

Physiklabor für Anfänger\*innen  
Ferienpraktikum im Wintersemester 2019/2020

# Versuch 80: Bestimmung der spezifischen Elektronenladung $e/m$

Gruppe

(durchgeführt am bei )



# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>3</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>4</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>4</b>
<b>1 Ziel des Versuchs</b>	<b>5</b>
<b>2 Benutzte Gleichungen</b>	<b>5</b>
<b>3 Aufbau und Durchführung</b>	<b>6</b>
3.1 Aufbau . . . . .	6
3.2 Durchführung . . . . .	6
<b>4 Messung</b>	<b>8</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>10</b>
<b>6 Diskussion</b>	<b>17</b>
<b>7 Anhang</b>	<b>20</b>
<b>8 Literaturverzeichnis</b>	<b>21</b>

## Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau . . . . .	6
2	$\tan \alpha$ gegen $s/2\pi r$ mit Fehlerbalken und linearer Regressionsgerade	14
3	Vektordiagramm der Geschwindigkeit für verschiedene Einfallswinkel . . . . .	15
4	Gemessene Radien gegen die Einfallswinkel aufgetragen . . . . .	16
5	Laborheft . . . . .	20

## Tabellenverzeichnis

1	Messwerte für Spannung, Stromstärke und Durchmesser aus Versuchsteil 1 . . . . .	8
2	Gemessene Radien und Ganghöhen bei verschiedenen Einschusswinkeln $\alpha'$ . . . . .	9
3	Gemessene Spannung $U_A$ und Stromstärke $I$ und daraus berechnetes Magnetfeld $B$ , jeweils mit statistischer und systematischer Unsicherheit . . . . .	10
4	Berechnete Werte für die spezifische Elektronenladung $e/m$ mit statistischer und systematischer Unsicherheit . . . . .	11
5	Werte für $\alpha$ , $\tan \alpha$ und $s/2\pi r$ mit zugehörigen Unsicherheiten . .	13
6	Geschwindigkeitskomponenten $v_{\parallel}$ und $v_{\perp}$ und zugehörige Winkel $\alpha$ . . . . .	15

## 1 Ziel des Versuchs

Ziel des Versuchs ist es, die spezifische Ladung  $e/m$  eines Elektrons mit Hilfe eines Fadenstrahlrohrs zu bestimmen. Zusätzlich soll die Bahnkurve des Elektrons bei schrägem Einschuss in das Magnetfeld untersucht werden.

## 2 Benutzte Gleichungen

Die kinetische Energie eines Elektrons nach dem durchqueren eines elektrischen Feldes, dass durch die Spannung  $U$  erzeugt wird gilt:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad (1)$$

Tritt ein Elektron mit einer Geschwindigkeit senkrecht zum Magnetfeld in ein Magnetfeld ein, wirkt die Lorentzkraft als Zentripetalkraft, sodass gilt:

$$evB = \frac{mv^2}{r} \quad (2)$$

Daraus ergibt sich für die spezifische Ladung:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2B^2} \quad (3)$$

Die Zyklotronfrequenz des Elektrons ist gegeben durch:

$$\nu_z = \frac{2\pi}{\omega_z} = \frac{|e|}{m_e} \frac{B}{2\pi} \quad (4)$$

wobei  $\omega_z$  die Umlauffrequenz ist.

Beim Eintritt in das Magnetfeld unter einem Winkel  $\alpha$  gilt wegen  $v_{\parallel} = s\nu$  mit  $s$  Ganghöhe und  $v_{\perp} = 2\pi r$ :

$$\tan \alpha = \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} = \frac{s}{2\pi r} \quad (5)$$

Das durch die Helmholtzspulen erzeugte Magnetfeld ist proportional zum Strom  $I$  und berechnet sich nach [1] durch:

$$B = 0,78 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{I}{\text{A}}\right) \text{T} \quad (6)$$

### 3 Aufbau und Durchführung

#### 3.1 Aufbau

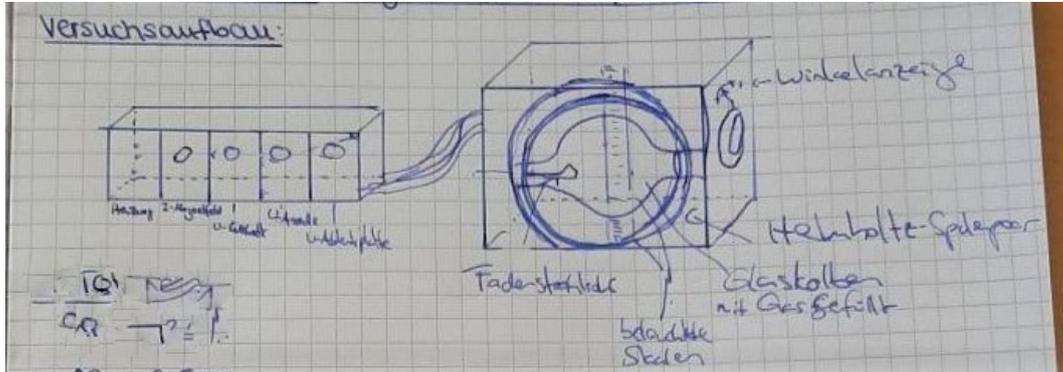


Abbildung 1: Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau in [Abbildung 1](#) besteht aus einem Fadenstrahlrohr mit Magnetfeldspulen in einem Gehäuse, welches an einem Netzgerät mit allen erforderlichen Betriebsspannungen angeschlossen ist. Elektronen werden von einer geheizten Kathode emittiert und durch eine Anode mit der angelegten positiven Spannung  $U_A$ , welche mit einem separaten Spannungsmessgerät gemessen wird, beschleunigt. Anschließend wird der Elektronenstrahl durch einen Wehnelt-Zylinder gebündelt (ringförmige Hilfselektrode, an der eine negative Spannung angelegt wird). Der Austrittswinkel der Elektronen senkrecht zum Magnetfeld kann durch Ablenkplatten mit einer getrennten angelegten Spannung eingestellt werden. Dieser Teil des Versuchsaufbaus befindet sich in einem Glaskolben, der mit etwa  $10^{-3}$  mbar Argon gefüllt ist. Bei Zusammenstößen der Elektronen mit den Argonatomen kommt es zu schwachem Leuchten durch Fluoreszenzstrahlung, wodurch die Elektronenbahnen sichtbar werden.

Außerdem ist außerhalb des Fadenstrahlrohrs ein Helmholtzspulenpaar angeordnet, das ein homogenes Magnetfeld erzeugt. Der Strom in den Helmholtzspulen wird mit einem Strommessgerät gemessen. Der Glaskolben befindet sich in der Mitte des Magnetfelds. Durch einen Drehknopf am Ende des Glaskolbens lässt sich der Winkel  $\alpha$  zwischen Elektronenflugbahn und Magnetfeld einstellen.

Des Weiteren befinden sich am Rand des Gehäuses zwei beleuchtete Spiegelskalen, eine an der Seite, zum Abmessen des Durchmessers  $2r$ , und eine am Boden, zum Abmessen der Ganghöhe  $s$  der Elektronenbahnen.

#### 3.2 Durchführung

Zu Beginn des Versuchs werden alle Spannungen auf Null gestellt und das Netzgerät eingeschaltet. Die Kathode benötigt ungefähr eine Minute um aufzuheizen. Anschließend kann man die Anodenspannung aufdrehen, bis ein Elektronenstrahl sichtbar

wird. Um den Strahl zu fokussieren wird dann die Wehneltspannung aufgedreht. Mit der Ablenkspannung kann der Elektronenstrahl nach links beziehungsweise rechts gekippt werden.

Wenn man einen gut sichtbaren Elektronenstrahl erzeugt hat, kann man den Strom durch die Spulen regeln und die Elektronen somit auf eine Kreisbahn lenken. Falls diese durch das Magnetfeld in die falsche Richtung abgelenkt werden und auf die Glaskolbenwand treffen muss das Magnetfeld umgepolt werden.

**Teil 1:**

Zunächst sollte der Winkel zwischen Magnetfeld und Elektronenflugbahn am Drehknopf so eingestellt werden, dass diese senkrecht zueinander stehen und die Elektronen aufgrund der Lorentzkraft auf eine Kreisbahn gelangen. Nun werden insgesamt zehn Messungen durchgeführt, bei der der Durchmesser der Kreisbahn  $2r$  die Anodenspannung  $U_A$  und die Stromstärke  $I$  gemessen werden.

**Teil 2:**

Bei Teil 2 der Messung wird nun der Winkel zwischen Magnetfeld und Elektronenflugrichtung verändert, so dass die Elektronen auch eine Geschwindigkeitskomponente parallel zum Magnetfeld haben. Die Elektronen bewegen sich dann auf einer Schraubenbahn. Es werden für verschiedene Winkel  $\alpha$  die Ganghöhe  $s$  und der Durchmesser  $2r$  bestimmt.

## 4 Messung

Für die Messungen wurden folgende Unsicherheiten angenommen:

$$\begin{aligned} s_r &= 0,3 \text{ cm} \\ s_s &= 0,5 \text{ cm} \\ s_\alpha &= 0,5^\circ \end{aligned} \tag{7}$$

Die Einstellung des Multimeters in beiden Versuchsteilen war:

Spannung: 1000 V

Strom: 2 A

Daraus ergeben sich folgende systematischen Unsicherheiten:

$$\begin{aligned} s_U &= \pm(0,8\% + 2)\text{V} \\ s_I &= \pm(1,5\% + 1)\text{A} \end{aligned} \tag{8}$$

### Teil 1:

In der folgenden Tabelle sind die gemessenen Werte für die Spannung  $U_A$ , die Stromstärke  $I$  und den Durchmesser  $2r$  der Kreisbahn zu sehen:

$U_A$ [V]	$I$ [A]	$2r$ [cm]
296	1,495	10,5
297	1,605	9,9
265	1,670	8,9
202	1,590	8,2
174	1,293	9,4
217	1,293	11,0
267	1,539	9,9
232	1,278	8,0
281	1,278	12,8
153	1,698	6,7

Tabelle 1: Messwerte für Spannung, Stromstärke und Durchmesser aus Versuchsteil 1

**Teil 2:**

Bei der gesamten Messreihe wurden folgende Werte für die Anodenspannung und den Strom gemessen, wobei die Unsicherheiten nach [Gleichung 8](#) bereits berechnet wurden:

$$\begin{aligned}U_{A,2} &= 130 \pm 2 \pm 1V \\ I_2 &= 1,500 \pm 0,001 \pm 0,023A\end{aligned}\tag{9}$$

Für den Winkel wurde ein Offset sichtbar, der auch an der Skala bereits markiert war:

$$\alpha_{\text{off}} = -2,5^\circ\tag{10}$$

In der folgenden Tabelle sind Messergebnisse für den jeweils eingestellten Winkel  $\alpha$  ohne Berücksichtigung des Offsets, die Ganghöhe  $s$  sowie den doppelten Radius  $2r$  aufgelistet:

$\alpha' [^\circ]$	$s [\text{cm}]$	$2r [\text{cm}]$
-25	6,0	5,0
-20	5,0	5,5
-15	4,5	6,0
-10	3,5	6,5
-5	2,5	6,5
-2,5	0,0	6,5
5	3,0	6,5
10	4,0	6,0
15	5,0	5,5

Tabelle 2: Gemessene Radien und Ganghöhen bei verschiedenen Einschusswinkeln  $\alpha'$

## 5 Auswertung

### Teil 1:

Aus den Messwerten von [Tabelle 1](#) wurden mit [Gleichung 6](#) die zwischen den Helmholtzspulen vorliegenden Magnetfelder ausgerechnet. Die Fehler wurden dabei mit Fehlerfortpflanzung ausgerechnet, wobei die systematischen und statistischen Fehler getrennt berechnet wurden:

$$\begin{aligned} s_{B,\text{sys}} &= 0,78 \cdot 10^{-3} \left( \frac{s_{I,\text{sys}}}{A} \right) T \\ s_{B,\text{stat}} &= 0,78 \cdot 10^{-3} \left( \frac{s_{I,\text{stat}}}{A} \right) T \end{aligned} \quad (11)$$

Außerdem wurden auch die gemessenen Werte für die Stromstärke und die Spannung mit statistischer und systematischer Unsicherheit in die Tabelle eingetragen:

Spannung $U_A$ [V]	Stromstärke $I$ [A]	Magnetfeld $B$ [T]
296±2±2	1,495±0,001±0,022	(116,6±0,078±1,7)·10 <sup>-5</sup>
297±2±2	1,605±0,001±0,024	(125,2±0,078±1,9)·10 <sup>-5</sup>
265±2±2	1,670±0,001±0,025	(130,3±0,078±2,0)·10 <sup>-5</sup>
202±2±1,6	1,590±0,001±0,024	(124,0±0,078±1,9)·10 <sup>-5</sup>
174±2±1,4	1,293±0,001±0,019	(100,9±0,078±1,5)·10 <sup>-5</sup>
217±2±1,7	1,293±0,001±0,019	(100,9±0,078±1,5)·10 <sup>-5</sup>
267±2±2	1,539±0,001±0,023	(120,0±0,078±1,8)·10 <sup>-5</sup>
232±2±1,9	1,685±0,001±0,025	(131,4±0,078±2,0)·10 <sup>-5</sup>
281±2±2	1,278±0,001±0,019	(99,7±0,078±1,5)·10 <sup>-5</sup>
153±2±1,2	1,698±0,001±0,025	(132,4±0,078±2,0)·10 <sup>-5</sup>

Tabelle 3: Gemessene Spannung  $U_A$  und Stromstärke  $I$  und daraus berechnetes Magnetfeld  $B$ , jeweils mit statistischer und systematischer Unsicherheit

Nach [Gleichung 3](#) ergibt sich damit die spezifische Elektronenladung  $e/m$ , wobei die Unsicherheiten mit Fehlerfortpflanzung folgendermaßen berechnet wurde:

$$s_{e/m} = \sqrt{\left( \frac{2}{r^2 B^2} s_{U_A} \right)^2 + \left( \frac{-4U_A}{r^3 B^2} s_r \right)^2 + \left( \frac{-4U_A}{r^3 B^2} s_B \right)^2} \quad (12)$$

Dies gilt sowohl für statistische als auch für systematische Unsicherheiten. Die Berechnung der Unsicherheiten wird im folgenden exemplarisch für den ersten Messwert durchgeführt:

$$e/m = \frac{2U_A}{r^2 B^2} = \frac{2 \cdot 296 \text{ V}}{(10,5/2)^2 \text{ cm}^2 116,6^2 \text{ T}^2} = 1,58 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (13)$$

Die statistische Unsicherheit wird durch Fehlerfortpflanzung folgendermaßen aus den statistischen Unsicherheiten der gemessenen Werte berechnet:

$$s_{e/m} = \sqrt{\left(\frac{2}{r^2 B^2} s_{U_A}\right)^2 + \left(\frac{-4U_A}{r^3 B^2} s_r\right)^2 + \left(\frac{-4U_A}{r^3 B^2} s_B\right)^2} = 0,09 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (14)$$

Analog kann auch der systematische Fehler aus den systematischen Fehlern berechnet werden, wobei der systematische Fehler für den Radius Null ist:

$$s_{e/m} = \sqrt{\left(\frac{2}{r^2 B^2} s_{U_A}\right)^2 + \left(\frac{-4U_A}{r^3 B^2} s_B\right)^2} = 0,05 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (15)$$

In der folgenden Tabelle sind die für  $e/m$  berechneten Werte mit jeweils statistischer und systematischer Unsicherheit eingetragen:

Spezifische Elektronenladung $e/m$ [ $10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ ]
1,58±0,09±0,05
1,55±0,09±0,05
1,58±0,11±0,05
1,56±0,12±0,05
1,55±0,10±0,05
1,41±0,08±0,04
1,51±0,09±0,05
1,68±0,13±0,05
1,38±0,07±0,04
1,55±0,14±0,05

Tabelle 4: Berechnete Werte für die spezifische Elektronenladung  $e/m$  mit statistischer und systematischer Unsicherheit

Aus den Werten aus [Tabelle 4](#) lässt sich der Mittelwert für die spezifische Elektronenladung berechnen, wobei als statistischer Fehler die Standardabweichung des Mittelwerts bestimmt wurde und der systematische Fehler durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung folgendermaßen berechnet wurde:

$$\overline{s_{e/m,\text{sys}}} = \frac{\sum_{i=1}^{10} s_{e/m,i,\text{sys}}}{10} \quad (16)$$

Die Standardabweichung des Mittelwerts, berechnet sich aus der Streuung der Werte  $s_{e/m,\text{stat}}$ :

$$s_{e/m,\text{stat}} = \frac{s_{e/m,\text{stat}}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{1}{90} \sum_{i=1}^{10} ((e/m)_i - \overline{e/m})^2} = \frac{0,09}{\sqrt{10}} 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} = 0,03 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (17)$$

Somit erhält man für die spezifische Elektronenladung:

$$\overline{e/m} = (1,54 \pm 0,03 \pm 0,015) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (18)$$

Wobei sich die gesamte Unsicherheit durch quadratische Addition ergibt:

$$s_{\overline{e/m}} = \sqrt{s_{\overline{e/m},\text{stat}}^2 + s_{\overline{e/m},\text{sys}}^2} = 0,03 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (19)$$

## Teil 2:

Um die Zyklotronfrequenz zu berechnen wird zunächst das angelegte Magnetfeld aus dem gemessenen Strom ermittelt. Mit [Gleichung 6](#) ergibt sich:

$$B_2 = 1,1700 \pm 0,0008 \pm 0,0179 \text{ mT} \quad (20)$$

Die Fehler wurden hierbei wie in [Gleichung 11](#) berechnet.

Unter Benutzung des Literaturwerts für die spezifische Elektronenladung lässt sich daraus nach [Gleichung 4](#) die Zyklotronfrequenz der Elektronen bestimmen. Es gilt:

$$(e/m)_{\text{lit}} = 1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad (21)$$

Daraus ergibt sich für die Zyklotronfrequenz:

$$\nu_z = (3,275 \pm 0,002 \pm 0,050) \cdot 10^7 \text{ Hz} \quad (22)$$

Die Unsicherheiten berechnen sich dabei wie folgt:

$$\begin{aligned} s_{\nu_z,\text{sys}} &= \frac{e}{m_e} \frac{s_{B_2,\text{sys}}}{2\pi} \\ s_{\nu_z,\text{stat}} &= \frac{e}{m_e} \frac{s_{B_2,\text{stat}}}{2\pi} \end{aligned} \quad (23)$$

Mit der Beziehung  $v = \omega r$  lässt sich die Geschwindigkeit der Elektronen, sowie die zugehörigen Fehler folgendermaßen berechnen:

$$\begin{aligned} v &= 2\pi r_0 \nu_z \\ s_{v,\text{sys}} &= 2\pi r_0 s_{\nu_z,\text{sys}} \\ s_{v,\text{stat}} &= \pi \sqrt{(2s_r \nu_z)^2 + (2r_0 s_{\nu_z,\text{stat}})^2} \end{aligned} \quad (24)$$

Nach einsetzen der Werte ergibt das:

$$v = (6,69 \pm 0,62 \pm 0,10) \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (25)$$

Um daraus die kinetische Energie zu berechnen wird der Literaturwert[2] für die Masse eines Elektrons

$$m_e = 9,1093837015 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad (26)$$

genutzt. Die kinetische Energie ergibt sich durch:

$$E_{\text{kin}} = 127 \pm 23 \pm 4 \text{ eV} \quad (27)$$

Teilt man die kinetische Energie durch die Elektronenladung erhält man:

$$E_{\text{kin}}/e = 127 \pm 23 \pm 4 \text{ V} \quad (28)$$

Da bei der Messung der Winkel ein Offset aufgetreten ist berechnen wir zunächst die Winkel ohne Offset:

$$\alpha = \alpha' - \alpha_{\text{off}} \quad (29)$$

Der Fehler auf  $\alpha$  berechnet sich mit Gaußscher-Fehlerfortpflanzung mit:

$$s_{\alpha} = \sqrt{s_{\alpha'}^2 + s_{\alpha_{\text{off}}}^2} = 0,7^{\circ} \quad (30)$$

Daraus lassen sich die Werte für den  $\tan \alpha$  berechnen, wobei die Unsicherheiten sich wie folgt berechnen:

$$s_{\tan \alpha} = \frac{s_{\alpha}}{\cos^2 \alpha} \quad (31)$$

$$(32)$$

Aus den Werten für  $2r$  und  $s$  lässt sich  $s/2\pi r$  berechnen, hier gilt für die Unsicherheit:

$$s_{\frac{s}{2\pi r}} = \sqrt{\left(\frac{s_s}{2\pi r}\right)^2 + \left(\frac{s}{2\pi r^2} s_r\right)^2} \quad (33)$$

Die Werte für  $\alpha$ ,  $\tan \alpha$  und  $s/2\pi r$  sind mit den jeweiligen Unsicherheiten in folgender Tabelle aufgelistet:

$\alpha[^{\circ}]$	$\tan \alpha$	$\frac{s}{2\pi r}$
$-22,5 \pm 0,7$	$-0,414 \pm 0,014$	$-0,38 \pm 0,06$
$-17,5 \pm 0,7$	$-0,315 \pm 0,013$	$-0,29 \pm 0,04$
$-12,5 \pm 0,7$	$-0,222 \pm 0,013$	$-0,24 \pm 0,04$
$-7,5 \pm 0,7$	$-0,132 \pm 0,012$	$-0,17 \pm 0,03$
$-2,5 \pm 0,7$	$-0,044 \pm 0,012$	$-0,12 \pm 0,03$
$0,0 \pm 0,7$	$0,000 \pm 0,012$	$0,00 \pm 0,02$
$7,5 \pm 0,7$	$0,132 \pm 0,012$	$0,15 \pm 0,03$
$12,5 \pm 0,7$	$0,227 \pm 0,013$	$0,21 \pm 0,03$
$17,5 \pm 0,7$	$0,315 \pm 0,013$	$0,29 \pm 0,04$

Tabelle 5: Werte für  $\alpha$ ,  $\tan \alpha$  und  $s/2\pi r$  mit zugehörigen Unsicherheiten

Die Werte für  $\tan \alpha$  gegen  $s/2\pi r$  sind mit Fehlerbalken in der folgenden Grafik eingezeichnet. Da nach [Gleichung 5](#) ein linearer Zusammenhang erwartet wird wurde zusätzlich eine lineare Regression durchgeführt und eingezeichnet.

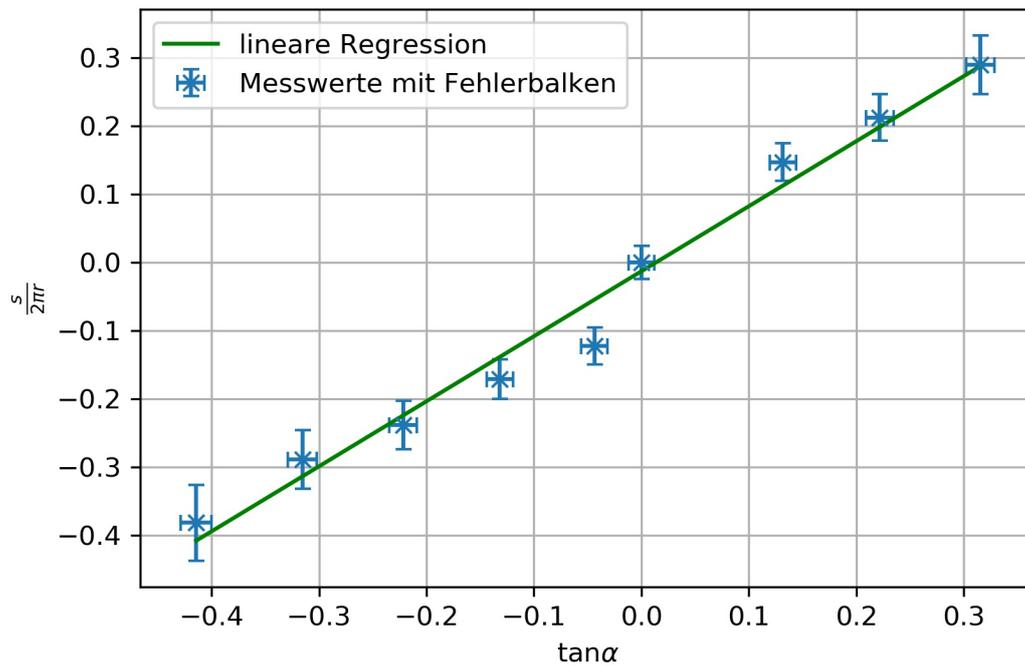


Abbildung 2:  $\tan \alpha$  gegen  $s/2\pi r$  mit Fehlerbalken und linearer Regressionsgerade

Die Werte für die den Achsenabschnitt  $a$  und die Steigung  $b$  sind:

$$\begin{aligned} a &= -0,013 \pm 0,012 \\ b &= 0,95 \pm 0,05 \end{aligned} \quad (34)$$

Da der systematische Fehler der Geschwindigkeit  $v$  deutlich kleiner als der statistische ist (vgl. [Gleichung 25](#)) wird der systematische Fehler in den folgenden Rechnungen zugunsten der Übersichtlichkeit vernachlässigt. Um die Geschwindigkeitskomponenten  $v_{\parallel}$  und  $v_{\perp}$  zu berechnen nutzen wir folgende geometrische Beziehungen aus:

$$\begin{aligned} v_{\parallel} &= \sin \alpha \cdot v \\ v_{\perp} &= \cos \alpha \cdot v \end{aligned} \quad (35)$$

Mit dem Wert für  $v$  (vgl. [Gleichung 25](#)) werden die Geschwindigkeitskomponenten berechnet. Die Werte sind mit den jeweiligen Winkeln und Unsicherheiten in der folgenden Tabelle aufgelistet.

$\alpha[^\circ]$	$v_{\parallel} \cdot 10^6 [m/s]$	$v_{\perp} \cdot 10^6 [m/s]$
$-22,5 \pm 0,7$	$-2,6 \pm 0,2$	$6,2 \pm 0,6$
$-17,5 \pm 0,7$	$-2,0 \pm 0,2$	$6,4 \pm 0,6$
$-12,5 \pm 0,7$	$-1,45 \pm 0,16$	$6,5 \pm 0,6$
$-7,5 \pm 0,7$	$-0,87 \pm 0,11$	$6,6 \pm 0,6$
$-2,5 \pm 0,7$	$-0,29 \pm 0,09$	$6,7 \pm 0,6$
$0,0 \pm 0,7$	$0,0 \pm 0,08$	$6,7 \pm 0,6$
$7,5 \pm 0,7$	$0,87 \pm 0,11$	$6,6 \pm 0,6$
$12,5 \pm 0,7$	$1,45 \pm 0,16$	$6,5 \pm 0,6$
$17,5 \pm 0,7$	$2,0 \pm 0,2$	$6,4 \pm 0,6$

Tabelle 6: Geschwindigkeitskomponenten  $v_{\parallel}$  und  $v_{\perp}$  und zugehörige Winkel  $\alpha$ 

Trägt man die Geschwindigkeitskomponenten in ein Diagramm ein, erhält man folgende Vektordarstellung:

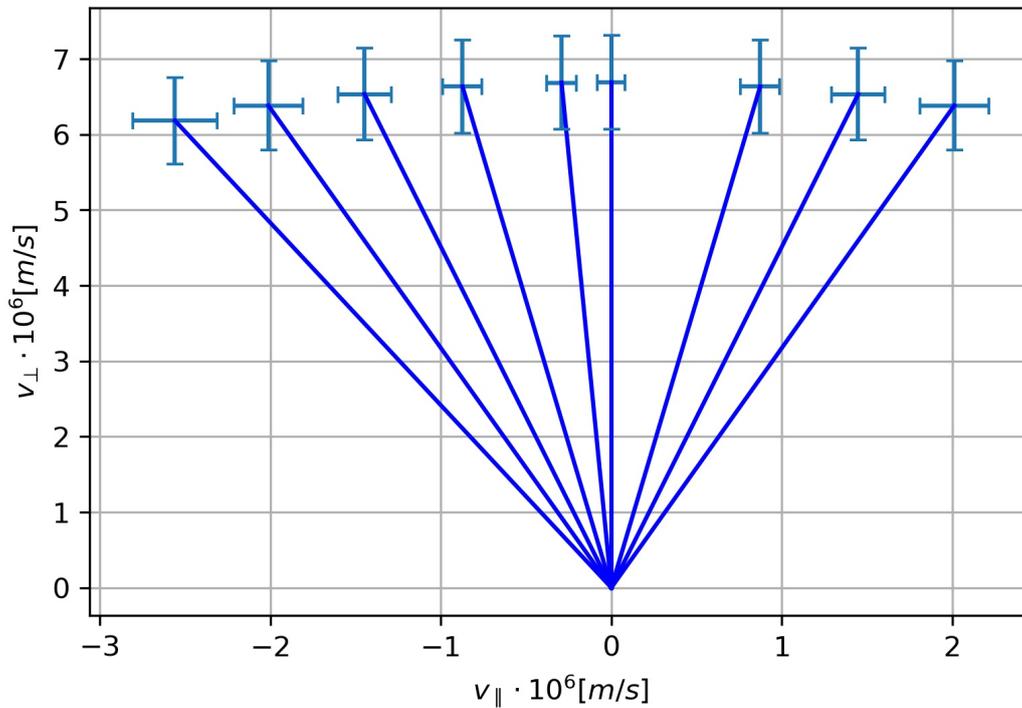


Abbildung 3: Vektordiagramm der Geschwindigkeit für verschiedene Einfallswinkel

Da die Lorentz-Kraft nur auf  $v_{\perp}$  wirkt, ist für den Radius bei verschiedenen Einfallswinkeln folgender Zusammenhang zu erwarten:

$$r(\alpha) = \frac{m_e v_{\perp}(\alpha)}{e B} = \frac{m_e v}{e B} \cos \alpha = r_0 \cos \alpha \quad (36)$$

Im folgenden Schaubild ist, um diesen Zusammenhang zu überprüfen, zusätzlich zu den gemessenen Radien noch  $\cos \alpha \cdot r_0$  eingezeichnet:

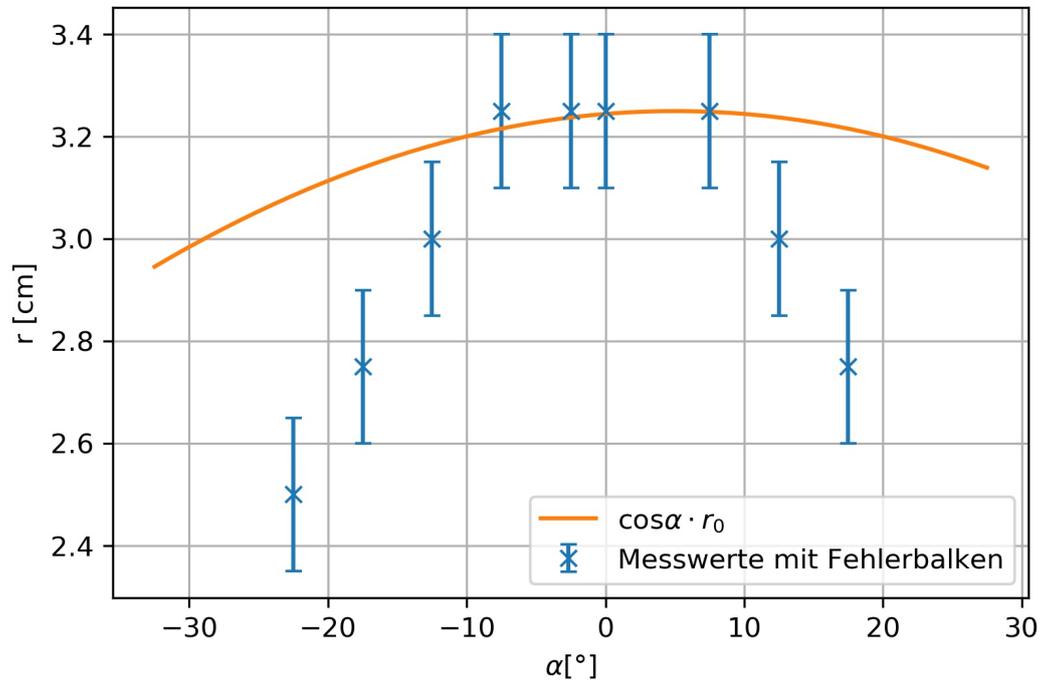


Abbildung 4: Gemessene Radien gegen die Einfallswinkel aufgetragen

## 6 Diskussion

### Teil 1:

Der für die spezifische Ladungsdichte berechnete Mittelwert und der Literaturwert der spezifischen Ladungsdichte sind:

$$\begin{aligned}\overline{e/m} &= (1,54 \pm 0,03) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \\ (e/m)_{\text{lit}} &= 1,75882001076 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}\end{aligned}\tag{37}$$

Vergleicht man diese Werte in Einheiten der Standardunsicherheit, so ergibt sich:

$$t_1 = \frac{|\overline{e/m} - (e/m)_{\text{lit}}|}{s_{\overline{e/m}}} = 7,5\tag{38}$$

Die beiden Werte sind also nicht miteinander verträglich. Dies könnte an einer zu kleinen Einschätzung der Messunsicherheiten liegen, da die Unsicherheiten des digitalen Multimeters für die Spannungs- und die Strommessung vom Hersteller vorgegeben sind, wurde vermutlich die Unsicherheit auf die Messung des Durchmessers zu klein eingeschätzt. Dies könnte daran liegen, dass es trotz der Spiegelskala beim Messen zu einem Parallaxenfehler kam, da es schwierig war das schwache Spiegelbild des Elektronenstrahls in der Spiegelskala zu erkennen.

Vergleicht man den Mittelwert mit den einzeln berechneten Werte aus [Tabelle 4](#), so fällt auf, dass die statistische Unsicherheit des Mittelwerts kleiner ist, als die durch Fehlerfortpflanzung berechneten statistischen Fehler der Einzelwerte. Die einzelnen Werte streuen also nicht so stark.

Vergleicht man die statistischen und die systematischen Unsicherheiten der Werte, so sind die statistischen Unsicherheiten zwar ungefähr um den doppelten Faktor größer, aber trotzdem in der gleichen Größenordnung.

### Teil 2:

Aus der berechneten kinetischen Energie wurde folgender Wert für die angelegte Anodenspannung ermittelt:

$$E_{\text{kin}, e/e} = 127 \pm 23 \pm 4 \text{ V}\tag{39}$$

Der gemessene Wert für die Spannung lag hier bei:

$$U_2 = (130 \pm 2) \text{ V}\tag{40}$$

Die beiden Werte liegen also in den jeweiligen Unsicherheiten des anderen Wertes und sind deshalb gut miteinander verträglich. Da die Spannung auf zwei verschiedene Weisen zu einem sehr ähnlichen Ergebnis führt, kann davon ausgegangen werden,

dass bei der Messung kein systematischer Fehler vorlag.

Der erwartete lineare Zusammenhang zwischen  $\tan \alpha$  und  $s/s\pi r$  ist in [Abbildung 2](#) deutlich erkennbar. Die erwarteten Werte für Achsenabschnitt und Steigung liegen bei:

$$a_{\text{erw}} = 0 \quad (41)$$

$$b_{\text{erw}} = 1 \quad (42)$$

Die Werte die aus der linearen Regression erhalten wurden sind:

$$a = -0,013 \pm 0,012 \quad (43)$$

$$b = 0,95 \pm 0,05$$

Die berechneten Werte sind hier gut mit dem erwarteten Zusammenhang verträglich. Es ist allerdings in der Grafik auch erkennbar, dass einige Werte nicht im Bereich der Unsicherheit mit der Ausgleichsgerade liegen. Eine mögliche Ursache hierfür liegt in der schlechten Kollimierung des Strahls bei Einfallswinkeln ungleich  $0^\circ$ . Außerdem war die Lichtintensität des Elektronenstahls zu klein, um das Spielbild in der unteren Skala zu sehen, weshalb hier Parallaxenfehler aufgetreten sein könnten.

In [Abbildung 4](#) ist der Verlauf des Radius zusammen mit dem erwarteten Cosinusverlauf von  $r_0$  gegen den Einfallswinkel aufgetragen. Es ist zu sehen, dass sich die erwartete Abnahme des Radius mit zunehmendem Winkel zwar in den Messwerten widerspiegelt, der tatsächliche Verlauf aber stark vom erwarteten Cosinus-Verlauf abweicht. Auch hier war das Ablesen der Werte von der Spiegelskala aufgrund der schlechten Kollimierung und geringen Lichtintensität nur schlecht und wahrscheinlich sehr subjektiv messbar.



7 Anhang

Versuch 80: Bestimmung der spezifischen Beladung  $q/m$   
Versuchsaufbau:

Unsicherheiten:  
 $\Delta r = 0,3 \text{ cm}$   
 $\Delta s = 0,5 \text{ cm}$   
 $\Delta \alpha = 0,5^\circ$

Messung Teil 1

$U_A [V]$	$I [A]$	$2r [cm]$
296	1,495	<del>10,5</del> 10,5
297	1,605	9,9
265	1,670	<del>9,9</del> 9,9
202	1,590	9,2
174	1,293	9,4
217	1,293	11,0
267	1,539	9,9
232	1,685	9,0
281	1,278	12,8
153	1,688	6,7

Einstellung Multimeter:  
 Spannung: 1000 V  
 Strom: 2 A  
Toleranz:  
 Spannung:  $\pm(0,8\% + 2)$   
 Strom:  $\pm(1,5\% + 1)$

Messung Teil 2 (Nullstellung:  $\alpha = -2,5^\circ$ )  $2r = 6,5 \text{ cm}$

$\alpha [^\circ]$	$s [cm]$	$2r [cm]$	$\alpha [^\circ]$	$s [cm]$	$I = 1,500 \text{ A}$ , $U = 130 \text{ V}$
-25	<del>2,0</del> 2,0	6,0	5,0 - 5	2,5	6,5
-20	<del>2,0</del> 2,0	5,0	5,5 5	<del>3,0</del> 3,0	6,5
-15	<del>2,0</del> 2,0	4,5	6,0 10	4,0	6,0
-10	<del>2,0</del> 2,0	3,5	6,5 15	5,0	5,5

*VT 2.10.02*

Abbildung 5: Laborheft

## 8 Literaturverzeichnis

[1]Versuchsanleitungen, Physik Labor für Anfänger Teil 2, Universität Freiburg

[2]Elektron, Wikipedia, 04.03.2020

<https://de.wikipedia.org/wiki/Elektron>