
Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und physikalische Grundlagen	3
1.1	Ziel des Versuchs	3
1.2	Vorzeichenkonvention	3
1.2.1	Vorzeichenkonvention	3
1.3	Das Auge	3
1.4	Die Lupe	4
1.5	Das Mikroskop	6
1.5.1	Funktionsweise und Vergrößerung	6
1.5.2	Limitation des Auflösungsvermögens	7
1.6	Illumination	8
1.7	Größenmessungen	9
2	Der Versuch	11
2.1	Versuchsaufbau	11
2.1.1	Aufbau und Kalibrierung	11
2.2	Versuchsdurchführung	12
2.2.1	Messung mit Objektiv und Okular	12
2.2.2	Einbau des Strahlteilers und der Einkoppeloptik für die Vergleichsskala	12
2.2.3	Messung der Gesamtvergrößerung sowie Bestimmung der Okularvergrößerung	12
2.2.4	Einfluss einer Strahlbündelbegrenzung auf die Auflösung des Mikroskops	12
3	Auswertung	15
3.1	Abbildung mit dem Objektiv	15
3.2	Gesamt und Okularvergrößerung	15
3.3	Strahlbündelbegrenzung	16
4	Diskussion	17
4.1	Abbildung mit dem Objektiv	17
4.2	Gesamt und Okularvergrößerung	17
4.3	Auflösungsvermögen des Mikroskops	17
5	Anhang	19
5.1	Messdatennachweis	19
6	Quellen und Literaturverzeichnis	21

1 Einleitung und physikalische Grundlagen

1.1 Ziel des Versuchs

Dieser Versuch zielt auf ein Verständnis der einzelnen Komponenten, sowie des Ensembles eines Durchlichtmikroskops ab, sodass eine gezielte Manipulation des Strahlenganges ermöglicht wird. Dafür wollen wir den Abbildungsmaßstab des Objektivs, sowie die Gesamtvergrößerung des Mikroskops bestimmen um dann mithilfe einer künstlichen Begrenzung des Strahlenganges die Abbesche Theorie der Auflösungsbegrenzung zu untersuchen.

1.2 Vorzeichenkonvention

dx

1.2.1 Vorzeichenkonvention

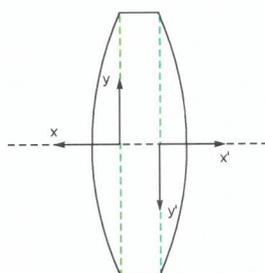


Abbildung 1.1: Linse mit zwei Hauptebenen (grün gestrichelt) und optischer Achse (schwarz gestrichelt). Eigenanfertigung mit Mathematica.

Im Folgenden wollen wir wie in Versuch 70 die optische Vorzeichenkonvention benutzen, bei der positive Gegenstandsgrößen und -weiten zu positiven reellen Bildweiten und -größen führen (siehe Abbildung 1.1). Jedoch ist hierbei zu beachten, dass im vorliegenden Versuch komplexere Linsensysteme als im Versuch 70 eine Rolle spielen. hierbei kann es insbesondere geschehen, dass das Bild einer Linse zum Gegenstand der nächsten wird. Dann ist zu beachten, dass die Koordinaten je nach Bezugspunkt in entsprechender Weise transformiert werden.

1.3 Das Auge

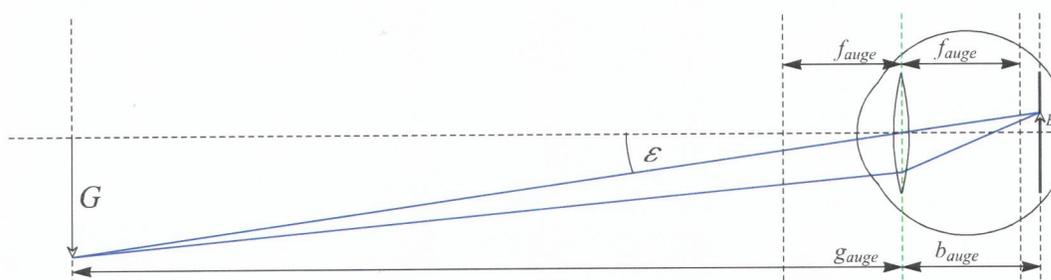


Abbildung 1.2: Exemplarischer Strahlengang an einem stark vereinfacht dargestellten Auge. Die Retina wurde aus Gründen der Vereinfachung der Konstruktion flach dargestellt. Eingezeichnet sind Linsenbrennweite f_{auge} , Bildweite (i.e. Augenlänge) b_{auge} , Bildgröße B , Gegenstandsweite g_{auge} , Gegenstandsgröße G und Sehwinkel ε . Eigenanfertigung (Raytrace) mit Mathematica.

Zum Verständnis eines Mikroskops unabdingbar ist ein gewisses Grundverständnis des menschlichen Auges. Dieses besteht (stark vereinfachend gesprochen) aus einer Linse mit variabler

6k

Brennweite f_{Auge} und einer lichtempfindlichen Schicht von Nervenzellen (die *Retina*) im festen Abstand b_{Auge} von der Linse. Einen Gegenstand scharf zu sehen bedeutet, dass er scharf auf der Retina abgebildet wird. Dafür muss die Linsengleichung (vgl. [B])

$$\frac{1}{f_{\text{Auge}}} = \frac{1}{g_{\text{Auge}}} + \frac{1}{b_{\text{Auge}}} \quad (1.3.1)$$

gelten, wobei g_{Auge} den Abstand des Gegenstandes von der Linse angibt (siehe hierzu Abbildung 1.2). Für B und G folgt aus elementargeometrischen Überlegungen

$$\frac{B}{G} = \frac{b_{\text{Auge}}}{g_{\text{Auge}}} \quad (1.3.2)$$

Um die Gültigkeit dieser Gleichungen einzustellen bestimmt das Gehirn die gemäß (1.3.1) gebotene Brennweite f_{Auge} und lässt den rund um die Linse ansetzenden Ziliarmuskel die Linse in geeigneter Weise deformieren. Man spricht von *Akkommodation*. Aus Gleichung (1.3.1) folgt, dass eine größere Gegenstandsweite eine größere Brennweite erfordert. Der Ziliarmuskel ist entspannt, wenn die Linse ihre größte Brennweite hat (Fernakkommodation). Um nahe gelegene Objekte scharfzustellen muss der Ziliarmuskel angespannt werden, was jedoch auf Dauer anstrengend ist und zudem nur in begrenzter Stärke möglich. Es ergibt sich hierdurch eine individuell verschiedene Untergrenze für die Entfernung, auf die ein Mensch noch scharf sehen kann. Dieser sogenannte *Nahpunkt* schwankt stark von Person zu Person, gewöhnlich wird

$$s_0 := g_{\text{Auge},\text{min}} \approx 25\text{cm} \quad (1.3.3)$$

angenommen.

Für die wahrgenommene Detailfülle eines Gegenstandes entscheidend ist, wie groß die Bildweite B auf der Retina ist. Eine größere Bildweite bedeutet mehr zur Wahrnehmung des Gegenstandes beitragende Nervenzellen und somit eine differenziertere Wahrnehmung. Die Bildgröße hängt dabei nur von dem in Abbildung 1.2 eingezeichneten Sehwinkel ε ab. Es gilt:

$$\tan \varepsilon = \frac{B}{b_{\text{Auge}}} = \frac{G}{g_{\text{Auge}}} \quad (1.3.4)$$

Aus den oben geschilderten Gründen lässt sich ε jedoch nicht beliebig maximieren indem b_{Auge} minimiert wird. Diese Problematik motiviert die im Folgenden vorgestellten Hilfsmittel.

ok

1.4 Die Lupe

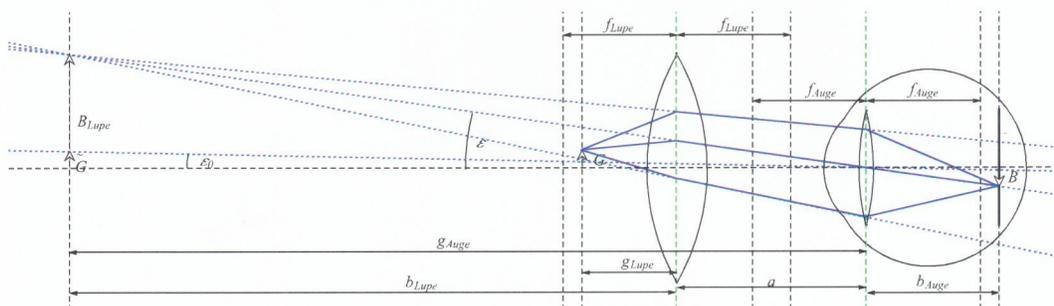


Abbildung 1.3: Virtuelles Bild am Nahpunkt. Von einem Gegenstand der eigentlich zu nahe ist, als dass das Auge akkomodieren könnte wird ein virtuelles vergrößertes Bild erzeugt, das sich bequem beobachten lässt. Um die Definition der für die Vergrößerung wichtigen Größe ε_0 zu demonstrieren wurde der Gegenstand zusätzlich in Nahpunktentfernung als \tilde{G} eingezeichnet. Eigenanfertigung (Raytrace) mit Mathematica.

Eine Lupe ermöglicht es den Sehwinkel ε zu erhöhen und dennoch dem Ziliarmuskel keine übermäßige Anstrengung abzuverlangen. Dafür wird die Lupe — eine Sammellinse näher als ihre Brennweite f_{Lupe} an den Gegenstand gebracht, sodass nach der Linsengleichung (1.3.1) ein virtuelles Bild in der Entfernung $g_{\text{Auge}} = -b_{\text{Lupe}} + a$ vom Auge entsteht, wobei a den Abstand der Linse des Auges zur Lupe angibt (siehe hierzu Abbildung 1.3).

Sei ε_0 der Sehwinkel unter dem der Gegenstand dem bloßen Auge höchstens erscheinen kann, also genau derjenige Sehwinkel, den er einnimmt wenn er in Entfernung $s_0 =: g_{\text{Auge}}$ zum Auge steht. Sei weiterhin ε der Winkel unter dem der Gegenstand bei Verwendung der Lupe erscheint (siehe ebenfalls Abbildung 1.3), also:

$$\tan \varepsilon = \frac{B_{\text{Lupe}}}{a - b_{\text{Lupe}}} \quad \text{und} \quad \tan \varepsilon_0 = \frac{G}{s_0} \quad (1.4.1)$$

Wir definieren die Vergrößerung als

$$V_{g_{\text{Auge}}, a} := \frac{\tan \varepsilon}{\tan \varepsilon_0} = \frac{-B_{\text{Lupe}} s_0}{G(a - b_{\text{Lupe}})}. \quad (1.4.2)$$

Wenden wir hierauf den Strahlensatz (1.3.2) an erhalten wir

$$V_{g_{\text{Auge}}, a} = \frac{-G \frac{b_{\text{Lupe}}}{g_{\text{Lupe}}} s_0}{G(a - b_{\text{Lupe}})} = \frac{s_0}{\left(1 - \frac{a}{b_{\text{Lupe}}}\right) g_{\text{Lupe}}}. \quad (1.4.3)$$

Weiterhin verwenden wir die Konsequenz der Linsengleichung dass $\frac{1}{g_{\text{Lupe}}} = \frac{1}{f_{\text{Lupe}}} - \frac{1}{b_{\text{Lupe}}}$, womit wir unter Einbeziehung von $g_{\text{Auge}} = a - b_{\text{Lupe}}$ folgenden Zusammenhang erhalten¹:

$$V_{g_{\text{Auge}}, a} = \frac{s_0 \left(\frac{1}{f_{\text{Lupe}}} - \frac{1}{a - g_{\text{Auge}}} \right)}{1 - \frac{a}{a - g_{\text{Auge}}}} = \frac{s_0 \left(\frac{a - g_{\text{Auge}}}{f_{\text{Lupe}}} - 1 \right)}{-g_{\text{Auge}}} = \frac{s_0 (g_{\text{Auge}} + f_{\text{Lupe}} - a)}{g_{\text{Auge}} f_{\text{Lupe}}} \quad (1.4.4)$$

Wir wollen anhand hiervon noch drei wichtige Spezialfälle beleuchten:

- *Virtuelles Bild im Unendlichen:* Für $g_{\text{Lupe}} \nearrow f_{\text{Lupe}}$ gilt nach Linsengleichung $b_{\text{Lupe}} \rightarrow -\infty$. Daher divergiert $g_{\text{Auge}} \rightarrow \infty$, womit sich aus (1.4.4) mit l'Hospital

$$V_{\infty, a} = \frac{s_0}{f_{\text{Lupe}}} \quad (1.4.5)$$

ergibt. In diesem Fall befindet sich das Auge in Fernakkommodation, was einem entspannten Ziliarmuskel entspricht. Beim Mikroskop spielt dies eine wichtige Rolle.

- *Virtuelles Bild am Nahpunkt:* Falls das virtuelle Bild gerade am Nahpunkt ist, ergibt sich die Vergrößerung qua (1.4.4) als:

$$V_{s_0, a} = \frac{s_0 - a}{f_{\text{Lupe}}} + 1 \quad \text{ok} \quad (1.4.6)$$

¹Die Frage, warum wir diesen scheinbar umständlichen Weg gehen liegt auf der Hand. Jedoch ist der in [B] vorgegebene Weg logisch zweifelhaft: Dort wird zuerst davon ausgegangen das virtuelle Bild wäre am Nahpunkt, dann jedoch wird *basierend auf Implikationen dieser Annahme* weiterhin die widersprüchliche Annahme das Bild sei im Unendlichen getroffen. Die Annahmen lassen sich also zu

$$(g_{\text{Auge}} = s_0 \quad \wedge \quad g_{\text{Auge}} = \infty) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{f}$$

zusammenfassen. Deshalb wurden hier nur die grundlegenden Definitionen aus [B] übernommen und von uns neu verknüpft.

ich finde das nicht umständlich,
sondern im Gegenteil, sehr gut

- *Lupe direkt am Auge.* Im Falle dass $a \searrow 0$ vereinfacht sich (1.4.4) folgendermaßen:

$$V_{g_{\text{Auge}},0} = \frac{s_0}{g_{\text{Auge}}} + \frac{s_0}{f_{\text{Lupe}}} \tag{1.4.7}$$

Da laut [He] kürzere Brennweiten kleineren Krümmungsradien einer Linse bedingen, gibt es für jede Brennweite einen materialabhängigen Durchmesser, den eine Linse mit dieser Brennweite nicht überschreiten kann. Daher ist das Konzept einer Lupe dadurch limitiert, dass um größere Vergrößerungen zu erreichen offenbar kleinere Brennweiten (s.o.) benötigt werden, aber kleinere Brennweiten zu kleineren Linsen und somit wiederum geringeren maximal möglichen Schenkeln führen. Abhilfe schafft das im folgenden Abschnitt vorgestellte Gerät.

ok

1.5 Das Mikroskop

1.5.1 Funktionsweise und Vergrößerung

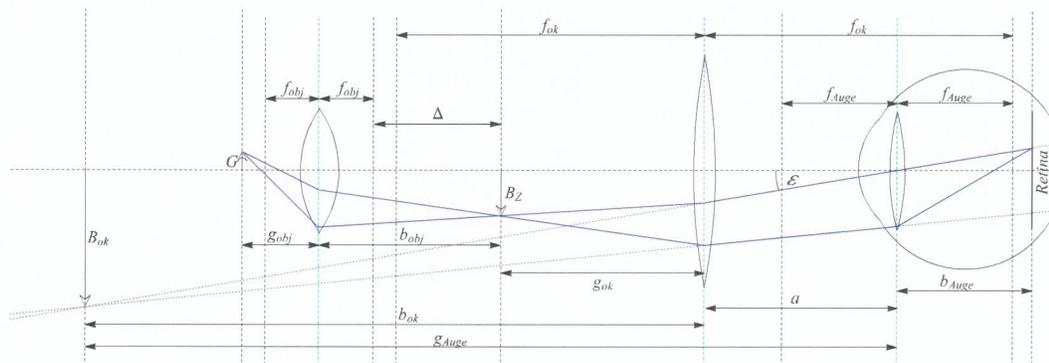


Abbildung 1.4: Exemplarischer Strahlengang (blau) an einem Mikroskop. Links die Objektivlinse, rechts gefolgt vom Okular. Die Konstruktion des virtuellen Bildes durch die Verlängerung des Strahlenganges zwischen Okular und Auge ist gepunktet eingezeichnet. Alle im Folgenden verwendeten Bemaßungen sind ebenfalls eingezeichnet. Eigenanfertigung (Raytrace) mit Mathematica.

Um die oben angesprochene Limitation einer Lupe zu umgehen müssen mehrere Sammellinsen verwendet werden. Im Falle eines einfachen Lichtmikroskops (vgl. Abbildung 1.4) sind dies die folgenden:

- Das *Objektiv* befindet sich weiter als seine Brennweite f_{obj} vom Gegenstand entfernt ($g_{\text{obj}} > f_{\text{obj}}$) und erzeugt daher nach Linsengleichung (1.3.1) ein reelles Zwischenbild B_Z in Bildweite b_{obj} .
- Das *Okular* wirkt wie die in Kapitel 1.4 erklärte Lupe, indem sie das weniger als eine Brennweite entfernte ($g_{\text{ok}} < f_{\text{ok}}$) Zwischenbild $B_Z =: -G_{\text{ok}}$ virtuell (und damit für das Auge wahrnehmbar, siehe Abbildung 1.4) auf B_{ok} in Bildweite b_{ok} abbildet. Für das Auge erscheint es in Entfernung $g_{\text{Auge}} = a - b_{\text{ok}}$.

Für die Vergrößerung des Mikroskops ergibt sich

$$V_{\text{ges}} = \frac{\tan \varepsilon}{\tan \varepsilon_0} = -\frac{B_{\text{ok}}/g_{\text{Auge}}}{G/s_0} = -\frac{B_{\text{ok}} \cdot s_0}{g_{\text{Auge}} \cdot G} \tag{1.5.1}$$

Da jedoch $B_{\text{ok}} = V_{\text{ok}} \cdot g_{\text{Auge}} \cdot B_Z/s_0$ (qua Definition von \tan und V_{ok}) folgt

$$V_{\text{ges}} = -\frac{B_Z}{G} V_{\text{ok}} = -\beta_{\text{obj}} \cdot V_{\text{ok}}. \tag{1.5.2}$$

ok

Hierbei verwendet wurde die Definition des Abbildungsmaßstabes des Objektivs als $\beta_{\text{obj}} = B_z/G$.

Wir definieren zuletzt noch die *Tube*länge als $\Delta := b_{\text{obj}} - f_{\text{obj}}$ und erhalten den Abbildungsmaßstab des Objektivs mit der Linsengleichung als

$$\beta_{\text{obj}} = \frac{b_{\text{obj}}}{g_{\text{obj}}} = b_{\text{obj}} \left(\frac{1}{f_{\text{obj}}} - \frac{1}{g_{\text{obj}}} \right) = \frac{b_{\text{obj}}}{f_{\text{obj}}} - 1 = \frac{\Delta}{f_{\text{obj}}} \quad (1.5.3)$$

da

1.5.2 Limitation des Auflösungsvermögens

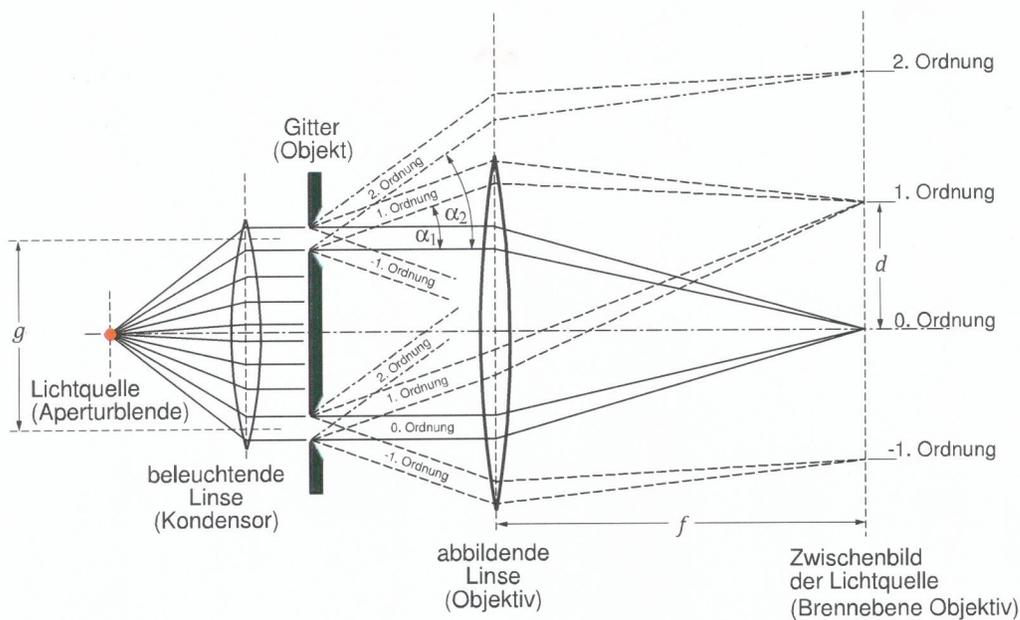


Abbildung 1.5: Beugung am Objekt. In der Brennebene des Objektivs überschneiden sich die Strahlen der jeweils k -ten Beugungsmaxima der Charakteristika des Gegenstandes. Die k -ten und $(k + 1)$ -ten Ordnungen zweier Charakteristika im Abstand g sind dabei im Abstand d . Leicht optimiert übernommen aus [B].

Zwar ist mit dem Mikroskop die oben beschriebene Vergrößerungsbegrenzung einer Lupe überwunden, aber auch das Mikroskop ist limitiert insofern, als dass die Wellennatur des Lichtes das Auflösungsvermögen beschränkt. Dabei ist die Auflösung g_{min} definiert als der minimale Abstand zweier Punkte des Gegenstandes, sodass diese sich noch unterscheiden lassen. In einem Lichtmikroskop kommt es im Tubus zu der in Abbildung 1.5 dargestellten Situation. Es gilt dann:

$$d_{\text{theo}} = f_{\text{obj}} (\tan \alpha_{k+1} - \tan \alpha_k) \stackrel{(\alpha \approx 0)}{\approx} f_{\text{obj}} (\sin \alpha_{k+1} - \sin \alpha_k) \stackrel{(*)}{=} f_{\text{obj}} \frac{\lambda}{g} \quad (1.5.4)$$

Dabei wurde bei (*) die Beugungsrelation $\sin \alpha_k = k \frac{\lambda}{g}$ ausgenutzt. Durch den (aus den schon zur Lupe diskutierten Gründen) begrenzten Durchmesser d_{obj} des Objektivs können nicht alle Beugungsmaxima abgebildet werden (siehe Abbildung 1.5). Damit zwei Punkte noch unterscheidbar sind, werden mindestens noch ihre jeweils ersten Ordnungen benötigt. Mit zunehmender Anzahl der abgebildeten Beugungsordnungen verbessert sich dabei die

Schärfe der Abbildung.

Damit die Strahlen 1.Ordnung das Objektiv treffen können muss gelten:

$$f_{\text{obj}} \tan \alpha_1 \leq \frac{1}{2} d_{\text{obj}} \quad (1.5.5)$$

Wendet man erneut die Kleinwinkelnäherung und $\sin \alpha_k = k \frac{\lambda}{g}$ an erhält man:

$$g_{\text{min}} = \frac{2\lambda f_{\text{obj}}}{d_{\text{obj}}} \quad (1.5.6)$$

Bestenfalls können also nur Charakteristika in der Größenordnung von λ dargestellt werden. Diese Eigenschaften eines Objektivs werden in der Praxis durch seine numerische Apertur angegeben.

1.6 Illumination

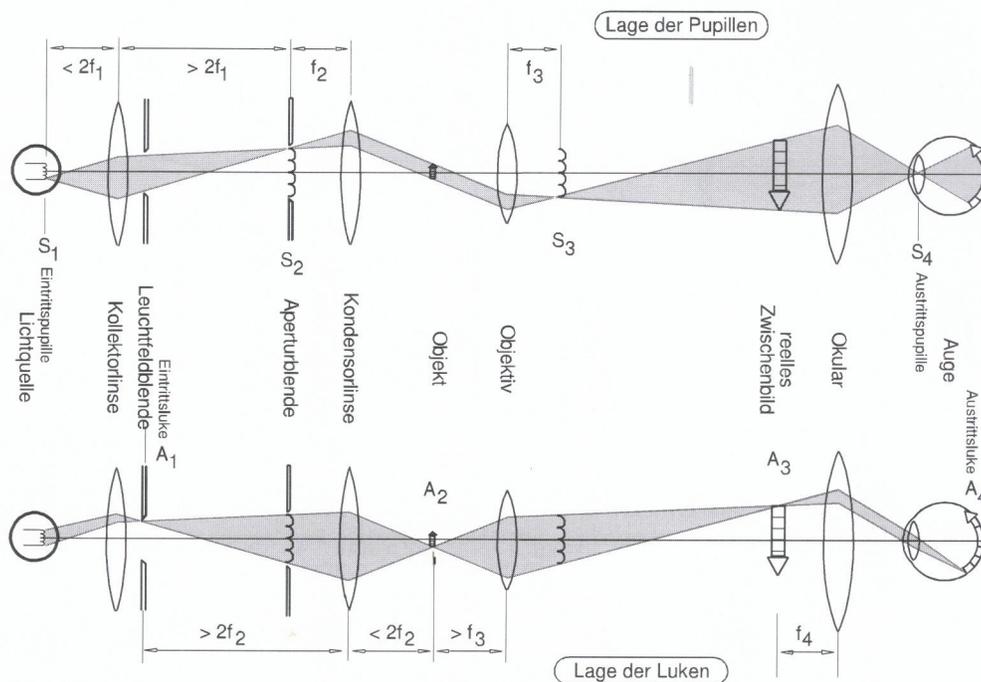


Abbildung 1.6: Darstellung des Strahlenganges der Beleuchtung im Mikroskop. Der obere Strahlengang zeigt die Bilder der Leuchtfeldblende (Pupillen), der untere die Bilder der Aperturbliende (Luken). Leicht optimiert übernommen aus [B].

Ein gutes Bild lässt sich mit dem (Durchlicht-)Mikroskop nur erreichen, sofern das Objekt gleichmäßig und hell ausgeleuchtet ist.

Für dieses Ziel bedarf es zweier zusätzlicher Linsen (Kollektor und Kondensor), sowie zweierlei Blenden (Leuchtfeld- und Aperturbliende). Dabei ist die Aufgabe der Kollektorlinse möglichst vollständig und gleichmäßig die Leuchtfeldblende auszuleuchten. Die Leuchtfeldblende ist dabei so positioniert, dass sie auf die Retina des Beobachters abgebildet wird (siehe Abbildung 2.1 unten). Ihre Größe kann also zur Einstellung des Gesichtsfeldes herangezogen werden. Ihre scharfen Bilder im Strahlengang werden als Luken bezeichnet. Insbesondere sollte sich der Gegenstand an einer Luke befinden.

Die Aperturblende dient der Begrenzung des Winkelbereichs der zur Objektbeleuchtung herangeführten Strahlen, sodass sie einerseits zur Helligkeitsregelung (größer \implies heller), andererseits zur Regelung der Tiefenschärfe (kleiner \implies größerer Schärfebereich) dienen kann. Die Helligkeitsregelung kommt insbesondere dann zum Tragen, wenn besonders kontrastreiche Objekte betrachtet werden, da diese bei zu hoher Helligkeit sehr unangenehm zu betrachten sind. Die Aperturblende ist dabei so angeordnet, dass die Lichtquelle vom Kollektor scharf auf die Aperturblende abgebildet wird (siehe Abbildung 2.1 oben). Scharfe Bilder der Aperturblende werden als Pupillen bezeichnet (weil eines davon auf der Pupille des Auges des Beobachters liegt).
 Strahlen die sich in der Aperturblende schneiden werden anschließend vom Kondensator kollimiert, die Aperturblende befindet sich also in Brennweite des Kondensators.

ok

1.7 Größenmessungen

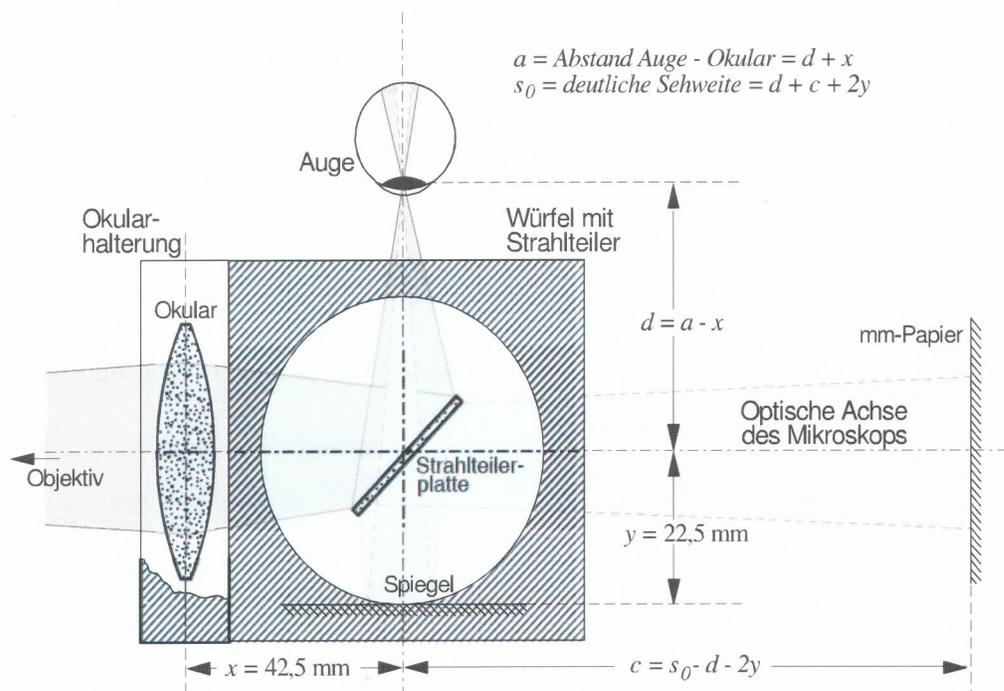


Abbildung 1.7: Darstellung des Strahlteilers hinter dem Okular. Durch den halbdurchlässigen Spiegel lässt sich ein Millimeterpapier als Skala in das virtuelle Bild des Okulars einblenden. Übernommen aus [A].

Mit Hilfe des in Abbildung 1.7 dargestellten Aufbaus lässt sich für den Beobachter scheinbar eine Skala in das virtuelle Bild des Okulars einblenden. Dabei sollte der Abstand c so gewählt werden, dass $x - b_{ok} = c + 2y$. Somit ist die Skala für den Beobachter in gleicher Entfernung wie das virtuelle Bild und es gilt

$$B = V_{ges}G, \quad (1.7.1)$$

wobei G die Größe eines Gegenstandes angibt und B die zugehörige Anzeige auf der Skala.

ok



2 Der Versuch

2.1 Versuchsaufbau

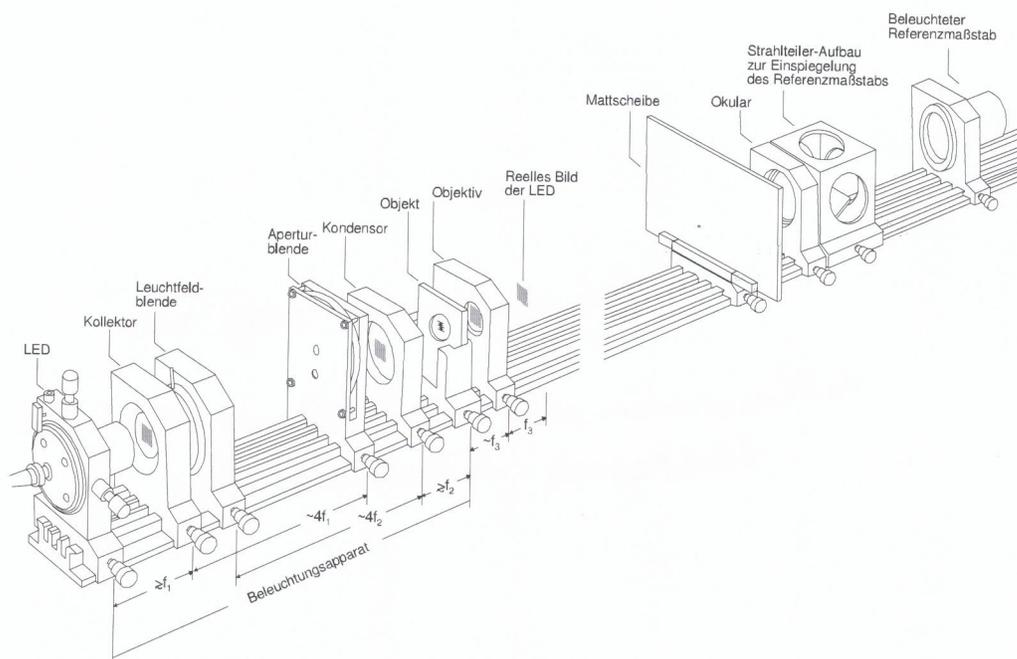


Abbildung 2.1: Überblick über den vollständigen Versuchsaufbau. Übernommen aus [A].

2.1.1 Aufbau und Kalibrierung

1. Beleuchtungsapparat

- Benötigt werden für den ersten Schritt, eine Lichtquelle, ein 22mm \varnothing Objektiv mit einer Brennweite von $f_3 = 40\text{mm}$ sowie ein weißer Schirm.
- Zunächst haben wir die die Lichtquelle am äußeren Ende der optischen Bank zu befestigt und durch Nähern des Linsen-Schirm-Systems mittig auf den Schirm zu zentriert.
- Nun haben wir die Kollimator-Linse mit einer Brennweite von $f_1 = 40\text{mm}$ und einem \varnothing von 30mm vor der Lichtquelle installiert.
- Die Apertur- bzw. Drehblende wurde zunächst mit der kleinst möglichen Öffnung von 0.5 mm in einem Abstand von $\sim 4f_1$ eingebaut (sodass die LED etwa auf das 3 fache Vergrößert wurde).
- Eine Kondensator-Linse mit der Brennweite $f_2=40\text{mm}$ und einem \varnothing von 22 mm wird nun hinter der Apertur-Blende eingebaut. Sie sollte hier für einen parallelen Strahlengang sorgen. (Wir überprüfen diesen durch ein in den Strahlengang gehaltenes Blattpapier)
- Die Leuchtfeldblende wurde dicht hinter der Kollimator-Linse installiert.
- Zur Bestimmung der perfekten Position des Objektes, wählen wir zunächst einen großen Durchmesser für unsre Blende. In einen Dreifach-Filterhalter wird das

letzte Fach durch einen Miniaturbildschirm ersetzt und der gesamte Reiter verschoben, bis die Lamellen der Leuchtfeldblende scharf und verkleinert auf diesem Schirm abgebildet werden.

- Im letzten Schritt wurde das Eigentliche Objekt (ein DIA mit einer aus 100 Strichen bestehenden Skala und einer Breite von insgesamt 5mm) an Stelle des Miniaturschirms ersetzt. Nun sollte bei korrekter Einstellung die scharfe Abbildung der Lamellen nun genau auf der Objektebene liegen, dies war bei uns der Fall.

2. Objektiv und Okular

- Nach Vervollständigung des Beleuchtungsapparates wird nun die Objektivlinse samt des Schirms aus dem ersten Teil so lange in Richtung des Beleuchtungsapparates geschoben, bis das Objekt scharf abgebildet ist. Der Schirm wird nun durch eine Mattglasscheibe ersetzt
- Hinter den Schirm (die Mattscheibe) heben wir nun eine Okularlinse der Brennweite $f_4 = 80\text{mm}$ angebracht, durch welche sich die Schärfe gut kontrollieren lässt.

2.2 Versuchsdurchführung

2.2.1 Messung mit Objektiv und Okular

- Wir wollen mit der Objektivlinse (Brennweite f_3) ein Zwischenbild (B_Z) des Objektes auf ungefähr das 20 fache der ursprünglichen Größe vergrößern. Wir sehen das Bild der Mattscheibe durch das sich dahinter befindende Okular. Die Schärfe dieser Vergrößerung lässt sich durch Nachtjustierung des Objektivs erneut scharfstellen.
- Die Mattscheibe wird nun wieder durch den weißen Schirm vom Beginn ersetzt und mit einem Lineal der Abbildungsmaßstab β_{Obj} bestimmt.

2.2.2 Einbau des Strahlteilers und der Einkoppeloptik für die Vergleichsskala

Hinter das Okular haben wir nun ein Sog. Strahlteiler eingebaut, der es uns ermöglicht von oben, in das Mikroskop hinein zu schauen und zu benutzen. Am hinteren Ende der optischen Bank wurde ein kurzes Rohr mit einem Stück mm-Papier eingesetzt, um einen direkten Größenvergleich der Gegenstandsgröße zum Zwischenbild zu haben. Der halb durchlässige Spiegel sorgt dafür, dass die Vergleichsskala in dem entstehenden Bild über dem Strahlteiler "eingblendet" wird. Es ist dabei darauf zu achten gewesen, dass die Wahrgenommene Entfernung von Skala und Bild ungefähr gleich ist, um so paralaktische Ablesefehler zu verhindern.

2.2.3 Messung der Gesamtvergrößerung sowie Bestimmung der Okularvergrößerung

Die Gesamtvergrößerung V_{ges} wurde einmal mit und einmal ohne Mattscheibe gemessen. Außerdem haben wir geometrische Lage von Okular, Strahlteiler und mm-Papier im Laborheft notiert.

2.2.4 Einfluss einer Strahlbündelbegrenzung auf die Auflösung des Mikroskops

Biegungseffekte sind bei diesem Versuchsaufbau nicht zu verhindern, da die Begrenzung eines Lichtbündels stets die Scharfkantigkeit des Bildes beeinflusst. Biegungsflecken werden dann durch Überlappung unscharf und man kann sie nicht mehr als getrennte Punkte

wahrnehmen. Durch die Objektiv-Brennweite und den Durchmesser der Objektivfassung ist die Ordnung der Beugung unseres Mikroskopmodells gegeben. Wir wollen analysieren, wie groß ein Gegenstand mindestens sein muss damit ein Objekt trotz Beugungserscheinungen immer noch auflösbar bleibt. Anstatt jedoch das Objekt zu verkleinern, wenden wir hier den umgekehrten Weg an und verändern lediglich den Öffnungswinkel des Lichtbündels. Das Objekt ersetzen wir nun durch ein Kreuzgitter, dessen Gitterabstand wir anhand der Vergleichsskala und dem Vergrößerungsmaßstab des Mikroskops selbst bestimmen werden. Wir verringerten die Spaltbreite solange, bis die vertikale Struktur des Gitters am Bildschirm nicht mehr zu erkennen war. Die Spaltbreite maßen wir im Mikroskop und notierten wir ebenfalls in unseren Messdaten.

ok

sehr guter Grundlagen teil

sehr ausführlich, aber übersichtlich
und verständlich dargestellt

11

Handwritten text, possibly a title or header.

Handwritten text, possibly a list or description.

3 Auswertung

3.1 Abbildung mit dem Objektiv

Den Abbildungsmaßstab des Objektivs β_{obj} kann man aus den gemessenen Werten der Bildgröße B und der Gegenstandsgröße G mit

$$\beta_{\text{obj}} = \frac{B}{G}$$

bestimmen. Der Fehler berechnet sich nach:

$$s_{\beta_{\text{obj}}} = \frac{S_B}{B} \cdot \beta_{\text{obj}}$$

so erhalten wir schließlich

$$\beta_{\text{obj}} = (19.6 \pm 0.1)$$

Um die gesuchte Brennweite des Objektivs zu bestimmen, ersetzen wir in der Linsengleichung (1.3.1) die uns unbekanntes Gegenstandsweite g_{obj} durch $\frac{b_{\text{obj}}}{\beta_{\text{obj}}}$. Somit errechnet sich die Brennweite nun wie folgt:

$$f_{\text{obj}} = \frac{b_{\text{obj}}}{1 + \beta_{\text{obj}}}$$

wobei der Fehler

$$s_{f_{\text{obj}}} = \frac{b_{\text{obj}}}{(1 + \beta_{\text{obj}})^2} \cdot s_{\beta_{\text{obj}}}$$

diese Formel verwenden wir nun um die Brennweite des Objektivs auf

$$f_{\text{obj}} = (40.8 \pm 0.2)\text{mm}$$

zu bestimmen. Aus diesen Werten lässt sich die Tubuslänge (Δ) berechnen so ist

$$f_{\text{obj}} \cdot \beta_{\text{obj}} = \Delta = (799.7 \pm 0.2)\text{mm}$$

3.2 Gesamt und Okularvergrößerung

Die Gesamtvergrößerung, des Mikroskops kann man mit

$$V_{\text{ges}} = -\frac{B}{G}$$

bzw.

$$S_{V_{\text{ges}}} = \frac{S_B}{B} \cdot |V_{\text{ges}}|$$

berechnen, wobei wir jedoch in der Formel des Fehlers davon ausgehen, dass wir keinen Fehler auf die Skala (den Gegenstand, das Dia) haben. Sowohl mit als auch ohne Schirm haben wir die selben Ergebnisse gemessen und es ergibt sich direkt die Gesamtvergrößerung V_{ges} unseres Aufbaus, aus welcher sich dann die Vergrößerung des Okulars berechnen lässt.

$$V_{\text{ges}} = (-48 \pm 1)$$

Die Gleichung (1.5.2) lässt sich nach V_{ok} auflösen:

$$V_{\text{ok}} = -\frac{V_{\text{ges}}}{\beta_{\text{obj}}}$$

Wir erhalten als Fehler:

$$S_{V_{ok}} = \sqrt{\left(\frac{S_{V_{ges}}}{V_{ges}}\right)^2 + \left(\frac{S_{\beta_{obj}}}{\beta_{obj}}\right)^2} \cdot V_{ok}$$

Setzen wir die Messwerte ein, so ergibt sich:

$$V_{ok} = 2.44 \pm 0.05$$

mit dem so gewonnen Wert für die Vergrößerung des Okulars und dem groben Abstand a von Auge zum Okular lässt sich dann die Brennweite berechnen

$$f_{ok} = \frac{c + 2y - x}{V_{ok} - 1}$$

*a geht streng
genommen
gar nicht ein*

wobei der Fehler

$$S_{f_{obj}} = \sqrt{\left(\frac{s_C}{V_{ok} - 1}\right)^2 + \left(\frac{S_{V_{ok}}(c + 2y - x)}{(V_{ok} - 1)^2}\right)^2}$$

beträgt.

Nach einsetzen unserer Werte, erhalten wir dann:

$$f_{ok} = (80 \pm 3)\text{mm}$$

ok

3.3 Strahlbündelbegrenzung

Zur Bestimmung der Gitterkonstante g verwenden wir (1.7.1), indem wir die von uns im Mikroskop gemessene Bildgröße des Gitters durch die berechnete Gesamtvergrößerung V_{ges} teilen. Daraus ergibt sich dann ein Wert von :

$$g = (0.291 \pm 0.012)\text{mm}$$

Als Nächstes berechnen wir die Spaltbreite unseres Versuchsaufbaus mit selbigen Verfahren.

$$d = (0.083 \pm 0.011)\text{mm}$$

die theoretische Spaltbreite ergibt sich durch die Gleichung (1.5.4) als

$$d_{theo} = f_{ok} \frac{\lambda}{g} = (0.077 \pm 0.003)\text{mm},$$

wobei wir hier unser errechnetes f_{ok} aus 3.1 sowie die in [A] angegebene Wellenlänge $\lambda = 550\text{nm}$ und die soeben bestimmte Gitterkonstante verwendet haben. Die Gitterbreite, bei der das Mikroskop noch auflösungsfähig ist, berechnen wir mittels Gleichung (1.5.6)

$$g_{min} = \frac{2\lambda f_{obj}}{d_{obj}},$$

wobei $d_{obj} = 22\text{mm}$ der Durchmesser des Objektivs ist. Aus den angegebenen Werten und diesem Durchmesser ergibt sich als die kleinstmögliche Struktur

$$g_{min} = 0.002\text{mm}.$$

ok

4 Diskussion

4.1 Abbildung mit dem Objektiv

Wir haben den Abbildungsmaßstabs des Objektivs auf

$$\beta_{obj} = (19.6 \pm 0.1)$$

bestimmt.

Mit diesen Wert konnten wir die Brennweite des Objektivs mit der nominellen Brennweite von ($f_3 = 40 \text{ mm}$) berechnen:

$$f_{obj} = (40.8 \pm 0.2) \text{ mm}$$

Wir liegen also in 4 Standardabweichung des nominellen Werts. Es scheint plausibel, dass wir hier den Fehler zu klein abgeschätzt haben. So hätten wir beispielsweise den Ablesefehler höher, oder sogar zusätzlich noch einen *Scharfstellfehler* schätzen können. Statistische Schwankungen sowie Linsenfehler sind nicht auszuschließen.

Allerdings können wir anhand der errechneten Tubuslänge ein bisschen mehr über die Genauigkeit unserer Messwerte sagen. Die angegebene, sowie die bei der Durchführung gemessene Tubuslänge war $\Delta = 800 \text{ mm}$. Aus unseren berechneten Werten für Brennweite und Abbildungsmaßstab konnten wir die Tubuslänge auf ($\Delta = 799.7 \pm 0.2 \text{ mm}$) bestimmen, was mit einer Diskrepanz von 1.5σ ein mit der Theorie zwanglos verträgliches Ergebnis darstellt.

4.2 Gesamt und Okularvergrößerung

Wir haben an Unserem Mikroskop Modell eine Gesamtvergrößerung von

$$V_{ges} = (-48 \pm 1)$$

gemessen. Allerdings können wir nicht qualitativ über dieses Ergebnis diskutieren, da es sich hierbei um eine nicht nominelle Größe handelt, wir haben also keinen Vergleichswert. Allerdings konnten wir daraus eine Brennweite für das Okular berechnen, welche sehr genau dem nominellen Wert von $f_{ok} = 80 \text{ mm}$ entspricht. Berechnet haben wir :

$$f_{ok} = (80 \pm 3) \text{ mm}$$

Man könnte also daraus schließen, dass es sich hierbei um ein genaues Messverfahren handelt. *naja, ok*

4.3 Auflösungsvermögen des Mikroskops

Im Letzten Versuchsteil, haben wir zunächst die Gitterkonstante bestimmt und erhielten einen Wert von

$$g = (0.291 \pm 0.012) \text{ mm}$$

Am Mikroskop haben wir eine Spaltbreite von

$$d = (0.083 \pm 0.011) \text{ mm}$$

gemessen. Mit der von uns bestimmten Gitterkonstanten und der gegebenen Wellenlänge konnten wir einen theoretischen Wert der Spaltbreite errechnen und

$$d_{theo} = (0.077 \pm 0.003) \text{ mm}.$$

Die Diskrepanz dieser beiden Werte ist 0.5σ bezüglich des gemessenen Werten für d . Anhand der Brennweite und dem Durchmesser des Objektivs haben wir dann zuletzt auch noch das Auflösungsvermögen unseres Mikroskops bestimmt, wobei wir für das kleinstmögliche noch auflösbare Gitter eine Gitterkonstante von

$$g_{min} = 2\mu\text{m}$$

erhielten. Dies ist jedoch insofern nur ein theoretischer Wert, als dass unser Mikroskop mit seiner relativ geringen Vergrößerung nicht in der Lage ist derart kleine Abstände wahrnehmbar zu machen.

ok

5 Anhang

5.1 Messdatennachweis

6.3.17

V75

Tubenlänge ≈ 800 mm

Bildack $b_{0,0} = 840$ mm

Bildgröße 38 mm

Gegenstandsgröße 5 mm

Qualitative Betrachtung

Leuchtfeld

regelt Bildausschnitt

Leuchtfeld werden ϕ

Apertur

regelt Halbwinkel

$$G = 5 \text{ mm}$$

$$B_0 = 98 \text{ mm} \pm 95 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{B_0}{G} = 19,6$$

$$G' = 0,5 \text{ mm}$$

$$B_0' = 24 \text{ mm}$$

mit Sch

$$G'' = 0,5 \text{ mm}$$

$$B_0'' = 24 \text{ mm}$$

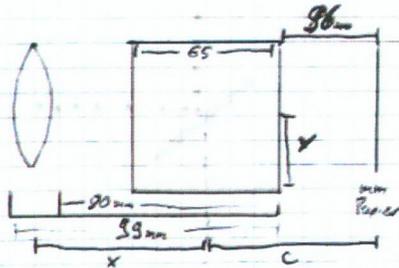
ohne Sch

$$S_0 = 0,5 \text{ mm}$$

$$\tilde{G} \phi = 14 \text{ mm}$$

$$\tilde{d} \phi = 4 \text{ mm} = 0,5 \text{ mm}$$

in u. o. Skop



$$x = 56,5 \text{ mm}$$

$$y = 22,5 \text{ mm}$$

$$c = 122,5 \text{ mm}$$

Messung

Gegenstandsgr.

Bildgröße

$$x = 42,5 \text{ mm}$$

mit Schirm
5 mm

38 mm ± 95 mm

ohne Schirm

V.T. von Rektor



6 Quellen und Literaturverzeichnis

Literatur

- [B] Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2 (WS 2017),
Teil B: Physikalische Grundlagen,
Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
- [A] Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2 (WS 2017),
Teil A: Hinweise und Versuchsanleitungen,
Physikalisches Institut der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
- [He] Eugene Hecht, Optik. 4. Auflage. Oldenbourg, München