (231,0 \pm 1,0 \pm 3,8) \text{ V}$$

Der Ablenkwinkel des Elektronenstrahls wurde mithilfe eines Geodreiecks ermittelt. Dazu wurde zunächst bei ausgeschalteter Kondensatorspannung das Geodreieck so an die Scheibe gehalten, dass der Elektronenstrahl durch den Winkel von 0° ging. Im Anschluss mit angeschalteter Kondensatorspannung lief der Elektronenstrahl bei gleichbleibender Position des Geodreiecks durch den Winkel

$$\alpha = 35^\circ.$$

Den Fehler der Winkelmessung schätzten wir auf $s_\alpha = 4^\circ$.

Für den Tangens ergibt sich dann

$$\tan(\alpha) = 0,7 \pm 0,1,$$

wobei der Fehler mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung durch

$$s_\alpha = \frac{\tan(\alpha)}{\cos(\alpha)^2}$$

ergibt.

Aus der Theorie hatten wir die Annahme, dass zwischen dem Ablenkwinkel und den anderen gemessenen Größen der Zusammenhang

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{2} \frac{l}{d} \frac{U_{\text{ablenk}}}{U_{\text{Anode}}}$$

gilt.

Durch Einsetzen unserer gemessenen Bestwerte erhalten wir für die rechte Seite

$$\frac{1}{2} \frac{l}{d} \frac{U_{\text{ablenk}}}{U_{\text{Anode}}} = 0,27 \pm 0,09,$$

wobei sich der Fehler mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung durch

$$s_{\text{rechts}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{s_l}{d} \frac{U_{\text{ablenk}}}{U_{\text{Anode}}}\right)^2 + \left(\frac{l \cdot s_d}{d^2} \frac{U_{\text{ablenk}}}{U_{\text{Anode}}}\right)^2 + \left(\frac{l}{d} \frac{s_{U_{\text{ablenk}}}}{U_{\text{Anode}}}\right)^2}$$

ergibt.

4.2 Ablenkung der Elektronen im Magnetfeld

Um die spezifische Elektronenladung e/m zu untersuchen, haben wir eine Messreihe von $n = 17$ Einzelmessungen der Anodenspannung U_{Anode} , des Spulenstroms I_{Spule} und der Radien r durchgeführt. Dabei ergaben sich die Radien aus der halben Differenz der Positionen des oberen p_{oben} und unteren Randes p_{unten} des Elektronenkreises mit

$$r = \frac{1}{2}(p_{\text{oben}} - p_{\text{unten}}).$$

Die Positionsmessfehler wurden auf

$$s_{p,\text{oben}} = s_{p,\text{unten}} = 0,5 \text{ cm} = 0,005 \text{ m}$$

geschätzt. Der Fehler auf den Radius s_r ergibt sich aus Gaußscher Fehlerfortpflanzung durch

$$s_r = \frac{1}{2} \sqrt{s_{p,\text{oben}}^2 + s_{p,\text{unten}}^2}.$$

Der statistische Fehler der Anodenspannung wurde für alle Messungen auf

$$s_{U,\text{Anode}} = 1,0 \text{ V}$$

und der Fehler des Stroms auf

$$s_{I,\text{Spule}} = 0,0010 \text{ A}$$

geschätzt. Aus dem Strom konnte mithilfe einer Angabe aus dem Versuchsaufbau [2] das Magnetfeld

$$\frac{B}{[T]} = 0,78 \cdot 10^{-3} \frac{\text{I}}{[\text{A}]}.$$

Da hier nur eine Variable in die Berechnung des Magnetfelds eingeht, muss die Ungenauigkeit auf I_{Spule} nicht fortgepflanzt werden.

Die spezifische Elektronenladung e/m lässt sich aus dem Magnetfeld B , dem Radius der Flugbahn der Elektronen r und der Anodenspannung U_{Anode} mit

$$\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{2U_{\text{Anode}}}{B^2 r^2}$$

bestimmen. Hier ergibt sie sich also aus

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot 10^6}{0,78^2} \cdot \frac{U_{\text{Anode}}}{I^2 r^2}$$

und der Fehler $(e/m)_{\text{err}}$ ergibt sich aus Gauß'scher Fehlerfortpflanzung mit

$$\left(\frac{e}{m}\right)_{\text{err}} = \frac{2 \cdot 10^6}{0,78^2} \sqrt{\left(\frac{1}{I_{\text{Spule}}^2 r^2} \cdot s_{U,\text{Anode}}\right)^2 + \left(\frac{2U_{\text{Anode}}}{I_{\text{Spule}}^3 r^2} \cdot s_{I,\text{Spule}}\right)^2 + \left(\frac{2U_{\text{Anode}}}{I_{\text{Spule}}^2 r^3} \cdot s_r\right)^2}.$$

Die berechneten spezifischen Elektronenladungen der einzelnen Messungen mit Fehlern, die mittlere spezifische Elektronenladung und die Standardabweichung vom Mittelwert sind in Abb. 2 zu sehen.

Wir erhalten dabei den Mittelwert der spezifischen Elektronenladung

$$\overline{\left(\frac{e}{m}\right)} = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1},$$

die Standardabweichung

$$s_{(e/m)} = 0,8 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

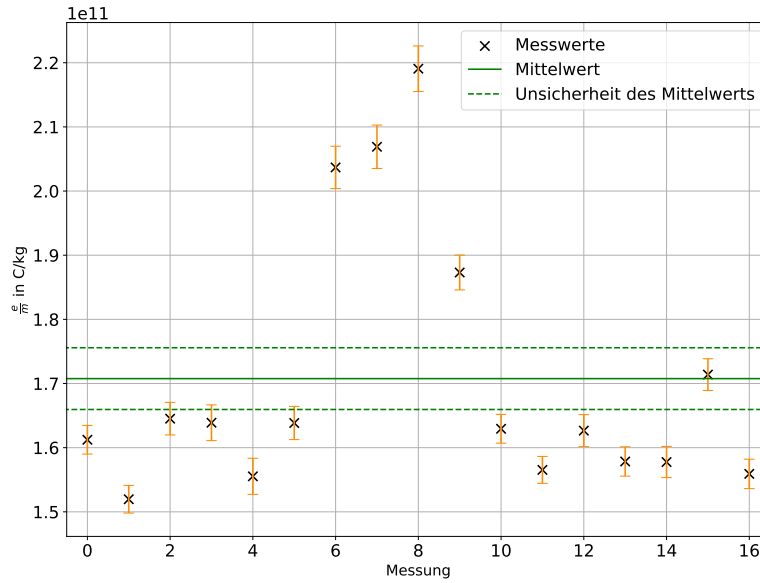


Abbildung 2: Berechnete Werte für die spezifische Elektronenladung e/m mit Fehlern, Mittelwert und Standardabweichung des Mittelwerts.

sowie die Standardabweichung des Mittelwerts

$$s_{(e/m)} = 0,2 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

Aufgrund der internen Ungenauigkeit der Multimeter erhalten wir zusätzlich noch auf jede Messung einen systematischen Fehler. Dieser beträgt nach Herstellerangaben für die Strommessung $s_{\text{sys},I} = (0,015 \cdot I + 0,001) \text{ A}$ und für die Spannungsmessung $s_{\text{sys},U} = (0,008 \cdot U_{\text{Anode}} + 2) \text{ V}$. Der systematische Fehler der spezifischen Elektronenladung ergibt sich ebenfalls aus durch gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$s_{\text{sys}} = \frac{2 \cdot 10^6}{0,78^2} \sqrt{\left(\frac{1}{(I_{\text{Spule}})^2 r^2} \cdot s_{U,\text{Anode}} \right)^2 + \left(\frac{2U_{\text{Anode}}}{(I_{\text{Spule}})^3 r^2} \cdot s_{I,\text{Spule}} \right)^2}$$

Durch Berechnung des systematischen Fehlers für jede Messung $(e/m)_i$ sowie mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung für den systematischen Fehler des Mittelwerts

$$s_{(e/m),\text{sys}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{17} (e/m)_i^2}$$

erhält man

$$s_{(e/m),\text{sys}} = 1,6 \cdot 10^9 \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

und somit insgesamt für die spezifische Elektronenladung:

$$\left(\frac{e}{m} \right) = (1,708 \pm 0,205 \pm 0,016) \cdot 1 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

4.3 Untersuchung des Ergebnisses auf Korrelation mit den Messgrößen

Um zu schauen, ob eine Messgröße mit dem Wert für die spezifische Elektronenladung dahingehend korreliert, dass sie eine systematische Ungenauigkeit liefert tragen wir unsere berechneten Werte für $\frac{e}{m}$ gegen die drei von uns gemessenen Werte U_{Anode} , I_{Spule} und r auf. Da $\frac{e}{m}$ eine Naturkonstante ist erwarten wir für alle drei Auftragungen eine konstante Funktion im Rahmen des Fehlerbereiches der Messwerte. Die Auftragung gegen U_{Anode} ist in Abb. 3, die Auftragung gegen I_{Spule} in Abb. 4 und die Auftragung gegen r in Abb. 5 dargestellt.

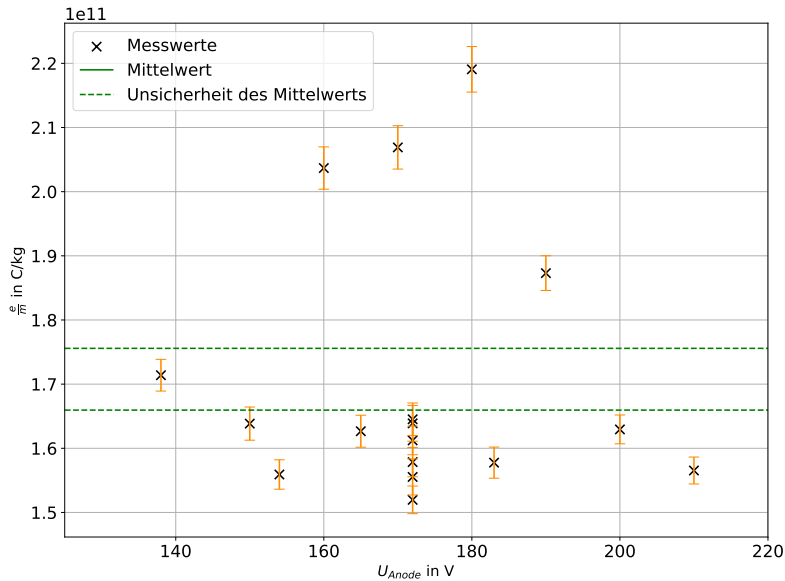


Abbildung 3: Auftragung der berechneten spezifischen Elektronenladung e/m gegen die Anodenspannung U_{Anode} . Die Fehler auf die Messwerte, der Mittelwert der spezifischen Elektronenladung sowie die Standardabweichung des Mittelwerts sind auch eingetragen.

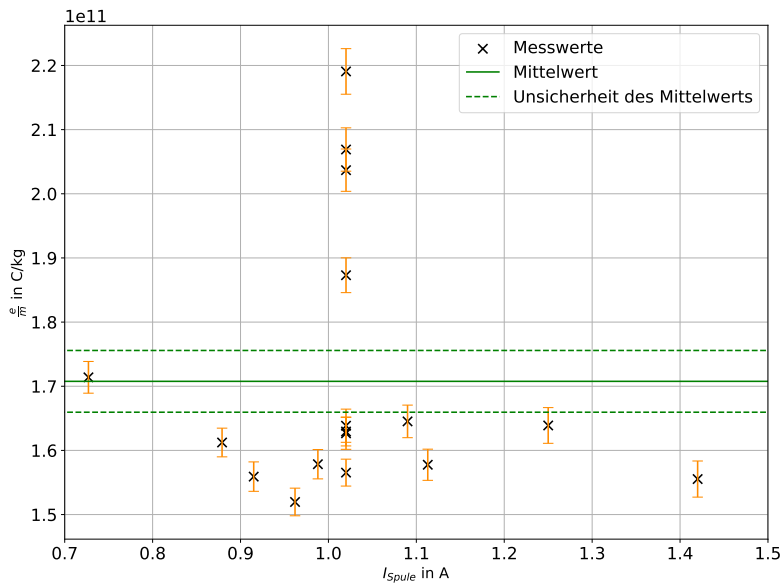


Abbildung 4: Auftragung der berechneten spezifischen Elektronenladung e/m gegen die Anodenspannung I_{Spule} . Die Fehler auf die Messwerte, der Mittelwert der spezifischen Elektronenladung sowie die Standardabweichung des Mittelwerts sind auch eingetragen.

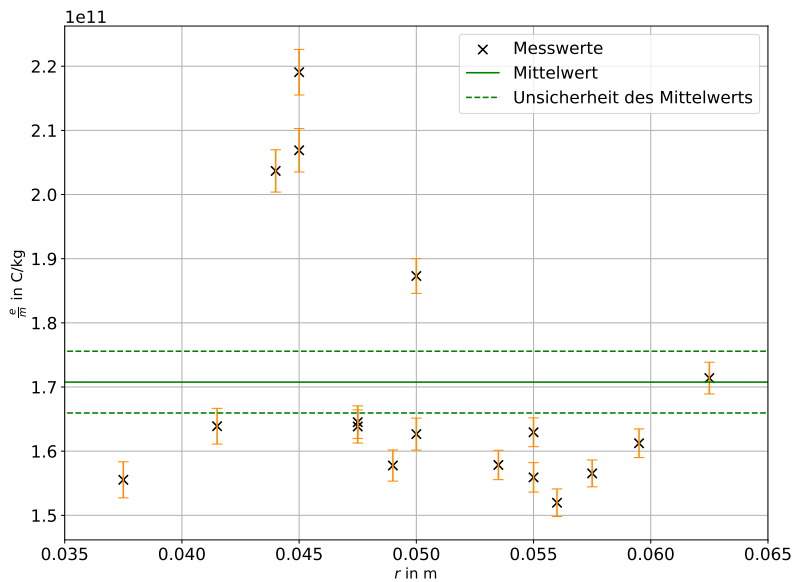


Abbildung 5: Auftragung der berechneten spezifischen Elektronenladung e/m gegen die Anodenspannung r . Die Fehler auf die Messwerte, der Mittelwert der spezifischen Elektronenladung sowie die Standardabweichung des Mittelwerts sind auch eingetragen.

4.4 Elektronenbahnen bei schrägem Einschuss in das Magnetfeld

In diesem Versuchsteil wurden der Bahnradius r_h und die Ganghöhe h für verschiedene Einschusswinkel β gemessen. Dabei wurden Anodenspannung und Spulenstrom auf feste Werte von

$$U_{\text{Anode}} = (190,0 \pm 1,0) \text{ V} \quad I_{\text{Spule}} = (0,9140 \pm 0,0010) \text{ A}$$

eingestellt und nicht mehr verändert.

Für die Messung von r_h wurden das obere Ende des Strahls $r_{h,\text{oben}}$ und das untere Ende des Strahls $r_{h,\text{unten}}$ gemessen, für h wurde analog h_{hinten} und h_{vorne} gemessen. Durch Bilden der Differenz sowie halbieren beim Radius erhält man dann

$$r_h = \frac{r_{h,\text{oben}} - r_{h,\text{unten}}}{2} \quad h = h_{\text{hinten}} - h_{\text{vorne}}$$

Die Berechnung der zugehörigen Unsicherheiten ergibt sich mit

$$s_{r_h} = \frac{\sqrt{(s_{r_{h,\text{oben}}})^2 + (s_{r_{h,\text{unten}}})^2}}{2} \quad s_h = \sqrt{(s_{h_{\text{hinten}}})^2 + (s_{h_{\text{vorne}}})^2}$$

durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung.

Die berechneten Werte für verschiedene Winkel sind in Tabelle 1 eingetragen.

Winkel in °	r_h in cm	h in cm
0 ± 2	$0,055 \pm 0,004$	$0,000 \pm 0,007$
8 ± 2	$0,053 \pm 0,004$	$0,030 \pm 0,007$
9 ± 2	$0,040 \pm 0,004$	$0,050 \pm 0,007$
-6 ± 2	$0,025 \pm 0,004$	$0,035 \pm 0,007$
-7 ± 2	$0,055 \pm 0,004$	$0,035 \pm 0,007$
-4 ± 2	$0,055 \pm 0,004$	$0,020 \pm 0,007$
-5 ± 2	$0,060 \pm 0,004$	$0,035 \pm 0,007$

Tabelle 1: Werte für den Bahnradius r_h und die Ganghöhe h für verschiedene Einschusswinkel β mit ihren Unsicherheiten. Für die Ganghöhen wurde hier der Absolutbetrag eingetragen.

Bei schrägem Einschuss teilt sich die Geschwindigkeit der Elektronen v in eine zum Magnetfeld parallele Komponente v_{\parallel} und eine zum Magnetfeld senkrechte Komponente v_{\perp} auf. Die Lorentzkraft wirkt dann nur auf v_{\perp} . Damit ergibt sich der Bahnradius der Kreisbahn durch

$$r_h = \frac{mv_{\perp}}{eB}$$

Da für v der Zusammenhang

$$v_{\perp} = v \cdot \cos(\beta) \quad v_{\parallel} = v \cdot \sin(\beta) \quad (1)$$

gilt, ergibt sich also

$$r_h = r_0 \cdot \cos \beta,$$

wobei r_0 der Radius bei einem Einschusswinkel von 0° ist.

Bei Auftragung von r_h gegen β erwartet man also einen solchen Zusammenhang. In Abbildung Abb. 6 sind der erwartete Zusammenhang zusammen mit den aus den Messwerten berechneten Werten dargestellt. Dabei wurde für negative Winkel die Ganghöhe auch mit negativem Vorzeichen aufgetragen.

Für die Ganghöhe h gilt

$$h = 2\pi \frac{mv_{\parallel}}{eB},$$

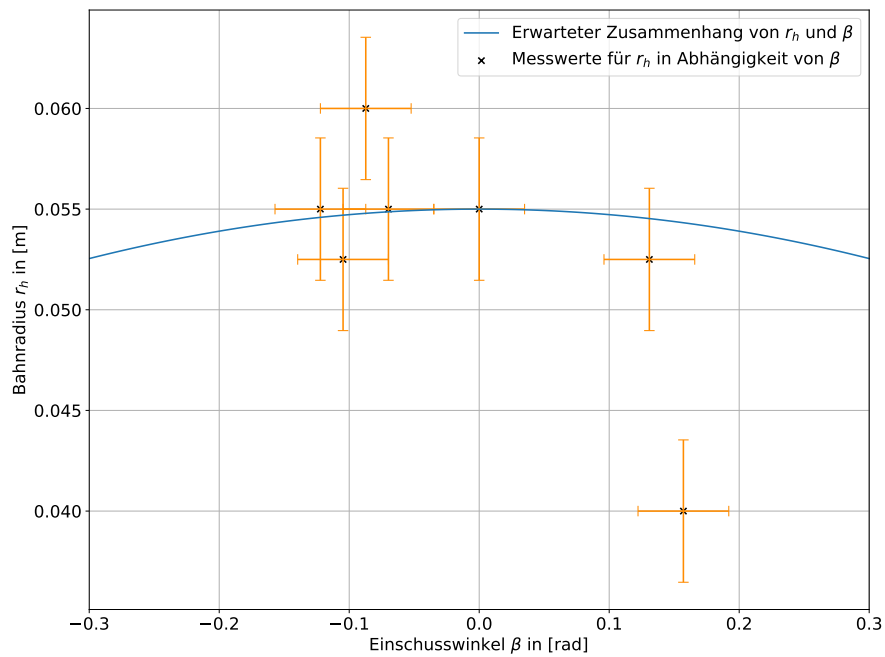


Abbildung 6: Auftragung der Messwerte des Bahnradius r_h gegen den Einschusswinkel β mit den zugehörigen Unsicherheiten. Der aus der Theorie erwartete Zusammenhang ist auch eingezeichnet.

woraus sich zusammen mit Gleichung (1)

$$h = 2\pi r_0 \cdot \sin(\beta) \quad (2)$$

ergibt.

In Abb. 7 ist der Zusammenhang $h = 2\pi r_0 \sin(\beta)$ sowie die aus den Messwerten berechneten Werte für h mit den zugehörigen Unsicherheiten eingetragen.

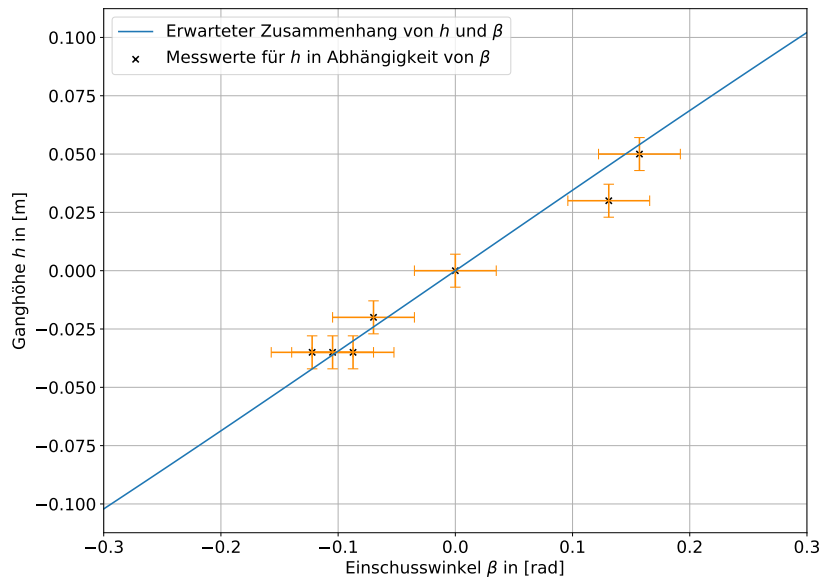


Abbildung 7: Auftragung der Messwerte für die Ganghöhe h in Abhängigkeit des Einschusswinkels β sowie der zugehörigen Ungenauigkeiten. Der aus der Theorie erwartete Zusammenhang ist auch eingezeichnet.

5 Diskussion

5.1 Ablenkung der Elektronen im E-Feld

Ein Elektron der Ladung $-e$ und Masse m_e das in einen Kondensator seitlich geschossen wird, sodass der Geschwindigkeitsvektor \vec{v} des Elektrons im rechten Winkel zum E-Feld des Kondensators \vec{E} steht, fliegt in diesem eine Parabel. Auf das Teilchen wirkt die Kraft $F = eE$ in Richtung der Anode und es wird dorthin mit $a = \frac{eE}{m_e} = \text{const.}$ beschleunigt. Da die Geschwindigkeit beim Eintritt in den Kondensator keine Komponente parallel zu \vec{E} hatte, ist die Geschwindigkeit in E-Richtung nach der Zeit t gegeben durch

$$v_E = at = \frac{eEt}{m_e}$$

Sei l die Länge des Kondensators die das Elektron letztendlich durchfliegt, dann tut es das in der Zeit $t_{\text{kond}} = \frac{l}{v}$, Einsetzen in obige Formel liefert

$$v_E = at_{\text{kond}} = \frac{eEt_{\text{kond}}}{m_e} = \frac{eEl}{m_e v}$$

Tritt das Elektron aus dem Kondensator aus besitzt sein Geschwindigkeitsvektor eine Komponente parallel und eine vertikal zum E-Feld:

$$\vec{v}_{\text{nach}} = \begin{pmatrix} v \\ v_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \frac{eEl}{m_e v} \end{pmatrix}$$

Der Geschwindigkeitsvektor hat somit seine Richtung verändert. Aus trigonometrischen Überlegungen ergibt sich die Formel $\tan(\alpha) = \frac{1}{2} \frac{l}{d} \frac{U_{\text{ablenk}}}{U_{\text{Anode}}}$. Aus unseren Messwerten haben wir für diese Gleichung berechnet:

$$0,70 \pm 0,10 = 0,27 \pm 0,09$$

Daraus resultiert ein t-Wert zwischen beiden Seiten von 3.17.

Die einzelnen Ergebnisse für beide Seiten sind somit nicht miteinander vereinbar. Dies ist darin begründet, dass unsere Messung viel zu unpräzise war und die geschätzten Fehler daran nicht gut genug angepasst waren. Die Theorie, aus der wir unsere Gleichung hergeleitet haben beruht auf der Annahme, dass die beiden Platten des Plattenkondensators parallel zueinander waren. Dies war bei uns jedoch nicht der Fall, da die beiden Platten schräg aufeinander zuliefen. Darüberhinaus ist die Messung der Länge und des Abstandes der beiden Kondensatorplatten extrem ungenau. Dadurch, dass diese mitten in der Box waren konnten wir keine Länge für sie messen. Daher mussten wir beide Werte durch unser Augenmaß grob abschätzen. Dass diese Messung extrem ungenau war, war uns bereits bewusst. Da die Platten jedoch so klein waren wollten wir den Fehler nicht größer schätzen, da wir bei einem Zentimeter Fehler, der vermutlich realistisch ist, auch den Wert von null im Fehlerbereich gehabt hätten. Damit wäre unsere Messung so ungenau geworden, dass sie keinerlei Aussagekraft mehr besessen hätte. Ein ähnliches Problem hatten wir auch bei der Messung des Winkels. Hier musste man genau senkrecht auf das Geodreieck schauen und dieses zwischen der Referenzmessung und der tatsächlichen Messung einige Sekunden am exakt gleichen Punkt halten, um das Ergebnis nicht zu verfälschen. Auch diese Messung ist so ungenau, dass wir den Fehler vermutlich höher hätten schätzen sollen. Außerdem haben wir bei unserer Überprüfung der Gleichung das Problem gehabt, dass es sich um eine einzige Messung gehandelt hat. Somit war es uns nicht möglich die statistischen Fehler zu eliminieren.

5.2 Ablenkung der Elektronen im B-Feld

Auf ein Elektron der Masse m_e und Ladung $-e$ auf der Kreisbahn mit Radius r herrscht ein Kräftegleichgewicht zwischen der Lorentzkraft F_{Lorentz} und der Zentrifugalkraft F_z :

$$F_z = F_{\text{Lorentz}} \Leftrightarrow evB = \frac{m_e v^2}{r} \Leftrightarrow \frac{e}{m_e} = \frac{v}{Br}$$

Die Anodenspannung U_{Anode} beschleunigt das Elektron auf die Geschwindigkeit v , dh. es wird elektrische in kinetische Energie umgewandelt:

$$T = E_{\text{el}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_e v^2 = eU_{\text{Anode}} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2eU_{\text{Anode}}}{m_e}}$$

Einsetzen der Geschwindigkeit in die obige Formel der spez. Elektronenladung liefert

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2U_{\text{Anode}}}{B^2 r^2}$$

Mithilfe dieser Formel wurde in diesem Teil die spez. Elektronenladung auf

$$\left(\frac{e}{m}\right)_{\text{mess}} = (1,7 \pm 0,2) \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

bestimmt. Verglichen mit dem Literaturwert [3] von

$$\left(\frac{e}{m}\right)_{\text{lit}} = 1.75882 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

erhält man dabei einen t-Wert von 0.248. Somit ist unser Wert sehr gut mit dem Literaturwert verträglich. Auffällig bei der Bestimmung dieses Wertes war jedoch, dass drei Messwerte deutlich von den anderen nach oben abgewichen sind. Diese drei Werte, bei denen es sich um statistische Ungenauigkeiten handelt, haben unseren bestimmten Wert für die spezifische Elektronenladung so nach oben korrigiert, dass der Wert deutlich besser mit dem Literaturwert verträglich ist.

Dies ist insbesondere deshalb auffällig, da alle anderen Einzelwerte sehr nahe beieinander liegen und leicht kleiner sind als der Literaturwert. Daher ist davon auszugehen, dass insgesamt tatsächlich ein systematischer Fehler existiert, der unser Ergebnis kleiner als den Literaturwert macht. Dies könnte zum Beispiel das Erdmagnetfeld sein. Denkbar ist auch, dass unsere Annahme, dass auf der Elektronenflugbahn ein homogenes, von den Helmholtzspulen erzeugtes magnetisches Feld existiert, dass sich so einfach wie von uns angenommen berechnet, fehlerhaft ist.

Bei unseren drei deutlich größeren Messwerten, die uns sehr nah an den Literaturwert bringen, handelt es sich wahrscheinlich um statische Fehler bei der Bestimmung des Kreisradius. Dieser ist mit Abstand die größte Fehlerquelle bei allen Messungen gewesen. Der systematische Fehler, der sich aus den internen Ungenauigkeiten der Multimeter ergibt ist um den Faktor 100 geringer als der statistische Fehler der Messungen. Beim statistischen Fehler fällt wiederum der Fehler des Radiuses mit Abstand am stärksten ins Gewicht. Da alle drei deutlich größeren Werte direkt nacheinander aufgenommen wurden ist es beispielsweise denkbar, dass wir uns beim Ablesen an der Spiegelskala falsch orientiert und daher um einen Zentimeter vermessen haben.

Bei Auftragung der Werte für die spezifische Elektronenladung e/m gegen die drei gemessenen Größen U_{Anode} , I_{Spule} und r in Abb. 3 bis 5 fällt auf, dass es zwischen den Werten für e/m und den gemessenen Größen keine Korrelation zu geben scheint. Da für e/m eine von diesen Größen unabhängige Konstante ist, bestätigt dies unsere Erwartung. Somit ist beim Messen wahrscheinlich kein systematischer Fehler, der zu einer solchen Korrelation führen könnte, aufgetreten.

Die einzigen Auffälligkeiten, die hier zu beobachten sind, sind die oben bereits diskutierten drei deutlich größeren Werte.

5.3 Elektronenbahnen bei schrägem Einschuss in das Magnetfeld

In diesem Versuchsteil wurde der Einschusswinkel β der Elektronen in das Magnetfeld variiert. Die berechneten Werte für den Bahnradius r_h und die Ganghöhe h mit ihren Unsicherheiten sind in Tabelle 1 eingetragen. Bei Auftragung der Messwerte für r_h gegen β zusammen mit dem Plot des aus der Theorie erwarteten Zusammenhangs in Abb. 6 fällt auf, dass der erwartete Verlauf innerhalb der Unsicherheiten der meisten Messwerte liegen.

Bei Auftragung der Messwerte für h gegen β zusammen mit den erwarteten Werten in Abb. 7 liegen die erwarteten Werte auch grob wie erwartet, allerdings scheinen die Messdaten teilweise eher auf einer Kurve geringerer Steigung als der erwarteten zu liegen.

Dies könnte an einem systematischen Fehler liegen. Für kleine Winkel ist der erwartete Zusammenhang für die Ganghöhe in Abhängigkeit des Winkels in Gleichung (2) annähernd linear mit einer erwarteten Steigung von $2\pi r_0$. Die Abweichung der beobachteten Steigung könnte also auf einen Fehler in der Bestimmung von r_0 hindeuten. Da für r_0 in Abb. 6 und 7 der Messwert aus Tabelle 1 bei einem Einschusswinkel von 0° verwendet wurde, ist es daher naheliegend, dass die Abweichung im Diagramm nicht an Fehlern der Messwerte liegt, sondern an der fehlerhaft bestimmten Funktion für den theoretischen Verlauf.

Trotzdem liegen die Werte so nah am erwarteten Verlauf, dass hier von statistischen Fehlern, die bei der Messung aufgetreten sind, ausgegangen werden kann.

Die teilweise starke Abweichung vom theoretischen Verlauf in Abb. 6 könnte auch aus einem möglichen systematischen Fehler durch eine fehlerhafte Bestimmung von r_0 liegen.

Trotzdem streuen die Werte teilweise stark. Dies könnte unter anderem daran liegen, dass die Messung nicht sehr präzise durchgeführt werden konnte. So war es z.B. schwierig, den Einschusswinkel genau einzustellen. Zusätzlich konnte nur in einem kleinen Bereich gemessen werden, da für größere Winkel die Ganghöhe nicht mehr abgelesen werden konnte.

Das Ablesen der Positionen war auch nicht sehr genau. Das lag zum einen daran, dass die Spiegelskala (vor allem beim Bestimmen der Ganghöhe) vom Elektronenstrahl und vom Auge der ablesenden Person relativ weit entfernt war. Zum anderen war es sehr schwierig, Elektronenstrahl und Skala gleichzeitig zu sehen: Der Elektronenstrahl war nur bei Dunkelheit gut sichtbar, während bei Dunkelheit die Angaben auf der Spiegelskala nicht mehr sichtbar waren. Zudem war die Glasscheibe, durch die geschaut wurde, an manchen Stellen verdreht, was auch ein genaues Ablesen der Positionen verhinderte.

Bei größeren Winkeln wurde auch der Elektronenstrahl breiter, was dazu führte, dass die Werte der Positionen nicht mehr genau bestimmt werden konnten, selbst wenn ein Ablesen mit hoher Genauigkeit möglich gewesen wäre.

5.4 Fehlerquellen

Eine Fehlerquelle war die interne Ungenauigkeit des Ampere- und Voltmeters. Gerade weil mit recht hohen Spannungen (ungefähr bei 100V) operiert wurde, war die Ungenauigkeit des Voltmeters relevant.

Die Ablenkspannung am Kondensator wurde ohne Multimeterkontrolle auf 100V gelegt und als fehlerlos angenommen. Zwar stand der Drehregler auf den 100V der Skala der Energiequelle, doch diese war mit großer Sicherheit ungenau. Zudem besaß der Drehregler keine feine Skala.

Wie immer wurde idealisiert angenommen, dass es keine Verlustleistung an den Verbindungskabeln gibt, was von der Realität abweicht. Wegen $P = U_{\text{Verlust}} \cdot I$ ist dies bei den hohen Spannungen und Strömen eine Fehlerquelle, die durchaus zu Fehlern in den Messungen beitragen kann.

Die schwerwiegendste Fehlerquelle war eindeutig die Messfehler der Positionen und Winkel.

Die Positionen mussten über eine Spiegelskala gemessen werden wobei sich das Auge einige cm vom Elektronenstrahl entfernt befand und der Strahl wiederum ungefähr 10cm von der Skala entfernt war. Deshalb war es sehr wichtig sich möglichst vertikal zu positionieren, denn Ablesen aus leicht schräger Position bewirkte direkt eine Abweichung von einige mm. Der Versuch wurde unter so wenig Fremdlichteinwirkung wie möglich durchgeführt damit der Elektronenstrahl möglichst gut sichtbar war. Deshalb konnten wir die Positionen nur auf der Spiegelskala ablesen, wenn diese leuchtete. Die Tatsache, dass die Spiegelskala leuchtete war zwar wichtig für das Ablesen der Zahlenwerte aber zugleich störend weil der Elektronenstrahl deshalb nicht so gut sichtbar war. Es musste ein Mittelweg gegangen werden sodass sowohl Spiegelskala als auch Elektronenstrahl sichtbar waren, was zu einem Messfehler führte. Um die Positionen abzulesen mussten wir durch die Plexiglasscheibe gucken, die teilweise verdreht, verkratzt und an einem Punkt mit Eding angemalt war. Zudem wurde äußeres Fremdlicht an der Scheibe reflektiert. Der Ablesefehler vergrößerte sich zudem bei Teil 2 aufgrund der Tatsache, dass sich der Mittelpunkt des Elektronenkreises bei einem anderen Radius verschob. Dies lag daran, dass der Entstehungsort des Kreis stets beim Ablenkondensator war und einen Fixpunkt darstellte. Da die Messskala nicht ausreichend horizontal ausgeweitet war,

mussten wir leicht schräg ablesen und konnten teils nur erahnen welche Positionswerte die Kreise besaßen.

Das Ablesen wurden zusätzlich durch die Tatsache, dass der Elektronenstrahldurchmesser nicht unabhängig von den Parametern wie Anodenspannung und Verdrehungswinkel (idealerweise infinitesimal dünn) war, erschwert.

Für die Positionsmessung stand uns ein recht kleines Messintervall zur Verfügung. Dadurch fielen die ohnehin schon großen Messfehler noch mehr ins Gewicht.

Der Verdrehungswinkel wurde im letzten Teil über eine Skala auf der Konstruktion abgelesen. Diese war selbst nicht nur intern ungenau sondern auch sehr grob, weshalb dort ein recht großer Fehler aufkam.

Die Spiegelskala selbst hatte zudem eine eigene Ungenauigkeit.

Im gesamten Experiment wurde angenommen, dass die Kondensatorplatten parallel zueinander angeordnet sind. In der Realität waren diese jedoch schräg angeordnet damit auch ziemlich kleine Kreisradien funktionierten und die Elektronen nicht gegen die Anode abgelenkt wurden. Diese Annahme führte zu einem Fehler der zwar klein aber nicht vernachlässigbar ist.

5.5 Verbesserungsmöglichkeiten

Man könnte den kugelförmigen Gasbehälter zweckdienlicher designen. Somit wäre eine Verbesserungsmöglichkeit, die nur Teil 2 betrifft, die Folgende: Anstatt einen kugelförmigen Behälter zu verwenden in dem sich das Leuchtgas befindet, könnte man einen zylinderförmigen Behälter wählen dessen Radius etwas größer als der maximal erwartbare Elektronenkreisradius ist mit einer geringen Höhe. Denn dann kommt man mit den Augen sehr nah an den Elektronenstrahl und die Messskala ist ebenfalls deutlich näher am Strahl.

Bei Teil 1 wäre stattdessen ein rechteckförmiges Design aus denselben Gründen wie bei Teil 2 besser. Bei Teil 3 müsste der Zylinderbehälter aus Teil 2 eine größere Höhe aufweisen.

Bei allen Versuchen könnte man auf die Plexiglasscheibe, die ausschließlich zum Schutz und zur Optik dient, entfernen.

Die Vermessung des Elektronenstrahls mit einer hochauflösenden Kamera wäre eine echte Verbesserung. Zwar müsste zu Beginn viel Zeit und Mühe in eine möglichst vertikale, zentrierte Ausrichtung der Kamera investiert werden, doch wenn dies getan ist, wäre eine schnellere und genauere Vermessung drinnen. Die Vermessung erfolgt digital und der Messfehler ist jede Messung exakt gleich.

Die Verwendung von genaueren Multimetern würde den Fehler weiter reduzieren. Zudem wäre die Kontrolle der Ablenkspannung des Kondensators über ein zusätzliches Voltmeter eine echte Verbesserung. Zusätzlich könnte man eine Energiequelle verwenden, die stabilere und gleichmäßigere Ströme und Spannungen bereitstellt als die im Experiment Verwendete.

Um die Verlustleistung durch den Innenwiderstand der Kabel zu reduzieren könnte man die Kabel durch Bessere tauschen, die einen geringeren Widerstand besitzen. Ideal wäre die Verwendung von Supraleitern, doch bevor man dies in Betracht zieht sollten alle leichter umsetzbaren, kostengünstigeren Verbesserungsmöglichkeiten umgesetzt worden sein.

Anstatt sich möglichst vertikal über Elektronenstrahl und Spiegelskala zu positionieren um die Positionen abzulesen, könnte man einen Laserpointer vertikal auf der Plexiglasplatte anbringen, der genau durch den Strahl geht. Dies würde den Ablesefehler reduzieren. Man könnte entweder eine normale, nicht reflektierende Skala verwenden, auf der man den Laserpunkt abliest oder es bei der Spiegelskala belassen. Der Vorteil der Spiegelskala liegt in der Ausrichtung des Laserpointers, denn falls dieser nicht vertikal wäre würde sich dies direkt mit einer Reflexion in den Raum bemerkbar machen. Anstatt den Laserpointer manuell zu verschieben könnte man diesen über ein Feingewinde mm genau ausrichten.

Um das Problem der Verschiebung des Mittelpunktes des Elektronenkreises zu lösen wäre eine einfache Verbesserung die Verwendung einer Spiegelskala mit längeren horizontalen Strichen.

Um den Messfehler des Winkels aus Teil 3 zu reduzieren könnte man generell eine genauere Skala verwenden. Deutlich genauer wäre die Messung mit einem Laserpointer der senkrecht zur Rotationsachse zeigt und auf eine Skala zeigt, die einige m entfernt ist. So ließe sich der Winkel hundertstel Grad genau messen.

Die Verwendung eines Gases das beim Zusammenstoß mit den Elektronen noch kräftiger leuchtet wäre ein weitere Verbesserung insofern, als dass der Elektronenstrahl dann auch bei mehr Fremdlicht sichtbar wäre und die Beleuchtung der Spiegelskala reduziert werden könnte. Dann wäre es übrigens auch nichtmehr notwendig den Raum vollständig abzudunkeln was die Durchführung des Experimentes deutlich erleichtern würde.

Die Ableseungenauigkeit der Positionen rührte unter anderen aus der mm breiten Dicke des Elektronenstrahls. Die Erzeugung eines dünneren Elektronenstrahles wäre natürlich eine große Verbesserung. Dies könnte man durch ein feineres Austrittsloch der Beschleunigungsanode realisieren.

Anstatt davon auszugehen, dass die Kondensatorplatten parallel angeordnet sind, könnte man sich das elektrische Feld der realen Konstruktion theoretisch überlegen. Zwar stimmt dies näherungsweise ziemlich gut mit dem des parallelen Kondensators überein, doch vermutlich weist es besonders bei hohen Spannungen große Unterschiede auf.

A Anhang

A.1 Rohdaten

V₈₀ 11.3.21


1.) $U_{\text{Anode}} = 100\text{V}$ \rightarrow Kreis Wipf $U_{\text{Anode}} = 231 \pm 1\text{V}$ Plattenlänge $L = 1 \pm 0,2\text{cm}$
 $\alpha = 35^\circ \pm 4^\circ$ Plattenabstand $D = 0,9 \pm 0,2\text{cm}$

2.)

U_{Anode} in V	$I_{\text{Plattenstrahl}}$ in A	Pos. ober. i/cm	Pos. unter. i/cm
1720 ± 1,0	0,872 ± 0,0010	14,5 ± 0,5	2,6 ± 0,5
1720 ± 1,0	0,962 ± 0,0010	14,0 ± 0,5	2,8 ± 0,5
1720 ± 1,0	1,000 ± 0,0010	13,0 ± 0,5	3,5 ± 0,5
1720 ± 1,0	1,250 ± 0,0010	12,5 ± 0,5	4,2 ± 0,5
1720 ± 1,0	1,420 ± 0,0010	12,0 ± 0,5	4,5 ± 0,5
1500 ± 1,0	1,020 ± 0,0010	13,0 ± 0,5	3,5 ± 0,5
1600 ± 1,0	1,000 ± 0,0010	12,5 ± 0,5	3,7 ± 0,5
1700 ± 1,0	1,020 ± 0,0010	13,0 ± 0,5	4,0 ± 0,5
1800 ± 1,0	1,020 ± 0,0010	13,0 ± 0,5	4,0 ± 0,5
1900 ± 1,0	1,020 ± 0,0010	13,5 ± 0,5	3,0 ± 0,5
2000 ± 1,0	1,020 ± 0,0010	13,7 ± 0,5	2,7 ± 0,5
2100 ± 1,0	1,020 ± 0,0010	14,0 ± 0,5	2,5 ± 0,5
1650 ± 1,0	1,020 ± 0,0010	13,5 ± 0,5	3,5 ± 0,5
1720 ± 1,0	0,999 ± 0,0010	13,7 ± 0,5	3,0 ± 0,5
183,0 ± 1,0	1,113 ± 0,0010	13,5 ± 0,5	3,2 ± 0,5
138,0 ± 1,0	0,727 ± 0,0010	15,0 ± 0,5	2,5 ± 0,5
154,0 ± 1,0	0,915 ± 0,0010	14,0 ± 0,5	3,0 ± 0,5

4.)

U_{Anode} in V	I_{Spek} in A	Pos. oben in cm	Pos. unten in cm	Winkel in Grad	Vorne Pos. in cm	hinten Pos. in cm
$120,0 \pm 1,1$ V	$0,9140 \pm 0,0010$	$14,0 \pm 0,5$	$3,0 \pm 0,5$	$0,0 \pm 0,0$	$6,5 \pm 0,5$	$6,5 \pm 0,5$
120,0 $130,0 \pm 1,0$ V	$0,9140 \pm 0,0010$	$13,5 \pm 0,5$	$3,0 \pm 0,5$	$7,5 \pm 0,5$	$7,0 \pm 0,5$	$10,0 \pm 0,5$
		$12,5 \pm 0,5$	$4,5 \pm 0,5$	$9,0 \pm 0,5$	$7,5 \pm 0,5$	$12,5 \pm 0,5$
		$13,5 \pm 0,5$	$3,0 \pm 0,5$	$-6,0 \pm 0,5$	$6,5 \pm 0,5$	$10,0 \pm 0,5$
		$13,5 \pm 0,5$	$2,5 \pm 0,5$	$-7,0 \pm 0,5$	$0,1 \pm 0,5$	$4,5 \pm 0,5$
		$14,0 \pm 0,5$	$3,0 \pm 0,5$	$-4,0 \pm 0,5$	$3,5 \pm 0,5$	$5,5 \pm 0,5$
		$14,0 \pm 0,5$	$2,0 \pm 0,5$	$-5,0 \pm 0,5$	$1,0 \pm 0,5$	$4,5 \pm 0,5$

M.S. 

Literatur

- [1] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Anleitung Versuch 80, Elektronen*. Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 11. März 2022.
- [2] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Aufbau Versuch 80*. Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 11. März 2022. URL: <https://omnibus.uni-freiburg.de/~phypra/ap/80>.
- [3] Eite Tiesinga u. a. „CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2018“. In: (Jan. 2022). DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0064853>. URL: https://tsapps.nist.gov/publication/get_pdf.cfm?pub_id=932441.