

Universität Freiburg  
Physiklabor für Anfänger, Teil 2  
Ferienpraktikum im Wintersemester 2023/2024

# Versuch 53

## Schwingkreis



7. November 2024

Datum der Durchführung: 20. März 2024  
Tutor



# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel des Versuches</b>	<b>1</b>
<b>2 Versuch</b>	<b>1</b>
2.1 Aufbau . . . . .	1
2.2 Durchführung . . . . .	1
<b>3 Auswertung und Fehleranalyse</b>	<b>2</b>
3.1 Freie gedämpfte Schwingung . . . . .	2
3.2 Erzwungene Schwingung . . . . .	4
<b>4 Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>7</b>
4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse . . . . .	7
4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis . . . . .	8
4.2.1 Freie gedämpfte Schwingung . . . . .	8
4.2.2 Erzwungene Schwingung . . . . .	8
4.3 Verbesserte Methoden . . . . .	9
<b>5 Erklärung zur Autorenschaft</b>	<b>9</b>
<b>6 Anhang</b>	<b>10</b>
6.1 Rohdaten mit Vortestat . . . . .	10
Literatur . . . . .	11

# 1 Ziel des Versuches

Ziel des Versuches ist es, sowohl freie gedämpfte, als auch erzwungene Schwingungen an einem RLC-Schwingkreis zu untersuchen.

## 2 Versuch

### 2.1 Aufbau

Der Aufbau dieses Versuchs besteht aus einem Funktionsgenerator, einem Steckbrett, einem Widerstand, einem Kondensator und einer Spule, sowie einem Oszilloskop. Auf dem Steckbrett wird der RLC-Schaltkreis aufgebaut, dessen Anschlüsse dann mit einem Koaxialkabel an den Funktionsgenerator geleitet werden. Das Signal des Funktionsgenerators wird auf der Seite des Widerstands angeschlossen. Der erste Kanal des Oszilloskops wird ebenfalls über Koaxialkabel an den Ausgang des Funktionsgenerators angeschlossen. Die Messwerte werden an den Bauteilen mit einem Differentialtastkopf abgenommen und durch ein Koaxialkabel mit dem zweiten Kanal des Oszilloskops verbunden. Somit zeigt der erste Kanal die Eingangsspannung  $U_e$  und der zweite die Ausgangsspannung  $U_a$ . Dies ist alles in Abb. 1 skizziert.

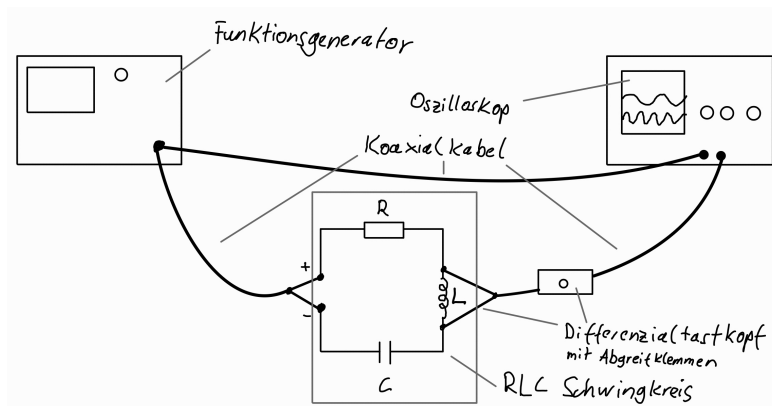


Abbildung 1: Versuchsaufbau

### 2.2 Durchführung

Im ersten Versuchsteil wird über den Funktionsgenerator eine Rechteckspannung angelegt, deren Frequenz deutlich unter der Eigenfrequenz des Schwingkreises liegt. Am Oszilloskop werden jeweils die Spannungen  $U_R$ ,  $U_L$  und  $U_C$  gemessen und mit einem USB-Stick werden die zugrundeliegenden Daten gespeichert.

Im zweiten Teil wird eine Sinusspannung angelegt. Dabei werden für jedes Bauteil die Spannung und die Phasenverschiebung, zur sinusförmigen Eingangsspannung, in Abhängigkeit der Frequenz gemessen. Diese Daten werden ins Laborbuch eingetragen.

### 3 Auswertung und Fehleranalyse

Die Werte der Bauteile sind im Versuchsaufbau<sup>1</sup> mit Unsicherheiten angegeben. Der Widerstand hat den Wert  $R = (50\Omega \pm 5\%)$ . Daraus folgt

$$R = (50,0 \pm 2,5)\Omega.$$

Für den Kondensator folgt äquivalent für die Kapazität

$$C = (1\text{nF} \pm 20\%) = (1,0 \pm 0,2)\text{nF}$$

und bei der Spule für die Induktivität

$$(1\text{mH} \pm 10\%) = (1,0 \pm 0,1)\text{mH}$$

#### 3.1 Freie gedämpfte Schwingung

Für die anzulegende Rechteckspannung soll gelten  $f \ll f_R$ . Dabei ist die Resonanzfrequenz

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = (159 \pm 18)\text{kHz} \quad (1)$$

Die Unsicherheit folgt aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung<sup>2</sup> mit

$$\Delta f_R = \sqrt{\left(-\frac{C}{4\pi \cdot (CL)^{\frac{3}{2}}} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(-\frac{L}{4\pi \cdot (LC)^{\frac{3}{2}}} \cdot \Delta C\right)^2}.$$

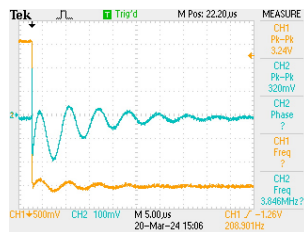


Abbildung 2: Widerstand

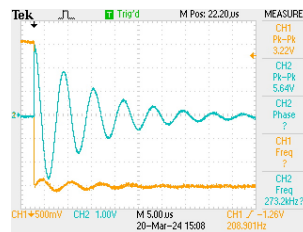


Abbildung 3: Spule

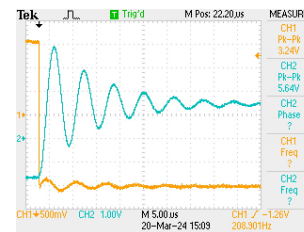


Abbildung 4: Kondensator

Für die graphisch bestimmten Werte kann  $T$  abgelesen anhand dem Abstand zweier Wellenberge in Abb. 5 abgelesen werden. Zur Hilfe wurden die Werte aus Abb. 4 in einem Python-Plot dargestellt, um besser hineinzeichnen zu können. Die Hilfslinien finden sich in violett in Abb. 5 wieder. Es ergibt

$$T = 6,2\mu\text{s}.$$

<sup>1</sup>[Bar24b]

<sup>2</sup>[Bar24a]

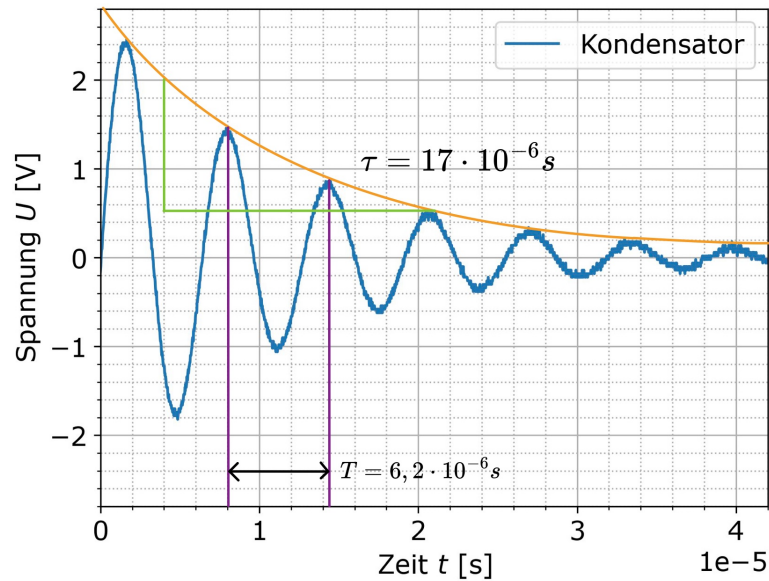


Abbildung 5: Freie Schwingung am Kondensator

Für die Abklingzeit  $\tau_{abgelesen}$  wird das Zeitintervall bestimmt, in dem die Funktion von 2V auf  $\frac{2}{e}V \approx 0,74V$  abfällt, also um das  $\frac{1}{e}$ -fache abfällt. Dies ergibt

$$\tau_{abgelesen} = 17\mu s.$$

Für  $\alpha_{abgelesen}$  folgt analog zu oben aus

$$\alpha_{abgelesen} = \frac{1}{\tau_{abgelesen}} = 59\text{kHz}$$

Die graphisch bestimmten Werte für die Abklingkonstante  $\alpha$  können auch mit der Formel

$$\alpha = \frac{R}{2L} = (25 \pm 3)\text{kHz}$$

berechnet werden. Die Unsicherheit folgt wieder aus der Fehlerfortpflanzung mit

$$\Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{1}{2L} \cdot \Delta R\right)^2 + \left(-\frac{R}{2L^2} \cdot \Delta L\right)^2}.$$

Für die Abklingzeit  $\tau$  folgt

$$\tau = \frac{1}{\alpha} = (40 \pm 4)\mu s$$

und für die entsprechende Unsicherheit ergibt sich

$$\Delta\tau = \frac{1}{\alpha^2} \cdot \Delta\alpha.$$

Zuletzt gilt für die Schwingdauer

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2}} \approx (6,3 \pm 0,7)\mu\text{s},$$

mit der Unsicherheit  $\Delta T$ , welche sich aus der Rechnung

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial L} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial C} \Delta C\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial \alpha} \Delta \alpha\right)^2}$$

ergibt.

### 3.2 Erzwungene Schwingung

Um den Einfluss erzwungener Schwingungen zu untersuchen, wird Sinusspannung mit verschiedenen Frequenzen, um die Resonanzfrequenz  $f_R$ , angelegt. Dabei wird die angelegte Spannung  $U_e$ , die an den Bauteilen gemessene Spannung  $U_a$  und die Phasenverschiebung zwischen  $U_e$  und  $U_a$  gemessen. Die Resonanzkurven folgen dann aus der Gleichung

$$u(f) = \frac{U_a(f)}{U_e(f)}.$$

Sie geben das Amplitudenverhältnis zwischen der Spannungen an der Bauteilen und der Eingangsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz an.

Die Fehlerbalken der nachfolgenden Abbildungen stammen aus folgenden Unsicherheiten:

- Für die eingestellte Frequenz wird  $a_f = 1\text{kHz}$  dreiecksverteilt angenommen. Daraus folgt die Unsicherheit

$$\Delta f = \frac{a_f}{\sqrt{6}} \approx 0,4\text{kHz}.$$

- Die am Oszilloskop bestimmte Eingangsspannung  $U_a$  wird mit der Unsicherheit  $a_{U_a} = 0,05\text{V}$  rechteckverteilt geschätzt. Es ergibt sich

$$\Delta U_a = \frac{a_{U_a}}{\sqrt{3}} \approx 0,03\text{V}.$$

- Die Unsicherheit der Phasenverschiebungen der Bauteile werden rechteckverteilt aus  $a_\phi = 3^\circ$  zu

$$\Delta \phi \approx 2^\circ$$

berechnet.

- Die Unsicherheit für die Messungen der Spannungen an den Bauteilen, ergibt sich für die Spule und den Kondensator aus  $a_{U_L} = a_{U_C} = 0,5\text{V}$  rechteckverteilt zu

$$\Delta U_L = \Delta U_C \approx 0,3\text{V}.$$

Für den Widerstand ergibt sich die Unsicherheit mit  $a_{U_R} = 5\text{mV}$  rechteckverteilt zu

$$\Delta U_R \approx 3\text{mV}.$$

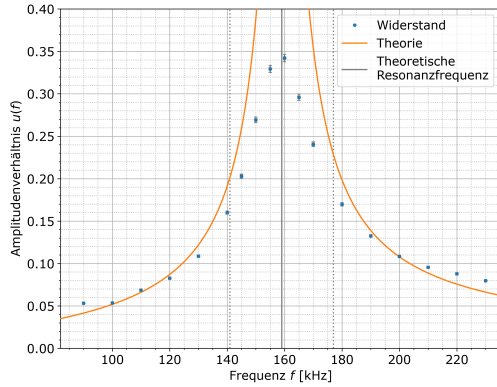


Abbildung 6: Amplitudenverhältnis  $u(f)$  des Widerstands

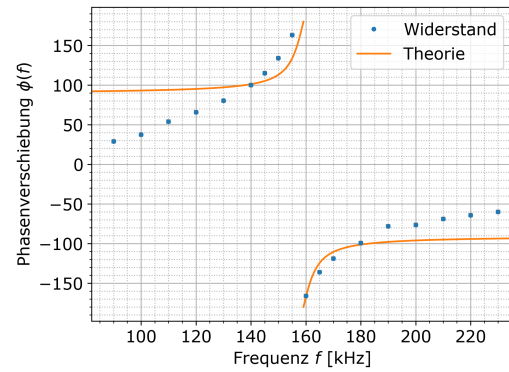


Abbildung 7: Phasenverschiebung  $\phi_R$  in Abhängigkeit der Frequenz

In Abb. 6 ist die Resonanzkurve des Widerstands dargestellt. In blau sind die einzelnen Messpunkte mit Unsicherheit in xy-Richtung aufgetragen. Die Unsicherheiten sind zum Teil so klein, dass die Fehlerbalken nicht sichtbar sind. Die orangefarbene Anpassung folgt aus der theoretischen Berechnung<sup>3</sup> von  $u(f)$  über die Impedanzen mit

$$u_R(f) = \left| \frac{Z_a}{Z_e} \right| = \left| \frac{R}{R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}} \right| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}}.$$

Dabei ist  $\omega = 2\pi f$ . Die in Gleichung (1) berechnete Resonanzfrequenz ist als senkrechte Gerade eingezeichnet. Dabei geben die gepunkteten Geraden den Bereich der Unsicherheit von  $f_R$  an. Es ist zu erkennen, dass die Messwerte ziemlich gut dem Verlauf der Theorie folgen. Nur der Peak bei der Resonanzfrequenz  $f_R$  ist schmaler und nicht so hoch, allerdings wird der Wert der entsprechenden Frequenz sehr gut getroffen. Zudem fallen die Werte für sehr große und kleine Frequenzen etwas größer als erwartet aus. D.h. die berechnete Kurve verläuft etwas steiler, als die gemessene.

In Abb. 7 ist die dazugehörige Phasenverschiebung  $\phi_R$  dargestellt. Es sind wieder die Werte mit Unsicherheiten und berechnetem Verlauf eingezeichnet. Für diesen gilt

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R}\right) + \delta_0. \quad (2)$$

Dabei ist  $\delta_0$  die generelle Phasenverschiebung zwischen den Spannungen der Bauteile im Schwingkreis. Für den Widerstand gilt  $\delta_{0R} = 180^\circ$ , für die Spule  $\delta_{0L} = 90^\circ$  und für den Kondensator  $\delta_{0C} = -90^\circ$ .

Auch hier folgt die Messung grob dem erwarteten Verlauf, die Werte weichen aber für  $f \ll f_R$  und  $f \gg f_R$  zunehmend davon ab. In dem berechneten Verlauf ist  $|\phi| \approx 90^\circ$

<sup>3</sup>[Rah24]

für diese sehr großen und sehr kleinen Frequenzen nahezu konstant. Bei der Messung geht die Phasenverschiebung für sehr große, bzw. kleine Frequenzen weiter geradlinig in Richtung Null. Es ist zu erkennen, dass die  $\phi_R$  für kleine Frequenzen ansteigt, für Werte um die Resonanzfrequenz steigt die Phasenverschiebung in Richtung  $180^\circ$ , polt sich dann aber um. Die nun negative Phasenverschiebung wird für größere Frequenzen dann vom Betrag her wieder kleiner.

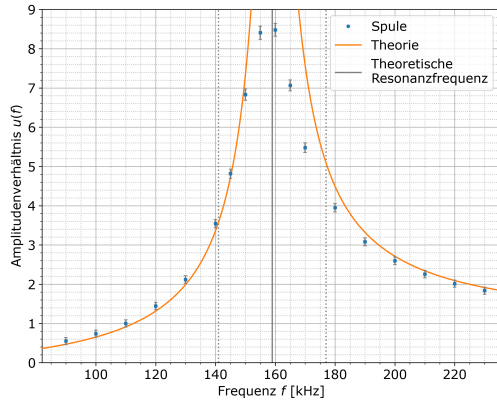


Abbildung 8: Resonanzkurve der Spule

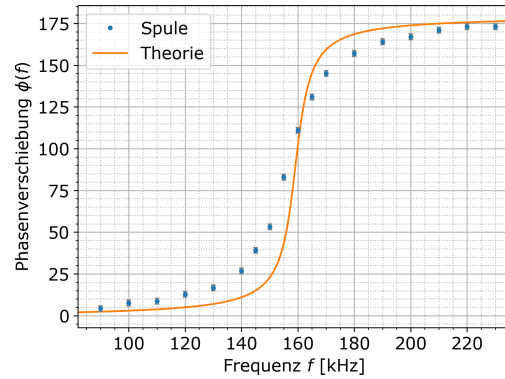


Abbildung 9: Phasenverschiebung  $\phi_L(f)$

In Abb. 8 ist die analoge Messung zu Abb. 6 für die Spannungsmessung an der Spule dargestellt. Das berechnete Amplitudenverhältnis folgt dann aus der Gleichung

$$u_L(f) = \frac{2\pi fL}{\sqrt{R^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}}$$

Für die Spule liegen die gemessenen Werte fast alle auf dem berechneten Verlauf. Nur für Werte leicht über der Resonanzfrequenz liegen die Messwerte unter der Erwartung. Der Peak der messung trifft sehr genau die Resonanzfrequenz.

Die Phasenverschiebung berechnet sich wieder wie oben in Gleichung (2) beschrieben. In Abb. 9 ist zu erkennen, dass  $u$  für kleine Frequenzen in Phase ist. Für Frequenzen um  $f_R$  herum, steigt die Phasenverschiebung sehr schnell stark an und erreicht für große Frequenzen ca.  $\phi = 180^\circ$ . Der Verlauf der Messwerte folgt dabei ungefähr dem erwarteten Verlauf. Nur um die Resonanzfrequenz ist der Anstieg der Theorie steiler.

In Abb. 10 ist der selbe Zusammenhang noch für den Kondensator dargestellt. Die erwarteten Werte folgen aus der Formel

$$u_C(f) = \frac{1}{2\pi fC\sqrt{R^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}}$$

Die Messwerte folgen für  $f < f_R$  sehr gut dem erwarteten Verlauf. Der Peak der Messwerte ist wieder deutlich kleiner, als der erwartete und zudem liegt er ca. 5kHz unter der erwarteten Resonanzfrequenz, damit aber noch immer gut in dem Toleranzbereich.



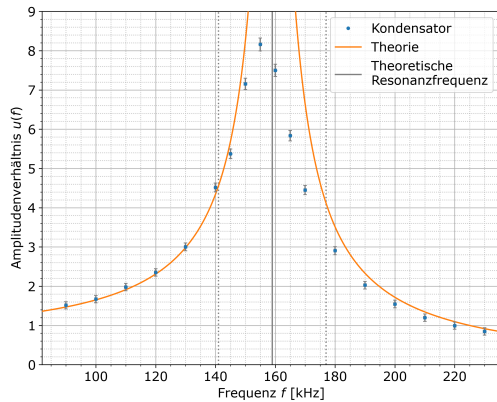


Abbildung 10: Resonanzkurve des Kondensators

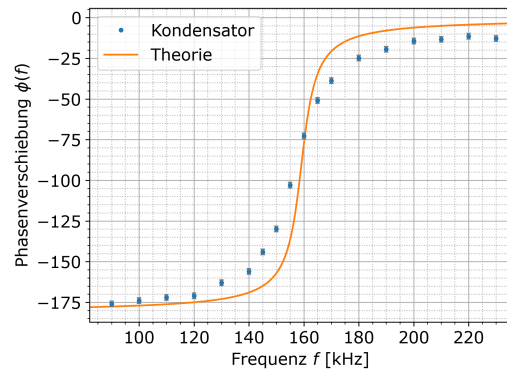


Abbildung 11: Phasenverschiebung  $\phi_C(f)$  des Kondensators

Für Abb. 11 folgen die berechneten Werte wieder aus Gleichung (2). Der Verlauf von den gemessenen sowie berechneten Werten ist sehr ähnlich zu denen aus Abb. 9. Das heißt die Phasenverschiebung geht von ca.  $-180^\circ$  bis  $180^\circ$ , mit einem sehr steilen Anstieg um die Resonanzfrequenz  $f_R$  herum.

## 4 Diskussion der Ergebnisse

### 4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Aus den theoretischen Berechnungen folgt

$$\alpha = (25 \pm 3)\text{kHz}$$

und

$$\tau = (40 \pm 4)\mu\text{s}.$$

Aus diesem Wert folgt wiederum für die Periodendauer

$$T = (6,3 \pm 0,7)\mu\text{s}.$$

Im Vergleich dazu sind die abgelesenen, also graphisch bestimmten Ergebnisse aus der Schwingung aus Abschnitt 3.1 für

$$\alpha_{\text{abgelesen}} = 59\text{kHz}$$

und für

$$\tau_{\text{abgelesen}} = 17\mu\text{s}.$$

Die abgelesene Periodendauer ergibt sich zu

$$T_{\text{abgelesen}} = 6,2\mu\text{s}.$$

## 4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis

### 4.2.1 Freie gedämpfte Schwingung

Man erkennt sofort, dass die abgelsene und die errechnete Periodendauer sehr gut zueinander passen. Es ist aber auch erkenntlich, dass  $\alpha$  und  $\tau$  sich um Faktor zwei unterscheiden. Dies ist interessant, da  $\frac{1}{\tau} \propto \alpha \propto R$  gilt. Die zweite Feststellung dazu ist, dass der Funktionsgenerator einen Ausgangswiderstand von ca.  $50\Omega$  hat, was dem Widerstand des verbauten Widerstands entspricht. Es liegt also die Vermutung nahe, dass der Widerstand in Wahrheit durch den Funktionsgenerator doppelt so hoch ist, wie in der Theorie angenommen. Dies steht in gutem Einklang zu  $\alpha$  und  $\tau$ . Ein erhöhter Widerstand führt auch zu einer geringfügigen Verkleinerung Periodendauer, was auch zu unserer Messung passt. Dieser Effekt auf die Periodendauer könnte allerdings auch teilweise ausgeglichen werden durch eine höhere Kapazität durch den Draht aus dem die Schaltung besteht. Diese Kapazität lässt sich dadurch veranschaulichen, dass man den Kondensator entfernt und eine Messung an der Spule macht. Das Ergebnis ist in Abb. 12 erkennen.

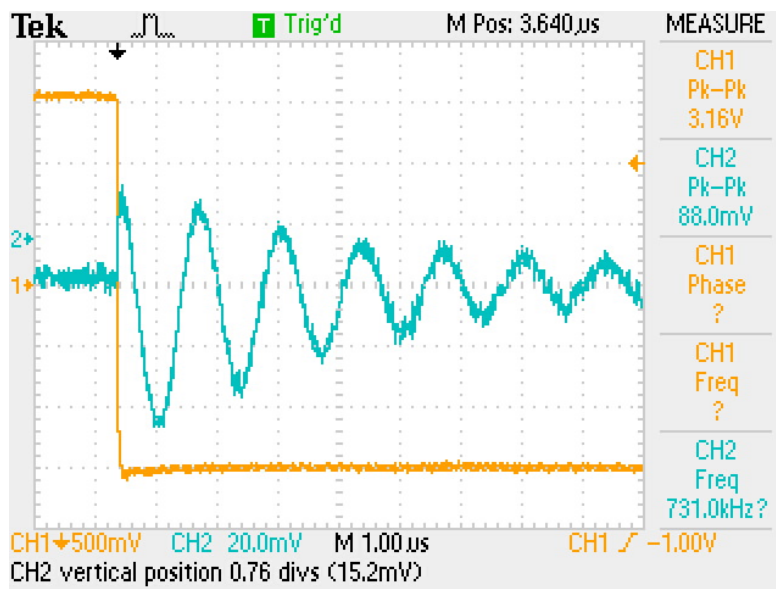


Abbildung 12: Messung ohne Kondensator

### 4.2.2 Erzwungene Schwingung

Zunächst erkennt man durchweg, dass die praktisch gemessenen Werte denen der Theorie grob folgen. Trotzdem sieht man immer eine signifikante Verschiebung im Verlauf, gerade bei Frequenzen höher als die Eigenfrequenz des Schwingkreises. Die Eigenfrequenz selbst, ist definitiv im Bereich der errechneten Eigenfrequenz enthalten, da dieser sehr groß ist. Die Peaks selber reichen nicht so hoch, wie in der Theorie berechnet, dies hat

mehrere Faktoren. Zunächst ist der Widerstand schätzungsweise um eine Faktor zwei größer als der Widerstand des eingebauten Widerstandes, da der Funktionengenerator einen Eigenwiderstand in Höhe von  $50\Omega$  hat, so wie der verbaute Widerstand. Außerdem ist der Strom der aus dem Messgerät kommt, nicht beliebig hoch, was dann zu einer weiteren Begrenzung der Ausgangsspannung kommt. Die Unsicherheit auf die Angaben der Bauteile sind enorm. Allerdings waren die tatsächlichen Werte der verwendeten Bauteile extrem nah am Bestwert. Es würde sich in diesem Fall natürlich anbieten, die Werte der Bauteile mithilfe eines Mutlimeters zu bestimmen, um die Unsicherheit zu verringern. Die Phasenverschiebungen passen ebenfalls in den groben Verlauf, allerdings sind sie signifikant verschieden. Interessanterweise werden diese aber mit einem höheren Widerstand ebenfalls akkurater.

### **4.3 Verbesserte Methoden**

Für eine Wiederholung des Versuchs ist klar, dass der Widerstand des Funktionsgenerators unbedingt beachtet werden muss. Dieser hat einen massiven Einfluss auf sämtliche Kurven. Insbesondere die freie gedämpfte Schwingung. Auch die erzwungenen Schwingungen würden wesentlich besser passen, wenn der Widerstand des Funktionsgenerators mit einbezogen wäre. Ein Funktionsgenerator, der höhere Ströme zulässt, bzw. eine niedrigere Spannungseinstellung wären ebenfalls sehr nützlich, da die Peaks dann wesentlich höher werden könnten und somit noch näher der Theorie entsprechen würden.

## **5 Erklärung zur Autorenschaft**

Alle auf der Titelseite genannten Autoren haben in gleichen Teilen zu allen Inhalten dieses Protokolls beigetragen.

## 6 Anhang

### 6.1 Rohdaten mit Vortestat

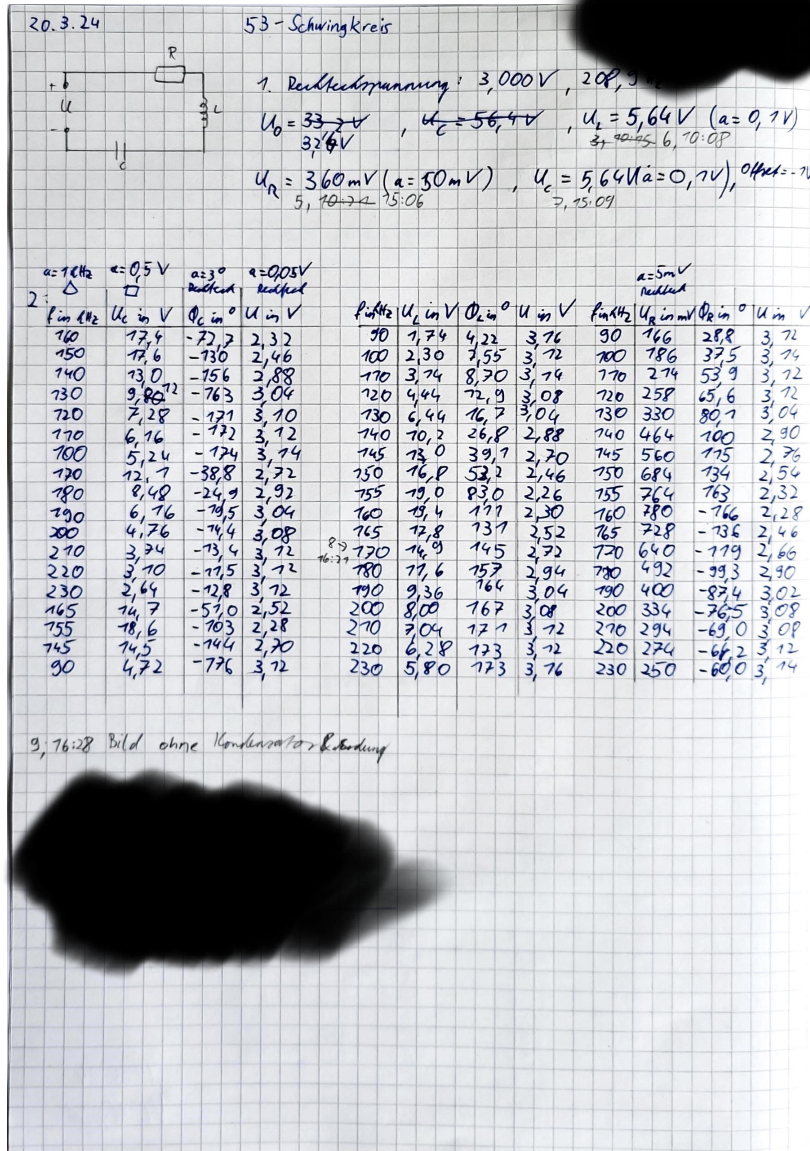


Abbildung 13: Rohdaten

## Literatur

- [Bar24a] Dr. Christof Bartels. *Datenanalyse A*. 29. Jan. 2024. URL: [https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file\\_3372920\\_download&client\\_id=unifreiburg](https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3372920_download&client_id=unifreiburg) (besucht am 05.03.2024).
- [Bar24b] Dr. Christof Bartels. *Versuch 53*. 6. März 2024. URL: <http://phypra.uni-freiburg.de/ap/53/> (besucht am 20.03.2024).
- [Rah24] Reinhard Rahner. *Schwingkreise*. März 2024. URL: <https://www.rahner-edu.de/grundlagen/signale-richtig-verstehen/schwingkreise/> (besucht am 21.03.2024).