

In Tabelle 1 ist eine Übersicht aller in diesem Protokoll benutzten Symbole gegeben.

Größensymbol	Bedeutung
f	Brennweite
g	Gegenstandsweite
b	Bildweite
g'	Scheinbare Gegenstandsweite
b'	Scheinbare Bildweite
β	Abbildungsmaßstab
G	Gegenstandsgröße
B	Bildgröße
h_i	Abstand der i -ten Hauptebene von einem Referenzpunkt
x	Gemessene Position auf der optischen Schiene
u_x	Unsicherheit der Größe x
σ^2	Varianz
σ	Standardabweichung

Tabelle 1: Symbole, die in diesem Versuchsprotokoll verwendet werden.

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch sollte der Brechungsindex von Linsen und Linsensystemen bestimmt werden, um grundlegende Gleichungen der geometrischen Optik, wie etwa die Abbildungsgleichung, zu verifizieren. Dies geschah zunächst über Untersuchung der Bedingungen für ein scharfes vergrößertes, bzw. verkleinertes Abbild unter Verwendung einer Linse. Später wurden dann mittels des Bessel- und Abbe-Verfahrens komplexere Linsensysteme untersucht, bei denen die effektiven Hauptebenen nicht bekannt waren. Abschließend wurde auf eine simple Weise die Brennweite eines Linsensystems mit dem Autokollimationsverfahren bestimmt und dabei die Dispersion demonstriert. ✓

2 Physikalische Zusammenhänge

Für dünne Linsen, die einen Gegenstand im Abstand¹ g von der Linsenmitte auf ein Bild B im Abstand b zur Linsenmitte auf der optischen Achse abbilden, gilt die Abbildungsgleichung für dünne Linsen, die die Brennweite f derselben bestimmt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (1)$$

Für zwei dünne Linsen mit Brennweiten f_1, f_2 , die einen Mittenabstand d voneinander haben, lässt sich eine effektive Brennweite f angeben. Dies

¹Der Abstand ist als parallel zur optischen Achse zu verstehen.

berechnet sich über die Gullstrand-Gleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \approx \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (2)$$

Beim letzten Schritt ist von $|d| \ll |f_1 + f_2|$ auszugehen. Haben wir es mit dicken Linsen oder einem Linsensystem zu tun, sind die Hauptebenen dieser nicht unmittelbar bekannt, sodass die Abstände g, b von den Hauptebenen nicht gemessen werden können. Das Bessel-Verfahren bedient sich des Abstandes s zwischen Gegenstand und Bild sowie des Abstandes e zwischen vergrößernder und verkleinernder Linsenpositionen. Über $s = g + b$ und $e = |g - b|$ folgt aus Gleichung (1):

$$f = \frac{s^2 - e^2}{4s} \quad (3)$$

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Brennweite, mit der sich auch die Hauptebenen berechnen lassen, ist das Abbe-Verfahren. Dafür ist ein Punkt festzulegen, zu dem die scheinbaren Bild- und Gegenstandsweiten b', g' gemessen werden. Über Strahlensätze erhält man mit dem Abbildungsmaßstab

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}, \quad (4)$$

der die Gegenstands- und Bildhöhen G, B mit den unbekanntem g, b in Verbindung setzt, sowie den Zusammenhängen $g' = g + h_1, b' = b + h_2$, wobei h_i den Abstand der i -ten Hauptebene ($i = 1, 2$) zum gedachten Punkt festlegt, für g', b' :

$$\begin{aligned} g' &= \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \cdot f_1 + h_1 \\ b' &= (1 + \beta) \cdot f_2 + h_2 \end{aligned} \quad (5)$$

Über Messung von g', b' und β lassen sich über eine lineare Regression die Hauptebenen sowie die Brennweiten aus der Steigung bestimmen. ✓

3 Durchführung

Der gesamte Versuch ist in vier Versuchsteile gegliedert. Im ersten, bzw. zweiten Versuchsteil sollte die Abbildungsgleichung für dünne Linsen sowie die Gullstrandgleichung für Linsensysteme verifiziert werden: Dafür war ein Dia auf eine optische Bank zu befestigen und mit einer LED, hinter der eine Kollimationslinse, die einen möglichst parallelen Lichtverlauf garantierte, befestigt war, zu durchleuchten. In einer Linsenhalterung wurden nacheinander Linsen mit $f = 80 \text{ mm}, 80 \text{ mm}, 150 \text{ mm}$ und schließlich $80 \text{ mm}, -200 \text{ mm}$ befestigt, die das Diabild auf einen Schirm, der hinter der Linsenhalterung

anzubringen war, projizierten. Durch Variation der Linsenhalterungsposition waren pro Schirmposition zwei Orte auszumachen, bei denen das Bild scharf abgebildet wird – einmal vergrößert und einmal verkleinert. Für fünf Schirmpositionen, die möglichst weit variiert werden sollten, waren Positionen von Dia, Schirm und Linsenhalterung mit einer Skala, die unten an der optischen Bank befestigt war, zu messen. ✓

Im dritten Versuchsteil war das Abbe-Verfahren zu überprüfen. Dabei wurde das Dia wieder in einer fixen Position auf der optischen Bank montiert und für zwei Linsenkombinationen (80 mm, –200 mm und –200 mm, 80 mm von links nach rechts) zehn Schirmpositionen festgelegt. Für jede Schirmposition war die scharfe Vergrößerung zu finden und sowohl Position der Linse und des Schirms, als auch die Länge des auf den Schirm abgebildeten Diabildgitters zu messen. Letztere sollte ein Maß für die Bildgröße darstellen. ✓

Schließlich war das Autokollimationsverfahren auszuprobieren: Dabei wurde erneut das Dia in einer festen Position montiert und die zu untersuchende Linse dahinter platziert. Hinter dieser wurde ein gekippter Spiegel angebracht, der (unter Verschiebung der Linse) so zu justieren war, dass das Diabild nach zweimaligem Passieren der Linse scharf auf dem oberen Diarahmen abgebildet wird. Position des Dias und der Linse waren jeweils zu notieren. Als Linsen wurden dabei (80 mm), (150 mm), (80 mm, 150 mm), (80 mm, –200 mm), (–200 mm, 80 mm) und (80 mm) verwendet. Um die Dispersion zu demonstrieren, wurde noch das Verfahren für eine 250 mm-Linse angewandt, wobei vor dem Dia zunächst gar nichts, dann ein blauer und schließlich ein roter Farbfilter montiert wurde. Auch hier wurden die Positionen der Linse aufgeschrieben. ✓

4 Messungen

Da in der Auswertung das Besselverfahren die gleichen Messdaten benutzt wie die Verifizierung der Abbildungsgleichung, sind beide im folgenden Abschnitt zusammengefasst.

4.1 Abbildungsgleichung & Bessel-Verfahren

Wir begannen mit der Montage des Dias bei $x_{\text{Dia}} = 25,8$ cm, was wir an der in Millimeter unterteilten Skala an der optischen Schiene ablasen. Die Position wurde dabei vom rechten Ende der Halterung gemessen, die sich 0,8 cm von der Diamitte befand, weswegen im folgenden dieser Offset abgezogen wird. Als Schirmpositionen x_{Schirm} wählten wir sechs Positionen von 60,0 cm bis 85,0 cm in gleichmäßigen Abständen von 5 cm. Die Unsicherheiten von Schirm- und Diapositionen schätzten wir auf $u_{x_{\text{Dia}}} = u_{x_{\text{Schirm}}} = 1,0$ mm, obwohl die optische Schiene in Millimeter eingeteilt wurde, ein genaues Ablesen wegen unzureichenden Markierungen jedoch schwierig war.

Die Linsenpositionen, an denen die Vergrößerung $x_{L,G}$, bzw. die Verkleinerung $x_{L,K}$ scharf waren, ließen sich nicht so genau bestimmen: Da ein Scharfstellen des Bildes zum einen subjektiver Natur ist und zum anderen ein präzises Verstellen auf der optischen Bank wegen der großen Haftreibung eine Herausforderung darstellte, schätzten wir die Unsicherheit auf $u_{x_{L,G}} = u_{x_{L,K}} = 1,5 \text{ mm}$. Die Messdaten für (80 mm), (80 mm, 150 mm) und (80 mm, -200 mm) sind in Tabellen 7 bis 9 respektive vermerkt.

4.2 Abbe-Verfahren

Für die erste Messreihe im Abbe-Verfahren war die Linsenkombination (-200 cm, 80 cm) zu verwenden. Wir befestigten das Dia bei $x_{\text{Dia}} = 15,8 \text{ cm}$ und begannen mit der Erfassung von zehn Messpunkten von 65,0 cm bis 110,0 cm in gleichmäßigen 5 cm-Abständen. Mit einem Maßband maßen wir zusätzlich die Bildgrößen der drei Kreise (d.h. deren Durchmesser) B_{klein} , B_{mittel} , $B_{\text{Groß}}$ auf dem Schirm, die gebraucht werden, um β zu berechnen. Da bei $x_{\text{Schirm}} = 100 \text{ cm}$ der große Kreisdurchmesser $B_{\text{groß}}$ nicht mehr erkennbar war, wurde dieser ab dort nicht erfasst. Die Messdaten sind in Tabelle 10 aufgeführt.

Die zweite Messreihe führten wir mit der Linsenkombination (-200 cm, 80 cm) und dem gleichen Wert für $x_{\text{Dia}} = 15,8 \text{ cm}$ durch, allerdings begannen wir bereits bei $x_{\text{Schirm}} = 60,0 \text{ cm}$ bis 105,0 cm. Aufgrund der Vergrößerung hörten wir mit der Vermessung des äußeren Kreises bereits bei $x_{\text{Schirm}} = 80,0 \text{ cm}$ auf. In Tabelle 11 sind die aufgenommenen Werte vermerkt.

Als Unsicherheiten für den Kreisradius wählten wir $u_B = 1,0 \text{ mm}$, da das Maßband, das ebenfalls in Millimeter unterteilt war, an dieser Stelle leicht verblasst war.

4.3 Autokollimationsverfahren

Zunächst montierten wir das Dia bei $x_{\text{Dia}} = 15,8 \text{ cm}$. Danach platzierten wir folgende Linsenkombinationen, hinter die noch der Spiegel in einem nicht zu dokumentierenden Abstand getan wurde:

1. 80 mm
2. 150 mm
3. 80 mm, 150 mm
4. 80 mm, -200 mm
5. -200 mm, 150 mm
6. 250 mm (klar)
7. 250 mm (rot)

8. 250 mm (blau)

Die Messwerte sind in Tabelle 12 aufgeführt, wobei wir für die Unsicherheiten wie vorhin $u_{x_L} = 1,5 \text{ mm}$ wählen. ✓

5 Auswertung

5.1 Abbildungsgleichung

Um die Abbildungsgleichung zu verifizieren, berechnen wir für jede Linse, bzw. Linsenkombination Datenpaare $\left(\frac{1}{g}, \frac{1}{b}\right)$, die wir dann in einem Diagramm auftragen können. Wir erhalten die Wertepaare folgendermaßen aus den gemessenen Daten:

$$\begin{aligned}\frac{1}{b} &= [x_{\text{Schirm}} - x_L + \delta x]^{-1} \\ \frac{1}{g} &= [x_L - x_{\text{Dia}} - \delta x]^{-1}\end{aligned}\quad (6)$$

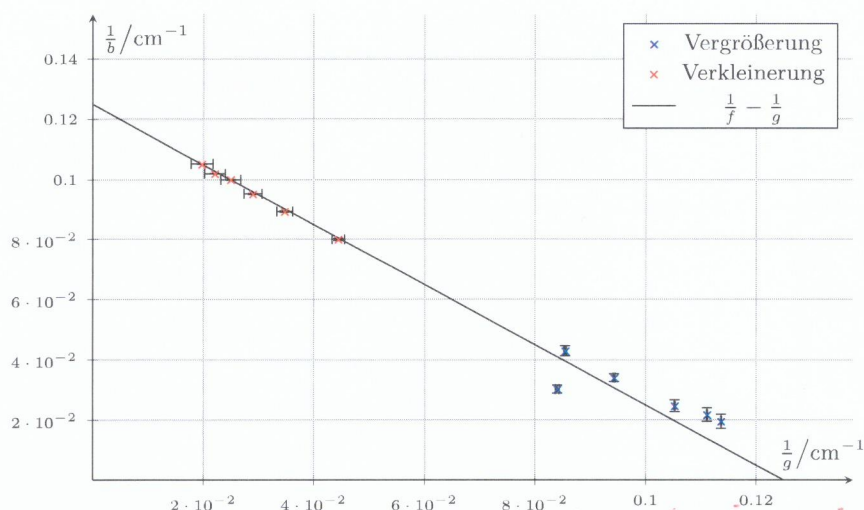
δx bezeichnet dabei den Abstand zwischen Linsenmitte und gemessener Randhalterung, der laut Abb. 6 bei einer kleinen Linse null ist und bei größeren Linsen, die nur bei der Messung eines Linsenpaars vorkommen, $\delta x = 3,5 \text{ mm}$ beträgt. Um die „Mitte“ des Linsenpaars anzugeben, wählen wir also die Mitte zwischen zwei Linsenmitten, die $1,75 \text{ mm}$ in Richtung der dicken Linse verschoben ist.

wenn die dicke Linse?
(f=250mm) Um die Unsicherheit beider Brüche anzuwenden, bedienen wir uns dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\begin{aligned}u_{1/b} &= b \frac{\sqrt{u_{x_{\text{Schirm}}}^2 + u_{x_L}^2}}{x_{\text{Schirm}} - x_L} \\ &= \frac{\sqrt{u_{x_{\text{Schirm}}}^2 + u_{x_L}^2}}{(x_{\text{Schirm}} - x_L)^2} \\ u_{1/g} &= \frac{\sqrt{u_{x_L}^2 + u_{x_{\text{Dia}}}^2}}{(x_L - x_{\text{Dia}})^2}\end{aligned}\quad (7)$$

Für die erste Messreihe ($f = 80 \text{ mm}$) sind beide Größen mitsamt Unsicherheiten aus Tabelle 7 zu berechnen und in Tabelle 13 im Anhang zu finden. Bevor wir diese in einem Diagramm auftragen, ist zunächst der erwartete Verlauf zu diskutieren: Tragen wir $1/b$ auf $1/g$ auf, so folgt aus Gleichung (1):

$$\begin{aligned}\frac{1}{b} \left(\frac{1}{g} \right) &= \frac{1}{f} - \frac{1}{g} \\ &= 1,3 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^{-1} - \frac{1}{g}\end{aligned}\quad (8)$$

Abbildung 1: Abbildungsgleichung – $1/b$ auf $1/g$ für $f = 80$ mm

Diese Gerade ist mit den errechneten Messpunkten mitsamt Fehlerbalken in Abb. 1 eingezeichnet. Die blauen Messpunkte entsprechen der Daten, die aus den Positionen $x_{L,G}$, d.h. der vergrößernden Linsenpositionen berechnet wurden. Die roten Messpunkte entsprechen demnach den Daten, die aus den verkleinernden Linsenpositionen $x_{L,K}$ gewonnen wurden. Der Verlauf wird in Abschnitt 6 diskutiert.

Nun ist ähnlich für das Linsensystem bestehend aus zwei Sammellinsen (80 mm, 150 mm) zu verfahren. Dabei müssen wir allerdings noch $\delta x = 3,5$ mm in unsere Rechnung miteinbeziehen, da wir es hier mit zwei Linsen zu tun haben. Die Wertepaare $\left(\frac{1}{g}, \frac{1}{b}\right)$ dieser Messreihe sind im Anhand in Tabelle 8 aufgeführt.

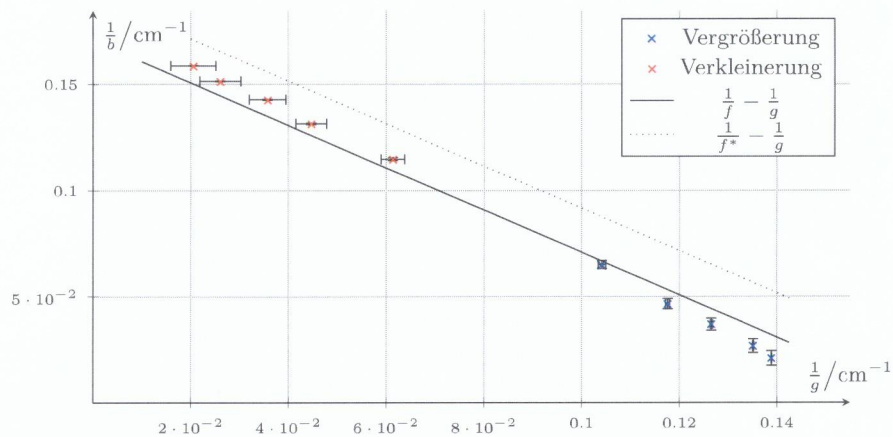
Die effektive Brennweite f beider Linsen berechnet sich mit Gleichung (2) als

$$\begin{aligned} f &= 58,5 \text{ mm} \\ f^* &= 52,2 \text{ mm.} \end{aligned} \quad (9)$$

Dabei bezeichnet f den Wert, der mit dem Abstand beider Linsen von $d = 20$ cm, ~~2,5~~ cm, der aus Abb. 6 zu entnehmen ist, berechnet wurde. f^* hingegen ist die Näherung, in der d vernachlässigt wurde. Die theoretisch vorausgesagten Geraden betragen also:

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \left(\frac{1}{g} \right) &= 1,7 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^{-1} - \frac{1}{g} \\ \frac{1}{b} \left(\frac{1}{g} \right)^* &= 1,9 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^{-1} - \frac{1}{g} \end{aligned} \quad (10)$$

Diese sind zusammen mit den Wertepaaren in Abb. 2 eingezeichnet.

Abbildung 2: Abbildungsgleichung – $1/b$ auf $1/g$ für (80 mm, 150 mm)

Analog ist bei der dritten Messreihe, bei der eine Sammell- und eine Zerstreuungslinse untersucht wurde, zu verfahren. Für die effektiven Brennweiten erhalten wir:

$$\begin{aligned} f &= 110,3 \text{ mm} \\ f^* &= 133,3 \text{ mm.} \end{aligned} \quad (11)$$

Daraus ergeben sich folgende Verläufe: \rightarrow Abb. 3

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \left(\frac{1}{g} \right) &= 9,1 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} - \frac{1}{g} \\ \frac{1}{b} \left(\frac{1}{g} \right)^* &= 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} - \frac{1}{g} \end{aligned} \quad (12)$$

5.2 Bessel-Verfahren

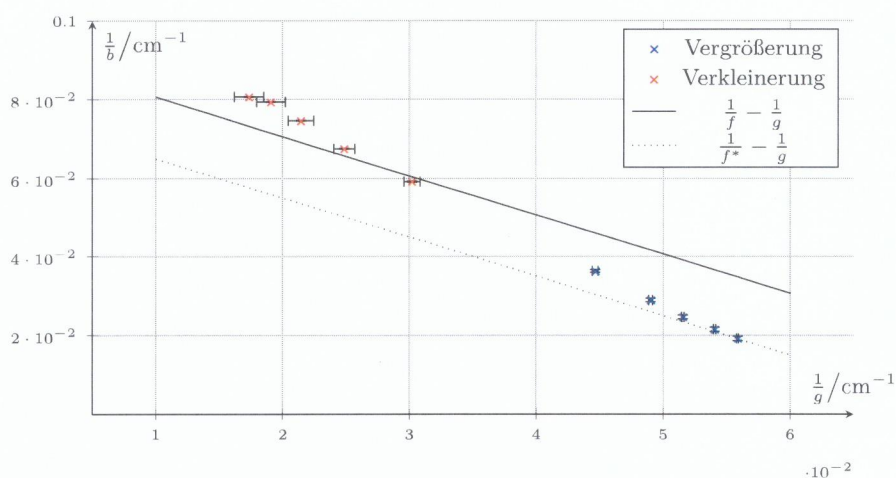
Um das Bessel-Verfahren anwenden zu können, müssen wir unsere aufgenommenen Messwerte in Termen von s , e schreiben. Da s den Abstand zwischen Gegenstand und Bild beschreibt, folgt:

$$s = x_{\text{Schirm}} - x_{\text{Dia}} \quad (13)$$

Dahingegen bezeichnet e die Differenz zwischen vergrößernder und verkleinernder Linsenposition:

$$e = |x_{\text{L,G}} - x_{\text{L,K}}| \quad (14)$$

Die Fehler beider Größen berechnet sich aus dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsverfahren. Da die Unsicherheiten der Positionsmessungen stets gleich

Abbildung 3: Abbildungsgleichung $-1/b$ auf $1/g$ für $(80 \text{ mm}, -200 \text{ mm})$

sind, lässt sich auch eine Unsicherheit für alle Werte für e , bzw. s angeben:

$$\begin{aligned}
 u_s &= \sqrt{u_{x_{\text{Schirm}}}^2 + u_{x_{\text{Dia}}}^2} \\
 &= 1,4 \text{ mm} \\
 u_e &= \sqrt{u_{x_{\text{L,G}}}^2 + u_{x_{\text{L,K}}}^2} \\
 &= 2,12 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Aus jedem Wertepaar s, e lässt sich über Gleichung (3) die Brennweite f bestimmen. Die Unsicherheit dieser lässt sich über das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnen:

$$\begin{aligned}
 u_f &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial s} \cdot u_s\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial e} \cdot u_e\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{e^2 + s^2}{4s^2} \cdot u_s\right)^2 + \left(\frac{e}{2s} \cdot u_e\right)^2}
 \end{aligned} \tag{16}$$

Dies können wir nun auf die Messwerte der Einzellinse aus Tabelle 7 anwenden. Unsere Ergebnisse sind in Tabelle 2 dargestellt. Der Mittelwert aller Brennweiten beträgt dabei

$$\begin{aligned}
 \bar{f} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \\
 &= 7,9 \text{ cm,}
 \end{aligned} \tag{17}$$

s/cm	e/cm	f/cm
$35,0 \pm 0,1$	$10,8 \pm 0,2$	$7,9 \pm 0,0$
$40,0 \pm 0,1$	$18,2 \pm 0,2$	$7,9 \pm 0,1$
$45,0 \pm 0,1$	$22,6 \pm 0,2$	$8,4 \pm 0,1$
$50,0 \pm 0,1$	$30,5 \pm 0,2$	$7,8 \pm 0,1$
$55,0 \pm 0,1$	$36,2 \pm 0,2$	$7,8 \pm 0,1$
$60,0 \pm 0,1$	$41,7 \pm 0,2$	$7,8 \pm 0,1$

Tabelle 2: Anwendung des Bessel-Verfahrens auf die Messung der Einzellinse

wobei sich die Standardabweichung des Mittelwerts folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned}\sigma_{\bar{f}} &= \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2} \\ &= 5,1 \cdot 10^{-2} \text{ cm}\end{aligned}\quad (18)$$

Dagegen beträgt die empirische Unsicherheit, die sich mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz ermitteln lässt:

$$\begin{aligned}u_{\bar{f}} &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{u_{f_i}}{n}\right)^2} \\ &= 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ cm}\end{aligned}\quad (19)$$

Unser Endergebnis ist mit der statistischen Unsicherheit anzugeben:

$$\boxed{\bar{f} = (7,9 \pm 0,1) \text{ cm}}\quad (20)$$

Die Messung beider Sammellinsen soll nach [1] nicht mit dem Bessel-Verfahren untersucht werden. Wir fahren also fort mit der Anwendung des Bessel-Verfahrens auf die Messung mit der Sammel- und Zerstreuungslinse. Aus den Messdaten aus Tabelle 9 ergeben sich analog zu oben folgende Werte (siehe Tabelle 3): Da wir schon oben die statistische Unsicherheit der empirischen vorgezogen haben, sollten wir dies hier ebenfalls tun, um unsere Endergebnisse möglichst vergleichbar zu halten. Analog zu oben ergibt sich für den Mittelwert \bar{f} sowie den Standardfehler:

$$\boxed{\bar{f} = (8,8 \pm 0,2) \text{ cm}}\quad (21)$$

Eine Diskussion beider Werte erfolgt in Abschnitt 6.

Laut dem Tutor ←
schon ... Grauzone

s/cm	e/cm	f/cm
$40,0 \pm 0,1$	$10,7 \pm 0,2$	$9,3 \pm 0,0$
$45,0 \pm 0,1$	$19,8 \pm 0,2$	$9,1 \pm 0,1$
$50,0 \pm 0,1$	$27,2 \pm 0,2$	$8,8 \pm 0,1$
$55,0 \pm 0,1$	$33,8 \pm 0,2$	$8,6 \pm 0,1$
$60,0 \pm 0,1$	$39,6 \pm 0,2$	$8,5 \pm 0,1$

Tabelle 3: Anwendung des Bessel-Verfahrens auf die Messung der Sammel- und Zerstreuungslinse

5.3 Abbe-Verfahren

Als Messpunkt wählten wir in der Durchführung den rechten Rand der Linsehalterung. Damit ergibt sich für g' und b' :

$$\begin{aligned} g' &= x_L - x_{\text{Dia}} \\ b' &= x_{\text{Schirm}} - x_L \end{aligned} \quad (22)$$

Für jeden Messpunkt lässt sich aus den drei gemessenen B 's (manchmal auch zwei) mit den im Theorieteil [1] angegebenen Gegenstandsdurchmessern $G_{\text{klein}} = 0,7 \text{ cm}$, $G_{\text{mittel}} = 1,4 \text{ cm}$ und $G_{\text{groß}} = 2,1 \text{ cm}$ ein mittleres β berechnen:

$$\beta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{B_i}{G_i} \quad (23)$$

Dabei ist $n = 3$ (manchmal auch $n = 2$). Die Unsicherheit von β berechnet sich über das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz aus der Messunsicherheit von $u_B = 0,1 \text{ cm}$:

$$u_\beta = 0,1 \text{ cm} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (24)$$

Die Unsicherheiten von g' und b' lassen sich ebenfalls über Gaußsche Fehlerfortpflanzung herausfinden. Da $u_{x_{\text{Dia}}} = u_{x_{\text{Schirm}}}$, ist die Unsicherheit beider Werte identisch:

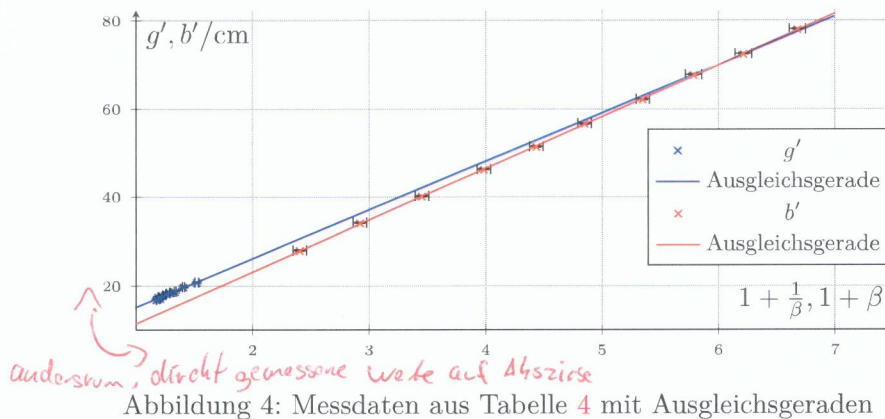
$$u_{g'} = u_{b'} = \sqrt{u_{x_{\text{Dia}}}^2 + u_L^2} = 1,8 \text{ mm} \quad (25)$$

Wir erhalten aus den Messdaten aus Tabelle 10 also folgende Werte für g' , b' , β (siehe Tabelle 4). Diese Messwerte sind in einem Diagramm (siehe Abb. 4) aufzutragen. Um einen Vergleich zwischen beiden Messgrößen zu haben, führen wir zwei lineare Regressionen durch², die beide im Diagramm

²Das Python-Programm, mit dem die Berechnung durchgeführt wurde, ist in Abb. 7 im Anhang zu finden.

g'/cm	b'/cm	β
22,0	28,0	$1,4 \pm 0,1$
20,8	34,2	$1,9 \pm 0,1$
19,8	40,2	$2,5 \pm 0,1$
18,7	46,3	$3,0 \pm 0,1$
18,5	51,5	$3,4 \pm 0,1$
18,3	56,7	$3,8 \pm 0,1$
17,8	62,2	$4,3 \pm 0,1$
17,2	67,8	$4,8 \pm 0,1$
17,5	72,5	$5,2 \pm 0,1$
16,9	78,1	$5,7 \pm 0,1$

Tabelle 4: Anwendung des Abbe-Verfahrens auf die Sammell- und Zerstreuungslinse



eingetragen sind. Diese lauten³:

$$\begin{aligned} g'(x) &= 9,5 \text{ cm} \cdot x + 6,1 \text{ cm} \\ b'(x) &= 11,7 \text{ cm} \cdot x - 0,2 \text{ cm} \end{aligned} \quad (26)$$

Wir erhalten damit:

$$\begin{aligned} f_1 &= 11,0 \text{ cm} \\ f_2 &= 11,7 \text{ cm} \\ h_1 &= 4,2 \text{ cm} \\ h_2 &= -0,2 \text{ cm} \end{aligned} \quad (27)$$

Das Vorgehen ist nun für die Linsenkombination $(-200 \text{ mm}, 80 \text{ mm})$ zu wiederholen. Analog zu oben ergeben sich g', b', β , die in Tabelle 5 abgebildet sind. Diese Werte sind in ein Diagramm (siehe Abb. 5) einzutragen. Lineare

³Es ist anzumerken, dass nicht $1 + 1/\beta$, bzw. $1 + \beta$ auf g' , bzw. b' aufgetragen wurde, sondern umgekehrt. *warum?*

Regression ergibt:

$$\begin{aligned} g'(x) &= 11,4 \text{ cm} \cdot x + 5,8 \text{ cm} \\ b'(x) &= 12,3 \text{ cm} \cdot x + 1,6 \text{ cm} \end{aligned} \quad (28)$$

g'/cm	b'/cm	β
21,7	23,3	$0,7 \pm 0,1$
18,6	31,4	$1,4 \pm 0,1$
17,2	37,8	$2,0 \pm 0,1$
15,4	44,6	$2,5 \pm 0,1$
15,0	50,0	$3,0 \pm 0,1$
14,6	55,4	$3,5 \pm 0,1$
14,0	61,0	$3,9 \pm 0,1$
13,8	66,2	$4,3 \pm 0,1$
13,5	71,5	$4,6 \pm 0,1$
13,2	76,8	$5,1 \pm 0,1$

Tabelle 5: Anwendung des Abbe-Verfahrens auf die Zerstreuungs- und Sammellinse

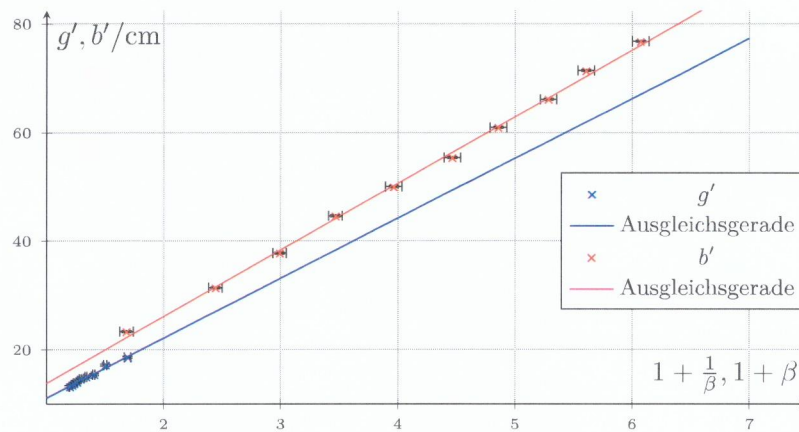


Abbildung 5: Messdaten aus Tabelle 5 mit Ausgleichsgeraden

Wir erhalten damit:

$$\begin{aligned} f_1 &= 11,4 \text{ cm} \\ f_2 &= 12,3 \text{ cm} \\ h_1 &= 5,8 \text{ cm} \\ h_2 &= 1,6 \text{ cm} \end{aligned} \quad (29)$$

Beide Versuchsteile sind in Abb. 8 untereinander maßstabsgetreu skizziert. Um die Werte möglichst gut vergleichen zu können, wurde der zweite Durchlauf gespiegelt.

5.4 Autokollimationsverfahren

Mit den Messdaten aus Tabelle 12 und der Diaposition von $x_{\text{Dia}} = 15,8 \text{ cm}$ ergeben sich mit

$$f = x_L - x_{\text{Dia}} - \delta x \quad (30)$$

Werte für die Brennweite f , die in Tabelle 6 aufgelistet sind. δ_x bezeichnet dabei den Offset, der bei dickeren Linsen laut der ausliegenden Anleitung zu beachten ist. Die Werte rechts f_{Gull} wurden über die Gullstrand-Gleichung in Gleichung (2) berechnet. Die Weiten einzelner Linsen wurden selbstverständlich nicht über diesen Weg berechnet.

Linsen	f/cm	$f_{\text{Gull}}/\text{cm}$
80 mm	8,4	–
150 mm	15,1	–
80 mm, 150 mm	7,1	5,9
80 mm, –200 mm	14,3	11,0
–200 mm, 150 mm	10,8	40,0
250 mm (klar)	24,8	–
250 mm (rot)	24,6	–
250 mm (blau)	24,9	–

Tabelle 6: Auswertung der Messdaten aus Tabelle 12

Die Unsicherheiten aller Brennweiten ist mit Gleichung (30) und dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz zu berechnen:

$$u_f = \sqrt{u_{x_L}^2 + u_{x_{\text{Dia}}}^2} = 1,8 \text{ mm} \quad (31)$$

Nun ist noch die Dispersion zu untersuchen. Mit $1/f \propto n - 1$ gilt entsprechend für zwei Brennweiten $f_{\text{rot}}, f_{\text{blau}}$:

$$\frac{f_{\text{rot}}}{f_{\text{blau}}} = \frac{n_{\text{blau}} - 1}{n_{\text{rot}} - 1} = 1,031 \, 13 \quad (32)$$

Um einen bestmöglichen Vergleich zu liefern, wurde hier ausnahmsweise mehr als eine signifikante Stelle angegeben. Aus der obigen Tabelle erhält man hingegen für das Verhältnis:

$$\frac{f_{\text{rot}}}{f_{\text{blau}}} = 1,0122 \pm 0,0104 \quad (33)$$

6 Diskussion

6.1 Abbildungsgleichung

Wie wir an dem Diagramm für $f = 80 \text{ mm}$ in Abb. 1 sehen, liegen alle Messwerte, die von der Verkleinerungsmessung stammen, auf der erwartete-

ten Kurve, die wir durch die Abbildungsgleichung erhalten haben. Dahingegen sind die Messwerte aus der Vergrößerungsmessung zwar in etwa um die Gerade gestreut, allerdings geht diese durch keine der Fehlerbalken durch. Dies liegt zum einen am möglicherweise unsauber durchgeführten Messen, das durch die suboptimale Reibung der optischen Elemente auf der Schiene erschwert wurde. Zum anderen ist bei der Vergrößerung das optische Spiel sehr viel größer: Während bei der Vergrößerung das Bild in einem Bereich von ca. 2 cm immer noch erkennbar ist und man Schwierigkeiten hat, aus diesem scharfen Bereich einen Messpunkt auszusuchen, ist bei der Verkleinerung dieser Bereich minimal klein, weswegen die Auswahl eines Punktes dort sehr viel einfacher fällt. Eine weitere Möglichkeit ist ein Fehler systematischer Natur: Ignorieren wir den blauen Messpunkt, der sich am weitesten links befindet, so sind alle blauen Punkte nach oben verschoben. Da unser Messbild unterschiedliche Abstände von der optischen Achse hat, kann es zur sphärischen Abberation kommen, die unsere Messung beeinflusst, wenn man innerhalb derselben Messreihe verschiedene Kreise unterschiedlicher Radien darstellt.

Die zweite Messreihe zeigt, dass die Abbildungsgleichung für Linsensysteme schwieriger anzuwenden ist⁴: Die ideale Gerade (in Abb. 2) verläuft durch die Fehlerbalken von nur einem Messpunkt. Nicht zu vernachlässigen ist allerdings auch der Abstand zwischen beiden Linsen: Wie man an der gepunkteten Gerade sieht, führt eine Vernachlässigung des Linsenabstandes zu einer noch stärkeren Abweichung des Messdaten vom Modell. Interessanterweise folgen die roten und die blauen Messpunkte jeweils einem linearen Verlauf (per Augenmaß verifiziert), die sich allerdings nicht genau übereinstimmen. Möglicherweise sind die Messwerte der Vergrößerung mit einem systematischen Fehler belastet, der oben bereits diskutiert wurde. Auch wurde die Gullstrand-Gleichung angewandt, die die effektive Brennweite eines Linsensystems dünner Linsen beschreibt. Die Sammellinse mit $f = 150$ mm ist eventuell zu dick, um der Gullstrand-Gleichung zu genügen.

Bei der Versuchsreihe mit der Sammel- und Zerstreuungslinse (siehe Abb. 3) ist die Abweichung des idealen Verlaufs von den Messpunkten besonders groß, obwohl diese ebenfalls einem linearen Verlauf folgen. Die Abbildungsgleichung für dünne Linsen ist demnach nicht allzu gut anwendbar auf ein Linsensystem, das auch noch eine dicke Zerstreuungslinse mit großer Brennweite enthält. Letzterer Punkt ist auch ein gutes Argument gegen die Gullstrand-Gleichung, die ebenfalls in der Auswertung Verwendung fand.

⁴Schließlich kennen wir ja die Hauptebenen nicht.

ist allerdings die Lage der Hauptebenen:

$$\begin{aligned}h_1 &= 4,2 \text{ cm} \\h_2 &= -0,2 \text{ cm}\end{aligned}\tag{37}$$

Wie man an Abb. 8 sieht, liegt eine Hauptebene in der Mitte der Halterung, während sich die erste Hauptebene vor der Sammellinse befindet. Naiv haben wir die Lage beider Hauptebenen zwischen beiden Linsen geschätzt; es ist uns allerdings nicht allzu viel über die physikalische Bedeutung von Effektivhauptebenen bekannt, um die Plausibilität eines solchen Wertes zu hinterfragen.

Als wir beide Linsen miteinander vertauschten und das Abbe-Verfahren anwendeten, stießen wir auf folgende Brennweiten:

$$\begin{aligned}f_1 &= 11,4 \text{ cm} \\f_2 &= 12,3 \text{ cm}\end{aligned}\tag{38}$$

Die Unterschiede beider Brennweiten beläuft sich prozentual auf 7.9%, was einer höheren Abweichung als im vorigen Versuchsteil entspricht. Mit einer Varianz von $\sigma^2 = 0,3 \text{ cm}$ ist die Streuung aller vier Brennweiten zwar nicht ideal, aber keinesfalls außerhalb eines plausiblen Rahmens. Was uns allerdings überraschte, waren die Lagen der Hauptebenen mit

$$\begin{aligned}h_1 &= 5,8 \text{ cm} \\h_2 &= 1,6 \text{ cm}.\end{aligned}\tag{39}$$

Wie man in Abbildung 8, in der beide Linsen vertikal aneinander orientiert sind, gut sehen kann, ist, dass die Hauptebenen sich kaum übereinstimmen. Da uns nicht bekannt ist, ob sich die Lage der Hauptebenen bei einem Linsensystem nur modellhaft verstehen lässt oder ob ihnen eine physikalische Bedeutung zukommt, können wir wenige Rückschlüsse auf unsere statistischen und systematischen Unsicherheiten ziehen. Obwohl die oben berechnete Varianz der Brennweiten (die unabhängig von der Position der Hauptebenen ist) relativ gering ist, scheint die Verschiebung der Hauptebenen die Brennweiten auf Seiten der Sammellinse nicht allzu sehr zu verschieben. Lediglich auf der Seite der Zerstreuungslinse sind beide Brennweiten stark unterschiedlich.

Interessant wäre eine weitere Durchführung des Abbe-Verfahrens, allerdings nicht bei der Messung der scharfen Vergrößerungsposition, sondern der Verkleinerungsposition (sofern überhaupt erkennbar). Wie wir bei der Verifizierung der Abbildungsgleichung gesehen haben, fiel die Messung der scharfen Verkleinerungsposition deutlich genauer aus als die der Vergrößerungsposition. Auch würde ein zweiter Versuchsdurchlauf Aufschlüsse auf die Lage der Hauptebenen liefern – sind diese nicht im Einklang mit den bisherigen Hauptebenenpositionen, dann ist der Unterschied in den Hauptebenen

beim Umdrehen der Linsenpositionen möglicherweise auf statistische Unsicherheiten zurückzuführen. ✓

Was an unserer bisherigen Durchführung dieses Versuchteils im Nachhinein ebenfalls problematisch war, ist die lineare Regression, wie wir an Abbildungen 4 und 5 sehen, ist die relative Unsicherheit in x -Richtung deutlich größer als die relative Unsicherheit in y -Richtung. Um uns das Ablesen der Werte zu erleichtern, haben wir die von der Anleitung vorgeschlagenen Achsen invertiert, was in einem übermäßigen Fehler in x -Richtung resultierte. Warum dies problematisch ist, liegt an der Durchführung der linearen Regression (unter Einbeziehung der Unsicherheit), die nur Unsicherheiten in y -Richtung beachtet (sonst wäre der Begriff „Lineare Regression“ auch fehl am Platz). Dadurch wäre vermutlich eine bessere Kurve entstanden, bei der eventuell konsistentere y -Achsenabschnitte, bzw. Steigungen vorlägen. ✓

6.4 Autokollimationsverfahren

Unsere Ergebnisse des Autokollimationsverfahrens sind in Tabelle 12 mit den theoretischen, aus der Gullstrand-Gleichung berechneten Werten gegeben. Bei den Einzellinsen weicht der über das Verfahren bestimmte Wert um ca. 0,4 cm, bzw. 0,1 cm ab; die realen Werte sind also knapp in einer 2σ -, bzw. gut in der 1σ -Umgebung mit der angegebenen Unsicherheit angesiedelt. Da dieses Verfahren von der Anleitung als „einfach“ bezeichnet wird und auch nicht sonderlich kompliziert in der Durchführung ist, erwarteten wir eigentlich eine größere Abweichung. ✓

Als dann Linsenkombinationen zu messen waren, sah die Sache ein wenig anders aus: Die von der Gullstrand-Gleichung berechneten Werte befinden sich in einer 17σ - bis 146σ -Umgebung bezüglich der Messwerte auf. Dies liegt zum einen an der eventuell unzulässigen Anwendung der Gullstrand-Gleichung auf Linsensysteme, die dicke Linsen enthalten, zum anderen aber auch an der großen Unsicherheit dieses einfachen Verfahrens, die bei einer erneuten Durchführung dieses Versuchs in der Messunsicherheit beachtet werden sollte. Es ist allerdings anzumerken, dass trotz dieses „grobem“ Verfahrens die Brennweiten von Einzellinsen erstaunlich genau messbar waren.

Bei der Demonstration der Dispersion liegt der theoretisch vorhergesagte Wert von

$$\frac{f_{\text{rot}}}{f_{\text{blau}}} = 1,031\,13 \quad (40)$$

außerhalb des 1σ -Konfidenzintervalls des ermittelten Wertes von

$$\frac{f_{\text{rot}}}{f_{\text{blau}}} = 1,0122 \pm 0,0104. \quad (41)$$

Das einfache Autokollimationsverfahren zeigt sich auch hier gut anwendbar für einzelne Linsen und liefert selbst bei feinen Unterschieden in der Brechzahl gut brauchbare Werte. ✓

ist Vergleich der Messmethoden / -ergebnisse

I Anhang

$x_{\text{Schirm}}/\text{cm}$	$x_{\text{L,G}}/\text{cm}$	$x_{\text{L,K}}/\text{cm}$
60,0	36,7	47,5
65,0	35,6	53,8
70,0	36,9	59,5
75,0	34,5	65,0
80,0	34,0	70,2
85,0	33,8	75,5

Tabelle 7: Erste Messung mit Diaposition $x_{\text{Dia}} = 25,8 \text{ cm}$

$x_{\text{Schirm}}/\text{cm}$	$x_{\text{L,G}}/\text{cm}$	$x_{\text{L,K}}/\text{cm}$
40,0	25,0	31,7
45,0	23,9	37,8
50,0	23,3	43,4
60,0	22,8	53,8
70,0	22,6	64,1

Tabelle 8: Zweite Messung mit Diaposition $x_{\text{Dia}} = 15,8 \text{ cm}$ und Linsenkom-
bination (80, 150)

$x_{\text{Schirm}}/\text{cm}$	$x_{\text{L,G}}/\text{cm}$	$x_{\text{L,K}}/\text{cm}$
65,0	37,8	48,5
70,0	35,8	55,6
75,0	34,8	62,0
80,0	33,9	67,7
85,0	33,3	72,9

Tabelle 9: Dritte Messung mit Diaposition $x_{\text{Dia}} = 15,8 \text{ cm}$ und Linsenkom-
bination (80, -200)

$\frac{1}{g} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$	$\frac{1}{b} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$	$\frac{1}{g} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$	$\frac{1}{b} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$
$11,4 \pm 0,0$	$2,0 \pm 0,2$	$4,4 \pm 0,1$	$8,0 \pm 0,0$
$11,1 \pm 0,0$	$2,2 \pm 0,2$	$3,5 \pm 0,1$	$8,9 \pm 0,0$
$10,5 \pm 0,0$	$2,5 \pm 0,2$	$2,9 \pm 0,2$	$9,5 \pm 0,0$
$9,4 \pm 0,0$	$3,4 \pm 0,1$	$2,5 \pm 0,2$	$10,0 \pm 0,0$
$8,5 \pm 0,0$	$4,3 \pm 0,2$	$2,2 \pm 0,2$	$10,2 \pm 0,0$
$8,4 \pm 0,0$	$3,0 \pm 0,1$	$2,0 \pm 0,2$	$10,5 \pm 0,0$

Tabelle 13: Abbildungsgleichung – Auswertung der Messdaten aus Tabelle 7
(Einzellinse)

$x_{\text{Schirm}}/\text{cm}$	x_L/cm	$B_{\text{klein}}/\text{cm}$	$B_{\text{mittel}}/\text{cm}$	$B_{\text{groß}}/\text{cm}$
65,0	37,0	1,0	1,9	3,0
70,0	35,8	1,3	2,6	4,3
75,0	34,8	1,6	3,5	5,4
80,0	33,7	2,1	4,0	6,5
85,0	33,5	2,4	4,7	7,4
90,0	33,3	2,7	5,3	8,2
95,0	32,8	3,1	6,0	9,1
100,0	32,2	3,4	6,6	–
105,0	32,5	3,7	7,2	–
110,0	31,9	4,0	7,9	–

Tabelle 10: Erste Messreihe für das Abbe-Verfahren mit Linsenkombination (80 cm, –200 cm)

$x_{\text{Schirm}}/\text{cm}$	x_L/cm	$B_{\text{klein}}/\text{cm}$	$B_{\text{mittel}}/\text{cm}$	$B_{\text{groß}}/\text{cm}$
60,0	36,7	0,4	1,0	1,6
65,0	33,6	1,0	2,0	3,1
70,0	32,2	1,4	2,7	4,3
75,0	30,4	1,8	3,1	5,5
80,0	30,0	2,1	4,1	–
85,0	29,6	2,5	4,7	–
90,0	29,0	2,7	5,4	–
95,0	28,8	3,0	6,0	–
100,0	28,5	3,2	6,5	–
105,0	28,2	3,5	7,2	–

Tabelle 11: Zweite Messreihe für das Abbe-Verfahren mit Linsenkombination (–200 cm, 80 cm)

$\frac{1}{g} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$	$\frac{1}{b} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$	$\frac{1}{g} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$	$\frac{1}{b} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$
$13,2 \pm 0,0$	$2,1 \pm 0,3$	$6,0 \pm 0,3$	$12,0 \pm 0,1$
$12,8 \pm 0,0$	$2,7 \pm 0,3$	$4,4 \pm 0,3$	$13,9 \pm 0,0$
$12,0 \pm 0,0$	$3,7 \pm 0,3$	$3,5 \pm 0,4$	$15,2 \pm 0,0$
$11,2 \pm 0,0$	$4,7 \pm 0,2$	$2,6 \pm 0,5$	$16,1 \pm 0,0$
$10,0 \pm 0,1$	$6,7 \pm 0,2$	$2,0 \pm 0,5$	$16,9 \pm 0,0$

Tabelle 14: Abbildungsgleichung – Auswertung der Messdaten aus Tabelle 8 (Zwei Sammellinsen)

Linsen	$x_{\text{Linse}}/\text{cm}$
80 mm	23,4
150 mm	30,4
80 mm, 150 mm	22,4
80 mm, -200 mm	29,6
-200 mm, 150 mm	26,1
250 mm (klar)	40,1
250 mm (rot)	39,9
250 mm (blau)	39,6

Tabelle 12: Vierte Messreihe (Autokollimationsverfahren)

$\frac{1}{g} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$	$\frac{1}{b} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$	$\frac{1}{g} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$	$\frac{1}{b} \cdot 10^2/\text{cm}^{-1}$
$5,6 \pm 0,0$	$1,9 \pm 0,1$	$3,0 \pm 0,1$	$5,9 \pm 0,0$
$5,4 \pm 0,0$	$2,2 \pm 0,1$	$2,5 \pm 0,1$	$6,8 \pm 0,0$
$5,2 \pm 0,0$	$2,5 \pm 0,0$	$2,1 \pm 0,1$	$7,5 \pm 0,0$
$4,9 \pm 0,0$	$2,9 \pm 0,0$	$1,9 \pm 0,1$	$7,9 \pm 0,0$
$4,5 \pm 0,0$	$3,6 \pm 0,0$	$1,7 \pm 0,1$	$8,1 \pm 0,0$

Tabelle 15: Abbildungsgleichung – Auswertung der Messdaten aus Tabelle 9 (Eine Sammel- und eine Zerstreuungslinse)

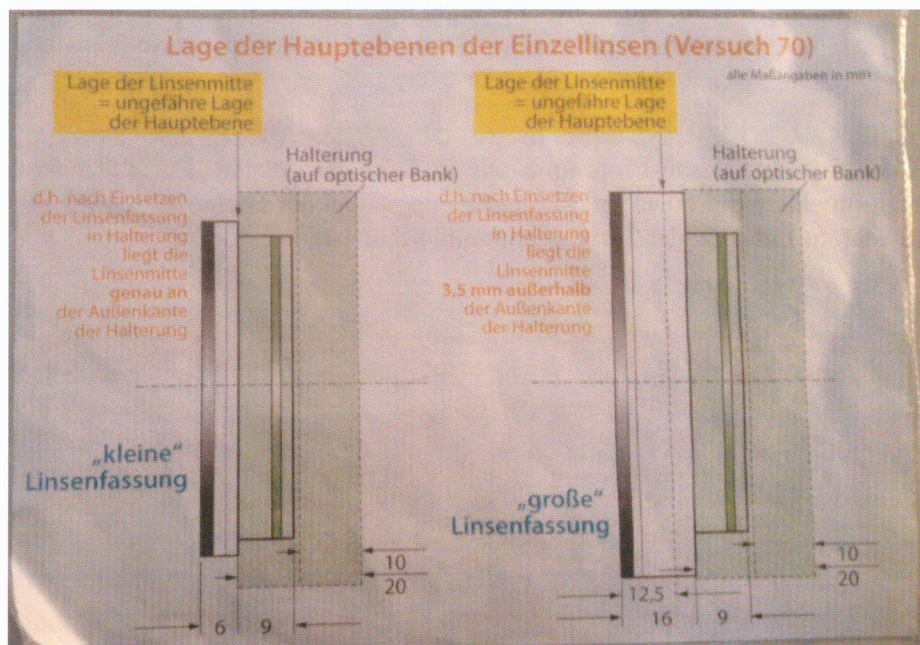


Abbildung 6: Ausliegender Hinweis zur Lage der Hauptebenen bei Einzellinsenmessungen

```
ul = [1 / e ** 2 for e in error]

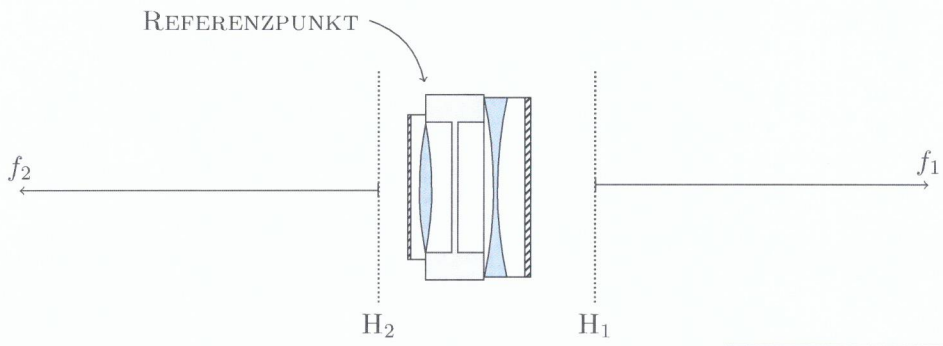
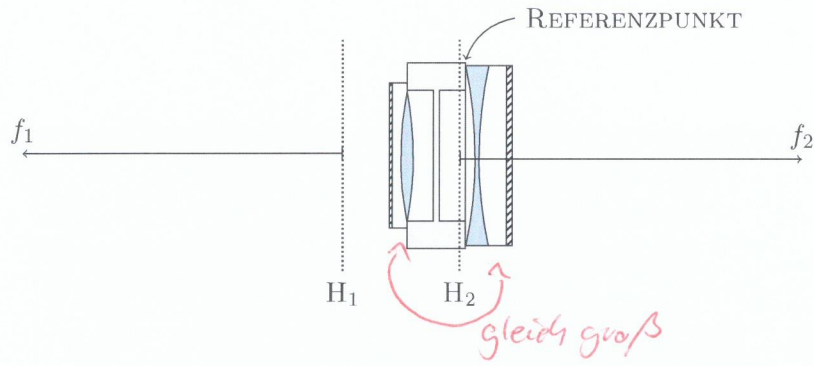
def b(d):
    ylist = [pair[1] for pair in d]
    xlist = [pair[0] for pair in d]

    return (sum([u * x ** 2 for u, x in zip(ul, xlist)]) *
            ↪ sum([u * y for u, y in zip(ul, ylist)] - sum([u *
            ↪ x for u, x in zip(ul, xlist)]) * sum([u * x * y
            ↪ for u, x, y in zip(ul, xlist, ylist)])) / (sum(ul)
            ↪ * sum([u * x ** 2 for u, x in zip(ul, xlist)]) -
            ↪ (sum([u * x for u, x in zip(ul, xlist)])) ** 2)

def a(d):
    ylist = [pair[1] for pair in d]
    xlist = [pair[0] for pair in d]

    return (sum(ul) * sum([u * x * y for u, x, y in
    ↪ zip(ul, xlist, ylist)]) - sum([u * x for u, x in
    ↪ zip(ul, xlist)]) * sum([u * y for u, y in zip(ul,
    ↪ ylist)])) / (sum(ul) * sum([u * x ** 2 for u, x in
    ↪ zip(ul, xlist)]) - (sum([u * x for u, x in zip(ul,
    ↪ xlist)])) ** 2)
```

Abbildung 7: Python-Programm zur linearen Regression. Für `data` wird eine Tupelliste der Form (x, y) eingegeben, wobei der Fehler für jedes y mit korrektem Index in der Liste `error` auffindbar ist.



MASSSTAB 2:5

Versuchs teil 1

Die vordrilltiefe: $-0,8\text{cm}$

$x_{\text{Dreh}} = 47,5\text{cm}$

$x_{\text{Ker}} = 20,8\text{cm}$

(Basierend auf Skalenzschritt kombiniert mit Schätzung)

$U_{\text{Ker}} = 0,2\text{cm}$

x_{Dreh}	x_{Ker}	x_{Dreh}	x_{Ker}
47,2cm	90,2cm	57,6cm	74,5cm
35,2cm	78,2cm	45,8cm	64,9cm
57,6cm	75,8cm	68,8cm	84,6cm
55,2cm	104,7cm	65,2cm	94,6cm
	84,2cm		84,2cm
	93,2cm	64,5cm	92,0cm
	109,0cm	64,8cm	98,5cm
	104,0cm	95,6cm	98,5cm
25,8cm	70,0cm	36,8cm	59,5cm
	75,0cm	34,5cm	55,0cm
	65,0cm	35,6cm	53,8cm
	60,0cm	36,7cm	47,5cm
	80,0cm	34,0cm	70,2cm
	85,0cm	38,8cm	75,5cm

Bohle sagt 'Mid'

x_{Dreh}	x_{Ker}	x_{Dreh}	x_{Ker}
15,8cm	50,0cm	25,3cm	43,4cm
	60,0cm	22,8cm	53,8cm
	70,0cm	22,6cm	44,1cm
	40,0cm	25,0cm	31,7cm
	45,0cm	25,3cm	37,8cm

$\approx 50\text{mm}$

x_{Dreh}	x_{Ker}	x_{Dreh}	x_{Ker}
15,8cm	75,0cm	37,8cm	48,5cm
	70,0cm	35,8cm	55,6cm
	75,0cm	34,8cm	62,0cm
	80,0cm	33,3cm	67,7cm
	81,0cm	37,3cm	72,0cm

$\approx 120\text{mm}$

x_{Dreh}	x_{Ker}	x_{Dreh}	x_{Ker}	Breite	Höhe
80-200	15,8	80cm	33,7cm	7,1cm	4,0cm
		85cm	33,5cm	7,4cm	4,7cm
		75cm	34,8cm	11,6cm	3,5cm
		20cm	35,8cm	11,3cm	7,6cm
		65cm	34,0cm	7,0cm	1,9cm
		90cm	33,3cm	2,7cm	5,3cm
		95cm	32,8cm	3,1cm	6,0cm
		100cm	32,2cm	3,4cm	6,6cm
		105cm	31,5cm	3,7cm	7,2cm
		110cm	36,8cm	4,0cm	7,9cm

x_{Dreh}	x_{Ker}	x_{Dreh}	x_{Ker}	Breite	Höhe
-200/20	"	60,0cm	36,7cm	0,4	7,0
		65,0cm	23,6cm	1,0	2,0
		70,0cm	27,2cm	1,4	2,7
		75,0cm	30,4cm	1,8	3,1
		80,0cm	30,0cm	2,1	4,1
		85,0cm	29,6cm	2,5	4,7
		90,0cm	29,0cm	2,7	5,4
		95,0cm	28,8cm	3,0	6,0
		100,0cm	28,5cm	3,2	6,5
		105,0cm	28,2cm	3,5	7,2

MRK	X _{Di}	x _{line}	X _{Spindel} (offen füllt)
80	15,8cm	23,4cm	23,9cm
150	"	30,6cm	
80R-150	"	27,4cm	
80R-200	"	29,6cm	
200R-200	"	26,1cm	
750 weiß		40,1cm	
250 rot		28,8cm	
250 blau		33,3cm	
		39,6cm	

$u_D = 0,1cm$ wg. verbleibende Spindel
 $u_{Kinnor} = 0,1cm$ wg. Schweißzeit
 u. Schweißstellung
 $u_{Kinnor} = u_{Kinn} = 0,1cm$ wg. 1cm - Stahl
 Systematisch: Offset $\Delta x_{Di} = -0,8cm$

VT 28.09

[Handwritten signature]

Literatur

- [1] o.V.: *Versuchsanleitungen zum Physikkabor für Anfänger*innen, Teil 1.*
2018. – 95–104 S.