

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER*INNEN, TEIL 1
SOMMERSEMESTER 2021

VERSUCH 75 AM 11.10.2021

Strahlengang im Mikroskop

Gruppe 213:
12.10.2021

Assistent:

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	2
2 Aufbau und Durchführung	2
2.1 Aufbau des Mikroskops	2
2.2 Durchführung verschiedener Messungen	3
3 Auswertung und Fehleranalyse	4
3.1 Untersuchung der Eigenschaften der Blenden	4
3.2 Bestimmung des Abbildungsmaßstabs und der Brennweite des Objektivs	4
3.3 Bestimmung der Gesamtvergrößerung, der Okularvergrößerung und der Brennweite des Okulars	5
3.4 Untersuchung der Auflösung des Mikroskops	6
4 Diskussion der Ergebnisse	10
4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse	10
4.2 Vergleich mit Literaturwerten	10
4.3 Fehlerdiskussion	11
4.4 Verbesserte Messmethoden	11
5 Literatur	13
6 Anhang	14
6.1 Tabellen und Grafiken	14
6.2 Laborbuch	16
6.3 Tabellenverzeichnis	19
6.4 Abbildungsverzeichnis	19

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll der Strahlengang in einem selbstgebauten Mikroskop analysiert werden. Es werden die Vergrößerungen und Brennweiten der einzelnen Bauteile und die Auflösung des Mikroskops untersucht. Diese Größen sollen den angegebenen und den aus der Geometrie berechneten Vergleichsgrößen gegenübergestellt werden.

2 Aufbau und Durchführung

2.1 Aufbau des Mikroskops

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, wird der in [Abbildung 1](#) dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Dieser wird nach der Anleitung in [\[1\]](#) aufgebaut.

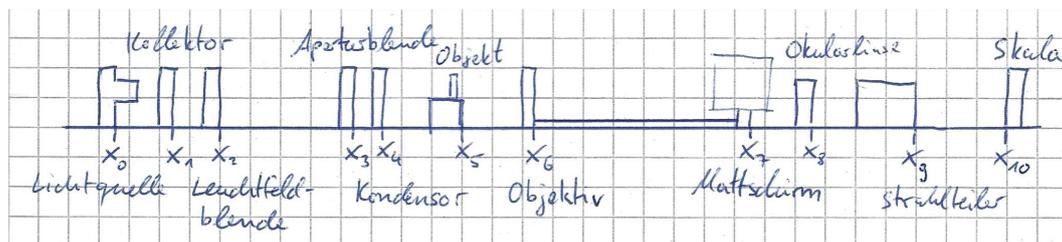


Abb. 1: Skizze des Versuchsaufbaus aus [Abbildung 3](#) mit allen Positionen der Bauteile.

Beim Aufbau wird zunächst die Lichtquelle zentriert. Als nächstes werden die Kollektorlinse und die Aperturblende an Positionen x_1 beziehungsweise x_3 so eingebaut, dass die Lichtquelle zwischen 2- und 4-fach vergrößert auf der Aperturblende abgebildet wird. Nun wird das Bild der Lichtquelle durch Verschieben der Kollektorlinse auf der Aperturblende scharf gestellt.

Anschließend wird die Leuchtfeldblende knapp hinter der Kollektorlinse in x_2 angebracht. Danach wird die Kondensatorlinse im Abstand ihrer Brennweite von der Aperturblende in x_4 positioniert. Das Licht sollte hinter der Kondensatorlinse parallel sein, was vor dem Fortfahren überprüft wird.

Im Anschluss daran wird die Halterung für das zu betrachtende Objekt an Stelle x_5 so eingebaut, dass die Lamellen der Leuchtfeldblende scharf auf den in der Halterung angebrachten Schirm abgebildet werden.

Daraufhin werden die Objektivlinse und der durch einen Stab in festem Abstand fixierte Schirm eingebaut. Ihre Positionen werden mit x_6 beziehungsweise x_7 bezeichnet. Es steht ein transparenter und ein intransparenter Mattschirm zur Verfügung. Diese werden so verschoben, dass die Umrisse der Leuchtfeldblende scharf auf dem Schirm abgebildet werden. Dann wird die Objekthalterung, in die jetzt ein Dia mit einer Mikrometerskala eingesetzt ist, verschoben, bis auch das Objekt scharf auf dem Schirm zu sehen ist.

Abschließend muss noch die Okularlinse in ihrer Position x_8 angebracht werden. Zur einfacheren Beobachtung wird direkt hinter dem Okular ein Strahlteilerwürfel an Position x_9 eingebaut. So kann das Bild von oben betrachtet werden. Die Entfernung vom Schirm wird so gewählt, dass sich der Schirm in deutlicher Sehweite vom Auge befindet. Die Maße des Würfels und ein Erfahrungswert, wie weit sich das Auge über dem Würfel befindet, werden für die Positionierung aus [\[1\]](#) genommen.

Zuletzt kann noch eine Millimeterskala eingespiegelt werden. Sie wird ebenfalls in deutlicher Sehweite vom Auge in x_{10} angebracht.

Die finalen Positionen x_i auf der optischen Bank sind in [Tabelle 2](#) zusammengestellt. Dabei wird außer an der eingespiegelten Skala die Position der rechten Kante gemessen. Da die Skala weit am Rand der optischen Bank angebracht ist, kann hier nur von der linken Kante abgelesen werden. Weil sich nicht bei allen Bauteilen die Linsen oder Blenden genau an der rechten Kante befinden, sind zum Teil noch Korrekturen $x_{0,i}$ nötig, die ebenfalls in [Tabelle 2](#) eingetragen und in [Abbildung 2](#) skizziert sind.

2.2 Durchführung verschiedener Messungen

Nach Fertigstellung des Aufbaus werden verschiedene optische Eigenschaften des Mikroskops untersucht. Zuerst werden die Öffnungsgrößen der Blenden variiert und die Veränderungen des Bildes beobachtet.

Als nächstes wird der Abbildungsmaßstab und daraus die Brennweite des Objektivs berechnet. Hierfür wird auf dem intransparenten Mattschirm die Größe des Bildes des Objektes B_{obj} gemessen und die Gegenstandsgröße G aus [\[1\]](#) genommen.

Desweiteren werden die Vergrößerung V_{ges} des Mikroskops und des Okulars V_{oku} , sowie seine Brennweite f_{oku} , bestimmt. Hierzu wird diesmal die Bildgröße B_{ges} nach der Abbildung durch das Okular mithilfe der eingespiegelten Skala gemessen. Es wird keine Messung mit dem transparenten Mattschirm durchgeführt, wie in [\[1\]](#) vorgeschlagen, da das Bild sonst zu dunkel und fast nicht erkennbar wird. Hinzu kommt, dass in der Mitte des Schirms ein kleines Loch ist, das bei einer Erhöhung der Helligkeit zu einer Blendung der Beobachtenden führt.

Zu guter Letzt wird ermittelt, welche Strukturen durch das Mikroskop noch dargestellt werden können. Hierfür wird ein Gitter als Objekt eingesetzt und es werden wieder die Bildgrößen bestimmt. Hierbei wird einmal die Zwischenbildgröße $B_{\text{Gitter}, 1}$ und die Bildgröße $B_{\text{Gitter}, 2}$ nach dem Okular gemessen. Daraus kann die Gitterkonstante g berechnet werden.

Im Anschluss daran wird ein vertikaler Spalt der Breite d im Brennpunkt des Objektivs angebracht. Der Spalt wird so lange verkleinert, bis gerade die vertikalen Striche des Gitters verschwinden. Das Objekt wird nun durch den Spalt ersetzt. Die Spaltbreite wird wieder über seine zwei Bilder $B_{\text{Spalt}, 1}$ und $B_{\text{Spalt}, 2}$ bestimmt.

Da nur analoge Skalen zur Bestimmung der Messgrößen verwendet werden, werden die Unsicherheiten durch Rechtecksverteilung mit Formeln aus [\[3\]](#) bestimmt. Je nach Bestimmung der oben erläuterten Größen treten unterschiedliche Unsicherheiten auf. Die Positionen der Bauteile werden mit einer Unsicherheit von $\Delta x = 0,3/\sqrt{6}$ cm geschätzt, da das Scharfstellen von Bildern mit dem Auge recht ungenau wahrgenommen werden kann. Die Korrekturen der Positionen zu den Linsen werden mit einem Messschieber und einer Ungenauigkeit von $\Delta x_0 = 0,01/\sqrt{6}$ cm gemessen. Das Messen der Bildgrößen hängt von der absoluten Größe und der Messmethode ab und variiert deswegen bei jeder Messung. Alle Unsicherheiten sind im Folgenden mit den Größen zusammen angegeben.

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Untersuchung der Eigenschaften der Blenden

Zunächst sollen die Eigenschaften der beiden eingebauten Blenden untersucht werden.

Da die Leuchtfeldblende nur den beleuchteten Strahlengang begrenzt, sollte im Optimalfall durch die Einstellung dieser Blende nur die Größe des Gesichtsfeldes variiert und die Helligkeit nicht beeinflusst werden, wie in [1] beschrieben ist. Durch das Beobachten verschiedener Einstellungen kann dieser Zusammenhang für den gewählten Versuchsaufbau bestätigt werden. Bei zu großer Einstellung der Leuchtfeldblende treten jedoch zusätzliche Reflexionen an der optischen Bank auf, weshalb diese Einstellung bei der Versuchsdurchführung zu vermeiden ist.

Im Gegensatz dazu führt eine Veränderung der Aperturblende im Bestfall nur zu einer Veränderung der Helligkeit des Bildes. Auch dieser Zusammenhang kann experimentell bestätigt werden. Messungen ergeben, dass bei der kleinsten Öffnung der Aperturblende im Vergleich zur größten Öffnung nur ein Unterschied in der Bildgröße von ungefähr 2 mm auf dem Schirm entsteht, was im Folgenden vernachlässigt werden kann, da diese Größenordnung fast keinen Einfluss auf die Messung hat und sich durch weitere Veränderungen des Aufbaus nur schwerlich verbessern lässt.

3.2 Bestimmung des Abbildungsmaßstabs und der Brennweite des Objektivs

Zur Berechnung des Abbildungsmaßstabs β_{obj} des Objektivs werden zunächst die Gegenstandsgröße G und die auf dem Schirm gemessene Bildgröße B_{obj} benötigt. Da es sich bei dem Objekt um eine Skala von 5 mm unterteilt durch 100 Striche handelt [1], wird vor der Messung vereinbart 30 Striche zu messen. Es ergeben sich dadurch folgende Werte:

$$G = 3,0 \text{ mm}, \quad (1)$$

$$B_{\text{obj}} = (59,0 \pm 0,4) \text{ mm}. \quad (2)$$

Der Abbildungsmaßstab β_{obj} lässt sich nun mit der folgenden Formel bestimmen. Die Unsicherheit $\Delta\beta_{\text{obj}}$ ergibt sich über Fehlerfortpflanzung [3]:

$$\beta_{\text{obj}} = \frac{B_{\text{obj}}}{G}, \quad (3)$$

$$\Delta\beta_{\text{obj}} = \frac{\Delta B_{\text{obj}}}{G}. \quad (4)$$

Es ergibt sich folgender Wert:

$$\beta_{\text{obj}} = 19,67 \pm 0,14.$$

Als nächstes soll aus dem bestimmten Abbildungsmaßstab die Brennweite des verwendeten Objektivs berechnet werden. Es wird dabei folgende Formel aus [2] verwendet, wobei x_7 die Position des Schirms mit Korrekturterm $x_{0,7}$ und x_6 die Position des Objektivs mit Korrekturterm $x_{0,6}$ ist. Die Unsicherheit wird erneut über Fehlerfortpflanzung [3] berechnet:

$$\beta_{\text{obj}} = \frac{b}{f} - 1 = \frac{x_7 + x_{0,7} - (x_6 + x_{0,6})}{f_{\text{obj}}} - 1, \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow f_{\text{obj}} = \frac{x_7 + x_{0,7} - (x_6 + x_{0,6})}{\beta_{\text{obj}} + 1}, \quad (6)$$

$$\Delta f_{\text{obj}} = \sqrt{2 \left(\frac{\Delta x_i}{\beta_{\text{obj}} + 1} \right)^2 + 2 \left(\frac{\Delta x_{0,i}}{\beta_{\text{obj}} + 1} \right)^2 + \left(\Delta\beta_{\text{obj}} \frac{x_7 + x_{0,7} - (x_6 + x_{0,6})}{(\beta_{\text{obj}} + 1)^2} \right)^2}. \quad (7)$$

Es ergibt sich folgender Wert für die Brennweite der Linse:

$$f_{\text{obj}} = (40,5 \pm 0,3) \text{ mm.}$$

3.3 Bestimmung der Gesamtvergrößerung, der Okularvergrößerung und der Brennweite des Okulars

Zur Durchführung von Messungen am Okular soll zunächst überprüft werden, ob das Okular und die angebrachte Millimeterskala tatsächlich in der deutlichen Sichtweite s_0 angebracht sind. Dazu werden die Abstände nun noch einmal nachgerechnet und die Unsicherheiten über Fehlerfortpflanzung ermittelt [3]. $x_{\text{Auge}} = (2,0 \pm 1,0) \text{ cm}$ ist der Abstand des Auges zum Strahlteiler und $x_{\text{Würfel}} = (32,50 \pm 0,04) \text{ mm}$ die halbe Breite des Strahlteilers. x_{Spiegel} ist der Abstand zwischen Mitte des Strahlteilers und des Spiegels und besitzt keinen bekannten Fehler [1]:

$$s_{0,\text{oku}} = x_{\text{Auge}} + x_{\text{Würfel}} + (x_9 + x_{0,9} - (x_7 + x_{0,7})). \quad (8)$$

Mit $x_{\text{Würfel}} = -x_{0,9}$ folgt:

$$s_{0,\text{oku}} = x_{\text{Auge}} + x_9 - x_7 - x_{0,7}, \quad (9)$$

$$\Delta s_{0,\text{oku}} = \sqrt{(\Delta x_{\text{Auge}})^2 + 2(\Delta x_i)^2 + (\Delta x_{0,i})^2}, \quad (10)$$

$$s_{0,\text{skala}} = x_{\text{Auge}} + x_{\text{Würfel}} + 2x_{\text{Spiegel}} + x_{10} + x_{0,10} - x_7 - x_{0,7}, \quad (11)$$

$$\Delta s_{0,\text{skala}} = \sqrt{(\Delta x_{\text{Auge}})^2 + (\Delta x_{\text{Würfel}})^2 + 2(\Delta x_i)^2 + 2(\Delta x_{0,i})^2}. \quad (12)$$

Es werden folgende Werte ermittelt:

$$s_{0,\text{oku}} = (23,9 \pm 1,0) \text{ cm,}$$

$$s_{0,\text{skala}} = (25,1 \pm 1,0) \text{ cm.}$$

Ein genauer Vergleich mit den gewünschten Werten erfolgt in der Diskussion.

Zunächst soll die Gesamtvergrößerung V_{ges} bestimmt werden. Dazu werden erneut Bildgröße B_{ges} und Gegenstandsgröße G gemessen, in diesem Fall jedoch hinter dem Okular. Es werden 5 Striche der abgebildeten Skala abgemessen und folgende Werte bestimmt:

$$G = 0,25 \text{ mm,} \quad (13)$$

$$B_{\text{ges}} = (16,0 \pm 0,8) \text{ mm.} \quad (14)$$

Analog zur Bestimmung des Abbildungsmaßstabs lässt sich die Vergrößerung berechnen:

$$V_{\text{ges}} = -\frac{B_{\text{ges}}}{G}, \quad (15)$$

$$\Delta V_{\text{ges}} = -\frac{\Delta B_{\text{ges}}}{G}. \quad (16)$$

Es ergibt sich folgender Wert:

$$V_{\text{ges}} = -64 \pm 3.$$

Mithilfe der Gesamtvergrößerung V_{ges} und dem Abbildungsmaßstab β_{obj} lässt sich mit dem aus [1] bekannten Zusammenhang die Vergrößerung des Okulars V_{oku} bestimmen. Die Fehlerfortpflanzung [3] liefert die Unsicherheit:

$$V_{\text{oku}} = \frac{V_{\text{ges}}}{\beta_{\text{obj}}}, \quad (17)$$

$$\Delta V_{\text{oku}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V_{\text{ges}}}{\beta_{\text{obj}}}\right)^2 + \left(\frac{V_{\text{ges}} \Delta \beta_{\text{obj}}}{\beta_{\text{obj}}^2}\right)^2}. \quad (18)$$

Es wird folgender Wert ermittelt:

$$V_{\text{oku}} = 3,25 \pm 0,17.$$

Die Brennweite des Okulars lässt sich nun über die Vergrößerung berechnen. Es ist folgender Zusammenhang aus [1] bekannt, wobei a der Abstand zwischen Okular und Auge ist:

$$V_{\text{oku}} = \frac{s_{0,\text{oku}} - a}{f_{\text{oku}}} + 1, \quad (19)$$

$$\Leftrightarrow f_{\text{oku}} = \frac{s_{0,\text{oku}} - a}{V_{\text{oku}} - 1}. \quad (20)$$

Einsetzen und Fehlerfortpflanzung ergeben:

$$\Leftrightarrow f_{\text{oku}} = \frac{s_{0,\text{oku}} - (x_{\text{Auge}} + x_{\text{Würfel}} + x_9 + x_{0,9} - (x_8 + x_{0,8}))}{V_{\text{oku}} - 1}, \quad (21)$$

Mit $x_{\text{Würfel}} = -x_{0,9}$ folgt erneut:

$$\Leftrightarrow f_{\text{oku}} = \frac{s_{0,\text{oku}} - x_{\text{Auge}} - x_9 + x_8 + x_{0,8}}{V_{\text{oku}} - 1}, \quad (22)$$

$$\Delta f_{\text{oku}} = \frac{\sqrt{(\Delta s_{0,\text{oku}})^2 + (\Delta x_{\text{Auge}})^2 + 2(\Delta x_i)^2 + (\Delta x_{0,8})^2 + \left(\frac{\Delta V_{\text{oku}}(s_{0,\text{oku}} - x_{\text{Auge}} - x_9 + x_8 + x_{0,8})}{(V_{\text{oku}} - 1)}\right)^2}}{V_{\text{oku}} - 1}. \quad (23)$$

Aus diesen Formeln ergibt sich der folgende Wert:

$$f_{\text{oku}} = (63 \pm 8) \text{ mm.}$$

3.4 Untersuchung der Auflösung des Mikroskops

Zur Bestimmung der Auflösung des Mikroskops wird zunächst das bisherige Objekt durch ein Gitter ersetzt, dessen Gitterkonstante g unbekannt ist. Diese soll deshalb im Folgenden berechnet werden. Dazu werden zwei verschiedene Ansätze gewählt: Zuerst wird über den zuvor berechneten Abbildungsmaßstab des Objektivs die Bildgröße auf dem Schirm in die Gegenstandsgröße umgerechnet, danach wird nach gleichem Vorgehen die Gegenstandsgröße über die Gesamtvergrößerung mit dem Mikroskop bestimmt. Es werden daher in beiden Fällen die Bildgrößen $B_{\text{Gitter}, 1}$ und $B_{\text{Gitter}, 2}$ benötigt, wobei im ersten Fall 15 Kästchen des Gitters und im zweiten Fall nur ein Kästchen abgemessen wird. Die Bildgrößen für ein Kästchen lauten:

$$B_{\text{Gitter}, 1} = (5,80 \pm 0,05) \text{ mm}, \quad (24)$$

$$B_{\text{Gitter}, 2} = (20,0 \pm 1,2) \text{ mm}. \quad (25)$$

Über folgende Formeln werden nun die Gegenstandsgröße und damit die Gitterkonstante g sowie deren Unsicherheiten bestimmt:

$$g_1 = \frac{B_{\text{Gitter}, 1}}{\beta_{\text{obj}}}, \quad (26)$$

$$\Delta g_1 = \sqrt{\left(\frac{\Delta B_{\text{Gitter}, 1}}{\beta_{\text{obj}}}\right)^2 + \left(\frac{B_{\text{Gitter}, 1} \Delta \beta_{\text{obj}}}{\beta_{\text{obj}}^2}\right)^2}, \quad (27)$$

$$g_2 = \frac{B_{\text{Gitter}, 2}}{V_{\text{ges}}}, \quad (28)$$

$$\Delta g_2 = \sqrt{\left(\frac{\Delta B_{\text{Gitter}, 2}}{V_{\text{ges}}}\right)^2 + \left(\frac{B_{\text{Gitter}, 2} \Delta V_{\text{ges}}}{V_{\text{ges}}^2}\right)^2}. \quad (29)$$

Für weitere Rechnungen wird der Mittelwert g der beiden Werte, sowie die Standardabweichung des Mittelwerts als Unsicherheit verwendet. Beide Größen werden mit Formeln aus [3] berechnet. Es werden folgende Werte bestimmt:

$$g_1 = (295 \pm 3) \mu\text{m},$$

$$g_2 = (310 \pm 20) \mu\text{m},$$

$$g = (304 \pm 9) \mu\text{m}.$$

Es wird nun ein Spalt wie im Aufbau beschrieben in den Strahlengang eingebaut und dieser so lange verkleinert, bis keine vertikalen Striche mehr zu erkennen sind. Der Spalt kann dann als Objekt eingesetzt werden und die Spaltbreite abermals über Abbildungsmaßstab oder Gesamtvergrößerung bestimmt werden. Erneut werden beide Vorgehen gewählt und folgende Bildgrößen $B_{\text{Spalt}, 1}$ und $B_{\text{Spalt}, 2}$ des Spaltes gemessen:

$$B_{\text{Spalt}, 1} = (3,20 \pm 0,12) \text{ mm}, \quad (30)$$

$$B_{\text{Spalt}, 2} = (7,0 \pm 0,8) \text{ mm}. \quad (31)$$

Analog zu Gleichung 27 bis Gleichung 29 lässt sich nun die Breite d des Spaltes bestimmen. Im Folgenden wird wieder mit Mittelwert und Standardabweichung des Mittelwerts weitergerechnet:

$$d_1 = (163 \pm 6) \mu\text{m},$$

$$d_2 = (109 \pm 14) \mu\text{m},$$

$$d_{\text{Spalt}} = (140 \pm 30) \mu\text{m}.$$

Zum Vergleich des soeben bestimmten Wertes mit der Erwartung aus der geometrischen Optik, wird eine Formel für die minimale Spaltbreite aus [1] verwendet:

$$d' \approx f \cdot \frac{\lambda}{g} \quad \text{mit } d' \text{ der halben Spaltbreite.} \quad (32)$$

Mit $2d' = d$ und Fehlerfortpflanzung für die Unsicherheit folgt:

$$d = \frac{2f\lambda}{g}, \quad (33)$$

$$\Delta d = \frac{2f\lambda\Delta g}{g^2}. \quad (34)$$

Mit der Gitterkonstante g , dem Brennpunkt der Objektivlinse f_3 und $\lambda = 550 \text{ nm}$ aus [1] für die Wellenlänge des verwendeten Lichts ergibt sich:

$$d_{\text{theo}} = (145 \pm 4) \mu\text{m}.$$

Da das Mikroskop eigentlich nicht durch den Spalt, sondern durch den Durchmesser des Objektivs eingeschränkt ist, ist die Auflösung jedoch deutlich besser als die Auflösung mit Spalt. Auf diese Auflösung kann aus dem berechneten Wert für die Spaltbreite zurückgeschlossen werden. Da $g_{\text{min}} \sim 1/d$ gilt, verkleinert sich der minimal zu messende Abstand mit größerem Durchmesser d :

$$\frac{g_{\text{min,Linse}}}{g_{\text{min,Spalt}}} = \frac{d_{\text{Spalt}}}{d_{\text{Linse}}}, \quad (35)$$

$$\Leftrightarrow g_{\text{min,Linse}} = \frac{d_{\text{Spalt}}}{d_{\text{Linse}}} \cdot g_{\text{min,Spalt}}, \quad (36)$$

$$\Delta g_{\text{min,Linse}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta d_{\text{Spalt}}}{d_{\text{Linse}}} \cdot g_{\text{min,Spalt}}\right)^2 + \left(\frac{d_{\text{Spalt}}}{d_{\text{Linse}}} \cdot \Delta g_{\text{min,Spalt}}\right)^2}. \quad (37)$$

Für die minimale Gitterkonstante g_{min} und damit den kleinsten mit dem Mikroskop messbaren Abstand ergibt sich damit folgender Wert:

$$g_{\text{min,Linse}} = (1,9 \pm 0,3) \mu\text{m}.$$

Auch für diesen Wert lässt sich ein Vergleichswert mit folgender Formel aus [1] herleiten. Dabei ist u der größte, durch den Linsendurchmesser begrenzte, halbe Öffnungswinkel. Die Unsicherheit ergibt sich aus Fehlerfortpflanzung [3]:

$$g_{\text{min,Vgl}} = \frac{\lambda}{\sin u}. \quad (38)$$

Mit $\sin u = (d_{\text{Linse}}/2)/(x_6 + x_{6,0} - (x_5 + x_{5,0}))$ ergibt sich:

$$\Leftrightarrow g_{\text{min,Vgl}} = \frac{2\lambda(x_6 + x_{6,0} - x_5 - x_{5,0})}{d_{\text{Linse}}}, \quad (39)$$

$$\Delta g_{\text{min,Vgl}} = 2\lambda \sqrt{\left(\frac{2\Delta x_i}{d_{\text{Linse}}}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta x_{0,i}}{d_{\text{Linse}}}\right)^2} \quad (40)$$

Hieraus ergibt sich:

$$g_{\text{min,Vgl}} = (2,35 \pm 0,09) \mu\text{m}.$$

Die Auflösung entspricht dann dem Kehrwert, der die Anzahl an unterscheidbaren Punkten pro Längeneinheit angibt:

$$A = \frac{1}{g_{\min}}, \quad (41)$$

$$\Delta A = \frac{\Delta g_{\min}}{g_{\min}^2}. \quad (42)$$

Es ergeben sich folgende Werte:

$$A_{\text{Linse}} = (0,53 \pm 0,11) \mu\text{m}^{-1},$$

$$A_{\text{Vgl}} = (0,426 \pm 0,017) \mu\text{m}^{-1}.$$

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse

Mit dem Versuch konnten für das Objektiv folgende Kenngrößen bestimmt werden:

$$f_{\text{obj}} = (40,5 \pm 0,3) \text{ mm},$$

$$\beta_{\text{obj}} = 19,67 \pm 0,14.$$

Auch für das Okular konnten Brennweite und Vergrößerung wie folgt berechnet werden:

$$f_{\text{oku}} = (63 \pm 8) \text{ mm},$$

$$V_{\text{oku}} = 3,25 \pm 0,17.$$

Für das Mikroskop wurde die Gesamtvergrößerung berechnet:

$$V_{\text{ges}} = -64 \pm 3.$$

Durch die Verwendung von Gitter und Spalt wurden die minimale noch zu unterscheidende Strukturgröße g_{min} und die Auflösung A ermittelt. Die aus der Spaltgröße hochgerechneten Werte betragen:

$$g_{\text{min, Linse}} = (1,9 \pm 0,4) \mu\text{m},$$

$$A_{\text{Linse}} = (0,53 \pm 0,11) \mu\text{m}^{-1}.$$

Die theoretisch hergeleitete Formel ergibt folgende Werte:

$$g_{\text{min, Vgl}} = (2,35 \pm 0,09) \mu\text{m},$$

$$A_{\text{Vgl}} = (0,426 \pm 0,017) \mu\text{m}^{-1}.$$

4.2 Vergleich mit Literaturwerten

Um die Verträglichkeit der berechneten Werte mit den Vergleichswerten beurteilen zu können, werden die zugehörigen t -Werte mit Formeln aus [3] berechnet. Ein t -Wert unter 2 steht dabei für eine gute, ein t -Wert über 2 für eine schlechte Verträglichkeit. Die t -Werte sind zusammen mit den berechneten Werten, deren relativen Fehlern und den Vergleichswerten in [Tabelle 1](#) aufgetragen.

Tab. 1: Zusammenstellung der berechneten Brennweiten, der deutlichen Sichtweiten, der Spaltbreite und der Auflösung mit dem jeweiligen Vergleichswert. Außerdem ist der relative Fehler der berechneten Werte und der t -Wert aufgetragen, der aus ungerundeten Werten bestimmt wird.

	berechneter Wert	relativer Fehler	Vergleichswert	t -Wert
Brennweite des Objektivs	$f_{\text{obj}} = (40,5 \pm 0,3) \text{ mm}$	0,7%	$f_3 = 40 \text{ mm}$	1,6
Brennweite der Okularlinse	$f_{\text{oku}} = (63 \pm 8) \text{ mm}$	12,8%	$f_4 = 80 \text{ mm}$	2,0
Deutliche Sehweite	$s_{0,\text{oku}} = (23,9 \pm 1,0) \text{ cm}$	4,2%	$s_0 = 25 \text{ cm}$	1,1
Deutliche Sehweite	$s_{0,\text{skala}} = (25,1 \pm 1,0) \text{ cm}$	4,0%	$s_0 = 25 \text{ cm}$	0,10
Spaltbreite	$d_{\text{Spalt}} = (140 \pm 30) \mu\text{m}$	19,6%	$d_{\text{theo}} = (145 \pm 4) \mu\text{m}$	0,3
Auflösung	$A_{\text{Linse}} = (0,53 \pm 0,11) \mu\text{m}^{-1}$	19,8%	$A_{\text{Vgl}} = (0,426 \pm 0,017) \mu\text{m}^{-1}$	1,0

Beim Vergleich zwischen der berechneten Brennweite des Objektivs f_{obj} und dem Literaturwert aus [1] fällt auf, dass die Werte sehr nah beieinander liegen. Allerdings ist der t -Wert mit 1,6 der zweitgrößte, was am kleinsten relativen Fehler von 0,7% liegt.

Der am schlechtesten mit dem Literaturwert verträgliche Wert ist die Brennweite der Okularlinse f_{oku} . Trotz eines hohen relativen Fehlers von 12,8% ergibt sich ein t -Wert von nur 2,0. Gründe für den hohen relativen Fehler werden in der Fehlerdiskussion erörtert.

Die Messungen der deutlichen Sehweite besitzen beide einen ähnlichen relativen Fehler, jedoch ist der für den Skalenabstand bestimmte Wert um den Faktor 10 besser mit dem Vergleichswert aus [1] verträglich. Dies ist auch an dem t -Wert von 0,10 zu erkennen. Gleichwohl ist auch der Abstand $s_{0,\text{oku}}$ zwischen Auge und Mattschirm mit einem t -Wert von 1,1 gut mit dem Literaturwert s_0 verträglich.

Sowohl die Spaltbreite d_{Spalt} , als auch die Auflösung A_{Spalt} haben einen sehr großen relativen Fehler von 19,6% beziehungsweise 19,8%. Aufgrund dieser hohen relativen Fehler kommt es zu einer guten Verträglichkeit mit t -Werten von 0,3 beziehungsweise 1,0. Gründe für die hohen relativen Fehler werden in der Fehlerdiskussion erläutert.

Die Unsicherheiten der beiden Vergleichswerte kommen davon, dass zwar die theoretischen Formeln aus [1] für die Berechnung genutzt werden, es werden aber fehlerbehaftete Messwerte in diese Formeln eingesetzt.

4.3 Fehlerdiskussion

Der große relative Fehler von f_{oku} kommt daher, dass viele fehlerbehaftete Größen bei der Berechnung einfließen, wie in [Gleichung 21](#) zu sehen ist. Durch die Fehlerfortpflanzung in [Gleichung 23](#) ergibt sich damit eine große Unsicherheit, wobei die Unsicherheiten von x_i und $x_{0,i}$ eine untergeordnete Rolle spielen. Außerdem haben einige verwendete Größen auch schon große relative Fehler wie etwa x_{Auge} , bei dem der Abstand vom Auge nur grob abgeschätzt werden kann. Des Weiteren werden Größen wie V_{oku} bei der Berechnung verwendet, deren Unsicherheiten auch aus Fehlerfortpflanzungen bestimmt wurden. Dementsprechend vergrößert sich der Fehler bei jeder Fehlerfortpflanzung und wird deshalb insgesamt relativ groß.

Die deutliche Abweichung vom Literaturwert bei f_{oku} lässt sich deshalb vermutlich auch darauf zurückführen, dass durch die vielen verschiedenen aufeinanderfolgenden Berechnungen unterschiedliche Fehler vergrößert wurden. Durch den hohen relativen Fehler ist auch dieser Wert mit einem t -Wert von 2,0 trotzdem noch gerade so mit dem Literaturwert verträglich.

Bei d_{Spalt} ist ein großer relativer Fehler auffällig. Dieser ergibt sich aus dem großen Unterschied zwischen d_1 und d_2 , da hier der Mittelwert der Standardabweichung zur Berechnung verwendet wurde. Dass diese beiden Werte weit auseinander liegen, lässt sich unter anderem darauf zurückführen, dass ein Ablesen der Größe durch den Strahlteiler nicht ganz einfach ist. Dies liegt unter anderem daran, dass das Millimeterpapier nicht deutlich genug zu erkennen ist und das gleichzeitige Auftreten zweier Bilder zu Verwirrungen beim Ablesen führen kann. Es ist jedoch auch möglich, dass bereits Abbildungsmaßstab und Gesamtvergrößerung etwas fehlerhaft bestimmt wurden und dieser Fehler sich auch auf die beiden bestimmten Werte d_1 und d_2 fortpflanzt. Des Weiteren ist die Position des Spaltes auf der optischen Bank gegebenenfalls nicht zentral genug. Durch die geringe Spaltgröße hat dieser Effekt dann eine sehr große Auswirkung.

Da A_{Spalt} unter anderem aus d_{Spalt} bestimmt wurde, ist auch nicht verwunderlich, dass dieser Wert ebenfalls eine hohe relative Unsicherheit besitzt, da die Unsicherheit hier fortpflanzt wird. Hierfür spricht auch, dass beide Größen ungefähr gleich große relative Fehler besitzen.

4.4 Verbesserte Messmethoden

Um die Messwerte für die verschiedenen Bilder B_i noch exakter bestimmen zu können, wäre es sinnvoll das Mikroskop noch schärfer einzustellen, was allerdings mit einem extrem großen Zeitaufwand verbunden wäre. Außerdem ist fraglich, wie viel genauer ein solcher Versuchsaufbau überhaupt hinzubekommen ist, da die Genauigkeit der verwendeten Bauteile ebenfalls nur

begrenzt ist. Es wurde bereits während dem Versuchsaufbau darauf geachtet, dass alle Bauteile optimal eingestellt sind, da eine spätere Anpassung nicht möglich ist ohne alle Messwerte zu verfälschen.

Eine weitere Verbesserung der Messmethoden wäre eine Angabe der exakten Bauteilpositionen in der Halterung um die fehlerbehafteten Korrekturterme zu vermeiden. Dadurch würden die Fehlerfortpflanzungen und die relativen Fehler kleiner. Eine besonders große Verbesserung wäre damit bei den Messungen mit dem Spalt zu erzielen, da hier der Korrekturterm extrem schwer einzuschätzen ist, da die exakte Position in der Halterung nicht einzusehen ist. Damit würde auch das präzise Platzieren in der Brennweite der Linsen einfacher fallen.

Außerdem ist darauf zu achten, dass eine ausreichende Sehschärfe der Versuchsdurchführenden gewährleistet ist. Dies kann zum Beispiel durch einen Sehtest und geeignete Sehhilfen realisiert werden;)

Literatur

- [1] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 75 - Strahlengang im Mikroskop, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (2021)
- [2] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 70 - Brennweite von Linsen und Linsenkombinationen, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (2021)
- [3] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (2021)

6 Anhang

6.1 Tabellen und Grafiken

Tab. 2: Aufgetragen sind die für den Aufbau genutzten Bauteile und deren Positionen auf der optischen Bank. Zusätzlich sind noch Korrekturterme für die exakten Positionen der Bauteile dokumentiert, da sich manche nicht direkt am Rand der gemessenen Halterungsposition befinden, wie in [Abbildung 2](#) zu sehen ist.

Name des Objekts	Name der Position	Position x_i in cm mit Unsicherheit $\Delta x_i = 0,12$ cm	Positionskorrektur $x_{0,i}$ in cm mit Unsicherheit $\Delta x_{0,i} = 0,004$ cm
Lichtquelle	x_0	2,00	–
Kollektorlinse	x_1	8,00	–
Leuchtfeldblende	x_2	11,20	–2,000
Aperturblende	x_3	23,30	–0,900
Kondensorlinse	x_4	26,50	–
Objekt	x_5	32,20	–0,500
Objektiv	x_6	36,40	–
Mattschirm	x_7	122,00	–2,000
Okularlinse	x_8	135,30	–1,000
Strahlteiler	x_9	141,90	–3,250
Skala	x_{10}	150,00	+4,000

Tab. 3: Zusammengestellt sind die Brennweiten und die Durchmesser der Linsen in mm aus [1].

Name der Linse	Brennweite in mm	Durchmesser in mm
Kollektorlinse	$f_1=40$	–
Kondensorlinse	$f_2=40$	$d_2=22$
Objektiv	$f_3=40$	$d_3=22$
Okularlinse	$f_4=80$	–

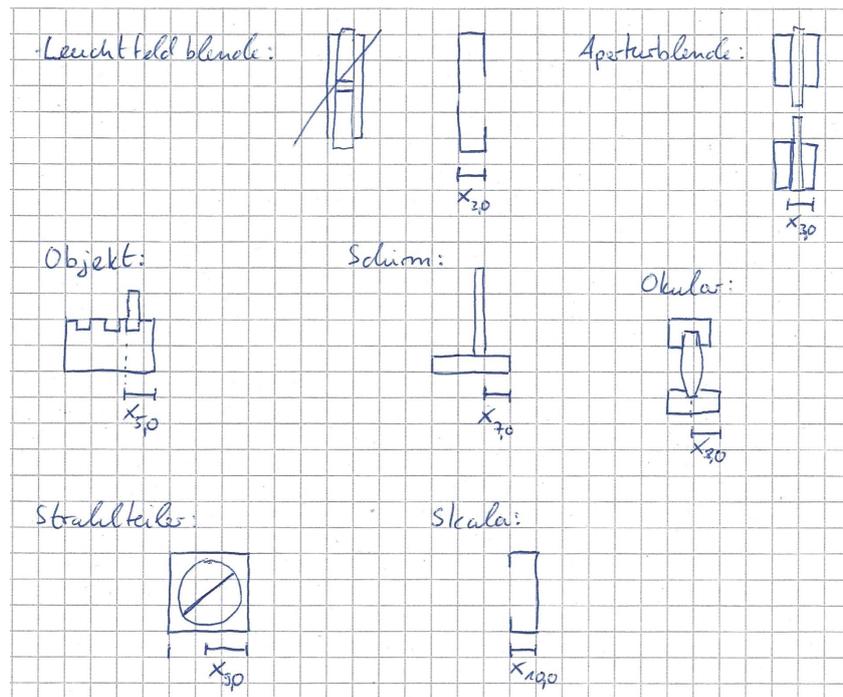


Abb. 2: Dargestellt sind die Messungen der Bauteile, deren Position nicht mit der Halterungsposition übereinstimmt.

6.2 Laborbuch

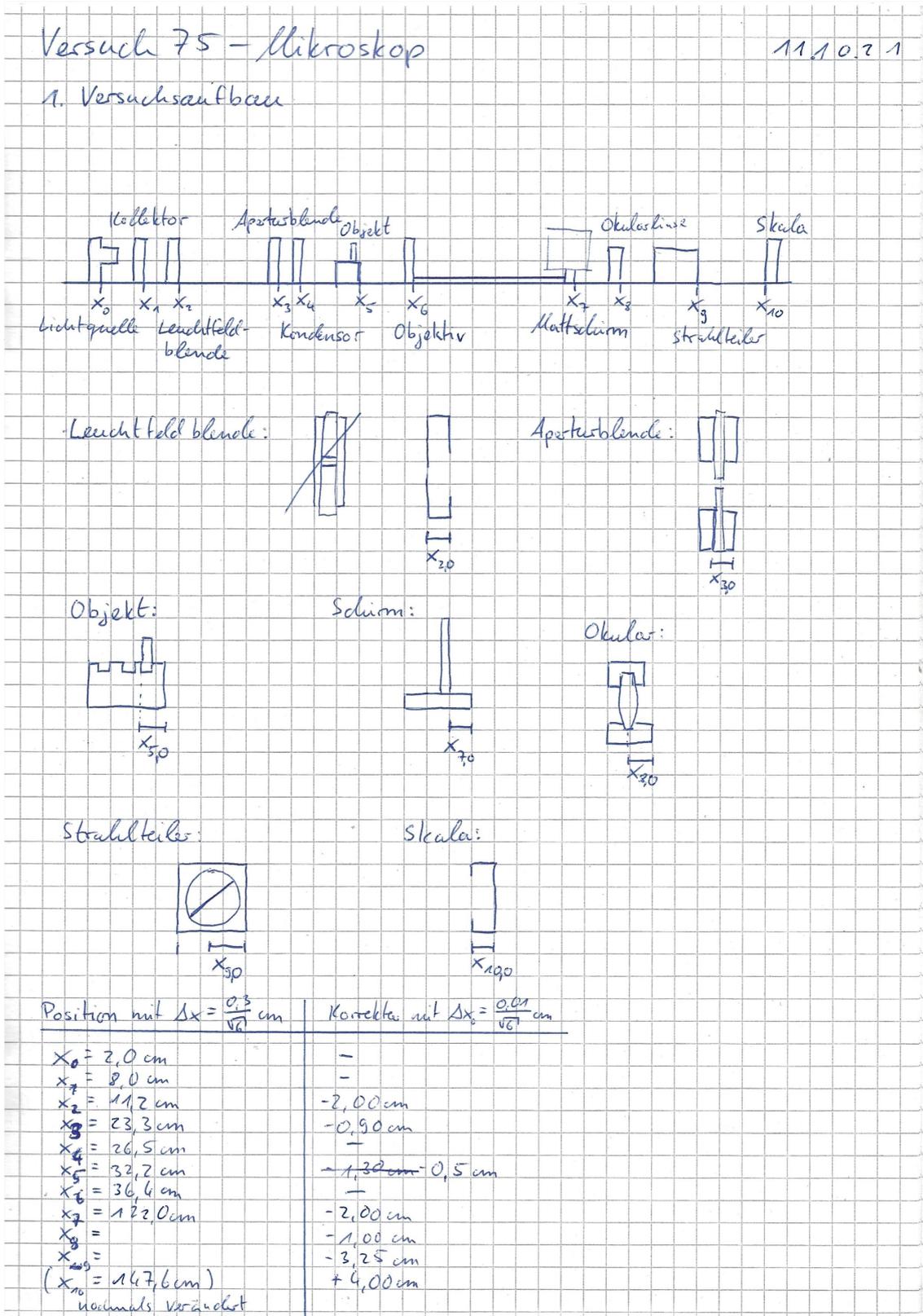


Abb. 3: Laborbuch, Seite 1

2. Messung

2.1 Erkenntnisse aus Aufbau

- Leuchtblende ändert Größe des Lichtfeldes; bei zu großer Einstellung kommt es zu Reflexionen an der optischen Bank
- Aperturblende ändert Helligkeit und die Größe um max. $\frac{2}{4,5}$ mm, kleine Kontraste bleiben klein
- Schärfe stellen: 1. Schärfe stellen der Form durch Aperturblende mit Objektiv
- 2. Verschieben des Objekts, bis dieses scharf ist

2.2 Messung der Abbildungseigenschaften

$$G_{\text{Obj}} = 3 \text{ mm}$$

$$B_{\text{Obj}} = \left(5,9 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}} \right) \text{ cm}$$

$$\left(\begin{array}{l} x_g = 135,6 \text{ cm} \\ x_g = 142,2 \text{ cm} \end{array} \right) \text{ nochmals vermindert}$$

$$x_g = \left(135,3 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}} \right) \text{ cm}$$

$$x_{10} = \left(150,0 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}} \right) \text{ cm}$$

$$x_g = \left(141,5 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}} \right) \text{ cm}$$

Vergrößerung bestimmen:

$$G_{\text{ges}} = 0,25 \text{ mm}$$

$$B_{\text{ges}} = \left(16 \pm \frac{2}{\sqrt{6}} \right) \text{ mm}$$

Gitterkonstante bestimmen:

Objektiv:
 $n = 15$ Anzahl Kästchen

$$B_{\text{Gitter}} = \left(8,7 \pm \frac{0,2}{\sqrt{6}} \right) \text{ cm} \quad \text{Lineal ungefähr in Mitte der Striche gelegt}$$

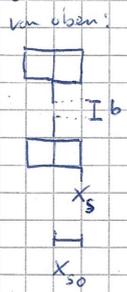
Mikroskop:
 $n = 1$

$$B_{\text{Gitter}} = \left(20 \pm \frac{3}{\sqrt{6}} \right) \text{ mm} \quad \text{ungefähr in Mitte der Striche abgelesen}$$

Abb. 4: Laborbuch, Seite 2

Spalt:

von oben:


$$x_s = \left(1,00 \pm \frac{0,01}{\sqrt{6}} \right) \text{ cm}$$
$$x_s = \left(41,5 \pm \frac{0,3}{\sqrt{6}} \right) \text{ cm}$$

Objektiv:

$$B_{\text{Spalt}} = \left(0,32 \pm \frac{0,03}{\sqrt{6}} \right) \text{ cm}$$

Mikroskop:

$$B_{\text{Spalt}} = \left(7 \pm \frac{2}{\sqrt{6}} \right) \text{ mm}$$

VT 1/10



Abb. 5: Laborbuch, Seite 3

Tabellenverzeichnis

1	Zusammenstellung der berechneten Brennweiten mit dem Vergleichswert	10
2	Zusammenstellung der für den Aufbau genutzten Bauteile und deren Positionen auf der optischen Bank	14
3	Zusammenstellung der Brennweiten und Durchmesser der Linsen	14

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	2
2	Messungen für die Positionskorrektur der Bauteile auf der optischen Bank	15
3	Laborbuch, Seite 1	16
4	Laborbuch, Seite 2	17
5	Laborbuch, Seite 3	18