

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER*INNEN, TEIL 1
SOMMERSEMESTER 2021

VERSUCH 70 AM 07.10.2021

**Brennweite von Linsen und
Linsenkombinationen**

Gruppe 213:
10.10.2021

Assistent:

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	2
2 Aufbau und Durchführung	2
2.1 Aufbau mit einer Sammellinse	2
2.2 Aufbau eines Linsensystems mit zwei Sammellinsen	3
2.3 Aufbau eines stark assymetrischen Linsensystems	4
2.4 Aufbau zur Untersuchung der chromatischen Aberration	4
3 Auswertung und Fehleranalyse	6
3.1 Untersuchung fundamentaler Größen an einer Sammellinse	6
3.2 Untersuchung fundamentaler Größen an einem Linsensystem aus zwei Sammellinsen	8
3.3 Untersuchung der Abbildungseigenschaften eines Linsensystems durch das Bes- selverfahren	10
3.4 Bestimmung der Brennweiten-Dispersion durch Autokollimation	13
4 Diskussion der Ergebnisse	15
4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse	15
4.2 Vergleich der berechneten Brennweiten mit Literaturwerten	16
4.3 Fehlerdiskussion	16
4.4 Verbesserte Messmethoden	17
5 Literatur	18
6 Anhang	19
6.1 Theoretische Herleitung von e_{\min}	19
6.2 Tabellen und Grafiken	19
6.3 Laborbuch	23
6.4 Tabellenverzeichnis	28
6.5 Abbildungsverzeichnis	28

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch sollen Eigenschaften einfacher optischer Systeme an der optischen Bank untersucht werden. Dabei werden in vier Messreihen unterschiedliche Linsensysteme untersucht und typische Effekte beobachtet. Zunächst werden an einer einfachen Sammellinse und an einem Linsensystem aus zwei Sammellinsen die grundlegenden Größen der Optik untersucht. Im nächsten Schritt wird mithilfe des Besselverfahrens ein stark asymmetrisches Linsensystem ausgewertet. Zuletzt wird durch Autokollimation die chromatische Aberration einer langbrennweitigen Linse beobachtet.

2 Aufbau und Durchführung

2.1 Aufbau mit einer Sammellinse

Für den ersten Versuchsteil wird der in [Abbildung 1](#) dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Durch eine Kollimationslinse trifft das von der Lichtquelle ausgesendete Licht parallel auf das Dia. Die rechte Kante der Halterung wird dabei als Position x_0 bezeichnet. Die Strahlen treffen über eine Linse mit Brennweite $f_1 = 80\text{ mm}$, deren Mittelpunkt an der Position x_1 liegt, auf einen Schirm, der an der Stelle x_2 angebracht ist.

Der Schirm wird an der Stelle x_2 festgehalten und die Position des Dias variiert, um die Gesamtweite e zu verändern. Es ist dabei darauf zu achten, dass die Gesamtweite einen Minimalwert e_{\min} nicht unterschreitet. Im Anhang wird in [Gleichung 42](#) der Zusammenhang $e_{\min} = 4f$ hergeleitet. Die Bildweite b und die Gegenstandsweite g werden durch Variation der Position der Linse gefunden und abgelesen, sobald das Bild scharf ist. Die Schärfe des Bildes wird anhand eines inneren Ringes der auf dem Dia abgebildeten Scheibe beurteilt. Alle Größen werden über eine angebrachte Skala abgelesen und die Unsicherheiten über Dreiecksverteilung ermittelt. Bei der Position der Linse wird die Unsicherheit bei jeder Messung neu geschätzt, da zu der Ableseunsicherheit eine weitere Unsicherheit hinzukommt, die dadurch entsteht, dass nicht genau ermittelt werden kann, wann das Bild scharf ist.

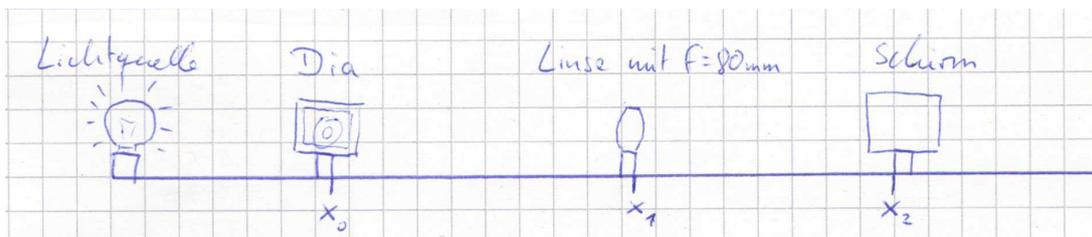
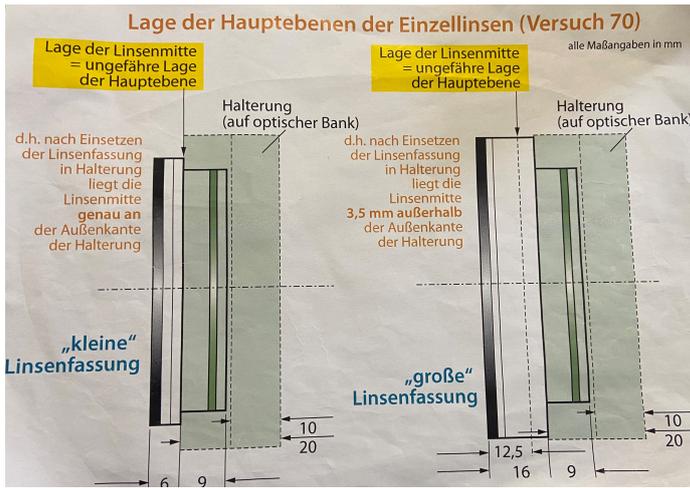
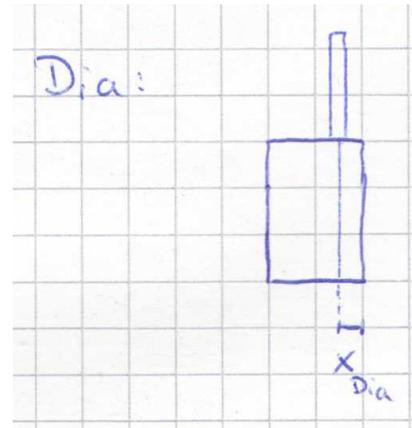


Abb. 1: Skizze des Versuchsaufbaus für die Messung mit einer Sammellinse aus [Abbildung 14](#) mit allen relevanten Größen für die Messung.

Wie in [Abbildung 2b](#) deutlich wird, befindet sich das Dia nicht an Position x_0 , sondern ist um x_{Dia} leicht nach links verschoben. Da für die Linse die kleine Linsenfassung verwendet wird, fällt die Hauptebene mit x_1 zusammen, wie in [Abbildung 2a](#) erkennbar ist.



(a) Lage der Hauptebenen der Einzellinsen



(b) Messung der Dia-Position in der Halterung

Abb. 2: Abbildung der Hauptebenen der Einzellinsen und Skizze aus dem Laborbuch (Abbildung 14) für die Dia-Position in der Halterung.

Vor der Versuchsdurchführung werden folgende gleichbleibende Positionen gemessen:

$$x_{\text{Dia}} = (0,40 \pm 0,04) \text{ cm}, \tag{1}$$

$$x_2 = (120,00 \pm 0,04) \text{ cm}. \tag{2}$$

2.2 Aufbau eines Linsensystems mit zwei Sammellinsen

Der zweite Aufbau entspricht dem ersten bis auf die Tatsache, dass nun zwei Sammellinsen mit Brennweiten $f_1 = 80 \text{ mm}$ und $f_2 = 150 \text{ mm}$ verwendet werden. In [Abbildung 3](#) ist der Aufbau skizziert.

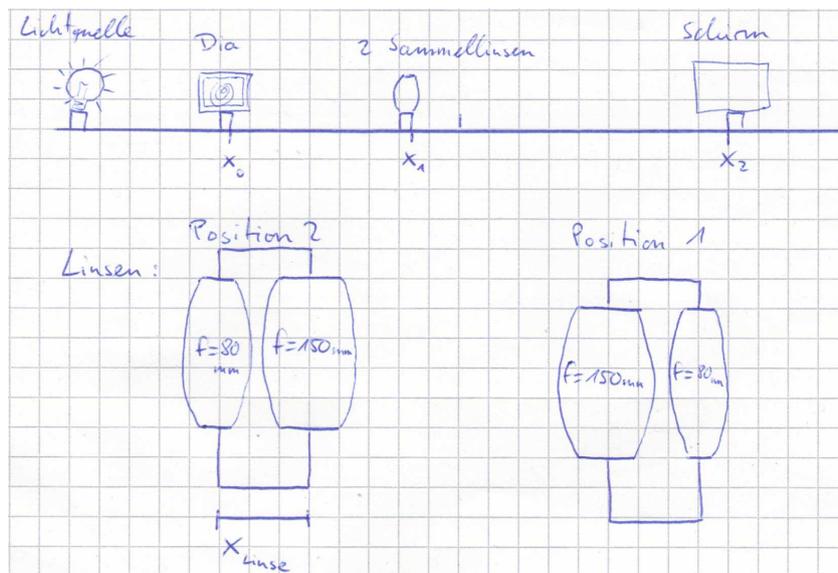


Abb. 3: Skizze des Versuchsaufbaus für die Messung mit zwei Sammellinsen aus [Abbildung 15](#) mit allen relevanten Größen für die Messung.

Alle Messungen werden doppelt durchgeführt, da zwei mögliche Anordnungen der Linsen existieren, wie in [Abbildung 3](#) zu erkennen ist. Diese werden im Folgenden Anordnung 1 und 2 genannt. Um die effektive Brennweite des Linsensystems abschätzen zu können, wird folgender Wert x_{Linse} für den Abstand zwischen den Linsen gemessen:

$$x_{\text{Linse}} = (2,00 \pm 0,04) \text{ cm.} \quad (3)$$

Die Positionen x_{Dia} und x_2 werden von Versuchsteil 1 übernommen.

2.3 Aufbau eines stark asymmetrischen Linsensystems

Auch der Aufbau des dritten Versuchsteils entspricht weitestgehend den vorangegangenen Aufbauten, es werden nun jedoch eine Sammellinse mit $f_1 = 80 \text{ mm}$ und eine Streulinse mit $f_4 = -200 \text{ mm}$ verwendet. Wie in [Abbildung 4](#) zu erkennen ist, gibt es erneut zwei verschiedene Anordnungen, für die Messungen durchgeführt werden. Alle bereits erwähnten Positionen werden erneut übernommen.

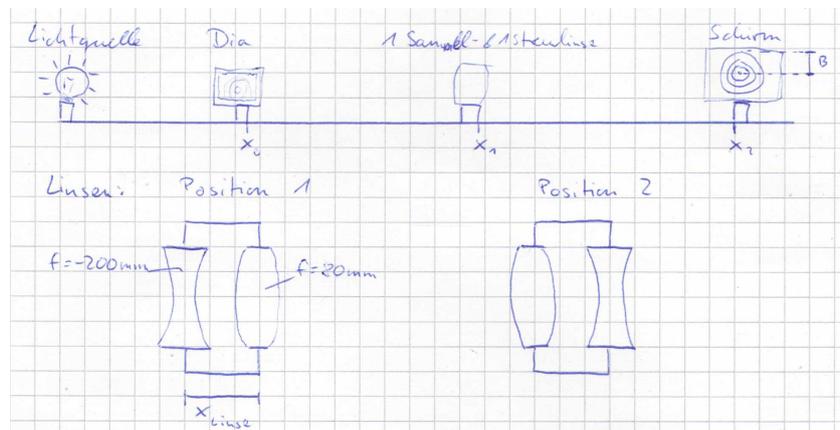


Abb. 4: Skizze des Versuchsaufbaus für die Messung mit einer Sammellinse und einer Streulinse aus [Abbildung 16](#) mit allen relevanten Größen für die Messung.

Da die Hauptebenen und die Brennweite über das Besselverfahren bestimmt werden sollen, werden in diesem Versuchsteil zusätzlich Bildgröße B und Gegenstandsgröße G gemessen. Dabei wird der äußere Ring auf dem Dia verwendet. Die Bildgröße wird auf dem Schirm gemessen und die Gegenstandsgröße, die für alle Messungen konstant ist, wird aus [\[1\]](#) genommen:

$$G = 20,5 \text{ mm.} \quad (4)$$

2.4 Aufbau zur Untersuchung der chromatischen Aberration

Um die chromatische Aberration zu untersuchen, wird das Licht durch einen Farbfilter gesendet. Zunächst wird ein roter, anschließend ein blauer Farbfilter verwendet. Nach dem Durchgang durch die Linse mit $f_3 = 250 \text{ mm}$ trifft das Licht auf einen Spiegel anstelle eines Schirms. Die genaue Position dieses Spiegels ist dabei irrelevant, da die Lichtstrahlen hier parallel sind. Das Licht wird reflektiert und trifft erneut auf das Dia. Es wird der Abstand zwischen Dia und Linse gemessen, bei dem die Reflexion scharf ist. Der genaue Versuchsaufbau ist in [Abbildung 5](#) zu finden:

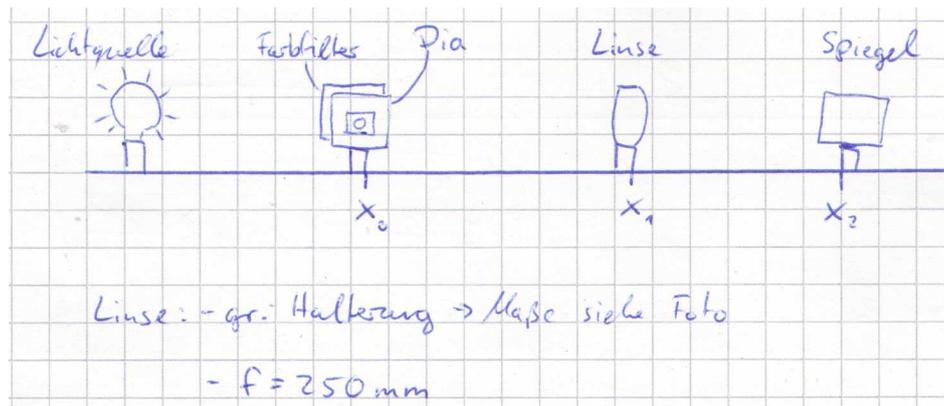


Abb. 5: Skizze des Versuchsaufbaus für die Messung mit einer Sammellinse und Farbfiltern aus [Abbildung 18](#) mit allen relevanten Größen für die Messung.

Es werden Farbfilter mit folgenden Frequenzen verwendet:

$$\lambda_1 = 650 \text{ nm} \quad (\text{rot}), \quad (5)$$

$$\lambda_2 = 400 \text{ nm} \quad (\text{blau}). \quad (6)$$

Da in diesem Versuchsteil für die Linse die große Halterung verwendet wird, muss ein Korrekturterm von $x_{\text{korr}} = 3,5 \text{ mm}$ zu x_1 hinzuaddiert werden, wie in [Abbildung 2a](#) zu sehen ist.

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Untersuchung fundamentaler Größen an einer Sammellinse

Im ersten Versuchsteil sollen die Brennweite f und der Abbildungsmaßstab β einer einzelnen Linse untersucht werden. Die nominelle Brennweite entspricht in diesem Fall $f_1 = 80 \text{ mm}$, da nur eine Linse verwendet wird. Aus [Gleichung 42](#) ergibt sich damit eine minimale Gesamtweite von $e_{\min} = 320 \text{ mm}$. Es wird während der Durchführung darauf geachtet, dass dieser Wert nicht unterschritten wird.

Zunächst werden die Bildweite b , die Gegenstandsweite g und die Gesamtweite e der einzelnen Messwerte berechnet. e und b lassen sich dabei direkt aus den gemessenen Positionen, die in [Abbildung 14](#) und [Abbildung 15](#) im Laborbuch zu finden sind, berechnen. Es ist zu beachten, dass bei der Berechnung von e die Position des Dias in der Halterung mit einfließt. Die Unsicherheiten werden über Fehlerfortpflanzung mit Formeln aus [\[2\]](#) berechnet:

$$e = x_2 - (x_0 - x_{\text{Dia}}), \quad (7)$$

$$\Delta e = \sqrt{(\Delta x_2)^2 + (\Delta x_0)^2 + (\Delta x_{\text{Dia}})^2},$$

$$b = x_2 - x_1, \quad (8)$$

$$\Delta b = \sqrt{(\Delta x_2)^2 + (\Delta x_1)^2}.$$

Die Gegenstandsweite g lässt sich nun aus den beiden anderen Größen berechnen. Es werden erneut Formeln aus [\[2\]](#) für die Fehlerfortpflanzung verwendet:

$$g = e - b, \quad (9)$$

$$\Delta g = \sqrt{(\Delta e)^2 + (\Delta b)^2}.$$

Die berechneten Größen b , g und e sind in [Tabelle 2](#) im Anhang zusammengestellt. Aus ihnen kann nun der Abbildungsmaßstab β und seine Unsicherheit $\Delta\beta$ berechnet werden. Die Formel für β stammt dabei aus [\[1\]](#). Da die Größen nicht unabhängig voneinander sind, treten bei der Fehlerfortpflanzung zusätzliche Korrekturterme auf. Diese wurden während der Versuchsdurchführung besprochen:

$$\beta = \frac{b}{g}, \quad (10)$$

$$\Delta\beta = \frac{1}{g} \cdot \sqrt{(\Delta b)^2 + \left(\frac{b\Delta g}{g}\right)^2 + 2\frac{b}{g}(\Delta x_1)^2}. \quad (11)$$

Auch die Brennweite f und ihre Unsicherheit Δf lassen sich aus den bestimmten Größen berechnen. Die Fehlerfortpflanzung besitzt erneut einen Korrekturterm:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{gb}{g+b}, \quad (12)$$

$$\Delta f = \frac{1}{(g+b)^2} \cdot \sqrt{(b^2\Delta g)^2 + (g^2\Delta b)^2 - 2(bg\Delta x_1)^2}. \quad (13)$$

Beide Größen β und f sind ebenfalls in [Tabelle 2](#) im Anhang aufgelistet.

Um die Formel für β aus [\[1\]](#) verifizieren zu können, werden die drei Größen e , b und g gegen β aufgetragen und mit dem theoretischen Verlauf verglichen. Für die bessere Vergleichbarkeit

werden alle drei Werte auf die nominelle Brennweite normiert. Eine Zusammenstellung der Werte für g/f , b/f und e/f findet sich in [Tabelle 3](#) im Anhang. Die Fehlerfortpflanzung ist in diesem Fall trivial, da keine Unsicherheit für f_1 bekannt ist.

Mit Formeln aus [1] wird zunächst der theoretische Verlauf für g/f , b/f und e/f hergeleitet:

$$\frac{b}{f} = \beta + 1 \quad \Rightarrow y_b = x + 1, \quad (14)$$

$$\frac{g}{f} = \frac{b}{f\beta} = \frac{\beta + 1}{\beta} = \frac{1}{\beta} + 1 \quad \Rightarrow y_g = \frac{1}{x} + 1, \quad (15)$$

$$\frac{e}{f} = \frac{b}{f} + \frac{g}{f} = \frac{1}{\beta} + \beta + 2 \quad \Rightarrow y_e = \frac{1}{x} + x + 2. \quad (16)$$

In [Abbildung 6](#) sind alle Messwerte zusammen mit den hergeleiteten theoretischen Verläufen eingetragen. Es wird eine lineare Skala verwendet. Die gleichen Messwerte sind in [Abbildung 11](#) im Anhang mit einer doppellogarithmischen Skala aufgetragen, da so die Symmetrie der Verläufe leichter erkennbar ist.

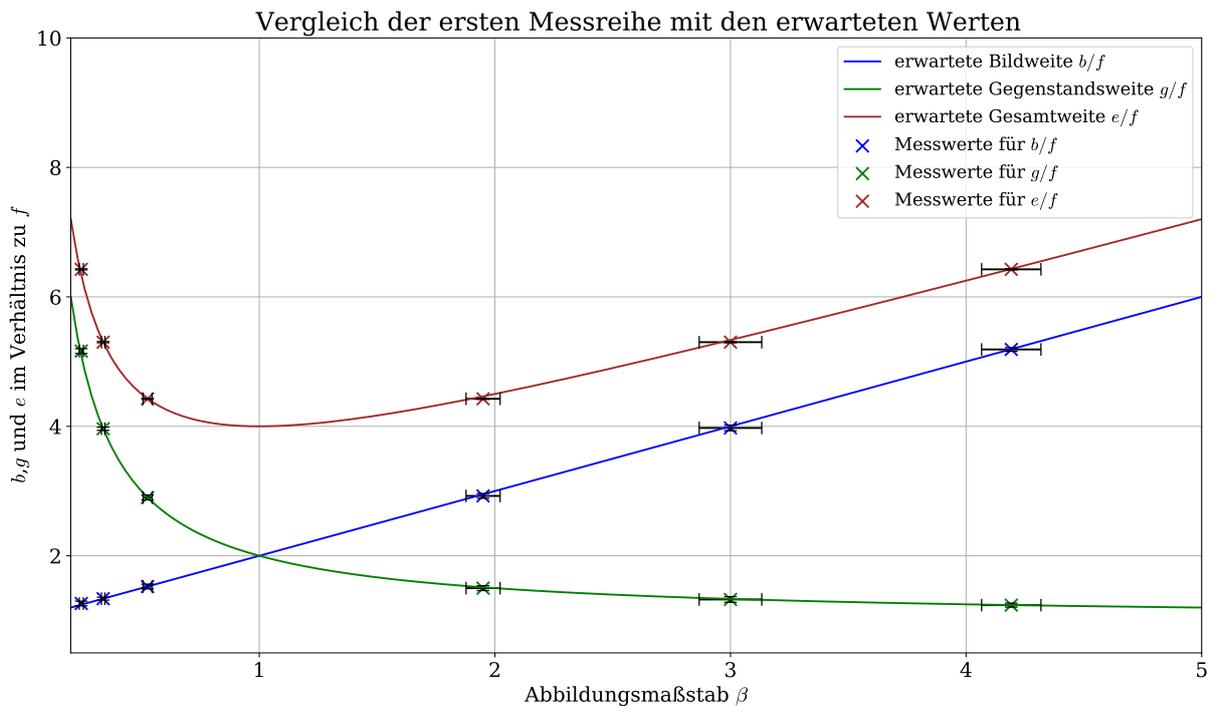


Abb. 6: Dargestellt sind die in der ersten Versuchsreihe berechneten Werte für die Bildweite b , die Gegenstandsweite g und die Gesamtweite e . Aufgetragen ist dabei jeweils deren Verhältnis zur Brennweite f gegen den Abbildungsmaßstab β . Zusätzlich sind die in [Gleichung 14](#) hergeleiteten Erwartungswerte als Kurven eingetragen. Es wird eine lineare Skala verwendet.

Bei Betrachtung der Fehlerbalken fällt auf, dass alle Werte deutlich mit dem theoretischen Verlauf verträglich sind.

Zuletzt wird aus den gemessenen Werten für die Brennweite f ein gemeinsamer Mittelwert $f_{b,1}$ mit Formeln aus [2] berechnet. Für die Unsicherheit wird die Standardabweichung des

Mittelwert verwendet, für die ebenfalls eine Formel aus [2] verwendet wird. Es ergibt sich folgender Wert:

$$f_{b,1} = (80,0 \pm 0,3) \text{ mm.}$$

Aus diesem Mittelwert lässt sich nun die Brechkraft ϕ der Linse bestimmen [1]. Erneut wird die Unsicherheit über Fehlerfortpflanzung [2] berechnet:

$$\phi_{b,1} = \frac{1}{f_{b,1}}, \quad (17)$$

$$\Delta\phi_{b,1} = \frac{\Delta f_{b,1}}{f_{b,1}^2}. \quad (18)$$

Es ergibt sich folgender Wert:

$$\phi_{b,1} = (12,50 \pm 0,04) \text{ m}^{-1}.$$

3.2 Untersuchung fundamentaler Größen an einem Linsensystem aus zwei Sammellinsen

Im Folgenden sollen nun ähnliche Untersuchungen an einem Linsensystem durchgeführt werden. Hierfür muss die nominelle Brennweite zunächst mithilfe der Gullstrand-Gleichung [1] aus den Brennweiten $f_1 = 80 \text{ mm}$ und $f_2 = 150 \text{ mm}$ berechnet werden, wobei d der Abstand zwischen den beiden Linsen ist:

$$\frac{1}{f_n} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} \quad (19)$$

Es ergibt sich damit eine nominelle Brennweite von $f_{n,2} = 57,1 \text{ mm}$ und eine minimale Gesamtweite von $e_{\min} = 228,6 \text{ mm}$.

Erneut werden zunächst die Gesamtweiten e und die Bildweiten b aus den gemessenen Positionen berechnet. Bei der Berechnung der Bildweite muss beachtet werden, dass als Näherung anstelle der Position x_1 der Mittelpunkt des Linsensystems verwendet wird, es tritt also ein weiterer Term bei b auf. Ansonsten können Gleichung 7 und Gleichung 8 übernommen werden. In Tabelle 4 sind die berechneten Daten zusammengestellt. Es ist dabei vermerkt, welche der beiden Anordnungen verwendet wird.

Auch die Größen g , β und f lassen sich in diesem Versuchsteil analog zu Teil 1 bestimmen, es sei deshalb an dieser Stelle nur auf die Zusammenstellung der Ergebnisse verwiesen, die sich ebenfalls in Tabelle 4 im Anhang finden lassen.

Um den Zusammenhang zwischen β und den drei berechneten Längen zu untersuchen, werden diese erneut durch die nominelle Brennweite dividiert. Die errechneten Werte finden sich in Tabelle 5 im Anhang. Da die somit errechneten Größen unabhängig vom verwendeten System sind, können die theoretischen Überlegungen aus Versuchsteil 1 übernommen werden. In Abbildung 7 sind die errechneten Größen g/f , b/f und e/f gegen β aufgetragen. Es ist erneut das theoretische Modell mit eingetragen. Die Messreihen der beiden verschiedenen Anordnungen sind dabei mit unterschiedlichen Farben gekennzeichnet. Im Anhang in Abbildung 12 befindet sich dieselbe Grafik mit doppellogarithmischer Skala.

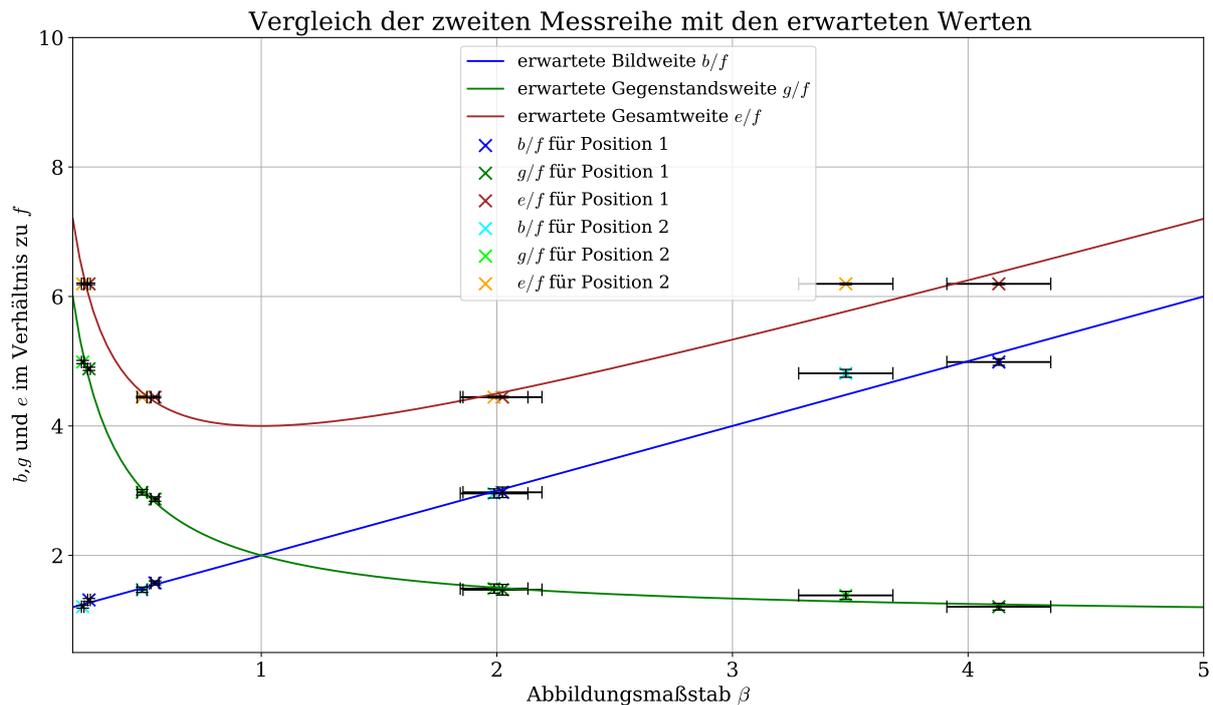


Abb. 7: Dargestellt sind die in der zweiten Versuchsreihe berechneten Werte für die Bildweite b , die Gegenstandsweite g und die Gesamtweite e bei beiden verwendeten Anordnungen. Aufgetragen ist dabei jeweils deren Verhältnis zur Brennweite f gegen den Abbildungsmaßstab β . Zusätzlich sind die in [Gleichung 14](#) hergeleiteten Erwartungswerte als Kurven eingetragen. Es wird eine lineare Skala verwendet.

Bei dieser Versuchsanordnung weichen die gemessenen Daten stärker vom theoretischen Verlauf ab, auch wenn vermutlich die meisten Werte noch mit diesem verträglich sind. Auffällig ist, dass immer eine der beiden Versuchsreihen, die durch die unterschiedlichen Anordnungen entstehen, über und eine unter der Kurve liegen. An der Stelle $\beta = 1$ wechseln die beiden Messreihen die Seiten und die andere Reihe liegt nun unter, beziehungsweise über der Kurve. In [Abbildung 12](#) im Anhang ist dieser Zusammenhang noch deutlicher zu erkennen. Der Effekt wird in der Fehlerdiskussion tiefergehend behandelt.

Für diesen Versuchsteil ergeben sich zwei verschiedene Werte für die Brennweite f und die Brechkraft ϕ , die sich jeweils aus den Messreihen für die zwei Anordnungen berechnen lassen. Es wird erneut der Mittelwert und die Standardabweichung des Mittelwerts berechnet [2]. Es ergeben sich die folgenden Werte:

$$\begin{aligned}
 f_{b,2} - \text{Anordnung 1} &= (57,2 \pm 0,8) \text{ mm}, \\
 \phi_{b,2} - \text{Anordnung 1} &= (17,5 \pm 0,3) \text{ m}^{-1}, \\
 f_{b,2} - \text{Anordnung 2} &= (57,4 \pm 1,3) \text{ mm}, \\
 \phi_{b,2} - \text{Anordnung 2} &= (17,4 \pm 0,4) \text{ m}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Außerdem lassen sich die beiden Größen als Mittelwert aus allen Messwerten berechnen. Dabei ergeben sich die folgenden Werte:

$$f_{b,2} - \text{mittel} = (57,34 \pm 0,09) \text{ mm},$$

$$\phi_{b,2} - \text{mittel} = (17,44 \pm 0,03) \text{ m}^{-1}.$$

3.3 Untersuchung der Abbildungseigenschaften eines Linsensystems durch das Besselverfahren

Die nominelle Brennweite des stark asymmetrischen Linsensystem mit einer Sammellinse mit Brennweite $f_1 = 80 \text{ mm}$ und einer Streulinse mit Brennweite $f_1 = -200 \text{ mm}$ lässt sich erneut über die Gullstrand-Gleichung [1] berechnen. Es ergibt sich eine nominelle Brennweite von $f_{n,3} = 114,3 \text{ mm}$ und ein minimaler Wert für e von $e_{\min} = 457,1 \text{ mm}$.

Zur Berechnung der Brennweite f und der Lage der beiden Hauptebenen H_a und H_b , soll in diesem Abschnitt das Besselverfahren genutzt werden. Dazu müssen zusätzlich zu den bisher gemessenen Positionen die Gegenstandsgröße G und die Bildgröße B für beide mögliche Anordnungen gemessen werden. Für die weiteren Berechnungen werden zudem die Gesamtweite e und die scheinbare Bildweite b' benötigt. Diese lassen sich analog zu den ersten beiden Versuchsreihen berechnen. Da die Lage der Hauptebenen für das Besselverfahren nicht bekannt sein muss, kann der Bezugspunkt für die scheinbare Bildweite b' willkürlich festgelegt werden. Es wird im Folgenden der rechte Rand der Linsenhalterung x_1 als Bezugspunkt gewählt. Die berechneten Werte für e und b' , sowie die gemessenen Werte für B finden sich zusammengefasst in [Tabelle 6](#) im Anhang. Dort ist auch die jeweils verwendete Anordnung angegeben.

Der Abbildungsmaßstab β lässt sich alternativ über die Gegenstandsgröße G und die Bildgröße B berechnen [1]. Dabei wird für G der aus [1] bekannte Wert $G = (20,5 \pm 0,1) \text{ mm}$ verwendet:

$$\beta = \frac{B}{G}, \quad (20)$$

$$\Delta\beta = \frac{1}{G} \cdot \sqrt{(\Delta B)^2 + \left(\frac{B\Delta G}{G}\right)^2}. \quad (21)$$

Die für β bestimmten Werte sind ebenfalls in [Tabelle 6](#) im Anhang angegeben. Aus [1] ist der folgende Zusammenhang bekannt:

$$\beta = \frac{b' - x_{a/b}}{f} - 1 \quad (22)$$

Dabei gibt x die Entfernung der jeweiligen Hauptachse zum gewählten Bezugspunkt x_1 an. Bei Auftragung der berechneten Werte für β gegen die gemessenen Werte für b' sollten sich folglich zwei parallele Geraden ergeben, wobei jede Gerade zu einer der beiden Anordnungen gehört:

$$\beta = m \cdot b' + c_{a/b} \quad (23)$$

mit

$$m = \frac{1}{f} \quad (24)$$

$$c_{a/b} = \frac{-x_{a/b}}{f} - 1 \quad (25)$$

In [Abbildung 8](#) sind die berechneten Werte für β gegen die gemessenen Werte für b' aufgetragen:

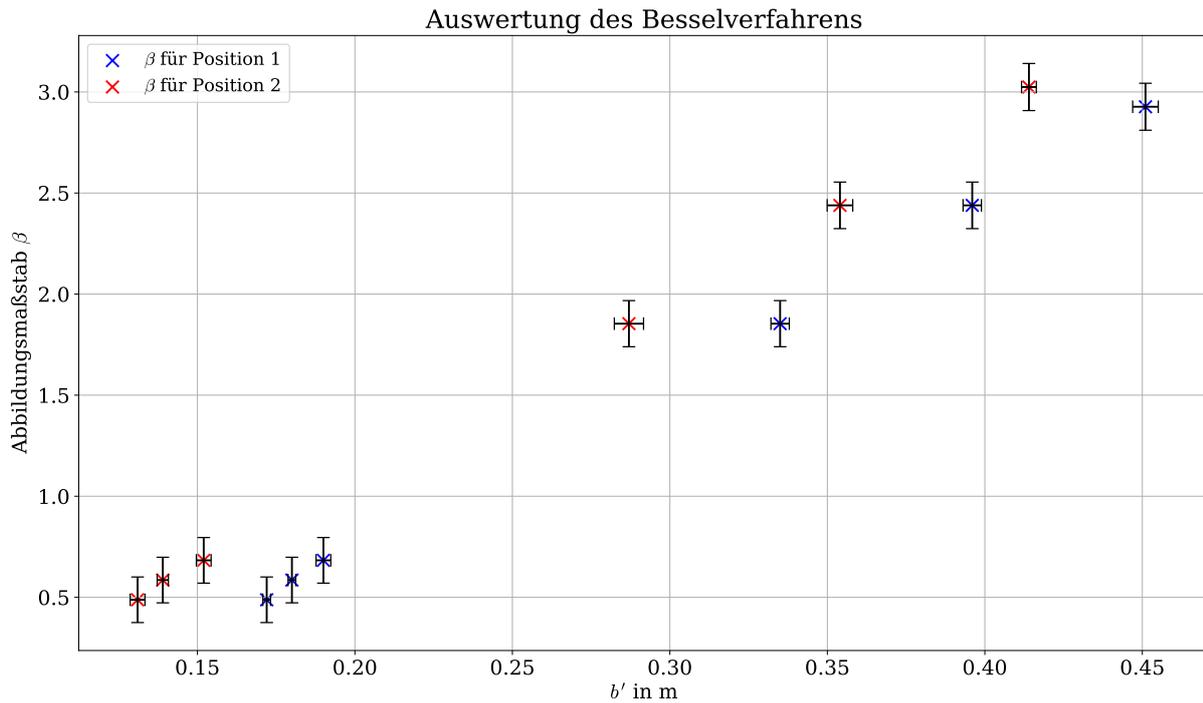


Abb. 8: Aufgetragen ist der berechnete Abbildungsmaßstab β gegen die gemessene Größe b' in m. Eingetragen sind dabei die Messwerte der beiden Messreihen, die sich aus den unterschiedlichen Anordnungen ergeben.

Per Hand werden die Ausgleichsgeraden der Messwerte bestimmt, wobei eine Parallelität der beiden Geraden erzwungen wird. Die Unsicherheiten auf die Steigung m und den y-Achsenabschnitte c_a und c_b werden durch kleine Variationen der jeweiligen Werte abgeschätzt. Es werden die folgenden Werte ermittelt:

$$m = (8,7 \pm 0,3) \text{ m}^{-1}, \quad (26)$$

$$c_a = -1,0 \pm 0,1, \quad (27)$$

$$c_b = -0,6 \pm 0,1. \quad (28)$$

In [Abbildung 9](#) sind die beiden Ausgleichsgeraden mit in das Diagramm eingezeichnet. In [Abbildung 13](#) im Anhang sind zusätzlich noch die sich aus der Schätzung der Unsicherheiten ergebenden Fehlergeraden mit eingetragen.

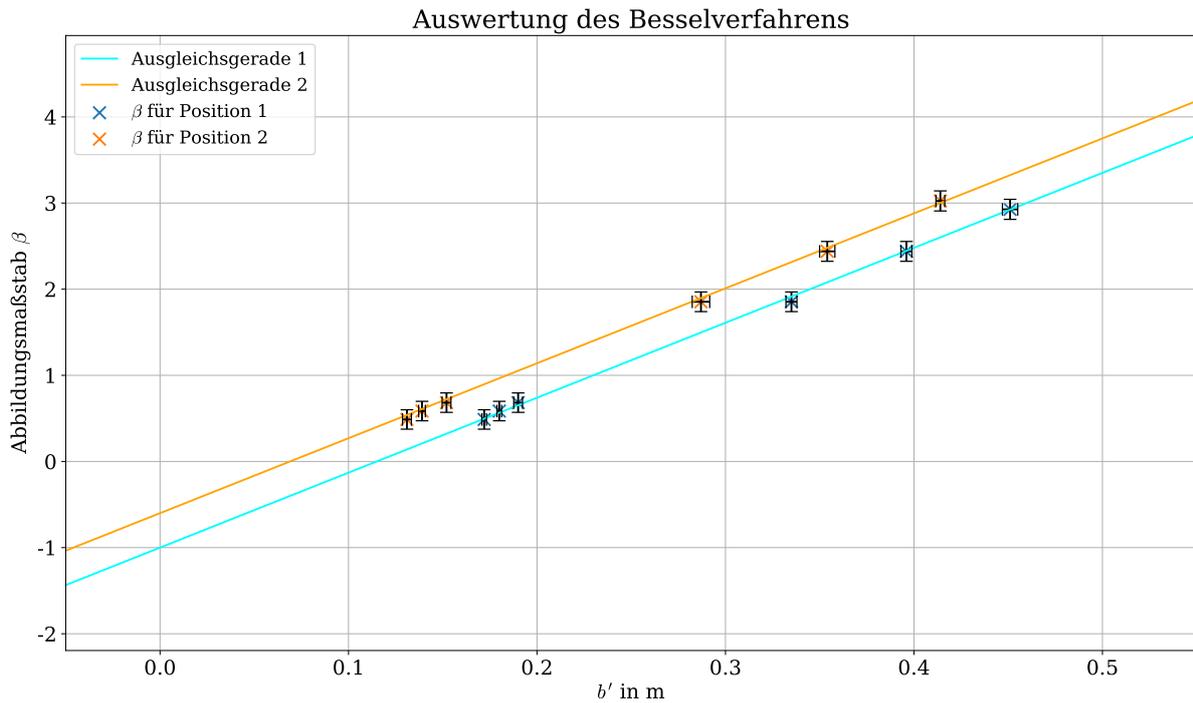


Abb. 9: Aufgetragen ist der berechnete Abbildungsmaßstab β gegen die gemessene Größe b' in m. Eingezeichnet sind dabei die Messwerte der beiden Messreihen, die sich aus den unterschiedlichen Anordnungen ergeben. Zusätzlich sind die beiden per Hand bestimmten, parallelen Ausgleichsgeraden eingezeichnet.

Die Brennweite lässt sich nun aus der ermittelten Steigung berechnen. Die Unsicherheit wird über Fehlerfortpflanzung [2] bestimmt:

$$f_{b,3} = \frac{1}{m}, \quad (29)$$

$$\Delta f_{b,3} = \frac{\Delta m}{m^2}. \quad (30)$$

Es ergibt sich folgender Wert:

$$f_{b,3} = (115 \pm 4) \text{ mm}.$$

Es bleibt zu bestimmen, wie weit die Hauptebenen vom zuvor gewählten Bezugspunkt entfernt liegen. Dafür werden die y-Achsenabschnitte beider Geraden betrachtet:

$$x_{a/b} = -f(c_{a/b} + 1) \quad (31)$$

$$\Delta x_{a/b} = f \cdot \Delta c_{a/b} \quad (32)$$

Unter Verwendung der nominellen Brennweite für f ergeben sich folgende Werte für x :

$$x_a = (0,0 \pm 1,1) \text{ cm},$$

$$x_b = (-4,6 \pm 1,1) \text{ cm}.$$

Die erste Hauptachse fällt somit in etwa mit der Mitte der einen Linse zusammen, während die andere Hauptachse um etwa 4,6 cm rechts von der ersten Hauptachse liegt. Die Lage der beiden Hauptachsen ist in [Abbildung 10](#) in einer maßstabsgetreuen Skizze zu erkennen:

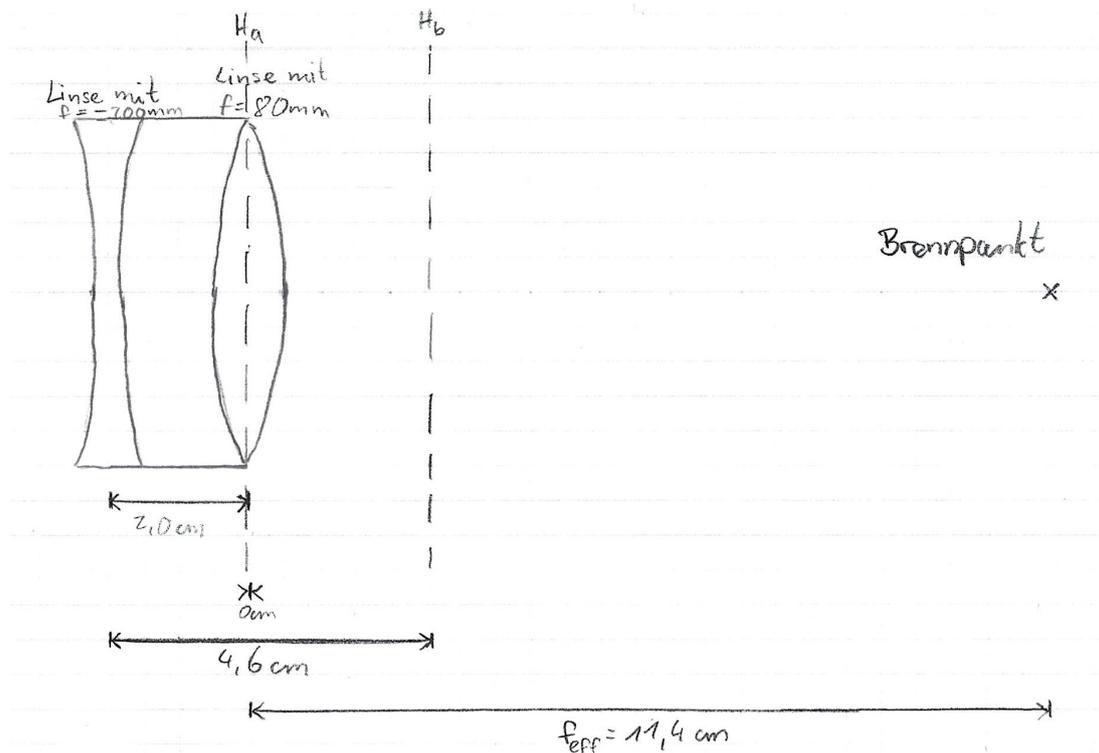


Abb. 10: Zu sehen ist eine maßstabsgetreue Skizze des Versuchsaufbaus mit der Sammellinse und der Streulinse. Außerdem sind die beiden Hauptebenen H_a und H_b , sowie der berechnete Brennpunkt f eingezeichnet.

3.4 Bestimmung der Brennweiten-Dispersion durch Autokollimation

Mithilfe der Autokollimation soll zuletzt die Brennweiten-Dispersion bei rotem und blauem Licht untersucht werden. Die nominelle Brennweite der genutzten Linse beträgt hierbei $f_{n,4} = 250 \text{ mm}$, da erneut nur eine Linse verwendet wird.

Zur Berechnung der Brennweiten wird die Position x_0 des Dias und die Position x_1 der Linse gemessen. Die Messwerte befinden sich im Anhang in [Abbildung 18](#). Analog zu obigem Vorgehen wird die Gegenstandsweite g berechnet. Wie in [\[1\]](#) gezeigt, gilt folgender Zusammenhang zwischen Gegenstandsweite und Brennweite:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}. \quad (33)$$

Für parallele Strahlen gilt $b \rightarrow \infty$ und es folgt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g}, \quad (34)$$

$$\Rightarrow f = g. \quad (35)$$

Daraus ergeben sich folgende Werte für die Brennweite bei den unterschiedlichen Farbfiltern:

$$\text{Rot : } f_{b,4} = (248 \pm 3) \text{ mm,}$$

$$\text{Blau : } f_{b,4} = (242 \pm 2) \text{ mm,}$$

$$\text{Mittel : } f_{b,4} = (245,3 \pm 1,9) \text{ mm.}$$

Hieraus lassen sich die absolute Brennweitendifferenz δf , die Abbesche Zahl ν und die Dispersion J_{rel} berechnen. Die Unsicherheiten werden jeweils über Fehlerfortpflanzung [2] berechnet:

$$\delta f = f_{\text{rot}} - f_{\text{blau}}, \quad (36)$$

$$\Delta(\delta f) = \sqrt{(\Delta f_{\text{rot}})^2 + (\Delta f_{\text{blau}})^2}, \quad (37)$$

$$\nu = \frac{f_{\text{mittel}}}{f_{\text{rot}} - f_{\text{blau}}}, \quad (38)$$

$$\Delta\nu = \sqrt{\left(\frac{\Delta f_{\text{mittel}}}{f_{\text{rot}} - f_{\text{blau}}}\right)^2 + \left(\frac{f_{\text{mittel}} \Delta f_{\text{rot}}}{(f_{\text{rot}} - f_{\text{blau}})^2}\right)^2 + \left(\frac{-f_{\text{mittel}} \Delta f_{\text{blau}}}{(f_{\text{rot}} - f_{\text{blau}})^2}\right)^2}, \quad (39)$$

$$J_{\text{rel}} = \frac{1}{\nu}, \quad (40)$$

$$\Delta J_{\text{rel}} = \frac{\Delta\nu}{\nu^2}. \quad (41)$$

Es ergibt sich:

$$\delta f = (6 \pm 4) \text{ mm,}$$

$$\nu = 40 \pm 20,$$

$$J_{\text{rel}} = 0,027 \pm 0,015.$$

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse

Aus den Messungen mit der Einzellinse ergeben sich für die Brennweite f beziehungsweise für die Brechkraft ϕ folgende Werte:

$$f_{b,1} = (80,0 \pm 0,3) \text{ mm},$$

$$\phi_{b,1} = (12,50 \pm 0,04) \text{ m}^{-1}.$$

Die Bestimmung der Brennweite und der Brechkraft mit einem Linsensystem aus zwei Sammellinsen ergibt, je nach Anordnung der Linsen, folgende Werte:

$$f_{b,2 - \text{Anordnung 1}} = (57,2 \pm 0,8) \text{ mm},$$

$$\phi_{b,2 - \text{Anordnung 1}} = (17,5 \pm 0,3) \text{ m}^{-1},$$

$$f_{b,2 - \text{Anordnung 2}} = (57,4 \pm 1,3) \text{ mm},$$

$$\phi_{b,2 - \text{Anordnung 2}} = (17,4 \pm 0,4) \text{ m}^{-1}.$$

Die aussagekräftigsten Werte sind allerdings die Mittelwerte aus diesen beiden Anordnungen:

$$f_{b,2 - \text{mittel}} = (57,34 \pm 0,09) \text{ mm},$$

$$\phi_{b,2 - \text{mittel}} = (17,44 \pm 0,03) \text{ m}^{-1}.$$

Mithilfe des Besselverfahrens wird folgender Wert für die Brennweite des stark assymetrischen Linsensystems bestimmt:

$$f_{b,3} = (115 \pm 4) \text{ mm}.$$

Zusätzlich ergeben sich für die Abstände der beiden Hauptachsen von dem gewählten Bezugspunkt folgende Werte:

$$x_a = (0,0 \pm 1,1) \text{ cm},$$

$$x_b = (-4,6 \pm 1,1) \text{ cm}.$$

Die mittels der Autokollimation bestimmten Brennweiten sind für den roten und blauen Farbfilter aufgetragen. Die mittlere Brennweite ist im Folgenden ebenfalls zu sehen:

$$\text{Rot : } f_{b,4} = (248 \pm 3) \text{ mm},$$

$$\text{Blau : } f_{b,4} = (242 \pm 2) \text{ mm},$$

$$\text{Mittel : } f_{b,4} = (245,3 \pm 1,9) \text{ mm}.$$

Bei der chromatischen Aberration wurde folgende relative Dispersion errechnet:

$$J_{\text{rel}} = 0,027 \pm 0,015.$$

4.2 Vergleich der berechneten Brennweiten mit Literaturwerten

Um die Verträglichkeit der berechneten Werte mit den nominellen Brennweiten beurteilen zu können, werden die zugehörigen t -Werte mit Formeln aus [2] berechnet. Ein t -Wert unter 2 steht dabei für eine gute, ein t -Wert über 2 für eine schlechte Verträglichkeit. Die t -Werte sind zusammen mit den berechneten, sowie nominellen Brennweiten und dem relativen Fehler der berechneten Brennweiten in [Tabelle 1](#) aufgetragen.

Tab. 1: Vergleich der aus dem jeweiligen Versuch berechneten Brennweite mit dem Literaturwert. Außerdem ist der relative Fehler und der t -Wert aufgetragen, der aus ungerundeten Werten bestimmt wird.

Versuchsaufbau	berechneter Wert	relativer Fehler	Literaturwert	t -Wert
Eine Sammellinse	$f_{b,1} = (80,0 \pm 0,3)$ mm	0,3%	$f_{n,1} = 80$ mm	0,09
Zwei Sammellinsen, Anordnung 1	$f_{b,2} = (57,2 \pm 0,8)$ mm	1,4%	$f_{n,2} = 57,1$ mm	0,13
Zwei Sammellinsen, Anordnung 2	$f_{b,2} = (57,4 \pm 1,3)$ mm	2,3%	$f_{n,2} = 57,1$ mm	0,2
Zwei Sammellinsen, Mittelwert	$f_{b,2} = (57,34 \pm 0,09)$ mm	0,15%	$f_{n,2} = 57,1$ mm	2,2
Asymmetrisch	$f_{b,3} = (115 \pm 4)$ mm	3,4%	$f_{n,3} = 114,3$ mm	0,17
Aberration, rot	$f_{b,4} = (248 \pm 3)$ mm	1,2%	$f_{n,4} = 250$ mm	0,5
Aberration, blau	$f_{b,4} = (242 \pm 2)$ mm	1,0%	$f_{n,4} = 250$ mm	3,4
Aberration, Mittelwert	$f_{b,4} = (245,3 \pm 1,9)$ mm	0,8%	$f_{n,4} = 250$ mm	2,5

Bei der ersten Messreihe mit einer Sammellinse stimmt der berechnete Wert fast exakt mit der nominellen Brennweite überein und auch der relative Fehler ist sehr klein.

Bei der Messreihe mit zwei Sammellinsen ist auffällig, dass die Brennweiten bei den einzelnen Anordnungen sehr gut mit der nominellen Brennweite verträglich sind. Allerdings ist der aus diesen beiden Anordnungen berechnete Mittelwert schlechter verträglich. Gründe hierfür werden in der Fehlerdiskussion erörtert.

Eine Auffälligkeit des asymmetrischen Versuchsaufbaus ist, dass der relative Fehler der größte ist. Dies liegt vermutlich an der Auswertung per Hand. In der Fehlerdiskussion wird darauf näher eingegangen.

Die größten Auffälligkeiten gibt es aber bei dem Vergleich der chromatischen Aberration mit der nominellen Brennweite. Die Brennweite des roten Farbfilters ist gut mit der nominellen Brennweite verträglich, wohingegen die Brennweite des blauen Farbfilters mit einem t -Wert von 3,4 schlecht verträglich ist, obwohl beide Brennweiten einen ähnlichen relativen Fehler haben. Auch der Mittelwert dieser beiden Brennweiten ist nicht ganz mit der nominellen Brennweite verträglich. In der Fehlerdiskussion wird auf diese Auffälligkeiten näher eingegangen.

4.3 Fehlerdiskussion

Bei allen Versuchsteilen ist zu bemerken, dass die Messunsicherheit von der Beurteilung der Schärfe des Bildes dominiert wird. Sie ist deutlich größer als die Unsicherheit durch das Ablesen der Skala.

Im zweiten Versuchsteil fällt auf, dass die Messwerte nicht so gut wie in Versuchsteil 1 mit dem erwarteten Verlauf übereinstimmen. Grund für diese Abweichung ist ein systematischer Fehler bei der Bestimmung der Bildweite. Dieser systematische Fehler tritt deswegen auf, weil die genaue Lage der Hauptebenen, von denen aus die Entfernung des Brennpunktes definiert ist, nicht im Vorhinein bekannt sind. Darauf deutet auch hin, dass bei der Messreihe der Anordnung 1 die Messwerte auf der anderen Seite der Erwartung liegen als die Messwerte von Anordnung 2. Durch die Drehung des Linsensystems wirkt sich der begangene Fehler somit in die andere Richtung aus.

Außerdem ist bei Versuchsteil 2 zu bemerken, dass der Mittelwert der Brennweite schlechter verträglich ist als die Brennweiten der einzelnen Messungen. Das kommt wahrscheinlich durch die mit einem relativen Fehler von 0,15% recht kleine Unsicherheit zustande. Diese Unsicherheit wurde durch die Standardabweichung des Mittelwerts berechnet und unterschätzt vermutlich die tatsächlich vorhandene Unsicherheit.

Bei der Messung der Bildgröße B traten bei der Versuchsdurchführung Effekte auf, die zu Fehlern beim Ergebnis führen könnten. Die Position x_1 der Linse variiert um mehrere Zentimeter, je nachdem, welcher der drei Ringe scharf zu sehen ist. Dieser Effekt kommt vermutlich dadurch zustande, dass das verwendete Licht nicht ganz parallel ist. Es wurde beschlossen, den inneren Ring scharf zustellen, aber die Größe des äußeren Rings zu messen. Hierbei wurde zwar eine größere Unsicherheit bei B in Kauf genommen, da der Ring leicht verschwommen abgebildet wurde, diese ist allerdings deutlich kleiner als die Messunsicherheit des verwendeten Lineals. Die gute Verträglichkeit des Ergebnisses spricht für die Sinnhaftigkeit dieses Vorgehens.

Beim Vergleich mit dem Literaturwert fällt ein großer relativer auf. Dieser hat seine Ursache vermutlich in der grafischen Bestimmung der Ausgleichsgeraden, die für die Bestimmung der Brennweiten verwendet wurde. Da diese Methode recht ungenau ist, mussten auch die Unsicherheiten größer geschätzt werden, was den großen relativen Fehler erklärt. Es ist außerdem möglich, dass diese hohe Unsicherheit daher kommt, dass bereits während den Messungen höhere Unsicherheiten geschätzt wurden, da, wie oben beschrieben, das Ablesen der Bildgröße recht ungenau ist.

Bei der Aberration ist auffällig, dass die Brennweite für das blaue Licht und die des Mittelwerts schlecht verträglich mit dem Literaturwert sind. Hierfür sind mehrere Gründe plausibel.

Zum Einen ist es nicht bekannt, mit welcher Wellenlänge der verwendete Literaturwert ermittelt wurde. Dass der für rotes Licht ermittelte Wert besser verträglich und der für blaues Licht am schlechtesten verträglich ist, deutet darauf hin, dass der Literaturwert eher mit rotem Licht ermittelt wurde. Dies lässt sich aber nicht mit Sicherheit annehmen, was den Vergleich mit dem nominellen Wert schwierig macht. Außerdem ist nicht bekannt, welche Wellenlängen im roten und blauen Licht genau vorherrschen und welche Wellenlängen mit dem Auge vor allem wahrgenommen werden. Diese Unsicherheiten machen es schwierig die Richtigkeit der Ergebnisse zu bestätigen.

Die beim vierten Versuchsteil ermittelten Werte, insbesondere die relative Dispersion und die Abbesche Zahl, weisen alle eine sehr große relative Unsicherheit auf. Grund hierfür ist, dass der Effekt der Aberration vergleichsweise gering ist. Da durch das Scharfstellen die Unsicherheit im Vergleich zur absoluten Brennweitendifferenz sehr groß ist, ergeben sich ungenaue Werte, die ein genaues Ermitteln der Aberration verhindern.

4.4 Verbesserte Messmethoden

Eine Verbesserung der Messung könnte durch eine andere Kollimationslinse erreicht werden. Die vorhandene Linse ließ sich aufgrund der Gehäuse nicht nahe genug an die Lichtquelle schieben, um vollkommen paralleles Licht zu erzeugen.

Um eine schärfere Auflösung des Bildes zu erreichen, kann monochromatisches Licht verwendet werden, da so kein Verschwimmen der Farben durch die chromatische Aberration entsteht.

Außerdem ist darauf zu achten, dass eine ausreichende Sehschärfe der Versuchsdurchführenden gewährleistet ist. Dies kann zum Beispiel durch einen Sehtest und geeignete Sehhilfen realisiert werden;)

Literatur

- [1] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 70 - Brennweiten von Linsen und Linsenkombinationen, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (2021)
- [2] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (2021)

6 Anhang

6.1 Theoretische Herleitung von e_{\min}

Theoretische Herleitung des Minimums e_{\min} von e mithilfe von [Gleichung 14](#):

$$\begin{aligned}\frac{e}{f} &= \frac{b}{f} + \frac{g}{f} = \frac{1}{\beta} + \beta + 2, \\ \frac{d(e/f)}{d\beta} &= \frac{-1}{\beta^2} + 1 \stackrel{!}{=} 0, \\ &\Rightarrow \beta = 1, \\ &\Rightarrow e_{\min} = 4f.\end{aligned}\tag{42}$$

6.2 Tabellen und Grafiken

Tab. 2: Aufgetragen sind die aus Messreihe 1 berechneten Werte mit Unsicherheiten für e , b , g und $f_{b,1}$ in cm. Außerdem ist der Abbildungsmaßstab β angegeben.

Messwert	e in cm	b in cm	g in cm	Abbildungsmaßstab β	Brennweite $f_{b,1}$ in cm
1	$35,40 \pm 0,07$	$23,4 \pm 0,3$	$12,0 \pm 0,3$	$1,95 \pm 0,07$	$7,93 \pm 0,10$
2	$35,40 \pm 0,07$	$12,2 \pm 0,3$	$23,2 \pm 0,3$	$0,526 \pm 0,019$	$8,00 \pm 0,09$
3	$51,40 \pm 0,07$	$41,5 \pm 0,2$	$9,9 \pm 0,2$	$4,19 \pm 0,13$	$7,99 \pm 0,15$
4	$51,40 \pm 0,07$	$10,1 \pm 0,3$	$41,3 \pm 0,3$	$0,245 \pm 0,009$	$8,12 \pm 0,18$
5	$42,40 \pm 0,07$	$31,8 \pm 0,3$	$10,6 \pm 0,4$	$3,00 \pm 0,13$	$7,95 \pm 0,18$
6	$42,40 \pm 0,07$	$10,70 \pm 0,18$	$31,70 \pm 0,19$	$0,338 \pm 0,007$	$8,00 \pm 0,09$

Tab. 3: Aufgetragen sind die Verhältnisse von e , b und g aus Messreihe 1 zu der nominellen Brennweite $f_{n,1}$.

Messwert	$e/f_{n,1}$	$b/f_{n,1}$	$g/f_{n,1}$
1	$4,425 \pm 0,009$	$2,93 \pm 0,04$	$1,50 \pm 0,04$
2	$4,425 \pm 0,009$	$1,53 \pm 0,04$	$2,90 \pm 0,04$
3	$6,425 \pm 0,009$	$5,19 \pm 0,03$	$1,24 \pm 0,03$
4	$6,425 \pm 0,009$	$1,26 \pm 0,04$	$5,16 \pm 0,04$
5	$5,300 \pm 0,009$	$3,98 \pm 0,04$	$1,33 \pm 0,04$
6	$5,300 \pm 0,009$	$1,34 \pm 0,02$	$3,96 \pm 0,02$

Tab. 4: Aufgetragen sind die aus Messreihe 2 berechneten Werte mit Unsicherheiten für e , b , g und $f_{b,1}$ in cm. Außerdem ist der Abbildungsmaßstab β angegeben und die Anordnung des Linsensystems.

Messwert	Anordnung	e in cm	b in cm	g in cm	Abbildungsmaßstab β	Brennweite $f_{b,2}$ in cm
1	1	$25,40 \pm 0,07$	$17,0 \pm 0,5$	$8,4 \pm 0,5$	$2,02 \pm 0,17$	$5,62 \pm 0,16$
2	1	$25,40 \pm 0,07$	$9,00 \pm 0,18$	$16,40 \pm 0,19$	$0,549 \pm 0,017$	$5,81 \pm 0,05$
3	2	$25,40 \pm 0,07$	$16,9 \pm 0,4$	$8,5 \pm 0,4$	$1,99 \pm 0,14$	$5,66 \pm 0,13$
4	2	$25,40 \pm 0,07$	$8,4 \pm 0,2$	$17,0 \pm 0,2$	$0,49 \pm 0,02$	$5,62 \pm 0,08$
5	1	$35,40 \pm 0,07$	$28,5 \pm 0,3$	$6,9 \pm 0,3$	$4,1 \pm 0,2$	$5,56 \pm 0,18$
6	1	$35,40 \pm 0,07$	$7,50 \pm 0,12$	$27,90 \pm 0,14$	$0,269 \pm 0,006$	$5,91 \pm 0,07$
7	2	$35,40 \pm 0,07$	$27,5 \pm 0,3$	$7,9 \pm 0,4$	$3,5 \pm 0,2$	$6,1 \pm 0,2$
8	2	$35,40 \pm 0,07$	$6,90 \pm 0,12$	$28,50 \pm 0,14$	$0,242 \pm 0,005$	$5,56 \pm 0,08$

Tab. 5: Aufgetragen sind die Verhältnisse von e , b und g aus Messreihe 2 zu der nominellen Brennweite $f_{n,2}$. Außerdem ist die Anordnung des Linsensystems angegeben.

Messwert	Anordnungen	$e/f_{n,2}$	$b/f_{n,2}$	$g/f_{n,2}$
1	1	$4,445 \pm 0,012$	$2,98 \pm 0,08$	$1,47 \pm 0,08$
2	1	$4,445 \pm 0,012$	$1,58 \pm 0,03$	$2,87 \pm 0,03$
3	2	$4,445 \pm 0,012$	$2,96 \pm 0,07$	$1,49 \pm 0,07$
4	2	$4,445 \pm 0,012$	$1,47 \pm 0,04$	$2,98 \pm 0,04$
5	1	$6,195 \pm 0,012$	$4,99 \pm 0,05$	$1,21 \pm 0,05$
6	1	$6,195 \pm 0,012$	$1,31 \pm 0,02$	$4,88 \pm 0,03$
7	2	$6,195 \pm 0,012$	$4,81 \pm 0,06$	$1,38 \pm 0,06$
8	2	$6,195 \pm 0,012$	$1,21 \pm 0,02$	$4,99 \pm 0,03$

Tab. 6: Aufgetragen ist die aus Messreihe 3 bestimmte Bildgröße B in cm für die gemessene Größe b' in cm. Außerdem ist der Abbildungsmaßstab β angegeben und die Anordnung des Linsensystems. Alle Größen sind mit Unsicherheiten angegeben.

Messwert	Anordnung	b' in cm	B in cm	Abbildungsmaßstab β
1	1	$33,5 \pm 0,3$	$1,90 \pm 0,12$	$1,85 \pm 0,11$
2	1	$19,0 \pm 0,2$	$0,70 \pm 0,12$	$0,68 \pm 0,11$
3	2	$28,7 \pm 0,5$	$1,90 \pm 0,12$	$1,85 \pm 0,11$
4	2	$15,2 \pm 0,2$	$0,70 \pm 0,12$	$0,68 \pm 0,11$
5	1	$39,6 \pm 0,3$	$2,50 \pm 0,12$	$2,44 \pm 0,12$
6	1	$18,00 \pm 0,12$	$0,60 \pm 0,12$	$0,59 \pm 0,11$
7	2	$35,4 \pm 0,4$	$2,50 \pm 0,12$	$2,44 \pm 0,12$
8	2	$13,90 \pm 0,18$	$0,60 \pm 0,12$	$0,59 \pm 0,11$
9	1	$45,1 \pm 0,4$	$3,00 \pm 0,12$	$2,93 \pm 0,12$
10	1	$17,20 \pm 0,12$	$0,50 \pm 0,12$	$0,49 \pm 0,11$
11	2	$41,4 \pm 0,2$	$3,10 \pm 0,12$	$3,02 \pm 0,12$
12	2	$13,1 \pm 0,2$	$0,50 \pm 0,12$	$0,49 \pm 0,11$

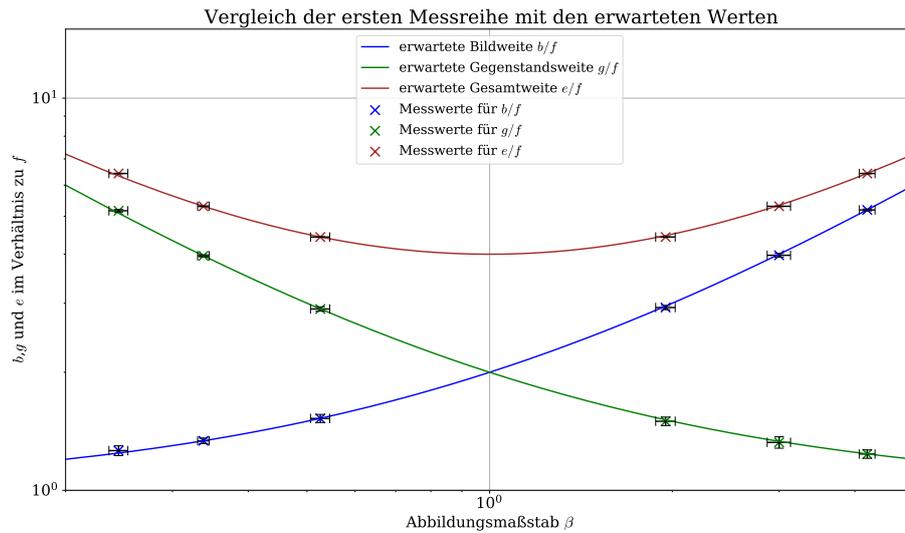


Abb. 11: Dargestellt sind die in der ersten Versuchsreihe berechneten Werte für die Bildweite b , die Gegenstandsweite g und die Gesamtweite e . Aufgetragen ist dabei jeweils deren Verhältnis zur Brennweite f gegen den Abbildungsmaßstab β . Zusätzlich sind die in [Gleichung 14](#) hergeleiteten Erwartungswerte als Kurven eingetragen. Es wird eine doppellogarithmische Skala verwendet.

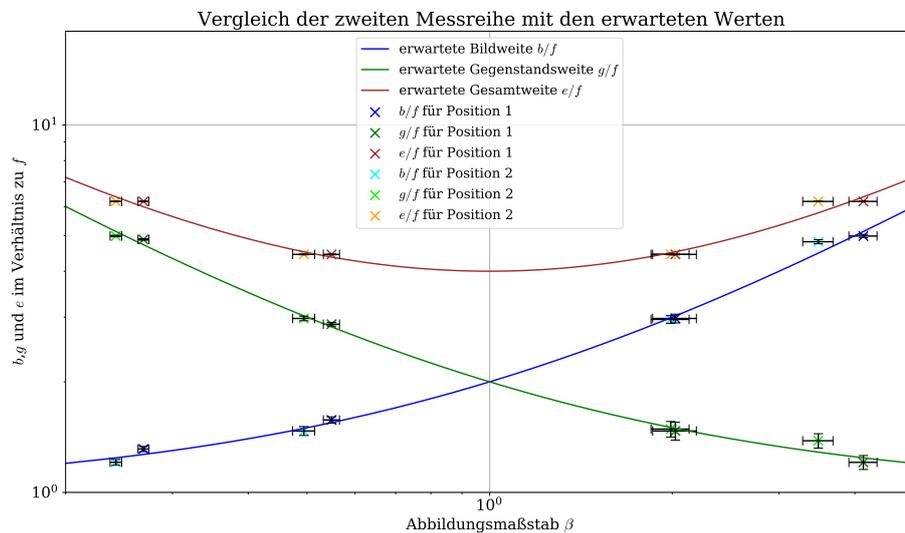


Abb. 12: Dargestellt sind die in der zweiten Versuchsreihe berechneten Werte für die Bildweite b , die Gegenstandsweite g und die Gesamtweite e bei beiden verwendeten Anordnungen. Aufgetragen ist dabei jeweils deren Verhältnis zur Brennweite f gegen den Abbildungsmaßstab β . Zusätzlich sind die in [Gleichung 14](#) hergeleiteten Erwartungswerte als Kurven eingetragen. Es wird eine doppellogarithmische Skala verwendet.

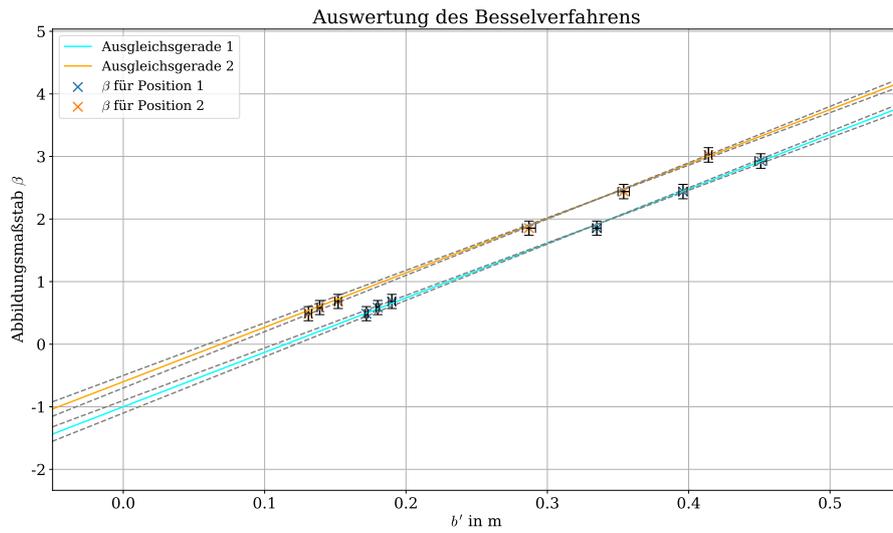


Abb. 13: Aufgetragen ist der berechnete Abbildungsmaßstab β gegen die gemessene Größe b' in m. Eingetragen sind dabei die Messwerte der beiden Messreihen, die sich aus den unterschiedlichen Anordnungen ergeben. Zusätzlich sind die beiden per Hand bestimmten, parallelen Ausgleichsgeraden, sowie die aus den geschätzten Unsicherheiten bestimmten Fehlergeraden eingezeichnet.

6.3 Laborbuch

Versuch 70 - Linsen 07.10.21

1. Eine Sammellinse

1.1 Versuchsaufbau

genaue Position der Linse in Halbbrenn: siehe Foto

1.2 Messungen

$$x_{\text{Dia}} = (0,4 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}}) \text{ cm} \quad e_{\text{min}} = 4f = 320 \text{ mm}$$

$$x_2 = (120,0 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}}) \text{ cm} \quad \text{Die Schärfe wird am inneren Ring beurteilt}$$

Position des Dias x_0 in cm mit $\Delta x_0 = \frac{0,1}{\sqrt{6}}$ cm	Position der Linse x_1 in cm
85,0	$96,6 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$
	$107,8 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$
69,0	$78,5 \pm \frac{0,4}{\sqrt{3}}$
	$105,9 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$

Abb. 14: Laborbuch, Seite 1

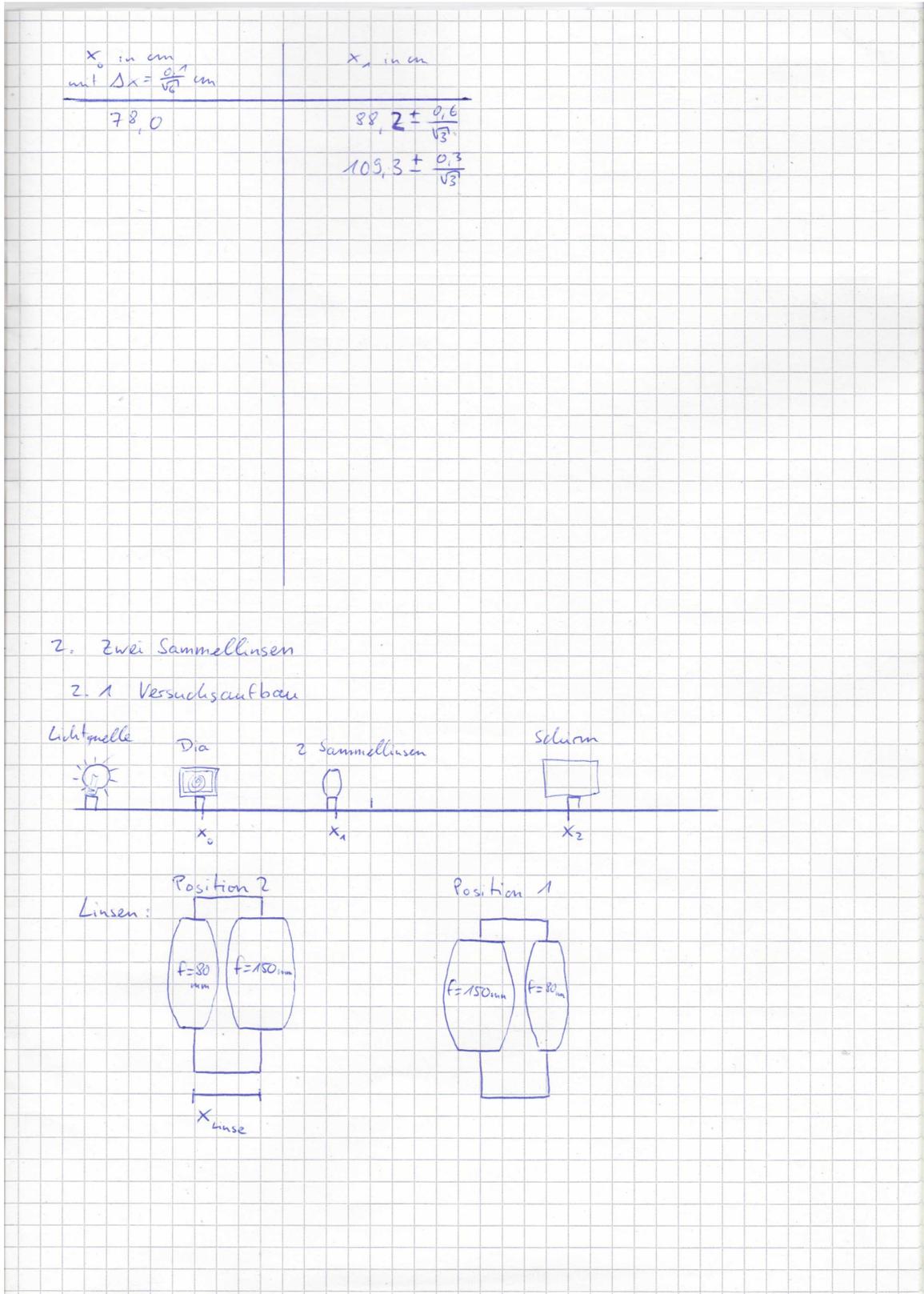


Abb. 15: Laborbuch, Seite 2

2.2 Messung

$x_{\text{Linse}} = (2,0 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$
 $f_{\text{eff}} = 57,1 \text{ mm}$
 Schärfe wird am innersten Ring beurteilt

$x_2 = (120,0 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$
 $l_{\text{min}} = 228,6 \text{ mm}$

Position d. Linsen	x_0 in cm mit $\Delta x_0 = \frac{0,1}{\sqrt{6}}$ cm	x_1 in cm
1	95,0	$104,0 \pm \frac{0,8}{\sqrt{3}}$
		$112,0 \pm \frac{0,3}{\sqrt{3}}$
2	95,0	$104,1 \pm \frac{0,7}{\sqrt{3}}$
		$112,6 \pm \frac{0,4}{\sqrt{3}}$
1	85,0	$92,5 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$
		$113,5 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
2	85,0	$93,5 \pm \frac{0,6}{\sqrt{3}}$
		$114,1 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$

3. Eine Sammell- und eine Streulinse

3.1 Versuchsaufbau

Lichtquelle Dia 1 Sammell- / 1 Streulinse Schirm

x_0 x_1 x_2

Linsen: Position 1 Position 2

$f = -200 \text{ mm}$ $f = 20 \text{ mm}$

x_{Linse}

Abb. 16: Laborbuch, Seite 3

3.2 Messung

$$x_{\text{linse}} = (2,0 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$$

$$x_2 = (120,0 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$$

$$f_{\text{eff}} = 116,3 \text{ mm}$$

$$e_{\text{min}} = 45,7,1 \text{ mm}$$

Bildgröße: siehe
Versuchs-
beschreibung
Schärfe wird am äußeren
Ring beurteilt
B in cm
mit $\Delta B =$

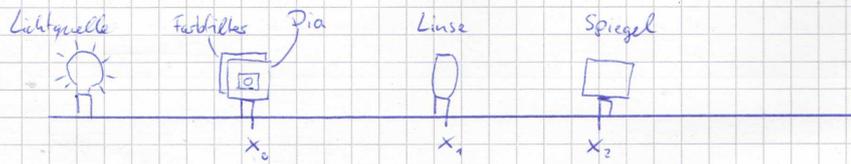
Position d. Linse	x_1 in cm mit $\Delta x_1 = \frac{0,1}{\sqrt{2}}$ cm	x_2 in cm	B in cm mit $\Delta B =$
1	70,0	$84,0 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$	$2,1 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
		$104,0 \pm \frac{0,6}{\sqrt{3}}$	$0,3 \pm \frac{0,1}{\sqrt{3}}$
1	70,0	$86,5 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$	$1,9 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
		$101,0 \pm \frac{0,4}{\sqrt{3}}$	$0,7 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
2	70,0	$91,3 \pm \frac{0,8}{\sqrt{3}}$	$1,9 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
		$104,8 \pm \frac{0,4}{\sqrt{3}}$	$0,7 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
1	65,0	$80,4 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$	$2,5 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
		$102,0 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$	$0,6 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
2	65,0	$84,6 \pm \frac{0,7}{\sqrt{3}}$	$2,5 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
		$106,1 \pm \frac{0,3}{\sqrt{3}}$	$0,6 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
1	60,0	$74,9 \pm \frac{0,7}{\sqrt{3}}$	$3,0 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
		$102,8 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$	$0,5 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
2	60,0	$78,6 \pm \frac{0,6}{\sqrt{3}}$	$3,1 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$
		$106,9 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$	$0,5 \pm \frac{0,2}{\sqrt{3}}$

Da sich die Position x_2 deutlich ändert, je nachdem ob wir den äußeren oder inneren Ring schart stellen, stellen wir ab jetzt den inneren Ring schart, messen aber weiterhin den Radius des äußeren Rings.

Abb. 17: Laborbuch, Seite 4

3. Autokollimation

3.1 Versuchsaufbau



Linse: - gr. Halterung \rightarrow Maße siehe Foto

$$- f = 250 \text{ mm}$$

Farbfilter: - rot: $\lambda = 650 \text{ nm}$

- blau: $\lambda = 400 \text{ nm}$

3.2 Messung

$$x_2 = (100,0 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$$

x_0 in cm mit $\Delta x_0 = \frac{0,1}{\sqrt{6}}$ cm	x_1 in cm	Farbe
60,0	$84,5 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$	rot
	$83,9 \pm \frac{0,4}{\sqrt{3}}$	blau
50,0	$74,5 \pm \frac{0,5}{\sqrt{3}}$	rot
	$73,8 \pm \frac{0,3}{\sqrt{3}}$	blau

07.10

[Handwritten signature]

Abb. 18: Laborbuch, Seite 5

Tabellenverzeichnis

1	Vergleich der berechneten Brennweiten mit dem Literaturwert	16
2	Zusammenstellung der berechneten Werte für Messreihe 1	19
3	Zusammenstellung von $e/f_{n,1}$, $b/f_{n,1}$ und $g/f_{n,1}$ aus Messreihe 1	19
4	Zusammenstellung der berechneten Werte für Messreihe 2	19
5	Zusammenstellung von $e/f_{n,2}$, $b/f_{n,2}$ und $g/f_{n,2}$ aus Messreihe 2	20
6	Zusammenstellung der berechneten Werte für Messreihe 3	20

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau für die Messung mit einer Sammellinse	2
2	Positionen des Dias und der Linsen	3
3	Versuchsaufbau für die Messung mit zwei Sammellinsen	3
4	Versuchsaufbau für die Messung mit einer Sammel- und einer Streulinse	4
5	Versuchsaufbau für die Messung mit einer Sammellinse und Farbfiltern	5
6	Vergleich der ersten Messreihe mit den erwarteten Werte	7
7	Vergleich der zweiten Messreihe mit den erwarteten Werte	9
8	Auswertung der dritten Messreihe durch das Besselverfahren, ohne Regression	11
9	Auswertung der dritten Messreihe durch das Besselverfahren, mit Regression	12
10	Skizze der Sammel- und Zerstreuungslinse	13
11	Vergleich der ersten Messreihe mit den erwarteten Werte, doppellogarithmische Skala	21
12	Vergleich der zweiten Messreihe mit den erwarteten Werte, doppellogarithmische Skala	21
13	Auswertung der dritten Messreihe durch das Besselverfahren, mit Regression und Fehlergeraden	22
14	Laborbuch, Seite 1	23
15	Laborbuch, Seite 2	24
16	Laborbuch, Seite 3	25
17	Laborbuch, Seite 4	26
18	Laborbuch, Seite 5	27