

Universität Freiburg
Physiklabor für Anfänger, Teil 2
Ferienpraktikum im Wintersemester 2023/2024

Versuch 59

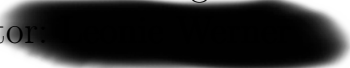
Erdmagnetfeld



7. November 2024

Datum der Durchführung: 8. März 2024

Tutor



Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuches	3
2	Aufbau & Durchführung	3
3	Auswertung und Fehleranalyse	4
3.1	Bestimmung der Deklination	4
3.2	Bestimmung der Inklination	5
3.3	Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds	5
4	Diskussion der Ergebnisse	8
4.1	Übersichtliche Angabe der Endergebnisse	8
4.2	Vergleich mit erwartetem Ergebnis	8
4.2.1	Bestimmung der Deklination	8
4.2.2	Bestimmung der Inklination	9
4.2.3	Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds	9
4.3	Verbesserte Methoden	10
5	Erklärung zur Autorenschaft	10
6	Anhang	11
6.1	Rohdaten mit Vortestat	13
	Literatur	14

1 Ziel des Versuches

Ziel des Versuches ist es, die Deklination, die Inklination und die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds und abschließend den Gesamtbetrag des Erdmagnetfelds zu bestimmen.

2 Aufbau & Durchführung

Es werden drei verschiedene Aufbauten benutzt, für die Deklination, die Inklination und die horizontale Magnetfeldstärke.

1. **Deklination:** Die Deklination wird mittels der Karte der Umgebung des Praktikumsgebäudes und einem Kompass gemessen. Dazu wird die Karte möglichst so gelegt, dass die geographische Nordrichtung der Karte mit der geographischen Nordrichtung der Umgebung übereinstimmt. Das führt dazu, dass wenn man den Kompass auf die Karte legt, man einfach einen Strich entlang der angezeigten magnetischen Südrichtung des Kompass zeichnen kann, und dann anhand des Winkels in der Karte, die Deklination messen kann.
2. **Inklination:** Für die Messung der Inklination wird ein Inklinatorium benutzt, dieses wird in Richtung des magnetischen Südpols horizontal ausgerichtet, dann in die Senkrechte gekippt und anschließend wird der Inklinationswinkel abgelesen.
3. **Horizontale Magnetfeldstärke:** Für die horizontale Magnetfeldstärke wird zunächst ein Plexiglasrohr, mit einem Loch durch den Mantel auf mittiger Höhe, mit einem langen Kabel umwickelt, so dass eine Spule wie in Abb. 1 entsteht.

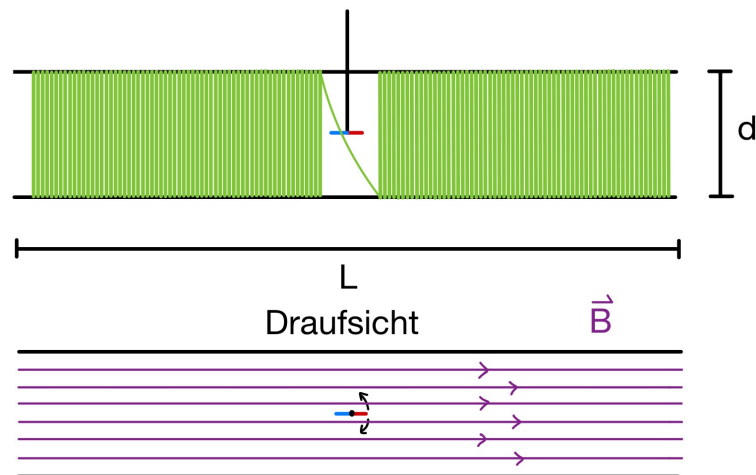


Abbildung 1: Versuchsaufbau zur Messung der Horizontalkomponente

Nun kann man in diese recht lange Spule durch das Loch einen Permanentmagneten an einem Faden einhängen und die ganze Vorrichtung entlang des Erdmagnetfelds, aber waagrecht aufstellen. Dieser Magnet schwingt nun in dem er sich um die senkrechte Achse hin- und her dreht. Diese Periodendauer wird nun für verschiedene Ströme in der Spule gemessen. Um Unsicherheiten durch menschliche Reaktion zu verringern, wird immer über zehn Perioden gemessen. Aus den Werten für die Stromstärke wird die Flussdichte B bestimmt, indem die Länge l , der Durchmesser d und die Windungszahl N der Spule bestimmt werden.

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Bestimmung der Deklination

In Abb. 2 ist die Karte zu sehen, mit der die Deklination bestimmt wird. Aus dem Winkel zwischen der eingezeichneten Geraden und einer senkrechten zur unteren Kante der Karte, folgt der Winkel $\alpha = 2^\circ$.

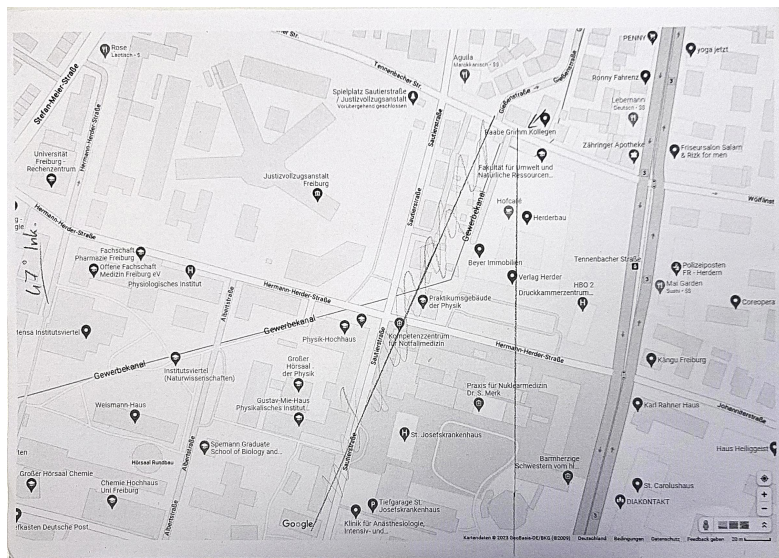


Abbildung 2: Karte zur Deklinationsbestimmung

Wegen der ungenauen Bestimmung der Positionierung der Karte und der Tatsache, dass alle verfügbaren Kompasser leicht in unterschiedliche Richtungen zeigen, wird der Fehler mit $a = 10^\circ$ dreiecksverteilt angenommen. Insgesamt folgt mit $\Delta\alpha = \frac{a}{\sqrt{6}} \approx 4^\circ$ der Wert

$$\alpha = (2 \pm 4)^\circ.$$

3.2 Bestimmung der Inklination

Aus der Inklinationsmessung mit dem Inklinatorium ergibt sich der Winkel $\beta_1 = 47^\circ$. Wird das gesamte Inklinatorium horizontal um 180° gedreht, kann es die Inklination wegen des Aufbaus ebenso messen. Allerdings ergibt das den Wert $\beta_2 = 56^\circ$. Der Messfehler wird mit $a = 5^\circ$ dreiecksverteilt angenommen. Daraus folgen die Werte

$$\beta_1 = (47 \pm 2)^\circ$$

und

$$\beta_2 = (56 \pm 2)^\circ.$$

3.3 Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds

Für die Spule werden die Kenngrößen $N = 105$ für die Windungszahl, $l = 35,6\text{cm}$ für die Länge und $d = 8,9\text{cm}$ für den Durchmesser bestimmt. Die Unsicherheit der Messwerte folgt aus den dreiecksverteilten Fehlern der Länge l und des Durchmessers d der Spule, mit $a_l = a_d = 0,05\text{cm}$, welche aus der Ablesungenauigkeit des Maßbands resultieren, sowie der Unsicherheit der Strommessung. Die Windungszahl wird exakt bestimmt und hat somit keine Unsicherheit. Für die Unsicherheiten von l und d folgt $\Delta l = \Delta d = 0,02\text{cm}$. Damit ist insgesamt die Länge

$$l = (35,60 \pm 0,02)\text{cm}$$

sowie der Durchmesser der Spule

$$d = (8,90 \pm 0,02)\text{cm}.$$

Die Unsicherheit der Messwerte I_{mess} folgt aus der Unsicherheit des Multimeters¹. Diese liegt für die Strommessung im Messbereich $I = 2\text{A}$ bei

$$\Delta I = \pm(1,5\% \cdot I_{mess} + 0,001\text{A}). \quad (1)$$

Für die Unsicherheiten bei der Messung der Periodendauer ist wichtig, dass immer für zehn Perioden gemessen wird. Dabei wird die Unsicherheit für zehn Perioden aufgrund der menschlichen Reaktionszeit recht hoch angenommen, mit $a = 0,3\text{s}$ dreiecksverteilt. Daraus resultiert für zehn Perioden:

$$\Delta T_{10} = \pm 0,12\text{s}$$

In Abb. 3 ist die Abhängigkeit der Periodendauer T des Stabmagneten von der Stromstärke I , mit Fehlerbalken für I und T , zu sehen. Die Periodendauer wird für positive größere Stromstärken immer kleiner. Allerdings divergiert T , wenn die Stromstärke negativ wird.

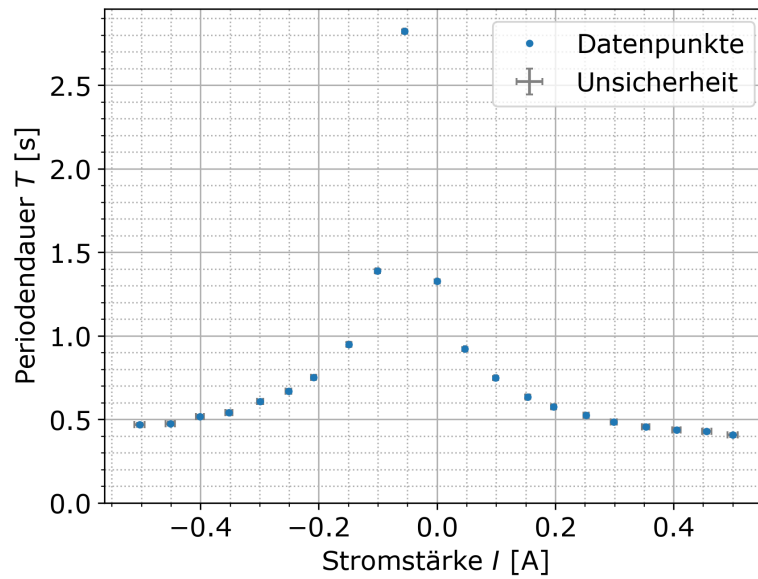


Abbildung 3: Schwingungsdauer T in Abhängigkeit der Stromstärke I

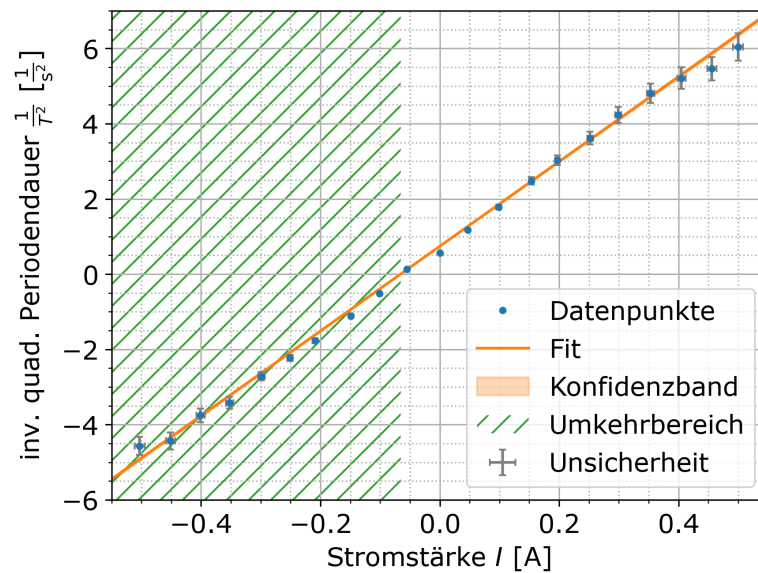


Abbildung 4: $\pm \frac{1}{T^2}$ als Funktion von I

Stellt man negative Stromstärken mit größerem Betrag ein, wird die Periodendauer wieder kleiner, aber der Magnet ist in der Spule um 180° gedreht, also genau andersherum orientiert.

In Abb. 4 wird die Periodendauer quadriert und invers zur Stromstärke mit Fehlerbalken

¹[GUA]

in beide Richtungen aufgetragen. Zudem wird eine Ausgleichsgerade, wie unten beschrieben, mit Konfidenzband eingezeichnet. Der Bereich, in dem der Magnet um 180° gedreht schwingt, ist als Umkehrbereich eingezeichnet.

Der nun linearisierte Zusammenhang aus inverser quadrierter Periodendauer und der Stromstärke kann nun mittels linearer Regression der Form $\frac{1}{T^2}(I) = p_1 \cdot I + p_2$ gefittet werden. Man erhält als Steigung $p_1 = (11,26 \pm 0,09) \frac{1}{s^2 A}$ und als y-Achsenabschnitt $p_2 = (0,741 \pm 0,005) \frac{1}{s^2}$, bei einer Güte von $\chi^2 = 530$. Der x-Achsenabschnitt ist dann die gesuchte kritische Stromstärke I^* , bei der das Magnetfeld der Spule das Magnetfeld der Erde ausgleichen sollte. Diese berechnet sich durch

$$|I^*| = \frac{p_2}{p_1}.$$

Die statistische Unsicherheit ergibt sich aus der Gaus'schen Fehlerfortpflanzung durch

$$\Delta I^* = \sqrt{\left(\frac{p_2}{p_1^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{p_1}\right)^2},$$

während die systematische aus Gleichung (1) entsteht. Es gilt

$$|I^*| = (65,8 \pm 0,7 \pm 2,0) \text{mA},$$

wobei ersteres die statistische und letzteres die systematische Unsicherheit ist. Für die weiteren Berechnungen wird die kombinierte Unsicherheit

$$\Delta I^* = \sqrt{(0,7^2 + 2,0^2)} \text{mA} = 2,11 \text{mA}$$

genutzt.

Für die kritische Stromstärke I^* kompensiert die Feldstärke der Spule genau die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds. Die insgesamt auf den Stabmagneten wirkende Flussdichte B ist Null. Da gilt $T \propto \frac{1}{\sqrt{B}}$, folgt für die Periodendauer $T \rightarrow \infty$. Nach der Gleichung

$$B = |B_h + B_S|$$

ist für I^*

$$B_h = |B_S| = \mu_0 \frac{NI^*}{\sqrt{d^2 + l^2}} = (23,6 \pm 0,8) \mu\text{T}.$$

Für den Gesamtwert der Flussdichte folgt dann aus

$$B_h = \sin(\beta)B \Rightarrow B = \frac{B_h}{\sin(\beta)}$$

für die zwei verschiedenen Inklinationswinkel:

$$B_1 = (34,7 \pm 1,7) \mu\text{T}$$

und

$$B_2 = (42 \pm 3) \mu\text{T}.$$

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Für den Winkel α der Deklination ergibt sich

$$\alpha = (2 \pm 4)^\circ.$$

Der Inklinationswinkel β ist

$$\beta_1 = (47 \pm 2)^\circ$$

und für die gedrehte Apparatur

$$\beta_2 = (56 \pm 2)^\circ.$$

Für die horizontale Komponente des Erdmagnetfelds ergibt sich:

$$B_h = (23,6 \pm 0,8)\mu\text{T}$$

und analog zu den beiden Inklinationswinkeln:

$$B_1 = (34,7 \pm 1,7)\mu\text{T}$$

und

$$B_2 = (42 \pm 3)\mu\text{T}.$$

4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis

4.2.1 Bestimmung der Deklination

Aus dem Deklinationsechner² folgt der Literaturwert, wie in Abb. 5 in Abschnitt 6 zu sehen ist, für die Deklination in Freiburg mit $\alpha_{Lit} = 3^\circ 18' = 3,3^\circ$. Für ein Signifikanzniveau von 5% wird ein t-Test³ mit der Gleichung

$$t = \frac{|\hat{\alpha} - \alpha_{Lit}|}{\Delta\alpha} \quad (2)$$

durchgeführt. Es ergibt sich $t = 0,325 < 2$. Also ist das Ergebnis mit dem Literaturwert verträglich, der sehr kleine t-Wert kommt allerdings hauptsächlich von der großen Unsicherheit, allerdings scheint diese im Nachhinein ungerechtfertigt.

²[Pot23]

³[Bar24]

4.2.2 Bestimmung der Inklination

Der Inklinationswinkel β wird für Freiburg von dem Deklinationsrechner zu $\beta_{Lit} = 63^\circ 57' = 63,95^\circ$ berechnet. Damit liegt der Wert $\beta_2 = (56 \pm 2)^\circ$ deutlich näher am Literaturwert als β_1 . Mit einem t-Test äquivalent zu Gleichung (2) für das Signifikanzniveau 5% ergibt sich für β_2 der Wert $t = 3,975 > 2$. Damit ist der gemessene Wert β_2 nicht mit dem Literaturwert verträglich und der Wert β_1 demnach erst recht nicht.

Die starken Abweichungen der Messwerte vom erwarteten Ergebnis könnten daher kommen, dass eine Seite der Nadel des Inklinatoriums angemalt ist. Durch das zusätzliche Gewicht der Farbe ist die Nadel nicht perfekt im Schwerpunkt aufgehängt, also nicht perfekt kalibriert, wodurch die Schwerkraft einen Einfluss auf die Nadel hat. Die angemalte Seite der Nadel zeigt nach Süden, also ist diese Seite der magnetische Südpol der Nadel. D.h sie zeigt zum magnetischen Nordpol der Erde. Dem Verlauf der Erdmagnetfeldlinien folgend, steht diese Nadelhälfte also schräg nach oben. Durch das zusätzliche Gewicht der Farbe zieht die Schwerkraft diese Seite nach unten. Insgesamt wird dadurch die Inklination zu klein gemessen.

Der Unterschied zwischen den Werten β_1 und β_2 kann zudem daher kommen, dass das Inklinatorium nicht genau gerade aufgestellt ist, so kommt ein Fehler durch die Neigung der Apparatur hinzu, welcher sich je nach Drehung des Aufbaus ändert. Ist zudem der Boden noch leicht ungerade, so kann der Inklinationswinkel wiederum nicht exakt bestimmt werden.

4.2.3 Bestimmung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds

Für Freiburg folgt aus dem Inklinationsrechner für die Horizontalkomponente

$$B_h = 21272,6 \text{ nT}$$

und für die Gesamtflussdichte des Erdmagnetfelds

$$B = 48436,7 \text{ nT.}$$

Ein t-Test für die Horizontalkomponente analog zu Gleichung (2) ergibt für die Horizontalkomponente $t = 3,0 > 2$ eine signifikant Abweichung vom Literaturwert, entsprechende signifikante Abweichungen finden sich logisch fortgesetzt aus diesem Ergebnis und den Folgerungen von Abschnitt 4.2.2 dann auch auf der Gesamtstärke des Magnetfeldes. Warum diese Abweichung festgestellt wurde kann diverse Gründe haben. Zunächst ist die Messung selbst mit nicht unerheblichen Ungenauigkeiten zu nennen. Zum einen war der Raum in dem gemessen wurde mit diversen metallenen Geräten voll, zum Anderen verliefen überall an der Wand Kabel und Ähnliches. Aber selbst unter Berücksichtigung dieser Umstände sollte das Magnetfeld konstant sein und der lineare Fit aus Abb. 4 sollte nicht einen so hohen χ^2 -Wert ergeben. Durch genauere Betrachtung des Residuenplots, in Abb. 6 in Abschnitt 6, fällt auf, dass bei hohen Werten für die Periodendauer der Fehler gering ist und dadurch der hohe χ^2 -Wert entsteht. Allerdings sollte die Messung

eben dieser Punkte besonders präzise sein. Vielleicht liegt es aber auch an einer systematischen Verschiebung der Werte für kurze Periodendauern. Nicht betrachtet wurde in diesem Versuch das Drehmoment, das die Aufhängung auf den Magneten hat, dies könnte durchaus auch einen Einfluss haben, der mit unterschiedlichen Magnetfeldstärken einen unterschiedlich starken Einfluss hat. Zudem wurden keine Einflüsse durch Reibung und Schwerkraft auf den Magneten berücksichtigt. Zuletzt könnte natürlich auch die Spule ein nicht homogen genuges Magnetfeld erzeugt haben, da genau dort wo der Magnet hing, der Draht einen großen Abstand aufwies.

4.3 Verbesserte Methoden

Wie in der bisherigen Abschnitten der Diskussion schon angeklungen ist, gibt es einige Möglichkeiten den Versuch zu verbessern. Zunächst sollte unbedingt ein anderer Ort aufgesucht werden, mindestens vor dem Gebäude aber am besten in einer ländlichen Region um Störungen durch technische Geräte, Strom und Metalle allgemein zu vermeiden. Ein großer Teil der Unsicherheit ist auf das Amperemeter zurückzuführen, also wäre hier ein präziseres Gerät wünschenswert. Schlussendlich sollte eine Spule gewählt werden, die ein wenig weniger Platz um den Magneten hat und evtl eine Laserschranke als Messgerät für die Zeit. All dies kann die Präzision der Magnetfeldstärke deutlich erhöhen.

Bei der Deklination würde es sich anbieten die Karte genauer auszurichten, z.B. anhand von Landmarken wie Bergen etc. Dies würde die Präzision drastisch erhöhen, ebenso ein Kompass im Ölbad, der präziser und weniger Störamfällig ist. Eine weitere Methode wäre, die Ergebnisse des magnetischen Kompasses mit dem eines Kreiselkompasses zu vergleichen. Dies sollte ebenso hoch präzise sein.

Für die Inklination empfiehlt es sich ein frisch kalibriertes Inklinatorium zu verwenden, sowie eine Wasserwaage um zu schauen ob der Untergrund gerade ist, auf welchem das Inklinatorium drauf steht. Auch bei der Inklination und der Deklination wäre es von Vorteil, an einem magnetisch möglichst störungsfreien Ort zu sein.

5 Erklärung zur Autorenschaft

Alle auf der Titelseite genannten Autoren haben in gleichen Teilen zu allen Inhalten dieses Protokolls beigetragen.

6 Anhang

ISDC ► IGRF Declination Calculator

IGRF Declination Calculator

IGRF Generation 13, 1900 - 2025

Internationales Geomagnetisches Referenzfeld / International Geomagnetic Reference Field

Erläuterung / Explanation

Ort / City: -

Datum / Date: März 2024

Höhe ü.NN / Altitude: 278

Geographische Breite / Latitude: 48° 00'

Geographische Länge / Longitude: 7° 51'

Komponente / Components	Wert / Value	Säkularvariation / Secular Variation
Deklination* / Declination*	3° 18'	10.1 arcmin/year
Totalintensität / Total Intensity	48436.7 nT	51.3 nT/year
Inklination / Inclination	63° 57'	0.9 arcmin/year
Horizontalintensität / Horizontal Intensity	21272.6 nT	11.5 nT/year
Nord-Komponente / North Component	21237.5 nT	7.8 nT/year
Ost-Komponente / East Component	1222.2 nT	63.3 nT/year
Vertikal Komponente / Vertical Component	43515.3 nT	51.5 nT/year

*Negative Deklinationswerte bedeuten eine Abweichung der Magnetnadel nach Westen, positive nach Osten! / Negative declination values indicate a deviation of the magnetic needle to the west, positive values to the east!

Abbildung 5: Berechnete Werte des Erdmagnetfelds für Freiburg

Die Abgebildeten Werte stammen aus den Ortsdaten zu Freiburg⁴, welche durch den Deklinationsrechner⁵ des Helmholtz Zentrum Potsdam berechnet werden.

⁴[Wik24]

⁵[Pot23]

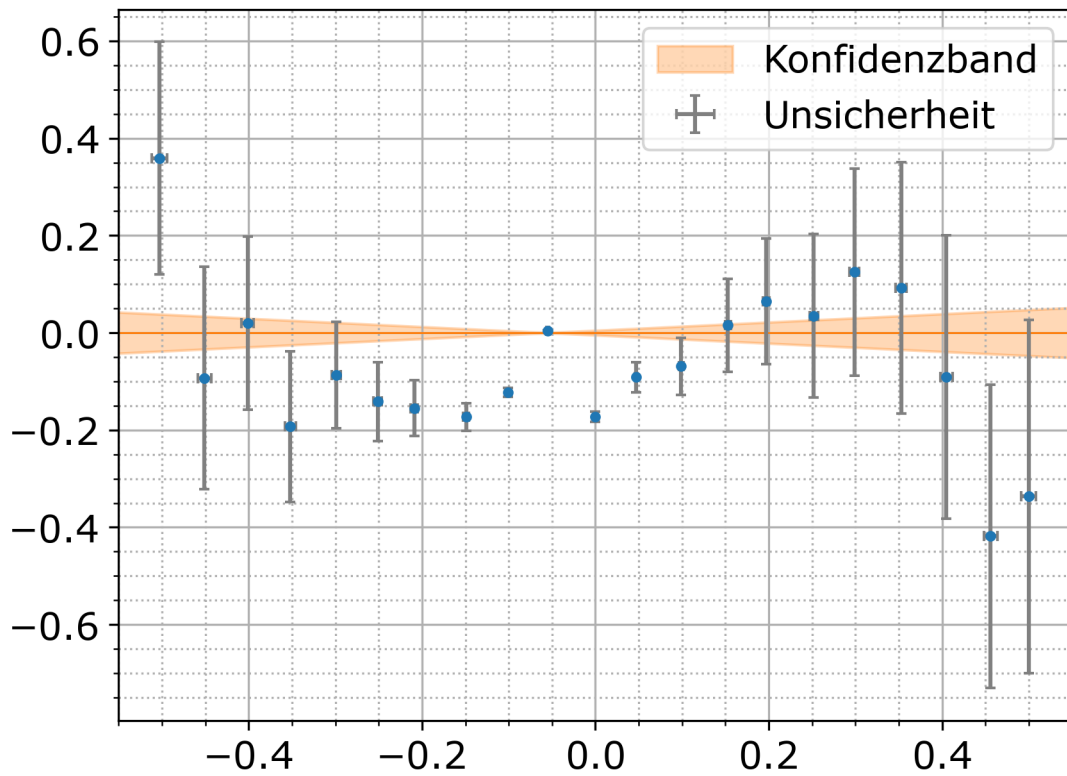


Abbildung 6: Residuenplot für Abb. 4 mit Fehlerbalken in x- und y-Richtung und Konfidenzband

6.1 Rohdaten mit Vortestat

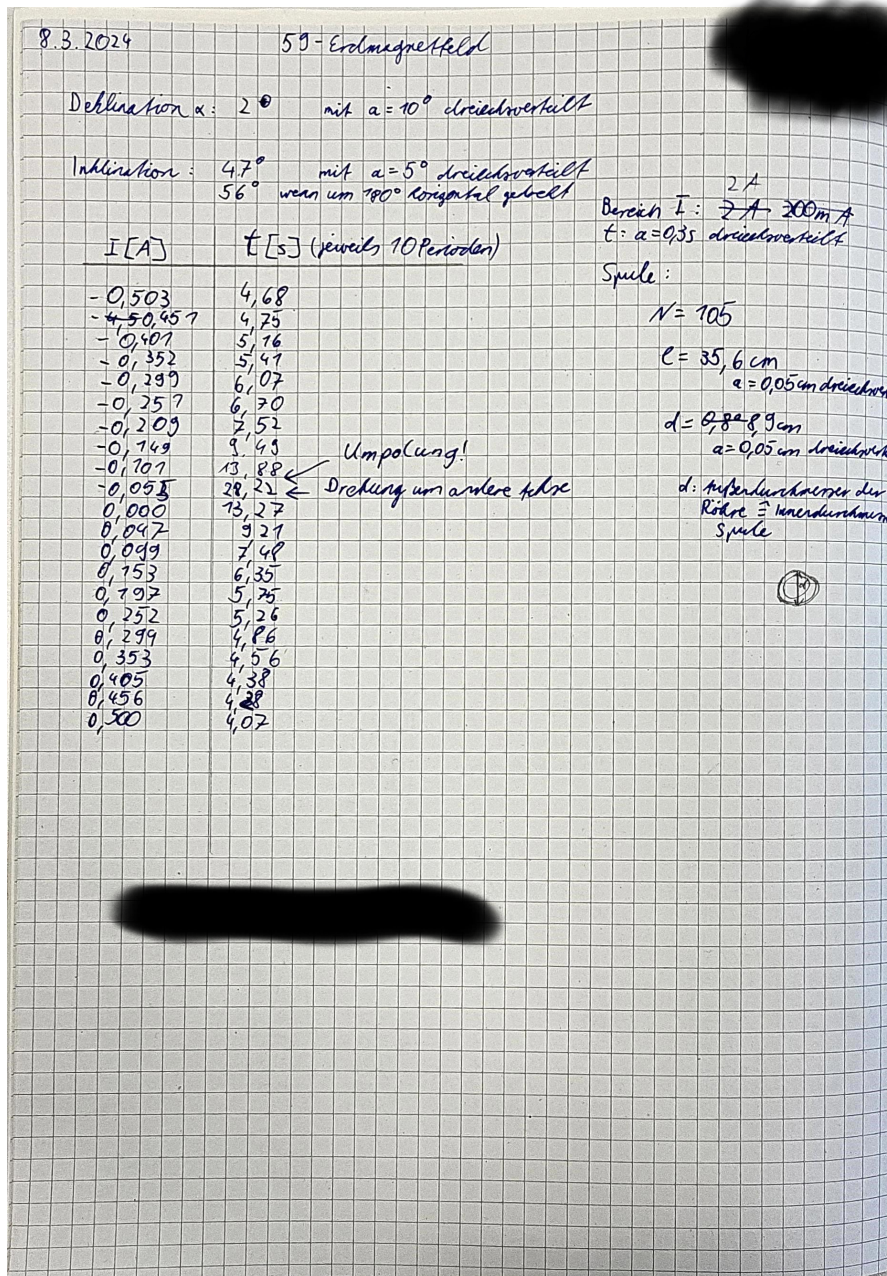


Abbildung 7: Rohdaten

Literatur

- [Bar24] Dr. Christof Bartels. *Datenanalyse A*. 29. Jan. 2024. URL: https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3372920_download&client_id=unifreiburg (besucht am 05.03.2024).
- [GUA] UNI-TREND TECHNOLOGY(DONG GUAN)LIMITED. *Digitales Multimeter*. URL: <https://phypra.uni-freiburg.de/ap/44/Uni-T%20UT51%20operating%20Manual.pdf> (besucht am 05.03.2024).
- [Pot23] GFZ Helmholtz Zentrum Potsdam. *IGRF Declination Calculator*. 21. Dez. 2023. URL: <https://isdc.gfz-potsdam.de/igrf-declination-calculator/> (besucht am 08.03.2024).
- [Wik24] Wikipedia. *Freiburg im Breisgau*. 24. Feb. 2024. URL: https://de.m.wikipedia.org/wiki/Freiburg_im_Breisgau (besucht am 08.03.2024).