# Albert-Ludwigs-Universität Freiburg Physiklabor für Anfänger\*innen, Teil 2 Wintersemester 2021/22

Versuch 76 am 01.03.2022

# Gitterspektrometer

Gruppe 211: 02.03.2022

Assistent:

## Abstract

In dem Versuch "Gitterspektrometer" sollen grundlegende Verfahren der Gitterspektroskopie anhand eines eigenständig kalibrierten Gitterspektrometers kennengelernt werden. Hauptziel des Versuches ist es, das Licht einer Gasdampflampe auf Spektrallinien zu untersuchen und dadurch das verwendete Gas zu bestimmen. Dazu wird das Spektrometer zunächst anhand verschiedener Laser mit bekannten Wellenlängen kalibriert. Über die so bestimmte Gitterkontante kann im Folgenden das Spektrum der Gasdampflampe bestimmt und das Gas identifiziert werden. In einem letzten Schritt kann die Auflösung des Spektrometers abgeschätzt werden.

Die verwendete Gasdampflampe konnte mit hoher Wahrscheinlichkeit als Hg-Dampflampe identifiziert werden. Kleine relative Fehler im Bereich von 1% und gute Verträglichkeiten mit den Literaturwerten bestätigen diese Vermutung. Nach anfänglichen Problemen bei der Bestimmung der Auflösung konnte durch eine Verbesserung des Versuchaufbaus schließlich auch die Doppellinie im orangenen Bereich von Qucksilber erfolgreich beobachtet und eine Wellenlängenauflösung von wenigen Nanometern erreicht werden.

## Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	3							
2	Aufbau und Durchführung	3							
3	Auswertung und Fehleranalyse	6							
	3.1 Kalibrierung	6							
	3.2 Bestimmung des Spektrums der Gasdampflampe	8							
	3.3 Spektrale Auflösung	10							
4	Diskussion der Ergebnisse	12							
	4.1 Vergleich mit Literaturwerten	12							
	4.2 Zusammenstellung der Ergebnisse	13							
	4.3 Fehlerdiskussion	13							
	4.4 Verbesserte Messmethoden	14							
5	Literatur	16							
6	Anhang								
	6.1 Tabellen und Grafiken	17							
	6.2 Laborbuch	22							
	6.3 Tabellenverzeichnis	26							
	6.4 Abbildungsverzeichnis	26							

## 1 Ziel des Versuchs

Ziel des Versuchs ist die Untersuchung des Spektrums einer Gasdampflampe durch die Verwendung eines Gitterspektrometers. Mit Hilfe verschiedener Laser mit bekannten Wellenlängen wird das Gitterspektrometer zunächst kalibriert und die verwendete Gitterkonstante bestimmt. Das so kalibrierte Spektrometer kann nun zur Untersuchung der Spektrallinien der Gasdampflampe verwendet werden, um das Gas der Lampe zu ermitteln. In einem letzten Versuchsteil wird die spektrale Auflösung des Spektrometers untersucht.

## 2 Aufbau und Durchführung

Zur Kalibrierung des Gitterspektrometers wird zunächst der in Abbildung 1 und Abbildung 2 dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Die anschließenden Messungen an der Gasdampflampe werden mit dem Versuchsaufbau durchgeführt, der in Abbildung 3 und Abbildung 4 dargestellt ist. Da nur analoge Skalen verwendet werden, werden alle Ableseunsicherheiten durch Dreiecksverteilung mit Formeln aus [3] abgeschätzt.



Abb. 1: Skizze des verwendeten Versuchsaufbaus zur Kalibrierung des Gitterspektrometers aus der Versuchsbeschreibung (Abbildung 76.1 aus [1]).



Abb. 2: Skizze des verwendeten Versuchsaufbaus zur Kalibrierung des Gitterspektrometers aus dem Laborbuch in Abbildung 18.

Um das Ablesen vom Messschirm zu erleichtern, wird vor Versuchsbeginn der Laser so justiert, dass er den Messschirm mittig trifft. Der Messschirm und die rechte Kante des Lasers befinden sich dabei an Position  $x_S$  beziehungsweise  $x_L$  auf der optischen Bank. Anschließend wird eine Halterung mit einem Gitter und einer Linse an Position  $x_F$  in den Strahlengang gebracht. Das Gitter hat den Abstand s zur Linse. Da der Abstand zwischen Linse und Schirm ungefähr der Brennweite der Linse entsprechen sollte, wird durch Verschieben der Linse auf der optischen Bank die optimale Position gesucht. Die Positionen auf der optischen Bank finden sich in Tabelle 2 im Anhang, da sie sich für die verschiedenen Messreihen teilweise unterscheiden.

Die Kalibrierung wird für zwei verschiedene Gitter durchgeführt, da sich das zunächst gewählte Gitter mit 140 Linien pro mm schlecht für die Untersuchung der Gasdampflampe eignet. In der zweiten Messreihe wird deshalb ein Gitter mit 530 Linien pro mm verwendet. Auf die Wahl der Gitter und die auftretenden Probleme mit dem ersten Gitter wird in der Fehlerdiskussion eingegangen.

Die auftretenden Maxima werden an einer auf dem Schirm angebrachten Skala gemessen. Dazu wird ein Papier in Höhe des Maximums an den Schirm gehalten und der Abstand d zum Hauptmaximum, das zuvor auf die Nullposition eingestellt wird, abgelesen.



Abb. 3: Skizze des verwendeten Versuchsaufbaus zur Untersuchung der Gasdampflampe aus der Versuchsbeschreibung (Abbildung 76.2 aus [1]).



Abb. 4: Skizze des verwendeten Versuchsaufbaus zur Untersuchung der Gasdampflampe aus dem Laborbuch in Abbildung 18.

Neben der Gasdampflampe wird im zweiten Versuchsteil – zusätzlich zu den bereits verwendeten optischen Elementen – ein optisches System eingebaut, dass das Licht der Gasdampflampe kollimiert. Dazu werden zwei Linsen an den Positionen  $x_{L1}$  und  $x_{L2}$  um einen Spalt bei  $x_B$ so angeordnet, dass das Licht auf dem Spalt fokussiert und nach der zweiten Linse kollimiert (siehe Abbildung 3). Durch Verschiebung der Elemente auf der optischen Bank wird versucht, die optimalen Positionen der optischen Elemente zu finden.

Die auftretenden Spektrallinien werden erneut wie im ersten Versuchsteil auf dem Schirm abgelesen, wobei die im orangenen Bereich auftretende Doppellinie zunächst wie eine einzelne Linie

х

#### behandelt wird.

Zur Bestimmung der Auflösung des Spektrometers im letzten Versuchsteil wird zunächst die Halbwertsbreite der ersten blauen Spektrallinie durch Messung der Gesamtbreite dieses Maximums abgeschätzt. Zur Untersuchung der Doppellinie wird der Versuchsaufbau erneut angepasst, da sonst keine Doppellinie zu erkennen ist. Der Abstand der Doppellinie kann dabei nur grob geschätzt werden, da ein Ablesen von der Skala bei dieser Größenordnung nicht mehr möglich ist.

### 3 Auswertung und Fehleranalyse

#### 3.1 Kalibrierung

Um die Gitter zur Spektroskopie verwenden zu können, werden sie zunächst mit Lasern bekannter Wellenlänge kalibriert. Der physikalische Zusammenhang zwischen Ablenkwinkel  $\alpha$ , der Ordnung *n* des Maximums, der Wellenlänge  $\lambda$  und der Gitterkonstanten *g* ist bei der Beugung am Gitter wie folgt gegeben:

$$\sin(\alpha) = \frac{n\lambda}{g}.$$
(1)

Dabei kann  $\sin(\alpha)$  aus dem Abstand *d* zum nullten Maximum und der Entfernung zwischen Linsenposition  $x_F$  und Schirmposition  $x_S$  berechnet werden. Die Unsicherheit dieser Größe wird mit Fehlerfortpflanzung [3] berechnet:

$$\sin(\alpha) = \sin\left(\arctan\left(\frac{d}{x_S - x_F}\right)\right),\tag{2}$$

$$\Delta \sin(\alpha) = \frac{1}{(x_S - x_F) \left(\frac{d^2}{(x_S - x_F)^2} + 1\right)^{3/2}} \cdot \sqrt{(\Delta d)^2 + \left(\frac{d \cdot \Delta x_S}{(x_S - x_F)}\right)^2 + \left(\frac{d \cdot \Delta x_F}{(x_S - x_F)}\right)^2}.$$
 (3)

Hier sollen exemplarisch die gemessenen Werte für die Kalibrierung des violetten Lasers mit Wellenlänge  $\lambda_v = (405 \pm 10)$  nm untersucht werden. Um die Gitterkonstante g zu bestimmen, wird mithilfe einer linearen Regression [3] eine Ausgleichsgerade ermittelt:

$$y = mx + c. \tag{4}$$

Durch Umstellen von Gleichung 1 ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen der Ausgleichsgeraden und den gemessenen Werten:

$$y = n\lambda,\tag{5}$$

$$x = \sin(\alpha),\tag{6}$$

$$m = g, \tag{7}$$

$$c = 0. \tag{8}$$

In Abbildung 5 sind die Messwerte des violetten Lasers dargestellt. Es ist hierbei  $n\lambda$  gegen  $\sin(\alpha)$  aufgetragen. Die lineare Regression mit Konfidenzband ist ebenfalls zu sehen, wobei das Konfidenzband aufgrund sehr kleiner Messungenauigkeiten und Streuung nur schlecht erkennbar ist.



Abb. 5: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für den grünen Laser mit Wellenlänge  $\lambda = 405$  nm für die Kalibrierung des zweiten Gitters. Zu sehen sind die Messwerte des Lasers mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.

Aus der linearen Regression ergeben sich folgende Werte für m und c und ihre Unsicherheiten

$$m = g_{v,1} = (1,897 \pm 0,013) \,\mu\text{m},$$
  
 $c_{v,1} = (2 \pm 5) \,\text{nm}.$ 

Mit den anderen Wellenlängen und Gittern wird analog vorgegangen. Die zugehörigen Grafiken finden sich im Anhang in Abbildung 10 bis Abbildung 15. In Tabelle 3 sind alle Werte für m und c zusammengestellt. Um für die Gitterkonstante einen möglichst genauen Wert zu erhalten, wird noch eine lineare Regression mit allen Messdaten des zweiten Gitters, das heißt von allen Wellenlängen, durchgeführt. Die Werte und Ausgleichsgerade mit Konfidenzband sind in Abbildung 6 abgebildet.



х

Abb. 6: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für alle drei Laser mit den Wellenlängen  $\lambda = 405 \text{ nm}, \lambda = 532 \text{ nm}$  und  $\lambda = 650 \text{ nm}$ für die Kalibrierung des zweiten Gitters. Zu sehen sind die Messwerte der Laser mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.

Durch diese lineare Regression erhält man für Gitter 2 folgende Werte mit Unsicherheiten:

$$m = g_2 = (1,907 \pm 0,003) \,\mu\mathrm{m}$$
  
 $c_2 = (1 \pm 3) \,\mathrm{nm}.$ 

Bei Gitter 1 ergeben sich durch dieselbe Vorgehensweise diese Werte:

$$m = g_1 = (7,0072 \pm 0,0019) \,\mu\text{m},$$
  
 $c_1 = (-4,6 \pm 1,9) \,\text{nm}.$ 

In den weiteren Rechnungen werden diese Gitterkonstanten verwendet.

#### 3.2 Bestimmung des Spektrums der Gasdampflampe

Zur Bestimmung der Wellenlänge der einzelnen Spektrallinien können die in der Kalibrierung bestimmten Gitterkonstanten  $g_1$  und  $g_2$  verwendet werden. Erneut wird exemplarisch das zweite Gitter betrachtet. Außerdem werden zunächst nur die Bestwerte der verschiedenen Wellenlängen bestimmt, die Unsicherheiten werden im Nachhinein betrachtet. Durch Umstellen von Gleichung 1 ergibt sich für die Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{g}{n}\sin(\alpha).\tag{9}$$

Aus den gemessenen Abständen der Spektrallinien vom Hauptmaximum kann erneut der Winkel  $\alpha$  und damit auch sin $(\alpha)$  berechnet werden:

$$\tan(\alpha) = \frac{d}{x_S - x_F},\tag{10}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{g}{n} \sin\left(\arctan\left(\frac{d}{x_S - x_F}\right)\right). \tag{11}$$

Da *n* nicht fehlerbehaftet ist und die Unsicherheit von *g* später gesondert behandelt wird, entspricht die Fehlerfortpflanzung bis auf den Faktor g/n Gleichung 3. Für jede der Spektrallinien kann damit eine Wellenlänge  $\lambda$  berechnet werden. Durch Bildung des Mittelwerts aller Wellenlängen einer Farbe erhält man dann die Bestwerte der Wellenlängen zu den jeweiligen Spektrallinien, wobei die orangene Doppellinie zunächst wie eine einzelne Linie behandelt wird.

Bei der Betrachtung der Unsicherheiten muss zwischen einer statistischen Unsicherheit unterschieden werden, die durch die Messungenauigkeiten beim Ablesen vom Schirm zustande kommt und einem systematischen Fehler, der aus der Bestimmung der Gitterkonstante durch die Kalibrierung zustande kommt und sich damit auf jeden Messwert gleichermaßen auswirkt.

Als statistische Unsicherheit wird im Folgenden die Standardabweichung des Mittelwerts [3] der berechneten Wellenlängen verwendet, da diese die statistische Streuung der Werte beschreibt. Dadurch, dass zuvor der Fehler von g nicht berücksichtigt wurde, fließen an dieser Stelle auch tatsächlich nur statistische Schwankungen ein.

Der systematische Fehler ergibt sich aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung [3] von Gleichung 9:

$$\Delta_{\text{syst}}\lambda = \frac{\sin(\alpha)}{n}\Delta g,\tag{12}$$

wobei für  $\sin(\alpha)/n$  der Mittelwert aller Messwerte verwendet wird.

х

Für das zweite Gitter ergeben sich damit insgesamt die folgenden Wellenlängen, wobei die erste Unsicherheit den statistischen und die zweite Unsicherheit den systematischen Fehler angibt:

$$\lambda_{\text{blau}} = (436, 0 \pm 2, 0 \pm 1, 7) \text{ nm},$$
  
 $\lambda_{\text{grün}} = (543 \pm 4 \pm 2) \text{ nm},$   
 $\lambda_{\text{orange}} = (575 \pm 6 \pm 2) \text{ nm}.$ 

Eine Übersicht aller Wellenlängen und Unsicherheiten, sowie die bei der Messung mit dem ersten Gitter bestimmten Wellenlängen, befinden sich in Tabelle 1.

In den folgenden Grafiken Abbildung 7 und Abbildung 8 sind die beiden gemessenen Spektrallinien erster Ordnung in das zuvor erstellte Kalibrationsdiagramm eingetragen. Dabei ist im ersten Fall nur die Ausgleichsgerade aufgetragen und im zweiten Fall sind zusätzlich die Kalibrationsmesswerte eingezeichnet. Die berechneten Wellenlängen liegen dabei nicht genau auf der Ausgleichsgerade der Kalibration, da es sich bereits um die gemittelten Wellenlängen handelt. Im Anhang in Abbildung 16 und Abbildung 17 befinden sich die beiden Diagramme für das erste Gitter.



Abb. 7: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für die Gasdampflampe. Zu sehen sind die Spektrallinien der Gasdampflampe mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband der Kalibrierung von Gitter 2. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.



Abb. 8: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für die Gasdampflampe und die drei Kalibrierungslaser. Zu sehen sind die Spektrallinien der Gasdampflampe, sowie die Messwerte der Kalibrierungslaser. Außerdem ist die Ausgleichsgerade und das  $1\sigma$ -Konfidenzband der Kalibrierung von Gitter 2 eingezeichnet. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.

#### 3.3 Spektrale Auflösung

х

Zuletzt wird untersucht, welche Wellenlängen man mit dem Gitterspektrometer noch getrennt auflösen kann. Hierzu wird zunächst beim ersten Gitter die Halbwertsbreite  $D_H$  und der Abstand  $D_D$  zwischen noch auflösbaren Doppellinien bestimmt. Für die Halbwertsbreite wird das Maximum erster Ordnung der blauen Spektrallinie betrachtet. Die orangene Doppellinien sind mit diesem Aufbau nicht unterscheidbar, weshalb der Abstand zwischen orangener Spektrallinie und grüner Spektrallinie gemessen wird. Es ergeben sich folgende Werte:

$$D_{H,1} = (1,0 \pm 0,2) \text{ cm},$$
  
 $D_{D,1} = (0,7 \pm 0,2) \text{ cm}.$ 

Da der Abstand zwischen zwei noch unterscheidbaren Linien kleiner als die geschätzte Halbwertsbreite ist, wurde schon während der Versuchsdurchführung deutlich, dass der Aufbau unoptimal ist. Deshalb werden weitere Messungen mit Gitter 2 durchgeführt.

Bei Verwendung von Gitter 2 ist zunächst ebenfalls keine Doppellinie zu erkennen. Die Halbwertsbreite  $D_H$  und der Abstand von grüner zu orangener Spektrallinie werden auf folgende Werte geschätzt:

$$D_{H,2} = (0.6 \pm 0.1) \text{ cm},$$
  
 $D_{D,2} = (1.0 \pm 0.1) \text{ cm}.$ 

Da auch hier noch keine orangene Doppellinie erkennbar ist, wird der Versuchsaufbau erneut verändert. Die Linsen zur Kollimation werden näher an die Lichtquelle herangeschoben und der Spalt zwischen ihnen wird verschmälert. So kann ein sehr scharfes Bild erzeugt werden, auf dem die orangenen Doppellinien unterschieden werden können. Ihr Abstand wird auf den folgenden Wert geschätzt, da der Abstand so klein ist, dass er mit der angebrachten Skala schlecht abgelesen werden kann:

$$D_D = (0.7 \pm 0.3) \,\mathrm{mm}.$$

Hieraus kann nun der minimale Wellenlängenabstand ermittelt werden. Aus Gleichung 1 folgt mit Kleinwinkelnäherung:

$$\frac{(\delta d)}{x_S - x_F} = \frac{n(\delta \lambda)}{g},\tag{13}$$

$$(\delta\lambda) = \frac{g(\delta d)}{n(x_S - x_F)}.$$
(14)

Somit ist der minimale Wellenlängenabstand:

$$\delta\lambda = 2.8\,\mathrm{nm}$$

Die sehr unterschiedlichen Ausflösungen, je nach Versuchsaufbau, werden in der Fehlerdiskussion aufgegriffen.

### 4 Diskussion der Ergebnisse

#### 4.1 Vergleich mit Literaturwerten

Da für die Messungen ausschließlich Gitter verwendet wurden, deren Gitterkonstanten bekannt sind, lassen sich die aus der Kalibrierung gewonnenen Werte mit den gegebenen Werten vergleichen. Da jedoch nicht die Gitterkonstanten, sondern die Anzahl der Spalte pro mm angegeben sind, müssen diese Werte zunächst umgerechnet werden. Es ergeben sich folgende Literaturwerte:

$$g_{1,\text{Lit}} = 7,1429 \,\mu\text{m},$$
  
 $g_{1,\text{Lit}} = 1,887 \,\mu\text{m}.$ 

Zum Vergleich mit den gemessenen Werten wird der t-Wert [3] berechnet, wobei ein t-Wert von unter 2 auf eine gute und ein t-Wert von über 2 auf eine schlechte Verträglichkeit hinweist. Der Wert des ersten Gitters  $g_1 = (7,0072 \pm 0,0019)$  µm ist mit einem t-Wert von 17,2 schlecht mit dem Literaturwert verträglich. Er hat mit einer relativen Unsicherheit von 0, 11% aber auch einen sehr geringen relativen Fehler. Der Wert des zweiten Gitters  $g_2 = (1,907\pm0,003)$  µm ist mit einem t-Wert von 2,6 besser mit dem Literaturwert verträglich. Er hat eine relative Unsicherheit von 0, 4%. Auf mögliche Gründe für die t-Werte wird in der Fehlerdiskussion näher eingegangen.

Um zu bestimmen, mit welchem Gas die Gasdampflampe arbeitet, werden die ermittelten Wellenlängen mit bekannten Spektren verschiedener Elemente verglichen. In Abbildung 9 im Anhang findet sich eine Tabelle aus [4], die die wichtigsten Spektren zusammenfasst. Im Bereich des blauen Lichts ( $\lambda_{\text{blau}} = (436, 0 \pm 2, 0 \pm 1, 7)$  nm) kommen vor allem die Elemente H, Hg und O in Frage, für grünes Licht ( $\lambda_{\text{grün}} = (543 \pm 4 \pm 2)$  nm) vor allem Tl, Hg und Ag und für orangenes Licht ( $\lambda_{\text{orange}} = (575 \pm 6 \pm 2)$  nm) in erster Linie Hg und Ba. Damit ist das einzige Element, das für alle Spektrallinien in Frage kommt Quecksilber. Dafür spricht auch das Vorhandensein der Doppellinie im orangenen Bereich.

Wir verwenden die folgenden Literaturwerte, wobei sich der letzte aus dem Mittel der beiden Werte für die Doppellinie ergibt:

$$\lambda_{\text{blau, Lit}} = 435,84 \text{ nm},$$
$$\lambda_{\text{grün, Lit}} = 546,07 \text{ nm},$$
$$\lambda_{\text{orange, Lit}} = 578,02 \text{ nm}.$$

Ein Vergleich mit den gemessenen Werten bestätigt die Vermutung. Die t-Werte liegen für Gitter 1 zwar noch in einem Bereich zwischen 0,4 und 4,2, für das zweite Gitter sind jedoch alle Werte extrem gut mit den Werten für Quecksilber verträglich. Die t-Werte liegen alle zwischen 0,04 und 0,4. Außerdem liegen alle relativen Fehler in einem Bereich um 1% und sind damit nicht besonders hoch. Eine Zusammenstellung aller t-Werte und relativer Fehler befindet sich in Tabelle 1 in der Zusammenstellung der Ergebnisse.

Ein Vergleich der berechneten Auflösung von  $\delta \lambda = 2,8$  nm mit dem Abstand der beiden Maxima der Doppellinie  $\delta \lambda_{doppel} = 2,12$  nm zeigt, dass die Schätzung annährend realitisch ist, da diese beiden Doppellinien auch bei dem verbesserten Aufbau am Ende des Versuchs nur knapp trennbar bleiben. Ein Vergleich mit dem Rayleigh-Kriterium ist nicht möglich, da die angegebene Formel unbekannte Größen enthält und für eine alternative Formel [5] die Breite des kollimierten Lichtstrahls verwendet wird um die Gesamtzahl der Spalte zu bestimmen. Für diese Größe wurde jedoch keine Messung durchgeführt.

### 4.2 Zusammenstellung der Ergebnisse

Mit den durchgeführten Messreihen konnten die Gitterkonstanten der beiden verwendeten Gitter bestimmt werden:

$$g_1 = (7,0072 \pm 0,0019) \,\mu\text{m},$$
  
 $g_2 = (1,907 \pm 0,003) \,\mu\text{m}.$ 

Außerdem wurde ermittelt, welche Wellenlängen die verwendete Gasdampflampe emittiert. Diese sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Tab. 1: Zusammengestellt sind die berechneten Wellenlängen der Spektrallinien mit den jeweiligen Unsicherheiten für beide Gitter. Alle Wellenlängen und deren Unsicherheiten sind in nm angegeben. Zusätzlich sind die Wellenlängen der Spektrallinien von Hg aus Abbildung 9, sowie die *t*-Werte, die auf eine Verträglichkeit der Ergebnisse schließen lassen, aufgetragen.

	Wellenlänge	stat. Unsicherheit	syst. Fehler	rel. Unsicherheit	Hg-Wellenlängen	<i>t</i> -Wert
blaue Linie Gitter 1	$424,9\mathrm{nm}$	$2,1\mathrm{nm}$	$0,5\mathrm{nm}$	0.6%	$435,\!84\mathrm{nm}$	4.2
blaue Linie Gitter 2	$436,0\mathrm{nm}$	$2,0\mathrm{nm}$	$1,7\mathrm{nm}$	0.8%	$435,\!84\mathrm{nm}$	0.04
grüne Linie Gitter 1	$524,8\mathrm{nm}$	$4,8\mathrm{nm}$	$0,6\mathrm{nm}$	1.0%	$546,\!07\mathrm{nm}$	3.9
grüne Linie Gitter 2	$543\mathrm{nm}$	$4\mathrm{nm}$	$2\mathrm{nm}$	1.1%	$546,\!07\mathrm{nm}$	0.4
orangene Linie Gitter 1	$575,3\mathrm{nm}$	$6,9\mathrm{nm}$	$0,6\mathrm{nm}$	1.3%	$578,\!02\mathrm{nm}$	0.4
orangene Linie Gitter $2$	$575\mathrm{nm}$	$6\mathrm{nm}$	$2\mathrm{nm}$	1.4%	$578,\!02\mathrm{nm}$	0.4

Hiermit kann das verwendete Gas als Quecksilber identifiziert werden.

Die Untersuchung der spektralen Auflösung offenbarte einige Probleme im Versuchsaufbau, die in der Fehlerdiskussion aufgegriffen werden. Die minimale, noch unterscheidbare Wellenlänge konnte bestimmt werden:

$$\delta \lambda = 2,8 \,\mathrm{nm}.$$

#### 4.3 Fehlerdiskussion

Bei der Kalibrierung des Gitterspektrometers tritt eine Unsicherheit in der Gitterkonstanten g auf. Dies führt dazu, dass es bei der Bestimmung der Wellenlängen, neben einem statistischen Fehler durch die Messung der Positionen d der Spektrallinien, zu einem systematischen Fehler durch g kommt. Man muss deshalb bei der Betrachtung der Ergebnisse beachten, dass sich eine Abweichung von g von der wahren Gitterkonstanten in allen Wellenlängen in der gleichen Weise bemerkbar machen würde. Die statistischen Unsicherheiten können hingegen als gaußverteilt angenommen werden. Deshalb dürfen sie nicht durch einfache Gauß'sche Fehlerfortpflanzung verrechnet werden.

In Tabelle 1 sieht man, dass die systematischen Fehler kleiner ausfallen als die statistischen. Ursachen hierfür könnten sein, dass bei der Kalibrierung aufgrund der Verwendung von Lasern kein Zwischenschalten von Linsen für die Kollimierung des Lichtes nötig sind. Bei der Bestimmung der Wellenlängen war dieser Aufbau zu unpräzise, was im Folgenden noch besprochen werden soll.

Weiterhin ist die Intensität der Laser größer als die der Gasdampflampe, was eine höhere Anzahl an messbaren Maxima und somit mehr Daten führt. Dies führt ebenfalls zu einer größeren Genauigkeit der Kalibrierung im Vergleich zur Spektroskopie.

Der sehr große t-Wert bei der Bestimmung von  $g_1$  könnte mehrere Ursachen haben: Zum Einen ist der relative Fehler dieser Größe enorm gering, wodurch auch der t-Wert sehr groß wird. Das

könnte daran liegen, dass die Unsicherheiten deutlich zu klein geschätzt und diese bei der linearen Regression nicht stark genug berücksichtigt wurden. Zum Anderen kann es sein, dass die Gitterkonstante auch nicht präzise angegeben war oder durch Verschmutzungen der Wert nicht exakt stimmte. Da bei der Verwendung der Gitterkonstante in der weiteren Versuchsauswertung jedoch keine großen Fehler oder Unverträglichkeiten auftraten, ist der hohe *t*-Wert unproblematisch.

Bereits bei der Versuchsdurchführung fiel auf, dass durch das erste Gitter die Spektrallinien nur schlecht zu beobachten waren. Das erste Gitter bricht das Licht zu schwach, so dass keine klaren Unterschiede zwischen den Spektrallinien zu erkennen sind. Aufgrund der geringen Lichtintensität können aber, anders als erhofft, auch keine weiteren Maxima vermessen werden. Diese schlechte Eignung des ersten Gitters schlägt sich auch beim Vergleich mit den Literaturwerten aus. Die so bestimmten Wellenlängen sind schlechter als die aus dem zweiten Gitter bestimmten Wellenlängen mit dem vermuteten Quecksilberspektrum verträglich, was sich an den höheren t-Werten in Tabelle 1 erkennen lässt.

Bei der Verwendung des zweiten Gitters ließen sich wie erhofft die einzelnen Farben des Spektrums besser erkennen, was eine präzisere Messung ihrer Positionen ermöglichte.

Bei der Bestimmung der spektralen Auflösung fällt auf, dass bei Gitter 1 und Gitter 2 zunächst keine Doppellinien zu erkennen sind. Gründe hierfür sind Fehler und Unpräzessionen beim Aufbau des optischen Systems zur Kollimierung. Gitter 2 stellt hier eine Verbesserung zu Gitter 1 dar, die Spektrallinien sind aber trotzdem sehr verschwommen. Das wird vorallem durch die deutliche Verbesserung des Versuchsaufbaus gegen Ende des Versuchs deutlich. Es ist anzunehmen, dass die Messungen mit wesentlich kleineren Unsicherheiten hätten durchgeführt werden können. Dass die Ergebnisse für die Wellenlängen trotzdem gut mit den Vergleichswerten verträglich sind, deutet aber auf eine gute Einschätzung der Messunsicherheiten hin.

Eine mögliche weitere Fehlerquelle könnte sein, dass der Messschirm eine leichte Verbiegung aufweist, wodurch es beim Bestimmen der Abstände auf diesem Schirm zu leichten Ungenauigkeiten kommen kann.

Insgesamt traten durch ungenaue Versuchsaufbauten einige Fehlerquellen auf. Insbesondere bei der Wahl des Gitters und der Messung der Spektrallinien hätte durch genauere Einstellung der optischen Elemente Arbeit gespart werden können. Dadurch, dass jedoch noch genug Zeit für weitere Kalibrierungen und Verbesserungen des Versuchsaufbaus vorhanden war, konnten die meisten Fehler und Ungenauigkeiten beseitigt und insgesamt zufriedenstellende Ergebnisse erzielt werden.

#### 4.4 Verbesserte Messmethoden

Um die Messungen zu verbessern ist es sinnvoll, das Gitter bewusster auszuwählen, damit die Spektrallinien der Gasdampflampe klar getrennt werden können. Dafür wäre es hilfreich, nicht direkt mit der Kalibrierung zu beginnen, sondern sich zu Beginn einen groben Eindruck zu verschaffen, ob die Spektrallinien der Gasdampflampe gut erkennbar sind, oder ob es einen kontinuierlichen Farbverlauf gibt. Dadurch kann man sich auf eine gute Messung fokussieren und diese durch das optimierte Gitter genauer durchführen.

Eine weitere Verbesserung wäre es, sich mehr Zeit zu lassen bei der Fokussierung des Strahls, beziehungsweise die Brennweiten der verwendeten Linsen zu kennen oder zu bestimmen. Durch eine verbesserte Fokussierung können schärfere Spektrallinien auf dem Schirm abgebildet werden und dementsprechend wird die Messunsicherheit kleiner.

Um die Messungen vergleichbarer zu gestalten, sollte man den Aufbau auf der optischen Bank nicht zwischen den Messreihen verändern. Dadurch kann man zusätzliche Unsicherheiten, wie etwa verschiedene Fokuspunkte oder unterschiedlich gut kollimierte Strahlen, vermeiden. Um eine möglichst genaue Messung der Abstände d auf dem Messschirm zu realisieren, könnte man ein Millimeterpapier als Hintergrund nutzen. Damit könnte man auch darauf verzichten ein Blatt Papier als Ausrichtung zur Längenskala zu nutzen, was auch fehleranfällig ist.

Für eine Verbesserung der Spektrallinienmessung kann man den Raum besser abdunkeln, beziehungsweise eine Gasdampflampe mit höherer Intensität nutzen, um Spektrallinien höherer Ordnungen zu erkennen, wodurch man mehr Messwerte erhalten würde. Eine Möglichkeit, um weitere Spektrallinien der Gasdampflampe zu erkennen, ist UV-Papier zu nutzen, da man dadurch auch gegebenenfalls Wellenlängen außerhalb des sichtbaren Lichts vermessen kann. Dadurch kann man auch das Element der Gasdampflampe exakter bestimmen.

Eine mögliche Verbesserung der Bestimmung des Winkels  $\alpha$  wäre, einen halbrunden Schirm statt einem geraden Schirm zu verwenden. Der Radius dieses Schirms sollte dabei der Brennweite der Linse an Position  $x_F$  entsprechen. Verwendet man nun zusätzlich eine Winkelskala statt einer Längenskala, wäre die Bestimmung des Winkels deutlich einfacher und eine komplizierte Fehlerfortpflanzung ließe sich vermeiden.

## Literatur

- Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: Versuch 76 Gitterspektrometer, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger\*innen, (2022)
- [2] Hans Joachim Eichler, Heinz-Detlef Kronfeldt, Jürgen Sahm: Das neue Physikalische Grundpraktikum, (2016), Kapitel 38 "Wellenoptik" bis einschließlich "Fraunhofer-Beugung am Gitter"
- [3] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: Datenanalyse Teil A & B Skript zur Vorlesung am 06.09.2021 und 28.02.2022, (2021/22)
- [4] W. Walcher: Praktikum der Physik, 1985, S.401
- [5] Prof. Dr. S. Demokritov: Physik II, Sommersemester 2015, Vorlesungsfolie, Uni Münster, https://www.uni-muenster.de/Physik.TP/archive/typo3/fileadmin/lehre/ Physik\_II\_SS\_15/Physik\_III/Physik\_III\_SD/Demokritov151124.pdf (aufgerufen am: 02.03.2022)

16

## 6 Anhang

### 6.1 Tabellen und Grafiken

Tab. 2: Zusammenstellung aller Positionen und Anfangseinstellungen auf der optischen Bank für die verschiedenen Versuchsreihen.

х

Einstellung	Kalibrierung Gitter 1	Kalibrierung Gitter 2	Gasdampflampe Gitter 1	Gasdampflampe Gitter 2	verbesserter Aufbau für die Auflösung von Gitter 2
$x_L$	$(13,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	$(13,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	-	-	-
$x_F$	$(85,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	$(95,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	$(54,10 \pm 0,08) \text{ cm}$	$(81,30 \pm 0,08) \text{ cm}$	$(81,10 \pm 0,08) \text{ cm}$
$x_S$	$(129,00 \pm 0,12) \mathrm{cm}$	$(129,00 \pm 0,12) \mathrm{cm}$	$(129,00 \pm 0,12) \mathrm{cm}$	$(129,00 \pm 0,12) \text{ cm}$	$(129,00 \pm 0,12) \mathrm{cm}$
$x_{L1}$	-	-	$(23,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	$(23,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	$(10,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$
$x_B$	-	-	$(35,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	$(35,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	$(22,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$
$x_{L2}$	-	-	$(41,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	$(41,00 \pm 0,08) \mathrm{cm}$	$(27,30 \pm 0,08) \mathrm{cm}$

Tab. 3: Zusammenstellung der Kalibrierung der beiden Gitterkonstanten für einzelne Laserwellenlängen und alle Laser mit den jeweiligen Unsicherheiten.

Farben und Gitter	Gitterkonstante $g = m$	y-Achsenab schnitt $\boldsymbol{c}$
violett, Gitter 1	$(7,003\pm0,013)\mu{ m m}$	$(3\pm3)\mathrm{nm}$
grün, Gitter 1	$(7,032\pm0,014)\mu{ m m}$	$(-4 \pm 3) \mathrm{nm}$
rot, Gitter 1	$(6,986\pm0,014)\mu{ m m}$	$(-6\pm3)\mathrm{nm}$
gesamt, Gitter 1	$(7,0072 \pm 0,0019)\mu{ m m}$	$(-4.6\pm1.9)\mathrm{nm}$
violett, Gitter 2	$(1,\!897\pm0,\!013)\mathrm{\mu m}$	$(2\pm5)\mathrm{nm}$
grün, Gitter 2	$(1,\!899\pm0,\!009)\mu{ m m}$	$(0 \pm 4) \mathrm{nm}$
rot, Gitter 2	$(1,922\pm0,018)\mu{ m m}$	$(1\pm8)\mathrm{nm}$
gesamt, Gitter 2	$(1,907 \pm 0,003)\mu\mathrm{m}$	$(1\pm3)\mathrm{nm}$

$\lambda/nm$	Element	Name <sup>2</sup> )	$\lambda/nm$	Element	Name <sup>2</sup> )	$\lambda/nm$	Element	Name <sup>2</sup> )
777,19	0		587,56	He	d	481,05	Zn	
769,90	K		579,07	Hg	-	479,99	Cd	$\mathbf{F}'$
766,49	K		577,77	Ba		472,22	Zn	
706,54	He	r	576,95	Hg		471,31	He	
671,37	Tl		557,03	Kr		468,01	Zn	
670,78	Li		553,56	Ba		467,82	Cd	
667,82	He		546,55	Ag		460,73	Sr	
656,28	Н	$C(H_{\alpha})$	546,07	Hg	e	460,29	Li	
643,85	Cd	C′	535,05	Tl		447,15	He	
636,23	Zn		520,91	Ag		441,46	Cd	
635,99	Cd		518,36	Mg		436,83	0	
624,99	La		517,27	Mg		435,84	Hg	g
616,08	Na		515,36	Na		434,05	Н	$G'(H_{\gamma})$
615,82	0		514,91	Na		425,43	Cr	
615,42	Na		508,58	Cd		410,17	Н	$h(H_{\delta})$
610,36	Li		492,19	He		407,78	Hg	
593,06	La		491,60	Hg		404,72	K	
589,59	Na	D	488,92	Re		404,66	Hg	h′
589,00	Na	D	486,13	Н	$F(H_{\beta})$	404,41	K	

Abb. 9: Abgebildet sind die Spektrallinien einiger Elemente, die nach der Wellenlänge  $\lambda$  in nm geordnet sind. Die Daten stammen aus [4].



Abb. 10: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für den grünen Laser mit Wellenlänge  $\lambda = 532 \text{ nm}$  für die Kalibrierung des ersten Gitters. Zu sehen sind die Messwerte des Lasers mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.



Abb. 11: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für den grünen Laser mit Wellenlänge  $\lambda = 650$  nm für die Kalibrierung des ersten Gitters. Zu sehen sind die Messwerte des Lasers mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.



Abb. 12: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für den grünen Laser mit Wellenlänge  $\lambda = 405$  nm für die Kalibrierung des ersten Gitters. Zu sehen sind die Messwerte des Lasers mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.



Abb. 13: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für alle drei Laser mit den Wellenlängen  $\lambda = 405$  nm,  $\lambda = 532$  nm und  $\lambda = 650$  nm für die Kalibrierung des ersten Gitters. Zu sehen sind die Messwerte der Laser mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.



Abb. 14: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für den grünen Laser mit Wellenlänge  $\lambda = 532 \text{ nm}$  für die Kalibrierung des zweiten Gitters. Zu sehen sind die Messwerte des Lasers mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.



Abb. 15: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für den grünen Laser mit Wellenlänge  $\lambda = 650$  nm für die Kalibrierung des zweiten Gitters. Zu sehen sind die Messwerte des Lasers mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.



Abb. 16: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$  für die Gasdampflampe. Zu sehen sind die Spektrallinien der Gasdampflampe mit der Ausgleichsgerade und dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband der Kalibrierung von Gitter 1. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.



Abb. 17: Aufgetragen ist die Größe  $y = n\lambda$  in µm gegen  $x = \sin(\alpha)$ für die Gasdampflampe und die drei Kalibrierungslaser. Zu sehen sind die Spektrallinien der Gasdampflampe, sowie die Messwerte der Kalibrierungslaser. Außerdem ist die Ausgleichsgerade und das  $1\sigma$ -Konfidenzband der Kalibrierung von Gitter 1 eingezeichnet. Allerdings ist dieses Konfidenzband sehr schmal und daher schlecht zu erkennen.

### 6.2 Laborbuch



Abb. 18: Laborbuch, Seite 1



Abb. 19: Laborbuch, Seite 2

х



Abb. 20: Laborbuch, Seite 3

$$\begin{array}{c} \frac{2.3}{2} \left( \text{wither } \left( 550 \text{ mm} \right) \\ \text{Hellwarthorial } D_{F} = \left( 0.6 \pm \frac{0.3}{60} \right) \text{ cm} \\ \text{Hellwarthorial } D_{F} = \left( 0.6 \pm \frac{0.3}{60} \right) \text{ cm} \\ \text{Hellwarthorial } D_{F} = \left( 0.6 \pm \frac{0.3}{60} \right) \text{ cm} \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 530 \text{ mm} \right) \right) \\ \frac{2.4}{105 \text{ taul}} \left( \text{ mither } \left( 100 \text{ mither } \left( 100$$

Abb. 21: Laborbuch, Seite 4

x

## Tabellenverzeichnis

1	Tabelle mit allen bestimmten Spektrallinien und deren Unsicherheiten	13
2	Zusammenstellung der Anfangseinstellungen auf der optischen Bank	17
3	Gitterkonstanten aus der Kalibrierung	17

## Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau zur Kalibrierung, Skizze Versuchsbeschreibung	3
2	Versuchsaufbau zur Kalibrierung, Skizze Laborbuch	3
3	Versuchsaufbau mit Gasdampflampe, Skizze Versuchsbeschreibung	4
4	Versuchsaufbau mit Gasdampflampe, Skizze Laborbuch	4
5	Kalibrierung von Gitter 2 mit dem violetten Laser der Wellenlänge $\lambda = 405\mathrm{nm}$ .	7
6	Kalibrierung von Gitter 2 mit allen Lasern der Wellenlängen $\lambda = 405 \mathrm{nm}, \lambda =$	
	$532 \mathrm{nm}$ und $\lambda = 650 \mathrm{nm}$	8
7	Spektrum der Gasdampflampe mit Ausgleichsgeraden der Kalibrierung bei Gitter 2	10
8	Maxima erster Ordnung der Gasdampflampe und der Kalibrierungslaser bei Git-	
	ter 2	10
9	Spektrallinien einiger Elemente geordnet nach Wellenlänge	17
10	Kalibrierung von Gitter 1 mit dem grünen Laser der Wellenlänge $\lambda = 532\mathrm{nm}$	18
11	Kalibrierung von Gitter 1 mit dem roten Laser der Wellenlänge $\lambda=650\mathrm{nm}$	18
12	Kalibrierung von Gitter 1 mit dem violetten Laser der Wellenlänge $\lambda = 405\mathrm{nm}$ .	19
13	Kalibrierung von Gitter 1 mit allen Lasern der Wellenlängen $\lambda = 405\mathrm{nm},\lambda =$	
	$532 \mathrm{nm} \mathrm{und} \lambda = 650 \mathrm{nm} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$	19
14	Kalibrierung von Gitter 2 mit dem grünen Laser der Wellenlänge $\lambda = 532\mathrm{nm}$	20
15	Kalibrierung von Gitter 2 mit dem roten Laser der Wellenlänge $\lambda=650\mathrm{nm}$	20
16	Spektrum der Gasdampflampe mit Ausgleichsgeraden der Kalibrierung bei Gitter 1	21
17	Maxima erster Ordnung der Gasdampflampe und der Kalibrierungslaser bei Git-	
	ter 1	21
18	Laborbuch, Seite 1	22
19	Laborbuch, Seite 2	23
20	Laborbuch, Seite 3	24
21	Laborbuch, Seite 4	25