

Physiklabor für Anfänger*innen 2
Ferienpraktikum im Wintersemester 2018/19

Versuch 76: Beugung am Gitter

(durchgeführt am 20. März 2019 bei)

21. März 2019

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	4
2 Physikalische Grundlagen	4
3 Aufbau und Durchführung	4
3.1 Aufbau des Strahlengangs	4
3.2 Durchführung	6
4 Messung	6
4.1 Messungen zur Bestimmung der Gitterkonstanten g_1 . .	6
4.2 Messungen zur Bestimmung der Gitterkonstanten g_2 . .	7
4.3 Messung der Beugungsordnungen	7
4.4 Messung unbekannter Linien	8
5 Auswertung	8
5.1 Bestimmung der Gitterkonstanten g_1	8
5.2 Bestimmung der Gitterkonstanten g_2	10
5.3 Beugungsordnungen	11
5.4 Unbekannte Wellenlängen	14
6 Diskussion	16
6.1 Bestimmung der Gitterkonstanten g_1 und g_2	16
6.2 Beugungsordnungen	17
6.3 Überlappung der Spektren	17
6.4 Bestimmung unbekannter Linien	18
A Anhang	19

In Tabelle 1 ist eine Übersicht über alle in diesem Versuchsprotokoll verwendeten Symbole gegeben.

Größensymbol	Bedeutung
x	Abstand zwischen Schirm und Gitter
x_{L_i}	Position von Linse i
x_S	Position des Schirms
δx	Abstand zwischen Linse 3 und Gitter
d_i	Abstand zwischen Maximum (links, rechts) und Schirmmitte
λ	Wellenlänge
g, g_i	Gitterkonstante (von Gitter i)
f_i	Brennweite von Linse i
k	Ordnung eines Maximums
N, \square	Regressionsparameter
s_x	Unsicherheit auf (Mess-) Größe x

Tabelle 1: Symbole, die in diesem Versuchsprotokoll verwendet wurden.

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll zuerst der Strahlengang eines Gitterspektrometers aufgebaut werden. Dann soll aus der Lage der Beugungsbilder der Linien bekannter Wellenlänge von einer Quecksilberdampfampe die Gitterkonstanten zweier optischer Gitter bestimmt werden. Für das Gitter mit der größeren Gitterkonstanten soll die Gitterkonstante auch noch auf grafischem Wege bestimmt werden und mit der berechneten verglichen werden. Außerdem soll gezeigt werden, wie sich die Spektren höherer Ordnung überschneiden. Mit dem Gitter mit der kleineren Gitterkonstanten sollen die Wellenlängen der Linien einer Hg-lampe bestimmt werden.

2 Physikalische Grundlagen

Bei der Beugung am ist die Bedingung für konstruktive Interferenz

$$g \sin \alpha_k = k \cdot \lambda. \quad (1)$$

Dabei ist g die Gitterkonstante des Gitters, k die Ordnung des Maximums, λ die Wellenlänge des einfallenden Lichts und α der Winkel zwischen dem durch das Gitter fallende Lichtbündel und der optischen Achse.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau des Strahlengangs

In der Grundjustage bauten wir das optische System wie in Abb. 1 auf. Dann richteten wir die Lichtquelle aus. Dazu stellten wir erst die Position der Kol-

lektorlinse L_1 mit der Brennweite $f_1 = 50 \text{ mm}$ ein, dann setzten wir den Spalt ein und optimierten die Lichtintensität durch Variation der Linsen- und Spaltposition. In der Abbildung ist zusätzlich zum Winkel α , der dem

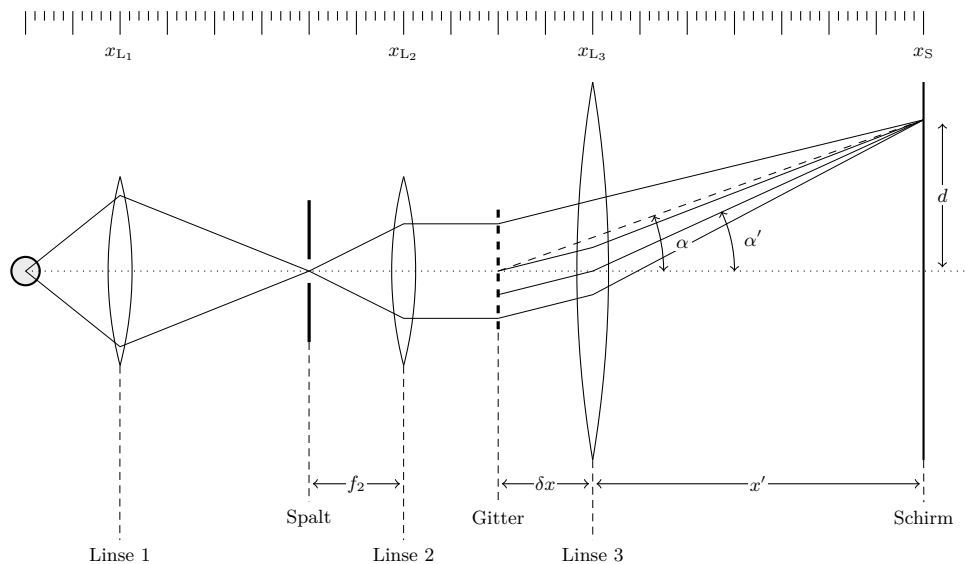


Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau.

Winkel α im Versuchsheft [2] entspricht, der Winkel α eingezeichnet. Gleichzeitig wurde die Länge x aus dem Versuchsheft in x' umbenannt. Im folgenden Versuchsprotokoll werden wir statt des Abstands zwischen Linse L_3 und Schirm den Abstand zwischen Gitter und Schirm für die Bestimmung des Winkels α benutzen. Würde man letzteren Abstand in seinen geometrischen Überlegungen benutzen, so käme man auf einen Winkel α' , der, wie in Abbildung 1 dargestellt, nicht im Gitter, sondern in der Linse ansetzen würde. Daher wäre die im folgenden oft benutzte Gleichung (1) nicht verwendbar gewesen, da diese von einem anderen Winkel ausgeht. Diese Überlegung wurde gegenüber dem stellvertretenden Assistenten geäußert und von diesem mit der Anweisung, diese in das Protokoll einfließen zu lassen, wohlwollend – wenn auch mit leichter Unsicherheit – bestätigt.

Den Parallelstrahlengang richteten wir aus, indem wir die Kollimatorlinse L_2 mit der Brennweite $f_1 = 100 \text{ mm}$ einsetzten und ihre Position zum Spalt so ausrichteten, dass hinter der Linse ein kollimiertes Strahlenbündel entstand.

Zur Feinjustage setzten wir die Linse L_3 mit der Brennweite $f_1 = 800 \text{ mm}$ und das Gitter ein und variierten die Position der Bauelemente so, dass wir ein scharfes Spaltbild erhielten.

Anschließend stellten wir die Spaltbreite so ein, dass wir möglichst schma-

le aber noch gut erkennbare Spektrallinien erhielten.

3.2 Durchführung

Nun maßen wir für zwei verschiedene Gitter mit unterschiedlichen Gitterkonstanten jeweils den Abstand der beiden Beugungsbilder der selben Beugungsordnung von der optischen Achse. Zusätzlich protokollierten wir den Abstand zwischen dem Schirm und der dritten Linse, sowie zwischen Linse drei und dem Gitter.

Zur Untersuchung der Beugungsordnungen dokumentierten wir für das Gitter mit der größeren Gitterkonstanten für möglichst viele Ordnungen von einer scharf erkennbaren Linie wieder den Abstand der Beugungsbilder zur optischen Achse.

Für das Gitter mit der kleineren Gitterkonstanten bestimmten wir die Winkel für die unbekanntenen Hg-Linien, indem wir auch hier den Abstand der Beugungsbilder zur optischen Achse festhielten.

4 Messung

4.1 Messungen zur Bestimmung der Gitterkonstanten g_1

Um später die Gitterkonstanten der beiden verwendeten Gitter zu bestimmen, maßen wir für die vier gut erkennbaren Linien auf dem Schirm jeweils den Abstand der ersten Ordnungen der Beugungsbilder rechts und links zum Intensitätsmaximum nullter Ordnung. Das ergab die Werte aus Tabelle 2.

Farbe	d_1 in cm	d_2 in cm
Lila	$25,8 \pm 0,1$	$25,7 \pm 0,1$
Grün	$33,70 \pm 0,05$	$33,40 \pm 0,05$
Orange 1	$36,10 \pm 0,05$	$35,70 \pm 0,05$
Orange 2	$36,30 \pm 0,05$	$35,90 \pm 0,05$

Tabelle 2: Abstände d_1 und d_2 rechts und links zum Intensitätsmaximum

Die Fehler schätzten wir auf Basis der Ablesungenauigkeit ab. Die einzelnen Linien waren nämlich teilweise sehr breit, aber das war je nach Linie unterschiedlich. Den Abstand zwischen der dritten Linse L_3 und dem Schirm bestimmten wir, indem wir die Position der Linse (wir maßen am rechten Ende der Linse), sowie des Schirmes auf der optischen Bank bestimmten. Wieder wegen der Ablesungenauigkeiten schätzten wir den Fehler der gemessenen Positionen auf $\pm 0,02$ cm ab. Die Position des Schirmes betrug damit $x_S = (110,00 \pm 0,02)$ cm und die der Linse $x_{L_3} = (44,00 \pm 0,02)$ cm. Der Abstand zwischen Gitter und der dritten Linse war nicht veränderbar und

betrug in allen Versuchsteilen $\delta x = (3,65 \pm 0,03)$ cm, wobei wir den Fehler hier auf Grundlage der Ablesegenauigkeit vom Maßband abgeschätzt haben.

4.2 Messungen zur Bestimmung der Gitterkonstanten g_2

Auf die selbe Weise, wie die Messungen zur Bestimmung der Gitterkonstanten g_2 erhielten wir für die Bestimmung der Gitterkonstanten g_2 die Werte aus Tabelle 3. Der Unterschied zur vorherigen Messung ist allerdings, dass wir nun nicht mehr zwei, sondern nur noch eine orangene Linie erkennen konnten.

Farbe	d_1 in cm	d_2 in cm
Orange	$7,50 \pm 0,05$	$7,60 \pm 0,05$
Lila	$6,00 \pm 0,03$	$6,00 \pm 0,03$
Grün	$7,30 \pm 0,03$	$7,30 \pm 0,03$

Tabelle 3: Abstände d_1 und d_2 rechts und links zum Intensitätsmaximum

Die Position des Schirmes betrug hier $(121,50 \pm 0,02)$ cm und die der Linse $(74,80 \pm 0,02)$ cm.

4.3 Messung der Beugungsordnungen

Für das Gitter G_2 bestimmten wir für möglichst viele Beugungsordnungen (wir konnten vier erkennen) von einer scharf erkennbaren Linie die Abstände zum Intensitätsmaximum. Das ergab die Werte aus Tabelle 4. Wir entschieden uns dafür, die grüne Linie zu untersuchen, weil das die am deutlichsten erkennbare Linie war.

Ordnung	d_1 in cm	d_2 in cm
1	$3,10 \pm 0,03$	$3,10 \pm 0,03$
2	$6,34 \pm 0,03$	$6,32 \pm 0,03$
3	$9,62 \pm 0,03$	$9,59 \pm 0,03$
4	$13,08 \pm 0,03$	$13,01 \pm 0,03$

Tabelle 4: Abstände verschiedener Ordnungen d_1 und d_2 rechts und links zum Intensitätsmaximum

Die Position des Schirmes betrug hier $(74,80 \pm 0,02)$ cm und die der Linse $(35,20 \pm 0,02)$ cm.

4.4 Messung unbekannter Linien

Die Messung zur Bestimmung der Wellenlänge unbekannter Linien verlief prinzipiell so wie die Messung, die in Abschnitt 4.1 beschrieben wurde, ab. Zunächst platzierten wir den Schirm bei $x_S = (87,00 \pm 0,05)$ cm, das rechte Ende der Linse bei $x_{L_3} = (44,00 \pm 0,02)$ cm auf der optischen Schiene. Danach maßen wir die Positionen d_1, d_2 zweier verschiedener Spektrallinien, von denen eine einen bläulichen, die andere einen türkisen Farbton aufwies. Da beide Linien nur mit Mühe erkennbar waren und zusätzlich stark in die Breite gingen, schätzten wir die Unsicherheiten auf die Positionen auf dem Schirm mit $s_{d_1} = s_{d_2} = 0,15$ cm (nach Rundung: 0,2 cm) höher als Unsicherheiten zuvor gemessener Linien ab. Die Messdaten sind in Tabelle 5 abgebildet.

Linienfarbe	d_1 in cm	d_2 in cm
Blau	$5,8 \pm 0,2$	$15,7 \pm 0,2$
Türkis	$19,8 \pm 0,2$	$19,6 \pm 0,2$

Tabelle 5: Abstände d_1, d_2 einer Linie zum Intensitätsmaximum in der Mitte des Schirms

5 Auswertung

5.1 Bestimmung der Gitterkonstanten g_1

Zur Bestimmung der Gitterkonstanten haben wir zuerst aus der Differenz der Position des Schirmes $x_S = (110,00 \pm 0,02)$ cm und die der Linse $x_{L_3} = (44,00 \pm 0,02)$ cm berechnet, wobei wir zusätzlich den Abstand des Gitters zur Linse $\delta x = (3,65 \pm 0,03)$ cm nach Aussage des stellvertretenden Assistenten zu bedenken haben:

$$x = x_S - x_{L_3} + \delta x = 69,95 \text{ cm} \quad (2)$$

Die Unsicherheit auf diese Messgröße berechnet sich mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung als

$$s_x = \sqrt{s_{x_S}^2 + s_{x_{L_3}}^2 + s_{\delta x}^2} \quad (3)$$

Für die einzelnen Wellenlängen ist nun aus den Abständen der Nebenmaxima d_1, d_2 der mittlere Abstand d folgendermaßen bestimmen:

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (4)$$

Die Unsicherheit auf d beträgt nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung:

$$s_d = \frac{1}{2} \sqrt{s_{d_1}^2 + s_{d_2}^2} \quad (5)$$

Aus dem Zusammenhang

$$\tan \alpha = \frac{d}{x} \quad (6)$$

können wir den Winkel α , unter dem das Maximum auftritt, berechnen. Für den Fehler des Winkels genügt laut der Versuchsanleitung [2] für die Gaußsche Fehlerfortpflanzung die Abschätzung $\alpha = d/x$, sodass sich der Fehler auf α mit

$$s_\alpha = \sqrt{\left(\frac{s_d}{x}\right)^2 + \left(\frac{d}{x^2}s_d\right)^2} \quad (7)$$

berechnen lässt. Daraus folgten unsere Ergebnisse in Tabelle 6. Zusätzlich eingetragen ist in der Tabelle die Wellenlänge des jeweils beobachteten Lichts, die sich dem Versuchskonvolut [2] entnehmen ließen. Aus diesem Grund sind die Wellenlängen auch ohne Unsicherheiten angegeben und werden auch im Folgenden als exakt, bzw. vernachlässigbar groß, angenommen.

Farbe	λ in nm	d_1 in cm	d_2 in cm	$2d$ in cm	α in rad
Lila	435,8	25,8 \pm 0,1	25,7 \pm 0,1	51,50 \pm 0,14	0,3541 \pm 0,0020
Grün	546,1	33,70 \pm 0,05	33,40 \pm 0,05	67,10 \pm 0,07	0,4489 \pm 0,0011
Orange 1	577,0	36,10 \pm 0,05	35,90 \pm 0,05	72,00 \pm 0,07	0,4771 \pm 0,0011
Orange 2	579,1	36,30 \pm 0,05	35,70 \pm 0,05	72,00 \pm 0,07	0,4771 \pm 0,0011

Tabelle 6: Berechnung von des Abstandes $2d$ zwischen zwei Hauptmaxima 1. Ordnung und des zugehörigen Winkels α

Nun tragen wir den Sinus der Winkel $\sin \alpha$ in Abhängigkeit von der angegebenen Wellenlänge in einem Diagramm auf. Für die Unsicherheiten auf den Sinus der Winkel verwenden wir die angegebene Kleinwinkelnäherung

$$s_{\sin \alpha} \approx s_\alpha, \quad (8)$$

wobei wir die Unsicherheit auf α aus der Tabelle übernehmen können. Das Diagramm selbst ist in Abbildung 2 gezeigt. Mit den auf α angegebenen Unsicherheiten führen wir eine gewichtete lineare Regression der Form

$$\sin[\alpha(\lambda)] = \aleph \cdot \lambda + \beth \quad (9)$$

durch. Die Fehler auf λ sind dabei – wie bereits erwähnt – guten Gewissens vernachlässigbar. Die Regression der vier Datentupel ergibt

$$\begin{aligned} \aleph &= (7,9030 \pm 0,0765) \cdot 10^5 \frac{1}{\text{m}}, \\ \beth &= (2,366\,97 \pm 4,275\,45) \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (10)$$

Für die weitere Auswertung vernachlässigen wir den Einfluss von \beth in der durchgeführten Regression. Nach Gleichung (9) beschreibt \aleph gerade die Li-

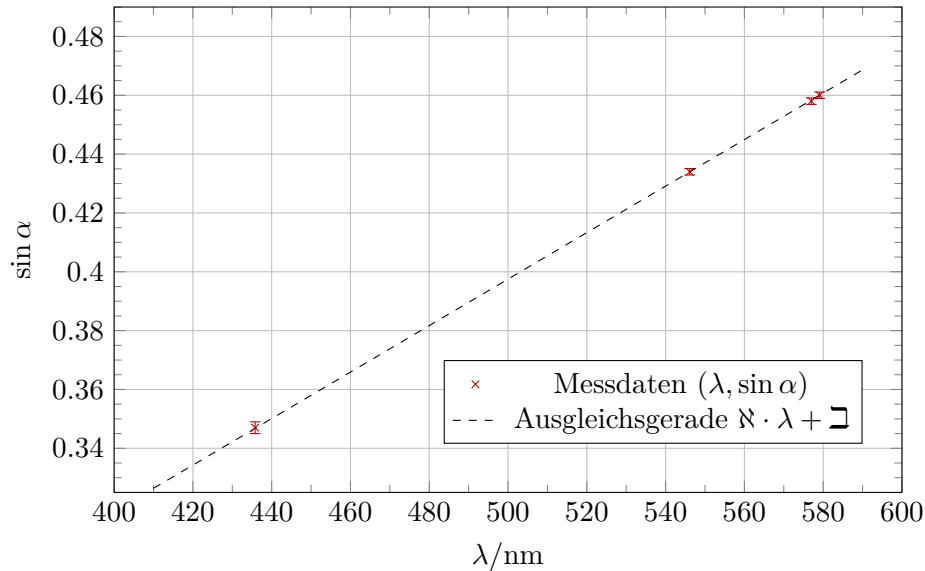


Abbildung 2: Winkel α in Abhängigkeit von der jeweiligen Wellenlänge λ

niendichte des Gitters. Die Gitterkonstante g_1 erhalten wir daher durch Bildung des Kehrwerts von N , i. e.

$$g_1 = \frac{1}{N} = 1,27 \cdot 10^{-6} \text{ m.} \quad (11)$$

Die Unsicherheit auf diesen Wert lässt sich mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnen:

$$s_{g_1} = \frac{s_N}{N^2} = 1,22 \cdot 10^{-8} \text{ m} \quad (12)$$

Damit erhalten wir für die Gitterkonstante $g_1 = (1,27 \pm 0,01) \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

5.2 Bestimmung der Gitterkonstanten g_2

Zur Bestimmung der Gitterkonstanten berechnen wir zuerst aus der Differenz der Position des Schirmes x_S und der der Linse x_{L_3} den Abstand zwischen Gitter und Schirm x unter Benutzung der Distanz δx zwischen Linse und Gitter mitsamt Fehler analog zu Gleichungen (2) und (3) und erhalten:

$$x = (92,76 \pm 0,04) \text{ cm} \quad (13)$$

Vollkommen analog zu Abschnitt 5.1 bestimmen wir aus den Messdaten in Tabelle 3 mit Gleichungen (4) und (5) den mittleren Abstand d zwischen Haupt- und Nebenmaximum, sowie den Winkel α nach Gleichung (6) mitsamt Fehler (vgl. Gleichung (7)) berechnen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7

zusammen mit der jeweiligen Wellenlänge, die dem Versuchsheft zu entnehmen war¹, angegeben.

Farbe	λ in nm	d_1 in cm	d_2 in cm	d in cm	α in rad
Lila	435,8	$6,00 \pm 0,03$	$6,00 \pm 0,03$	$6,00 \pm 0,02$	$0,0645 \pm 0,0002$
Grün	546,1	$7,30 \pm 0,03$	$7,30 \pm 0,03$	$7,30 \pm 0,02$	$0,0784 \pm 0,0002$
Orange	578,1	$7,50 \pm 0,05$	$7,60 \pm 0,05$	$7,55 \pm 0,04$	$0,0811 \pm 0,0004$

Tabelle 7: Berechnung des Abstandes d zwischen Schirmmitte und Maximum 1. Ordnung und des zugehörigen Winkels α

Ausgehend von den Winkeln in Tabelle 7 kann nun – wie schon bereits in Abschnitt 5.1 getan – der Sinus des Winkels α auf die Wellenlänge des Lichts aufgetragen werden. Ebenso ist eine lineare Regression durchzuführen, die die in Gleichung (9) dargestellte Form hat. Die dadurch entstandene Ausgleichsgerade sowie die Messpaare sind in Abb. 3 angegeben. Die Regression liefert für die Parameter

$$\begin{aligned} \aleph &= (1,272\,94 \pm 0,019\,55) \cdot 10^5 \frac{1}{\text{m}}, \\ \beth &= (1,341\,94 \pm 1,008\,74) \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (14)$$

Mit den so erhaltenen Regressionsparametern \aleph, \beth können wir analog zu Gleichung (11), bzw. Gleichung (12), die Gitterkonstante g_2 , bzw. die Unsicherheit auf diese, berechnen. Wir erhalten

$$g_2 = (8,53 \pm 0,14) \frac{1}{\text{m}}. \quad (15)$$

5.3 Beugungsordnungen

Genauso wie in der Auswertung zur Bestimmung der Gitterkonstanten g_1 und g_2 in Abschnitt 5.1 und 5.2 haben wir jetzt wieder den Abstand d zwischen Maximum und Schirmmitte sowie den Winkel α , unter denen das Maximum auftritt, berechnet. Dies geschah unter Benutzung von Gleichungen (4) bis (7). Für den Abstand x zwischen Gitter und Schirm verwendeten wir dabei

$$x = (43,25 \pm 0,04) \text{ cm}, \quad (16)$$

was sich unter Verwendung der Schirmposition $x_S = (74,80 \pm 0,02) \text{ cm}$, der Linsenposition $x_{L_3} = (35,20 \pm 0,02) \text{ cm}$, sowie $\delta x = 3,56 \text{ cm}$ mithilfe von Gleichungen (2) und (3) ausrechnen lässt. Die Ergebnisse all dieser Berechnungen befinden sich in Tabelle 8.

¹Da sich bei uns beide orangefarbenen Farblinien vermischt haben, ist in dieser Tabellenzeile für λ auch der Mittelwert beider gelb-orangen Wellenlängen vermerkt.

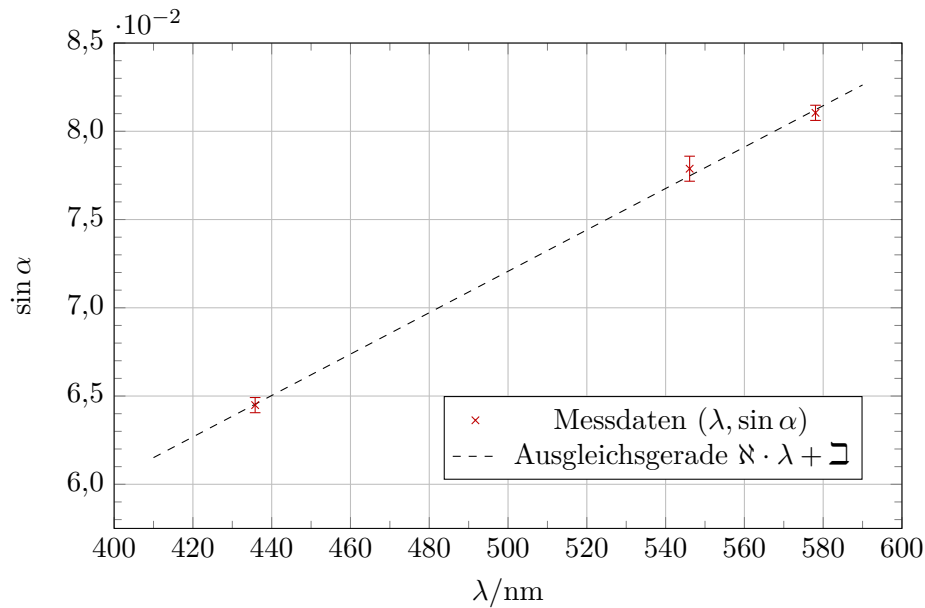


Abbildung 3: Winkel α aus Tabelle 3 in Abhängigkeit von der jeweiligen Wellenlänge λ

Ordnung	d_1 in cm	d_2 in cm	d in cm	α in rad
1	$3,10 \pm 0,03$	$3,10 \pm 0,03$	$3,10 \pm 0,02$	$0,0717 \pm 0,0005$
2	$6,34 \pm 0,03$	$6,32 \pm 0,03$	$6,33 \pm 0,02$	$0,1457 \pm 0,0005$
3	$9,62 \pm 0,03$	$9,59 \pm 0,03$	$9,61 \pm 0,02$	$0,2191 \pm 0,0005$
4	$13,08 \pm 0,03$	$13,01 \pm 0,03$	$13,04 \pm 0,02$	$0,2936 \pm 0,0005$

Tabelle 8: Berechnung des Abstandes d zwischen zwei Hauptmaxima des zugehörigen Winkels α für verschiedene Ordnungen

Von den Winkeln aus Tabelle 8 ist der Sinus zu bilden, wobei wir den Fehler mit der Abschätzung $s_{\sin \alpha} \approx s_{\alpha}$ aus dem Fehler für α erhalten. Der Sinus ist auf die Ordnung k aufzutragen und eine lineare Regression der Form

$$\sin[\alpha(k)] = \aleph \cdot k + \beth \quad (17)$$

durchzuführen. Die so entstandene Ausgleichsgerade ist in Abb. 4 zusammen mit den Messdaten eingezeichnet. Die Regression liefert für die Regressionsparameter

$$\begin{aligned} \aleph &= (7,25583 \pm 0,02288) \cdot 10^{-2}, \\ \beth &= (-4,87068 \pm 6,13784) \cdot 10^{-4}. \end{aligned} \quad (18)$$

Der Vergleich von Gleichungen (1) und (17) liefert uns den Zusammenhang

$$g_2 = \frac{\lambda}{\aleph}, \quad (19)$$

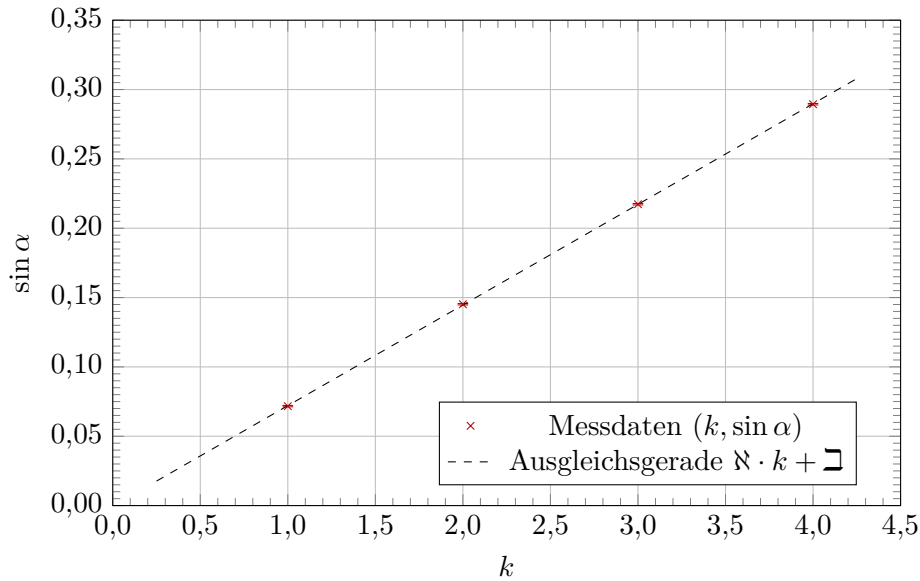


Abbildung 4: Messwerte $\sin \alpha$ aufgetragen auf die zugehörige Ordnung k

wobei wir den Parameter B als nicht beitragend angesehen haben. Da wir für die Untersuchung der Maxima grünes Licht mit einer als exakt angenommenen Wellenlänge von $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ verwendeten, lässt sich g_2 so berechnen:

$$g_2 = 7,53 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad (20)$$

Da λ – wie bereits schon erwähnt – als exakt angenommen werden kann, berechnet sich die Unsicherheit auf g_2 nach

$$s_{g_2} = \frac{\lambda}{N^2} s_N = 2,37 \cdot 10^{-8} \text{ m}. \quad (21)$$

Für die Gitterkonstante erhalten wir also $g_2 = (7,53 \pm 0,02) \text{ m}$. Die Liniendichte lässt sich aus der Bildung des Kehrwerts ausrechnen:

$$\frac{1}{g_2} = 1,33 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{m}} \quad (22)$$

Die Unsicherheit auf die Liniendichte beträgt

$$s_{\frac{1}{g_2}} = \frac{s_{g_2}}{g_2^2} = 4,18 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{m}}, \quad (23)$$

sodass wir aus dieser Messreihe für die Liniendichte $\frac{1}{g_2} = (1,33 \pm 0,04) \cdot 10^5 \frac{1}{\text{m}}$ erhalten.

Schließlich soll in einer maßstabgetreuen Darstellung die Überlagerung von Spektren höherer Ordnung visualisiert werden. Als Basis des Spektrum

sollen 400 nm bis 750 nm verwendet werden. Um das Spektrum über den Schirm darstellen zu können, muss überlegt werden, wo die Maxima jeder Ordnung auf den Schirm fallen. Wir machen uns an dieser Stelle die Sache etwas einfacher und überlegen uns die *Endpunkte* des Spektrums, d. h. die Orte der Maxima der spezifischen Wellenlängen 400 nm und 750 nm. Berechnen wir Gleichung (1) mit Gleichung (6), so lässt sich eine Formel für die Position $d_k(\lambda)$ des k -ten Maximums der Wellenlänge λ herleiten:

$$d = x \cdot \tan \left[\arcsin \left(\frac{k\lambda}{g} \right) \right] \quad (24)$$

Dabei sind x und g – wie oben bereits definiert – der Abstand zwischen Schirm und Gitter, bzw. die Gitterkonstante. Für die Darstellung verwenden wir x aus Gleichung (16) und g aus Gleichung (20)². Nun lassen sich für Licht der Wellenlänge 400 nm und 750 nm die Maxima für die Ordnung k berechnen. Für $k \in \{1, \dots, 6\}$ ist dies in Tabelle 9 berechnet worden. Die so erhaltenen Endwerte lassen sich dann in einem Diagramm auftragen, was in Abb. 5 getan wurde.

Ordnung	$d_k(400 \text{ nm})$ in cm	$d_k(750 \text{ nm})$ in cm
1	2,30	4,32
2	4,61	8,77
3	6,97	13,51
4	9,39	18,75
5	11,89	24,79
6	14,51	32,18

Tabelle 9: Positionen der Schirmmaxima von Licht der Wellenlänge 400 nm und 750 nm für verschiedene Ordnungen k

5.4 Unbekannte Wellenlängen

Nun sind die Daten in Abschnitt 4.4 auszuwerten. Analog zu Gleichungen (2) und (3) lässt sich der Abstand x zwischen Gitter und Schirm mitsamt Unsicherheit auf $x = (46,54 \pm 0,03)$ cm bestimmen. Der mittlere Abstand d der Nebenmaxima vom Hauptmaximum berechnet sich ebenso analog zu Gleichungen (4) und (5). Den Winkel α erhalten wir ebenfalls durch

$$\alpha = \arctan \frac{d}{x}, \quad (25)$$

²Natürlich ließe sich an dieser Stelle für g_2 auch der gewichtete Mittelwert aus unseren beiden Ergebnissen für die Gitterkonstante verwenden. Da die hier angestellten Überlegungen allerdings eher qualitativer Natur sind – es wird ja auch keine Fehlerrechnung durchgeführt – wird darauf verzichtet.

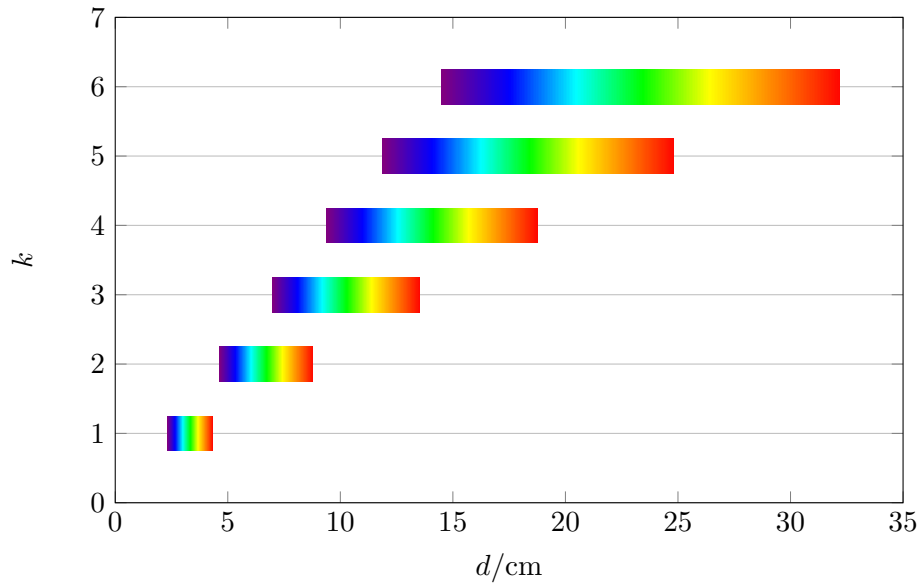


Abbildung 5: Etwaige Spektrenposition auf einem Schirm

Farblinie	d in cm	α in rad	λ in nm
Blau	$10,75 \pm 0,11$	$0,2270 \pm 0,0023$	$284,77 \pm 3,99$
Türkis	$19,70 \pm 0,11$	$0,4004 \pm 0,0023$	$493,24 \pm 5,59$

Tabelle 10: Wellenlängen sowie Hilfsgrößen der beiden unbekanntenen Farblinien

wobei sich die Unsicherheit auf α nach Gleichung (7) bestimmen lässt. Nun lässt sich unter der Annahme erster Ordnung – d. h. $k = 1$ in Gleichung (1) – die der jeweiligen Farblinie zugehörige Wellenlänge λ berechnen. Dafür benutzen wir die Gitterkonstante $g_1 = (1,27 \pm 0,10) \cdot 10^{-6}$ m, die wir in Abschnitt 5.1 bestimmt haben. Für beide Farblinien rechnen wir also

$$\lambda = g_1 \cdot \sin \alpha, \quad (26)$$

worauf sich selbstverständlich eine Unsicherheit über Gaußsche Fehlerfortpflanzung angeben lässt:

$$s_\lambda = \sqrt{(s_{g_1} \sin \alpha)^2 + (g_1 s_\alpha)^2} \quad (27)$$

Dabei haben wir die Näherung $s_{\sin \alpha} \approx s_\alpha$ benutzt. Die Wellenlängen, sowie sonstige bei der Berechnung relevante Größen, sind in Tabelle 10 angegeben.

6 Diskussion

6.1 Bestimmung der Gitterkonstanten g_1 und g_2

Mit unseren Messergebnissen und den darauffolgenden Berechnungen des Winkels α sowie des Abstandes d konnten wir eine lineare Regression durchführen. Daraus erhielten wir einen linearen Zusammenhang zwischen $\sin \alpha$ und λ . Die Steigung dieser Geraden entspricht wegen Gleichung (1) dem Reziproken der verwendeten Gitterkonstanten. Auch wegen des Zusammenhangs in Gleichung (1) erwarten wir theoretisch eine Ursprungsgerade. Diese ist im Rahmen der Unsicherheiten und des vernachlässigbar kleinen Wertes von ϖ (vgl. Gleichungen (10) und (14)) gegeben. Wir erhielten für die Gitter G_1 und G_2 die Konstanten:

$$\begin{aligned} g_1 &= (1,27 \pm 0,01) \mu\text{m} \\ g_2 &= (8,53 \pm 0,14) \mu\text{m} \end{aligned} \tag{28}$$

In den Versuchsangaben waren die Liniendichten der verwendeten Gitter mit 830 und 140 Linien/mm gegeben. Aus diesen Liniendichten folgen theoretische Gitterkonstanten von

$$\begin{aligned} g_1 &= 1,21 \mu\text{m} \\ g_2 &= 7,14 \mu\text{m}. \end{aligned} \tag{29}$$

Die experimentellen Gitterkonstanten sind offensichtlich größer als die nominellen Werte und stimmen im Rahmen der statistischen Unsicherheiten so nicht mehr mit den gegebenen Konstanten überein: Die Gitterkonstante des ersten Gitters liegt in einer 6σ -Umgebung vom bestimmten Wert, während die Gitterkonstante des zweiten Gitters zehn Standardunsicherheiten (10σ) vom Messwert liegt.

Der Grund dafür kann sein, dass die tatsächlichen Unsicherheiten unserer Messergebnisse deutlich höher sein könnten als der allein aus der Streuung der Messpunkte statistische Fehler. Es kann aber auf einen systematischen Messfehler z. B., dass wir die Abstände auf dem Schirm nicht immer genau in den Linienmitten messen konnten oder die Berechnung von x inklusive des Abstandes zwischen Linse und Gitter laut Antwort unseres Assistenten auf unsere Frage, wie x korrekt berechnet wird, doch nicht richtig war, und man stattdessen den Abstand zwischen Gitter und Linse δx auch vernachlässigen hätte sollen, zurückzuführen sein. Generell ist eine lineare Regression mit wenigen Messpunkten ebenso keine genau Methode zur Bestimmung der Gitterkonstanten. Vor diesem Hintergrund erscheint uns die experimentell bestimmte Gitterkonstante durchaus akzeptabel, wenn auch die Unsicherheiten zu gering geschätzt wurden.

6.2 Beugungsordnungen

Aus den Untersuchungen der Beugungsordnungen von vier Ordnungen der grünen Spektrallinie konnten wir wieder durch eine lineare Regression die Gitterkonstante g_2 bestimmen. Wir erhielten hier:

$$g_2 = (7,53 \pm 0,02) \mu\text{m}. \quad (30)$$

Dieser Wert im Rahmen seiner Unsicherheit nicht mit dem im Versuchsheft [2] angegebenen Wert für die Gitterkonstante $g_2 = 7,14 \mu\text{m}$ überein, sondern befindet sich in einer 20σ -Umgebung von diesem.

Die Ursachen dafür sind die oben bereits genannten Gründe, die zu einer fehlerhaften Berechnung der Gitterkonstanten geführt haben können.

Die aus den Beugungsordnungen bestimmte Gitterkonstante stimmt im Rahmen der Unsicherheiten auch nicht mit der im ersten Versuchsteil bestimmten Gitterkonstanten $(8,53 \pm 0,14) \mu\text{m}$ für das Gitter G_2 überein. Die Abweichungen beider Werte voneinander betragen 8σ , bzw. 50σ bezüglich des anderen Messwertes. Da die angegebenen Fehler unverhältnismäßig klein sind, ist eine Übereinstimmung der Werte so nicht zu erreichen. Relativ sicher wurden hier Ableseungenauigkeiten von uns unterschätzt.

Es ist auch auffällig, dass der aus den Beugungsordnungen bestimmte Wert für die Gitterkonstante viel näher an dem erwarteten Wert liegt, als der aus den Messungen der ersten Ordnung bestimmte Wert. Daraus können wir schließen, dass eine Messung von einer Spektrallinie, die gut erkennbar ist, über mehrere Ordnungen hinweg ein genaueres Ergebnis liefert, als wenn man die Gitterkonstante nur aus den ersten Ordnungen von mehreren Spektrallinien, die teilweise auch nicht richtig scharf zu erkennen sind, berechnet. Auffällig ist aber, dass beide berechneten Werte systematisch über dem theoretisch erwarteten Wert der Gitterkonstanten g_2 liegen. Ursachen dafür sind wieder, dass wir die Abstände auf dem Schirm nicht immer genau in den Linienmitten messen konnten oder die Berechnung von x inklusive des Abstandes zwischen Linse und Gitter nicht richtig war.

Zudem ist noch anzumerken, dass wir in beiden Messungen nicht viele Messpunkte aufnehmen konnten, weshalb eine lineare Regression keine sehr vertrauensvolle Methode ist, um daraus die Gitterkonstante zu bestimmen. Bei der Berechnung der Gitterkonstanten aus den Beugungsordnungen konnten wir allerdings mehr Punkte als bei der Messung der Spektrallinien erster Ordnung aufnehmen, was auch dafür spricht, dass die Bestimmung der Gitterkonstanten aus den Beugungsordnungen einer scharf erkennbaren Spektrallinie ein genaueres Verfahren zur Bestimmung der Gitterkonstanten ist.

6.3 Überlappung der Spektren

Aus Abb. 5 können wir gut erkennen, dass sich wie erwartet, die benachbarten Spektren höherer Ordnungen überlappen. Dies haben wir am Spektrum

des sichtbaren Lichts illustriert. Anhang der berechneten Grenzwerte der Beugung des Spektrums des sichtbaren Lichts am untersuchten Gitter G_2 konnten wir nämlich jeweils den gesamten Bereich, in dem die Spektren höherer Ordnung auftreten, skizzieren. In dem Diagramm Abb. 5, in dem wir die Spektren aufgetragen haben, erkennt man deutlich, dass sich bei der von uns verwendeten Konfiguration bereits die Spektren zweiter und dritter Ordnung überlappen. Damit überlagern sich ab diesen Ordnungen auch die Spektren höherer Ordnungen.

6.4 Bestimmung unbekannter Linien

Wir nahmen wahr, dass wir auf dem Schirm noch zwei zusätzliche Linien erkennen konnten, zu denen die Wellenlänge nicht angegeben war. Aus der berechneten Gitterkonstante vom ersten Gitter konnten wir die unbekanntenen Wellenlängen

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{blau}} &= (284,77 \pm 3,99) \text{ nm} \\ \lambda_{\text{türkis}} &= (493,24 \pm 5,59) \text{ nm}\end{aligned}\tag{31}$$

bestimmen.

Vergleicht man diese mit den theoretischen Hauptlinien einer Quecksilberdampfampe, welche Wellenlängen im sichtbaren Bereich von 404,66 nm, 407,78 nm, 435,83 nm, 491,60 nm, 546,07 nm, 576,96 nm, 579,07 nm, und 614,95 nm [1], fällt auf, dass sich nur die türkise Wellenlänge $\lambda_{\text{türkis}}$ innerhalb der statistischen Unsicherheit der Wellenlänge 491,6 nm zuordnen lässt. Die Beobachtung der blauen Wellenlänge stellt für sich ein interessantes Ergebnis dar, da diese außerhalb des sichtbaren Spektrums liegt und daher mit bloßem Auge eigentlich nicht erkennbar ist. Blicken wir auf die Literaturwerte für ultraviolettes Licht [1], so finden wir mit 280,4 nm eine Übereinstimmung zu λ_{blau} im fernen UV-C-Bereich. Dieses Ergebnis ist aus unserer Sicht allerdings mit Vorsicht zu behandeln, da man diese Wellenlänge mit bloßem Auge eigentlich nicht wahrnehmen sollen könnte.

Möglicherweise ließe sich dieses Ergebnis auch auf Störeffekte, wie z. B. Einflüsse durch fremde Lichtquellen zurückführen.

A Anhang

20.03.19
Diez
Ramerz

Versuch 76: Beugung am Gitter

G1

2.) Aufbau

L_3 Schirm
 $44,0 \text{ cm} \pm 0,2$ $110 \text{ cm} \pm 0,2$

	$d_1 [\text{cm}]$	$d_2 [\text{cm}]$	
blau	$25,8$	$25,7$	breite Linien
blau	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$	
grün	$33,70$	$33,40$	
	$\pm 0,05$	$\pm 0,05$	
orange 1	$36,10$	$35,90$	
	$\pm 0,05$	$\pm 0,05$	
orange 2	$36,30$	$35,70$	
	$\pm 0,05$	$\pm 0,05$	

4.) blau $15,8$ $\pm 0,15$ $15,7$ $\pm 0,15$ $L_{\text{linse}} = 44 \text{ cm}$ $\text{Schirm} = 87,0 \text{ cm} \pm 0,2$
 grün 2 $19,8$ $\pm 0,15$ $19,8$ $\pm 0,15$ schwach erkennbar
 türkis $19,15$ $\pm 0,15$ $19,15$ $\pm 0,15$

G2

2.)

	$d_1 [\text{cm}]$	$d_2 [\text{cm}]$	
orange	$7,55$	$7,60$	etwas unschärfer
blau	$\pm 0,05$	$\pm 0,05$	
grün	$6,00$	$6,00$	$L_3 = 32,3 \pm 0,02 \text{ cm}$ $\text{Schirm} = 121,5 \text{ cm} \pm 0,02$
blau	$\pm 0,03$	$\pm 0,03$	
orange	$7,30$	$7,30$	nur eine orangene erkennbar
grün	$\pm 0,03$	$\pm 0,03$	

3.) scharfe Linie grün

k	$d_1 [\text{cm}]$	$d_2 [\text{cm}]$	
1	$3,1 \pm 0,03$	$3,6 \pm 0,03$	$\text{Linse} = 35,2 \text{ cm} \pm 0,02$ $\text{Schirm} = 74,8 \text{ cm} \pm 0,02$
2	$6,39 \pm 0,03$	$6,32 \pm 0,03$	
3	$9,62 \pm 0,03$	$9,59 \pm 0,03$	
4	$13,08 \pm 0,03$	$13,01 \pm 0,03$	

Abstand $L_3 \leftrightarrow$ Gitter $365 \pm 0,03 \text{ cm}$

20.03.2019
T. Witzel

Literatur

- [1] o.V.: *Quecksilberdampf Lampe* — *Wikipedia, die freie Enzyklopädie*. <https://de.wikipedia.org/wiki/Quecksilberdampf Lampe>, 2018. – [Online; aufgerufen 20. März 2019]
- [2] o.V.: *Versuchsanleitungen zum Physikkabor für Anfänger*innen, Teil 2*. 2019