

Inhaltsverzeichnis

1	Ziele des Versuchs	2
2	Aufbau und Durchführung	2
3	Auswertung und Fehleranalyse	3
3.1	Untersuchung des gedämpften Schwingkreises bei einmaliger Anregung . . .	3
3.2	Erzwungene Schwingung am Reihenschwingkreis	9
4	Diskussion der Ergebnisse	18
4.1	Angabe und Diskussion der Endergebnisse	18
4.2	Diskussion der verwendeten Messmethoden	20
4.3	Verbesserte Messmethoden	21
A	Anhang	23
	Abbildungsverzeichnis	23
	Tabellenverzeichnis	23
	Literaturverzeichnis	23
A.1	Diagramme über den gesamten Messbereich	24
A.2	Messprotokoll	26

1 Ziele des Versuchs

In diesem Versuch wird ein LCR-Reihenschwingkreis untersucht. Zunächst wird eine freie gedämpfte Schwingung analysiert, indem Bauteilspannungen, Periodendauer und Abklingzeit betrachtet werden. Daraufhin wird untersucht, wie sich die Bauteilspannungen und Phasenverschiebungen bei verschiedenen Anregefrequenzen einer erzwungenen Schwingung verhalten.

2 Aufbau und Durchführung

Der LCR-Reihenschwingkreis wurde mit einer Spule mit Induktivität $L = 962 \mu\text{H}$, einem Kondensator mit Kapazität $C = (9,6100 \pm 0,4805) \text{ nF}$ und einem Widerstand $R = 51 \Omega$ durch Reihenschaltung auf ein Steckbrett aufgesteckt. Eine Skizze der Schaltung ist in [Abbildung 1](#) gezeichnet. Der Schwingkreis wurde mit einem Funktionsgenerator (Instek AFG-2005) via BNC-Bananenstecker-Adapter verbunden. Dabei erfolgte die Verbindung am Funktionsgenerator mit einem T-Stück, dessen zweiter Anschluss mit dem ersten Kanal eines Oszilloskops (Tektronix TBS 1042) verbunden wurde. An den zweiten Kanal des Oszilloskops wurde ein Differentialtastkopf (Hameg HZ 109) angeschlossen. Mit diesem konnten die Spannungen über den einzelnen Bauteilen gemessen werden.

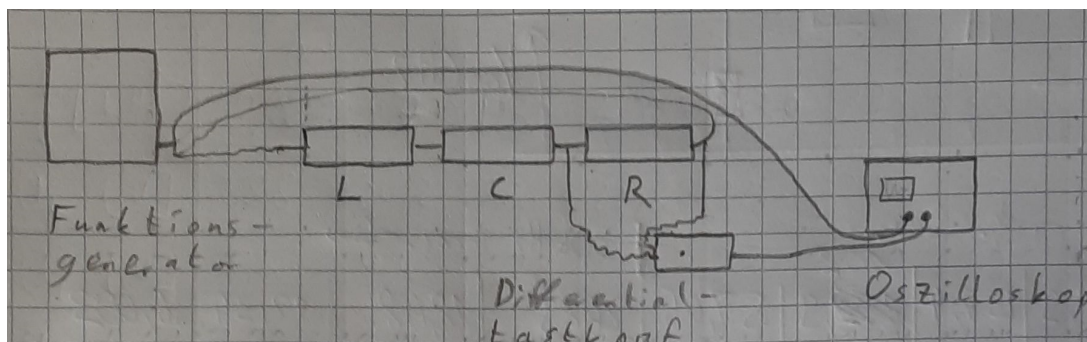


Abbildung 1: Skizze des verwendeten Versuchsaufbaus, wobei hier die Spannung gerade am Widerstand abgegriffen wird.

Im ersten Versuchsteil wurde ein freier gedämpfter Schwingkreis untersucht. Hierzu wurde am Funktionsgenerator eine Rechteckspannung angelegt, deren Frequenz viel kleiner als die Resonanzfrequenz

$$f_{\text{Res}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (1)$$

des Schwingkreises war. Dadurch konnte der Schwingkreis mit einer Flanke des Rechteckpulses angeregt werden und die Schwingung hatte genügend Zeit um wieder abzuklingen, bevor sich die Anregespannung erneut änderte. Nun konnten mit dem Differentialtastkopf nacheinander die Spannungsverläufe an Spule, Kondensator und Widerstand auf dem Oszilloskop veranschaulicht werden.

Die sich ergebenden Schwingungsbilder wurden exportiert um im Folgenden die Spannungsverläufe U_L , U_C und U_R der Bauteile und die Abklingzeit α zu ermitteln. Um die Periodendauer

$$T = t_2 - t_1 \quad (2)$$

der Schwingungen zu ermitteln, wurden pro Bauteile zwei Messpunkte genommen. Aufgrund der exportierten Daten, konnte diese Messung aber in Nachhinein deutlich verbessert werden.

Im zweiten Versuchsteil wurde mit einem getriebenen Schwingkreis gearbeitet. Hierzu wurde mit dem Funktionsgenerator eine Sinusspannung erzeugt. Die Spannung der Sinusschwingung wurde konstant gehalten. Der Frequenzbereich wurde in einem möglichst großen Intervall um die Resonanzfrequenz aus Gleichung (1) variiert. Zu jeder Frequenz wurden die Spannungsamplituden U_L , U_C und U_R der einzelnen Bauteile¹ und die Phasenverschiebungen ϕ_L , ϕ_C und ϕ_R zur angelegten Sinusspannung mithilfe der „Measure“-Funktion des Oszilloskops bestimmt. Aus diesen Werten können in der Auswertung Resonanzkurven und Phasenverschiebungen in Abhängigkeit der Anregefrequenz bestimmt werden.

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Untersuchung des gedämpften Schwingkreises bei einmaliger Anregung

Nachdem der Versuch wie beschrieben aufgebaut wurde, wurde zunächst die freie, gedämpfte Schwingung des Schwingkreises nach einmaliger Anregung untersucht. Hierfür wurde eine Rechteckspannung am Funktionsgenerator eingestellt, mit einer Frequenz viel kleiner als die Resonanzfrequenz f_{Res} . Um diese abzuschätzen, wurde die Resonanzfrequenz nach Gleichung (1) zu

$$f_{\text{Res}} = (52,2 \pm 1,3) \text{ kHz}$$

berechnet.

Die Unsicherheit ergibt sich dabei aus den nominellen Unsicherheiten der Bauteile. Da nur auf dem Kondensator eine Toleranz angegeben war und auf dem Widerstand auch im aufgedruckten Farbcode die Toleranz nicht genannt wurde, mussten Widerstand und Spule als exakt angenommen werden. Statt diese Unsicherheiten zu betrachten, wurden im späteren Verlauf die statistischen Unsicherheiten der Messwerte etwas größer geschätzt. Mit der Toleranz des Kondensators, ergibt sich die Unsicherheit der Resonanzfrequenz aus

$$\Delta f_{\text{Res}} = \left| \frac{1}{4\pi \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \frac{1}{LC^2} \Delta C \right| \quad (3)$$

¹Die Messung erfolgte dabei "peak-to-peak", gemessen wurde also eigentlich das doppelte der Spannungsamplitude.

Um den Versuch sinnvoll durchführen zu können, also ein vollständiges Abklingen der gedämpften Schwingung beobachten zu können, wurde die Frequenz der Anregung auf $f = 3,4 \text{ kHz}$ eingestellt. Damit gilt, wie gewünscht $f \ll f_R$.

Um die Abklingkonstante am Ende noch mit dem theoretischen Wert nach [1] vergleichen zu können, wird diese hier berechnet. Es gilt

$$\alpha_{\text{theo}} = \frac{R}{2L} \quad (4)$$

und damit

$$\alpha_{\text{theo}} = 0,027 \mu\text{s}^{-1} .$$

Da sowohl für Widerstand R als auch für die Induktivität L keine Unsicherheit gegeben war, muss dieser Wert als exakt angenommen werden.

Nachdem der Messbereich so eingestellt wurde, dass die Schwingung gut sichtbar war, konnte eine Momentaufnahme der Messpunkte direkt am Oszilloskop gespeichert werden. Diese wurde im Nachhinein in Python eingelesen und der Verlauf der gemessenen Spannung an den einzelnen Bauteilen gegen die Zeit dargestellt.

Zunächst wurde die Spannung parallel an der Spule abgegriffen. Der erhaltene Verlauf ist in [Abbildung 2](#) dargestellt.

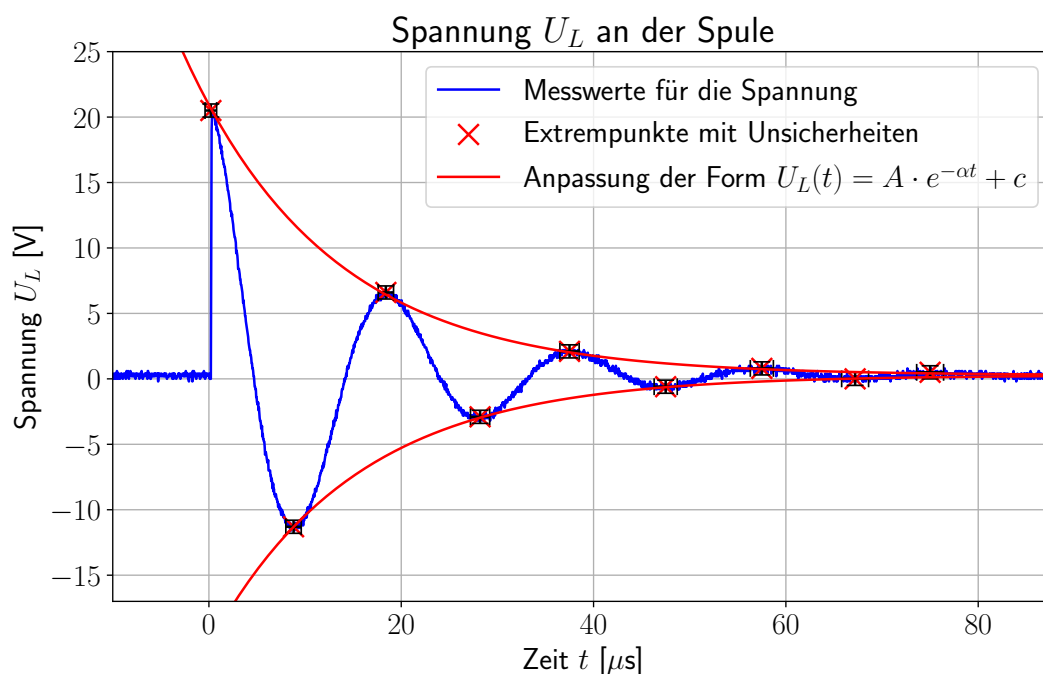


Abbildung 2: Darstellung der am Oszilloskop gemessenen Spannungen U_L im Verlauf der Zeit t . Die Werte wurden bei Anregung durch einen Rechteckpuls aufgenommen und direkt vom Oszilloskop exportiert. Von Hand wurden im Nachhinein die Extrempunkte bestimmt und eine Anpassung der Form $U_L = A \cdot e^{-\alpha t} + c$ durchgeführt. Diese ist in [Gleichung \(9\)](#) zu finden.

Um eine quantitative Auswertung des Verlaufs der gedämpften Schwingung zu ermöglichen, wurden im Nachhinein von Hand die Positionen der Extrempunkte mit ihren geschätzten Unsicherheiten bestimmt. Diese sind in [Abbildung 2](#) rot dargestellt.

Um die Periodendauer und Frequenz der Schwingung zu bestimmen, wurde der zeitliche Abstand von jeweils 2 aufeinanderfolgenden Maxima, bzw. Minima als Differenz der x -Werte berechnet. Da sich trotz der Dämpfung die Periodendauer der Schwingung nicht ändern sollte, wurde über die so erhaltenen Werte für Maxima und Minima zusammen gemittelt. Die Unsicherheit ergibt sich aus der Standardabweichung des Mittelwerts nach [2]. Die Periodendauer und Frequenz der Schwingung ergeben sich dadurch zu

$$\begin{aligned} T_L &= (19,0 \pm 0,3) \mu\text{s} \\ f_L &= (52,6 \pm 0,9) \text{ kHz} . \end{aligned}$$

Die Frequenz ist dabei wie immer der Kehrwert der Periodendauer. Die Unsicherheit ergibt sich nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung zu

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{T} \\ \Delta f &= \left| \frac{1}{T^2} \Delta T \right| . \end{aligned} \quad (5)$$

Im Anschluss können nun die Abklingkonstante α bzw. die Abklingzeit τ bestimmt werden. Dabei gilt

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{\alpha} \\ \Delta \tau &= \left| \frac{1}{\alpha^2} \Delta \alpha \right| . \end{aligned} \quad (6)$$

Für das Abklingen der freien Schwingung ist aufgrund der Dämpfung ein exponentieller Abfall der Schwingungsamplitude zu erwarten, da im gedämpften Schwingkreis Leistung am Widerstand in Form von Joule'scher Wärme abfällt. Der erwartete Verlauf der Einhüllenden hat die Form

$$U(t) = A \cdot e^{-\alpha t} , \quad (7)$$

wobei α die Abklingkonstante ist. Um diesen Wert zu ermitteln, wurde an die Positionen der Maxima und Minima jeweils eine Anpassung der Form

$$\begin{aligned} U_{\max}(t) &= A \cdot e^{-\alpha t} + c \\ U_{\min}(t) &= -A \cdot e^{-\alpha t} + c \end{aligned} \quad (8)$$

angelegt. Dies geschah durch numerische χ^2 -Minimierung mithilfe von `scipy.optimize.curve_fit`. Die Unsicherheiten wurden dabei aus den geschätzten Unsicherheiten der Extrempunkte bestimmt.

Da die Anpassung nicht für beide Kurven gleichzeitig durchgeführt werden konnte, wurde sie separat durchgeführt und über die resultierenden Parameter-Bestwerte und Unsicherheiten gemittelt, da ein symmetrischer Verlauf für die Maxima und Minima erwartet wurde.

Die Unsicherheiten wurden dabei direkt aus der Kovarianzmatrix ermittelt.

Der Parameter c , der in der Anpassung verwendet wurde, in der Theorie aber nicht benötigt wird, berücksichtigt ein mögliches, durch das Oszilloskop entstandenes Offset. Nach dieser Vorgehensweise ergibt sich die Anpassung zu

$$U_L(t) = A_L \cdot e^{-\alpha_L t} + c_L \quad (9)$$

mit

$$A_L = (20,66 \pm 0,07) \text{ V} \quad (9a)$$

$$\alpha_L = (0,066 \pm 0,010) \mu\text{s}^{-1} \quad (9b)$$

$$c_L = (0,27 \pm 0,03) \text{ V} . \quad (9c)$$

Hieraus und nach [Gleichung \(6\)](#), können die Abklingkonstante und die Abklingzeit mit ihren Unsicherheiten angegeben werden zu

$$\alpha_L = (0,066 \pm 0,010) \mu\text{s}^{-1}$$

$$\tau_L = (15 \pm 2) \mu\text{s} .$$

Die Abklingzeit τ entspricht dabei genau der Zeit, die die Schwingung braucht um durch die Dämpfung des Widerstands auf den Faktor e^{-1} von der anfänglichen Amplitude abzufallen.

Diese Schritte können nun genau so für Kondensator und Widerstand wiederholt werden. Die Messung wurde dabei so durchgeführt, dass die Spannung jeweils parallel zum Kondensator bzw. zum Widerstand abgegriffen wurde.

Beim Widerstand musste hierbei die Verstärkung am Differentialastkopf eingeschaltet werden um ein gut sichtbares Signal zu erhalten. Um dies wieder rückwirkend herauszurechnen wurden alle gemessenen Spannungen für den Widerstand nochmals durch den Verstärkungsfaktor 10 geteilt. Demnach hat die dargestellte Spannung für den Widerstand eine kleinere Skala.

Die Verläufe der Spannungen gegen die Zeit sind in [Abbildungen 3](#) und [4](#) zu finden. Wieder sind blau die direkt aus dem Oszilloskop exportierten Verläufe dargestellt und rot die Positionen der Extremstellen mit geschätzten Unsicherheiten, sowie die Anpassungen nach [Gleichung \(8\)](#).

Besonders am Kondensator wird sichtbar, dass das zusätzliche Offset der Anpassung im Vergleich zu [Gleichung \(7\)](#) definitiv benötigt wird. Die Kondensatorspannung pendelt sich hier, nachdem die Schwingung abgeklungen ist, auf einem konstanten Wert ungleich 0 ein. Dies ist durch die Rechteckspannung zu erklären, die den Kondensator aufgeladen hält, während sie zwischen den Spannungssprüngen konstant bei einem Wert ungleich 0 bleibt. Daher ist es auch nicht verwunderlich, dass die Kondensatorspannung in diesem Fall bei einem negativen Wert zu $t = 0\text{ s}$ startet, da die Rechteckspannung vor dem Spannungssprung konstant auf einer negativen Spannung lag.

Der Verlauf der Spannung am Widerstand ähnelt dem der Spannung an der Spule. Nur, dass zwischen den beiden Verläufen eine deutliche Phasenverschiebung zu erkennen ist. Auf diese wird im nächsten Versuchsteil genauer eingegangen.

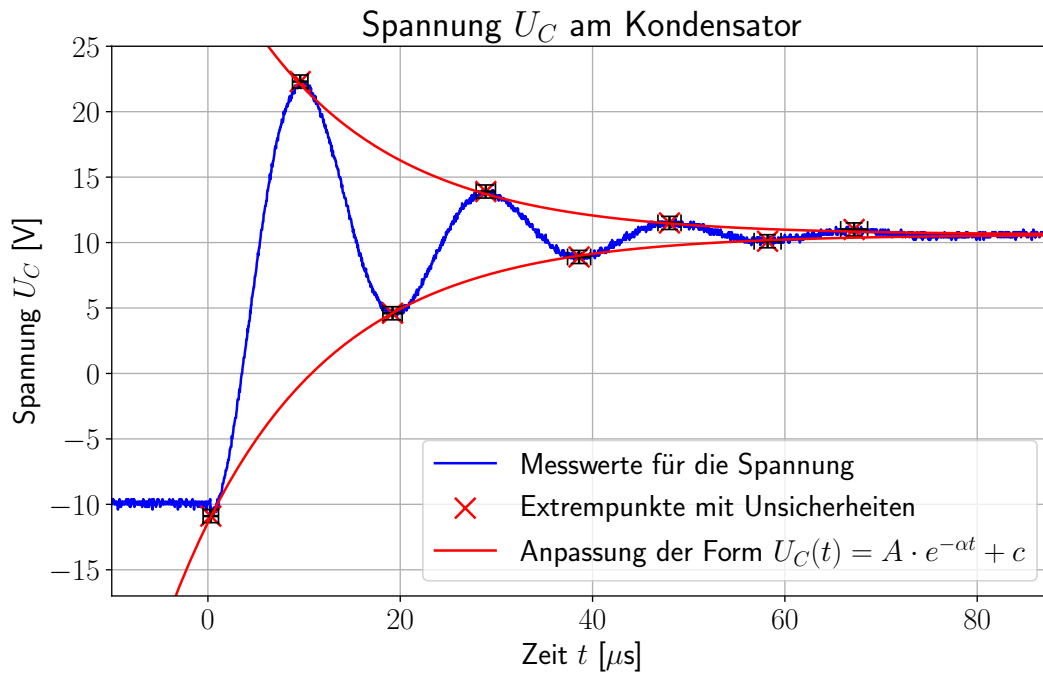


Abbildung 3: Darstellung der am Oszilloskop gemessenen Spannungen U_C gegen die Zeit t . Die Werte wurden bei Anregung durch einen Rechteckpuls aufgenommen und direkt vom Oszilloskop exportiert. Von Hand wurden im Nachhinein die Extrempunkte bestimmt und eine Anpassung der Form $U_C = A \cdot e^{-\alpha t} + c$ durchgeführt. Diese ist in Gleichung (10) zu finden.

Wie für die Spule, können die Periodendauern aus der Position der Extremstellen ermittelt werden. Die Berechnung verläuft hierbei erneut über Mittelung und die Berechnung der Standardabweichung des Mittelwerts. Die Werte sind Tabelle 1 zu entnehmen.

	T [μ s]	ΔT [μ s]	f [kHz]	Δf [kHz]
Spule	19,0	0,3	52,6	0,9
Kondensator	19,25	0,10	52,0	0,3
Widerstand	19,11	0,09	52,3	0,3

Tabelle 1: Periodendauern und Frequenzen bei einmaliger Anregung des Schwingkreises, gemessen an den einzelnen Bauteilen. Die Werte wurden durch graphische Bestimmung der Extremstellen der Schwingungen aus Abbildungen 2 bis 4 bestimmt und durch Mittelung, bzw. Berechnung nach Gleichung (5) ermittelt.

Durch Vergleich der Werte für Periodendauer und Frequenz der Schwingung an den einzelnen Bauteilen sieht man, dass alle Werte, wie erwartet innerhalb einer einfachen Standardabweichung miteinander verträglich sind. Dies ist nicht verwunderlich, da sich Periodendauer und Frequenz aufgrund der direkten Kopplung an allen Bauteilen gleich verhalten müssen.

Wie für die Spule, kann nun auch die Anpassung nach Gleichung (8) durchgeführt werden.

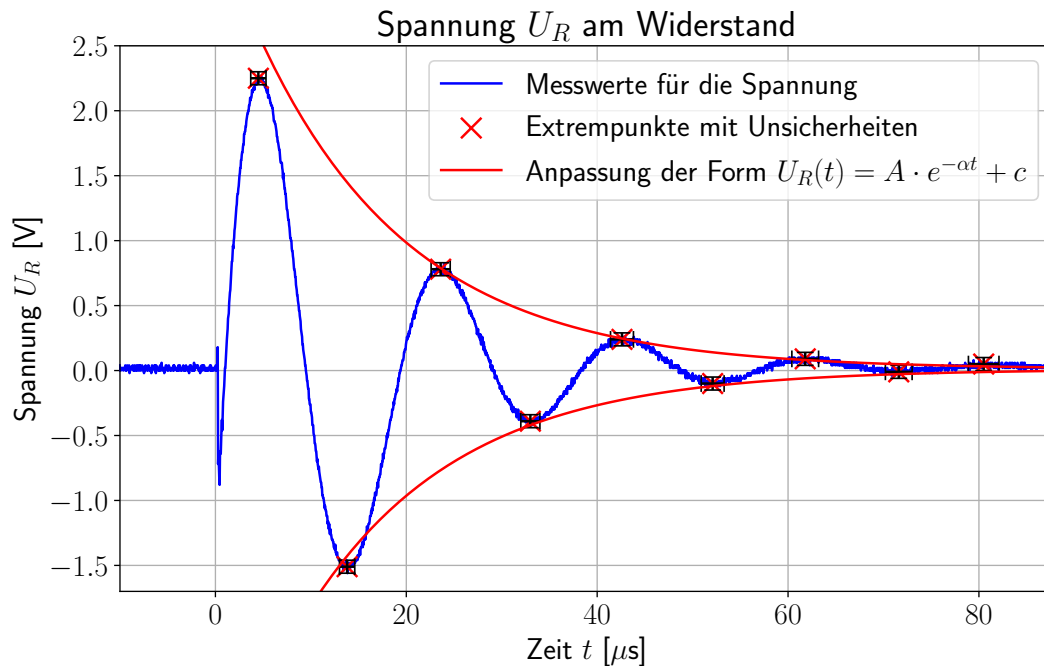


Abbildung 4: Darstellung der am Oszilloskop gemessenen Spannungen U_R im Verlauf der Zeit t . Die Werte wurden bei Anregung durch einen Rechteckpuls aufgenommen und direkt vom Oszilloskop exportiert. Die Extrempunkte wurden im Nachhinein von Hand und eine Anpassung der Form $U_R = A \cdot e^{-\alpha t} + c$ durchgeführt. Diese ist in [Gleichung \(11\)](#) zu finden.

Erneut wurden die Endergebnisse durch Mittelung über die beiden Anpassungen für Maxima und Minima erhalten. Somit ergeben sich die beiden in [Abbildungen 3](#) und [4](#) gezeigten Anpassungen zu

$$U_C(t) = A_C \cdot e^{-\alpha_C t} + c_C \quad (10)$$

mit

$$A_C = (22,0 \pm 0,3) \text{ V} \quad (10a)$$

$$\alpha_C = (0,068 \pm 0,010) \mu\text{s}^{-1} \quad (10b)$$

$$c_C = (10,61 \pm 0,09) \text{ V} \quad (10c)$$

für den Kondensator und zu

$$U_R(t) = A_R \cdot e^{-\alpha_R t} + c_R \quad (11)$$

mit

$$A_R = (3,42 \pm 0,05) \text{ V} \quad (11a)$$

$$\alpha_R = (0,063 \pm 0,008) \mu\text{s}^{-1} \quad (11b)$$

$$c_R = (0,011 \pm 0,016) \text{ V} . \quad (11c)$$

	α [μs^{-1}]	$\Delta\alpha$ [μs^{-1}]	τ [μs]	$\Delta\tau$ [μs]
Spule	0,066	0,010	15	2
Kondensator	0,068	0,010	15	2
Widerstand	0,063	0,008	16	2

Tabelle 2: Abklingkonstanten und -zeiten bei einmaliger Anregung des Schwingkreises, gemessen an den einzelnen Bauteilen. Die Werte wurden durch Anpassung nach Gleichung (8) an die graphisch bestimmten Extremstellen der Schwingungen aus Abbildungen 2 bis 4, bzw. durch Berechnung nach Gleichung (6) ermittelt.

für den Widerstand.

Damit können wieder die Abklingkonstante, sowie die Abklingzeit nach Gleichung (6) berechnet werden. Diese Werte sind Tabelle 2 aufgelistet.

Erneut sieht man, dass alle Ergebnisse alle in der selben Größenordnung liegen und auch, wenn es teils kleinere Abweichungen gibt, doch gut miteinander im Bereich einer 1- σ -Standardabweichung miteinander verträglich sind. Dies wäre, wie bei den Periodendauern und Frequenzen, wieder zu erwarten gewesen.

Um nun für den quantitativen Vergleich mit der Erwartung Endergebnisse angeben zu können, kann über alle Werte nochmals gemittelt werden. Da es jeweils 3 Ergebnisse pro Wert gibt, ergibt sich die Mittlung und die Unsicherheit nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung zu

$$\bar{x} = \frac{x_L + x_C + x_R}{3}$$

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{3}\sqrt{(\Delta x_L)^2 + (\Delta x_C)^2 + (\Delta x_R)^2},$$

wobei x jeweils ein Platzhalter für die Periodendauer T , die Frequenz f , die Abklingkonstante α und die Abklingzeit τ ist.

Somit ergeben sich die Endergebnisse zu

$$\bar{T} = (19,13 \pm 0,12) \mu\text{s}$$

$$\bar{f} = (52,3 \pm 0,3) \text{ kHz}$$

$$\bar{\alpha} = (0,065 \pm 0,005) \mu\text{s}^{-1}$$

$$\bar{\tau} = (15,3 \pm 1,2) \mu\text{s}.$$

3.2 Erzwungene Schwingung am Reihenschwingkreis

In diesem Versuchsteil wird untersucht, wie sich ein Reihenschwingkreis verhält, wenn ihm eine Schwingung unter einer bestimmten Anregefrequenz aufgezwungen wird. Hierzu wurde mit dem Funktionsgenerator eine Sinusspannung mit Amplitude $U = (104,0 \pm 0,5) \text{ V}$ am Schwingkreis angelegt. Dies entspricht der Hälfte der tatsächlich gemessenen Peak-to-Peak-Spannung $U_{\text{pp}} = (208 \pm 1) \text{ V}$, dementsprechend hat sich nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung auch die Ableseunsicherheit halbiert. Die Phasenverschiebungen und

Spannungen an den einzelnen Bauteilen wurden für einen großen Frequenzbereich um die nach Gleichung (1) berechnete Resonanzfrequenz bestimmt. Im Folgenden werden die Resonanzkurven der einzelnen Bauteile ausgewertet. Außerdem wird betrachtet, wie sich die Phasenverschiebungen bei unterschiedlichen Frequenzen verhalten.

Um die Resonanzkurven der Bauteile zu bestimmen, werden die gemessenen Spannungen zur angelegten Sinusspannung ins Verhältnis $U_{L/C/R}/U_{pp}$ gesetzt. Die gemessenen Werte sind Abbildungen 14 und 15 zu entnehmen. Dadurch, dass alle Spannungen Peak-to-Peak gemessen wurden, können diese direkt verwendet werden. Es müssen nicht zuerst die Amplituden bestimmt werden. Die Unsicherheit des Amplitudenverhältnisses

$$\Delta \frac{U_{L/C/R}}{U_{pp}} = \sqrt{\left(\frac{1}{U_{pp}} \Delta U_{L/C/R}\right)^2 + \left(\frac{U_{L/C/R}}{U_{pp}^2} \Delta U_{pp}\right)^2} \quad (12)$$

ergibt sich durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung aus den Unsicherheiten der angelegten Sinusspannung und der statistischen der Spannungsamplituden $\Delta U_{L/C/R} = \pm 0,04 \text{ V}$ der Bauteile.

Zunächst wird die Resonanzkurve an der Spule ausgewertet. Um die Messergebnisse mit einer theoretischen Erwartung vergleichen zu können, wird letztere zunächst formuliert. Hierzu wird die in [3] eingeführte Gleichung

$$A(f) = \frac{f_0}{\sqrt{\left((2\pi f_0)^2 - (2\pi f)^2\right)^2 + \left(\frac{R}{L} 2\pi f\right)^2}} \quad (13)$$

für die Amplitude in Abhängigkeit der Frequenz verwendet, welche mit Hilfe von

$$\frac{U_{\text{theo, L}}}{U}(f) = \frac{(2\pi f)^2 L}{U} \cdot A(f) \quad (14)$$

den Zusammenhang für das Amplitudenverhältnis an der Spule ergibt.

Für diesen und auch die folgenden theoretischen Zusammenhänge könnten die Unsicherheiten der Nominalwerte der Bauteile berücksichtigt werden, indem jeweils eine Gauß'sche Fehlerfortpflanzung durchgeführt würde. In dieser könnte man auch die Unsicherheit der erzeugten Frequenz am Funktionsgenerator berücksichtigen, welche nach [4] bei $\Delta f \leq 1 \text{ mHz}$ liegt, sowie mögliche Schwankungen in der Amplitude der Ausgangsspannung $\Delta U = (2\% + 1) \text{ mV}$, wobei Spannungsänderungen aufgrund des berechneten Verhältnisses kaum Einfluss auf die Unsicherheit hätten. Die daraus resultierenden Unsicherheiten werden aber im Vergleich zu den restlichen Messunsicherheiten als vernachlässigbar eingeschätzt. Da diese auch im Diagramm auch nicht sichtbar waren, wurde im Weiteren auf die Angabe und Darstellung verzichtet.

Die gemessenen Resonanzkurven sowie die zugehörigen theoretischen Erwartungen sind in Abbildung 5 dargestellt. Alle folgenden Abbildungen zeigen nur den relevanten Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz. Alle Amplitudenverhältnisse über den gesamten gemessenen Frequenzbereich können Abbildung 11 im Anhang entnommen werden.

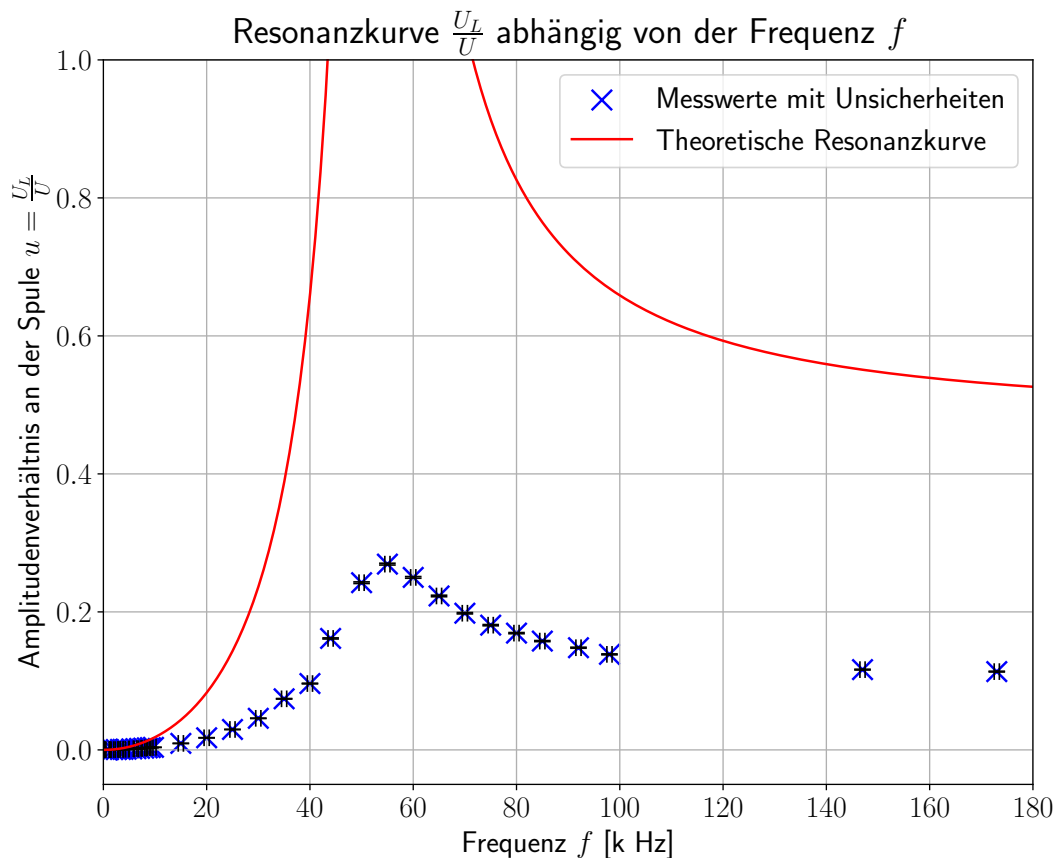


Abbildung 5: Darstellung der Resonanzkurve an der Spule. Sowohl das gemessene Amplitudenverhältnis als auch das mit Gleichung (14) berechnete theoretische Amplitudenverhältnis sind gegen die Frequenz in kHz aufgetragen. Die Unsicherheiten des Amplitudenverhältnisses ergeben sich aus Gleichung (12). Die Unsicherheit der Frequenz entspricht der Messunsicherheit.

Es ist erkennbar, dass für sehr kleine Frequenzen, also bei nahezu konstanter Eingangsspannung, kaum Spannung an der Spule abfällt. Hier fließt also kaum ein Strom, sodass in der Spule keine Spannung induziert werden kann. Die Resonanzkurve steigt mit zunehmender Frequenz stark an, hat ein Maximum zwischen 50 kHz und 60 kHz, und fällt dann wieder ab. Für hohe Frequenzen geht die Resonanzkurve nicht gegen null sondern einen leicht höheren Wert. Auffallend ist auch, dass das Frequenzverhältnis stets kleiner als 1 ist. Vergleicht man den beschriebenen Verlauf mit der theoretischen Resonanzkurve, so fällt auf, dass sich die beiden von ihrem Verlauf her stark ähneln. Der auffällige Unterschied ist, dass die theoretischen Werte um ein Vielfaches größer sind als die gemessenen. Da fast alle Werte mit einem ähnlichen Faktor in die gleiche Richtung von den erwarteten Werten abweichen, deutet das auf einen möglichen systematischen Fehler hin. Auffällig ist auch, dass die theoretische Resonanzkurve im Resonanzfall eine viel größere Amplitude aufweist als die gemessene. Dies deutet darauf hin, dass der Widerstand des Schwingkreises möglicherweise höher war als nur der Beitrag des ohm'schen Widerstands.

Nun wird die Resonanzkurve am Kondensator betrachtet. Auch hier lässt sich mit [3] eine theoretische Erwartung formulieren. Durch Einsetzen von Gleichung (13) in

$$\frac{U_{\text{theo, C}}}{U}(f) = \frac{1}{CU} \cdot A(f) \quad (15)$$

ergibt sich das zu erwartende Amplitudenverhältnis. Dieses ist zusammen mit den experimentell bestimmten Werten in Abbildung 6 aufgetragen.

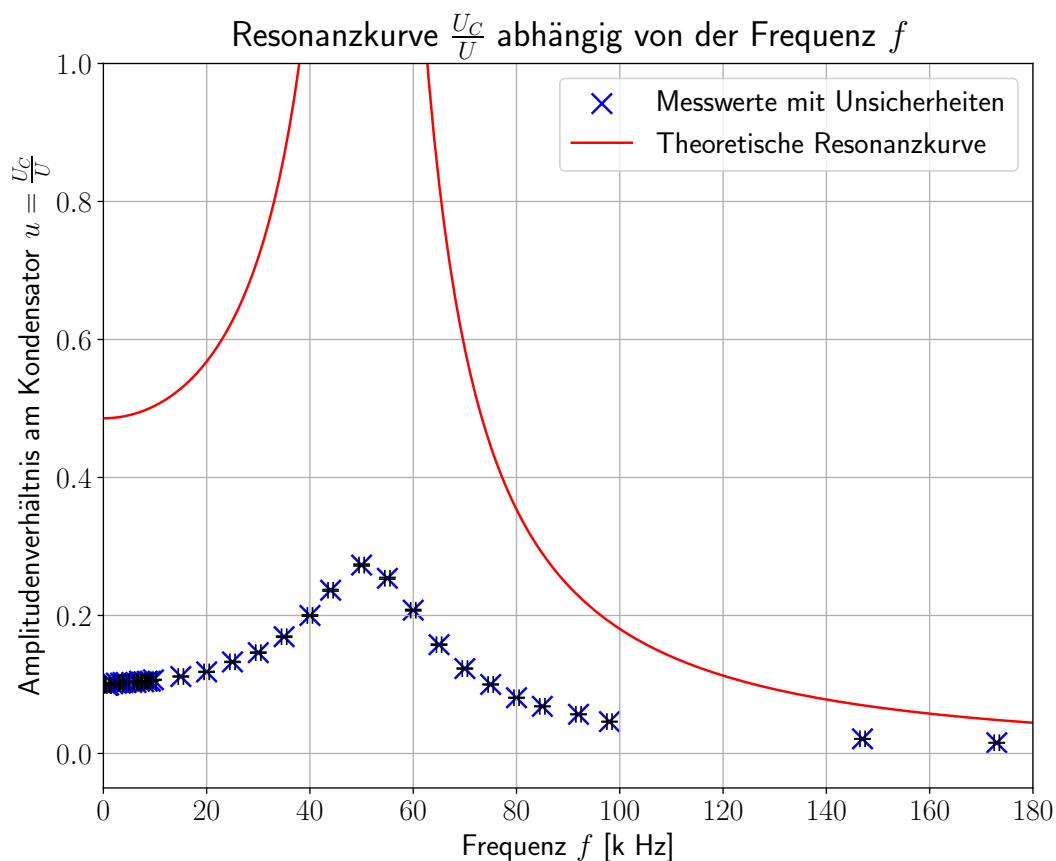


Abbildung 6: Darstellung der Resonanzkurve am Kondensator. Sowohl das gemessene Amplitudenverhältnis als auch das mit Gleichung (15) berechnete theoretische Amplitudenverhältnis sind gegen die Frequenz in kHz aufgetragen. Die Unsicherheiten des Amplitudenverhältnisses ergeben sich aus Gleichung (12). Die Unsicherheit der Frequenz entspricht der Messunsicherheit.

Anders als bei der Spule fällt beim Kondensator für kleine Frequenzen durchaus eine Spannung ab. Für beinahe konstante Eingangsspannungen wird der Kondensator also entsprechend aufgeladen. Mit zunehmender Frequenz steigt die Resonanzkurve, um ungefähr um eine Frequenz von 50 kHz herum maximal zu werden. Für größere Frequenzen fällt die Resonanzkurve stark ab, das Amplitudenverhältnis scheint gegen 0 zu gehen. Für Frequenzen, die viel größer als die Resonanzfrequenz sind, wird der Kondensator also kaum noch geladen, er scheint der Anregungsfrequenz nicht "hinterher zu kommen". Auch hier lässt sich im Vergleich zu den theoretischen Werten die oben erläuterte Systematik erkennen. Die Messwerte sind um ein Vielfaches kleiner die theoretisch ermittelten Werte. Um die Resonanzfrequenz herum ist die Resonanz der theoretischen Kurve deutlich stärker als die der gemessenen.

Zuletzt wird das Augenmerk auf die Resonanzkurve des Widerstands gelegt. Die theoretische Erwartung ergibt sich mit [Gleichung \(13\)](#) aus [\[3\]](#) zu

$$\frac{U_{\text{theo, R}}}{U}(f) = \frac{2\pi f R}{U} \cdot A(f). \quad (16)$$

Die Auftragung in bereits bekannter Form ist in [Abbildung 7](#) sichtbar.

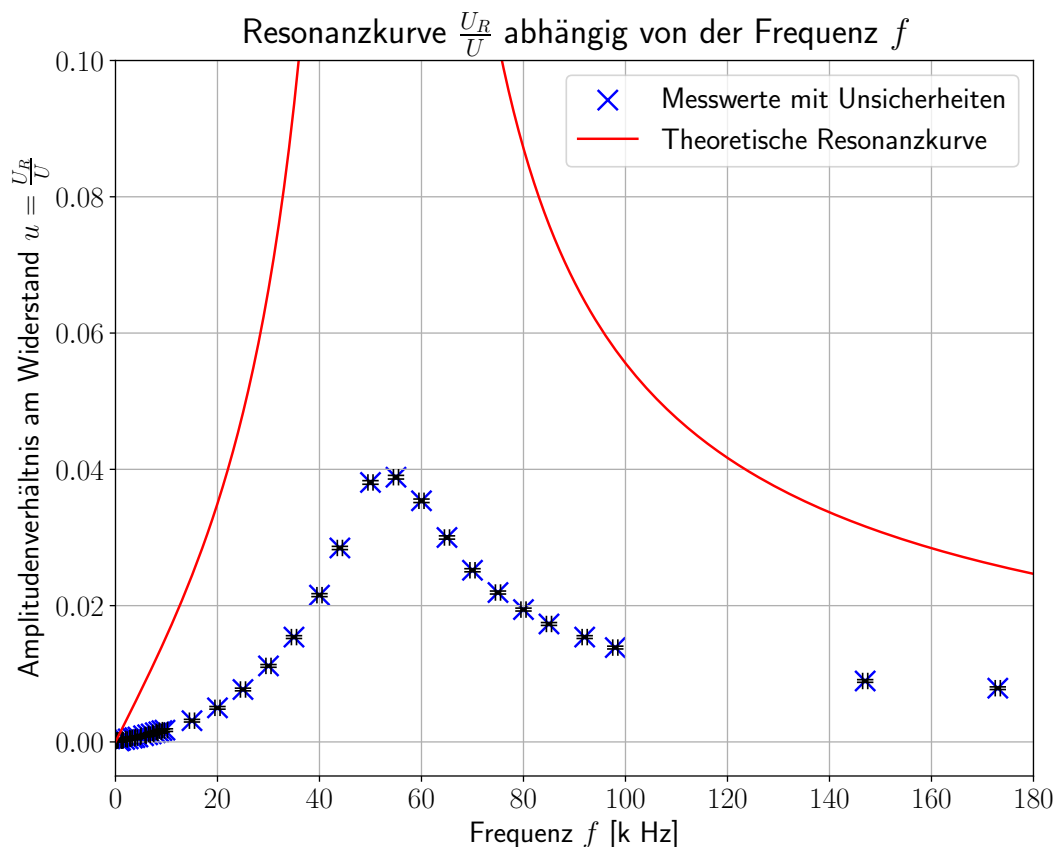


Abbildung 7: Darstellung der Resonanzkurve am Widerstand. Sowohl das gemessene Amplitudenverhältnis als auch das mit [Gleichung \(16\)](#) berechnete theoretische Amplitudenverhältnis sind gegen die Frequenz in kHz aufgetragen. Die Unsicherheiten des Amplitudenverhältnisses ergeben sich aus [Gleichung \(12\)](#). Die Unsicherheit der Frequenz entspricht der Messunsicherheit.

Der Resonanzkurvenverlauf ähnelt in gewisser Weise dem der Spule. Auch hier fällt für kleine Frequenzen kaum eine Spannung über dem Widerstand ab. Auch hier liegt die Erklärung wohl darin, dass bei nahezu konstanter Spannung nur ein sehr kleiner Strom fließt. Die Resonanzkurve steigt abermals für größere Frequenzen, erreicht zwischen 50 kHz und 55 kHz ihr Maximum, um daraufhin wieder abzufachen. Die Amplitudenverhältnisse sind für sehr hohe Frequenzen größer als für sehr niedrige. Die Abweichungen zur theoretischen Kurve wurden bereits für die beiden anderen Bauteile beschrieben und sind hier abermals erkennbar.

Es lässt sich also insgesamt sagen, dass sich der getriebene Schwingkreis in Bezug auf die Resonanz wie erwartet verhält. Allerdings liegt eine deutliche Abweichung von der theoretischen Erwartung vor, was auf eventuell unberücksichtigte systematische Unsicherheiten oder Messfehler hindeutet. In der Diskussion wird hierauf genauer eingegangen.

Nun wird ausgewertet, wie sich die Phasenverschiebungen der einzelnen Bauteile bei unterschiedlichen Frequenzen verhalten. Die Phasenverschiebungen der jeweiligen Bauteilschwingung zur angelegten Schwingung des Funktionsgenerators konnten direkt vom Oszilloskop abgelesen werden. Die zugehörigen Unsicherheiten wurden aus den Schwankungen des angezeigten Werts am Oszilloskop auf 0,3% geschätzt. Diese Unsicherheit ist deutlich größer als die weiteren internen Unsicherheiten des Oszilloskops, diese sind dagegen vernachlässigbar.

Die gemessenen Werte und deren Unsicherheiten sind in [Abbildungen 14](#) und [15](#) notiert. Aus Gründen der Sichtbarkeit sind die Frequenzen höher als 180 kHz abermals nicht im Diagramm dargestellt. Alle Plots für den gesamten Messbereich sind im Anhang in [Abbildung 12](#) zu finden.

Zunächst wird die Phasenverschiebung an der Spule betrachtet. Um auch hier die gemessenen Werte mit einem theoretischen Verlauf vergleichen zu können, wurde abermals [\[3\]](#) herangezogen. Durch Einsetzen der Funktion

$$\delta(f) = \arctan\left(\frac{2\pi f \frac{R}{L}}{(2\pi f_0)^2 - (2\pi f)^2}\right) \frac{180^\circ}{\pi} \quad (17)$$

in

$$\phi_L(f) = \delta(f) - 180^\circ \quad (18)$$

ergibt sich die Phasenverschiebung an der Spule. Diese ist zusammen mit den gemessenen Werten in [Abbildung 8](#) dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die Phasenverschiebung für kleine Frequenzen ungefähr -160° betrug. Allerdings gibt es dabei vereinzelte Ausreißer, mit positiver Phasenverschiebung. Der Verlauf weicht für kleine Frequenzen insofern von der theoretischen Erwartung ab, als dass die Werte alle nach oben hin von der Erwartung abweichen, allerdings mit unterschiedlichem Betrag. Hier kann also nicht nur von einer Systematik ausgegangen werden, es scheint auch große statistische Schwankungen für sehr kleine Frequenzen zu geben. Für größere Frequenzen ab ungefähr 20 kHz entspricht der Phasenverlauf den Erwartungen. Im Bereich von 45 kHz bis 60 kHz ändert sich die Phasenverschiebung deutlich um für größere Frequenzen gegen 0 zu streben. Für sehr große Frequenzen sind Eingangsspannung und Spulenspannung also in Phase, für sehr kleine Frequenzen sind sie theoretisch gegenphasig, was die gemessenen Werte aber nicht ideal beschreiben.

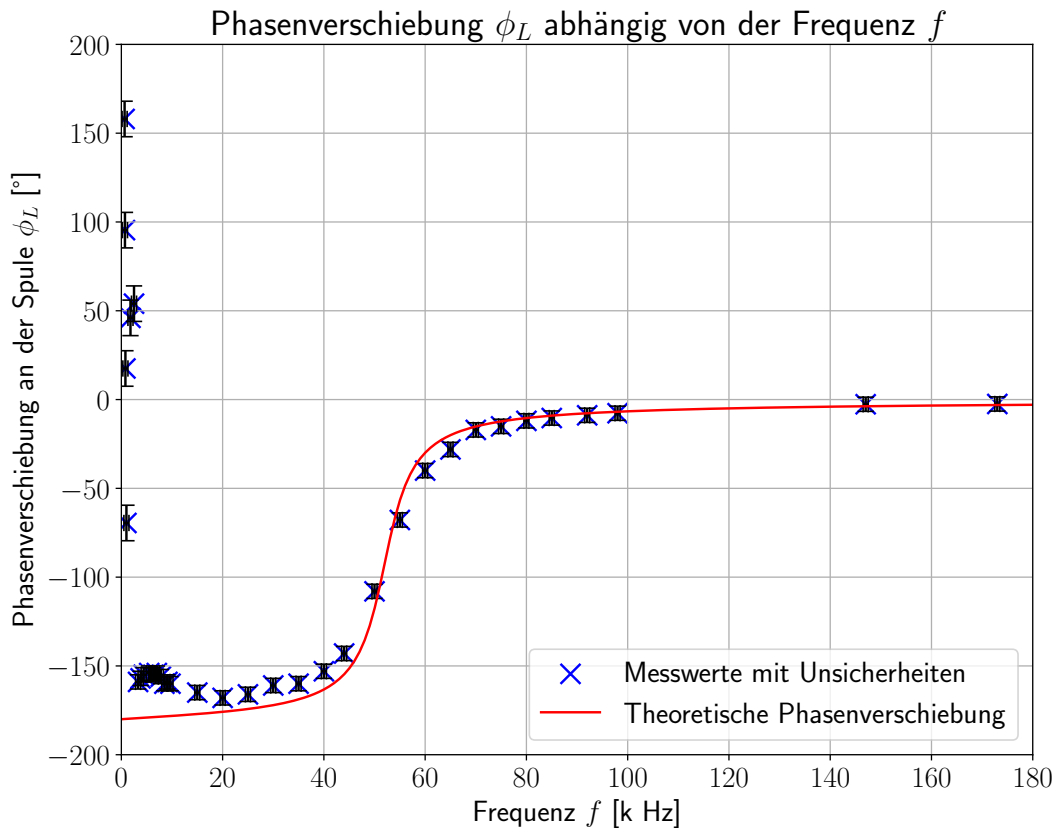


Abbildung 8: Dargestellt ist die Phasenverschiebung von Spulenspannung im Vergleich zur antreibenden Spannung. Sowohl die gemessene Phasenverschiebung als auch die mit Gleichung (18) berechnete theoretische Phasenverschiebung sind gegen die Frequenz in kHz aufgetragen. Die Unsicherheiten der Phasenverschiebung ergeben sich aus den Messunsicherheiten. Die Unsicherheit der Frequenz ebenfalls, diese ist allerdings kaum sichtbar.

Die folgende Analyse betrifft die Phasenverschiebung am Kondensator. Theoretisch wird eine Phasenverschiebung erwartet, die sich nach [3] mit

$$\phi_C(f) = \delta(f) \quad (19)$$

beschreiben lässt, wobei Gleichung (17) eingesetzt wird. Diese Auftragung findet sich zusammen mit den gemessenen Werten in Abbildung 9 wieder.

Die gemessenen Phasenverschiebungen decken sich mit der Berechnung, fast alle theoretischen Werte befinden sich innerhalb der doppelten Standardabweichung der Messwerte. Für kleine Frequenzen sind die angelegte Sinusspannung und die Spannung am Kondensator in Phase. Die Phasenverschiebung wird zunehmend größer, steigt zwischen 50 kHz und 55 kHz am steilsten an, und nähert sich dann asymptotisch einem Wert von ungefähr 175° an. Für Frequenzen, die deutlich über der Resonanzfrequenz liegen, sind Kondensator und angelegte Spannung also nahezu gegenphasig.

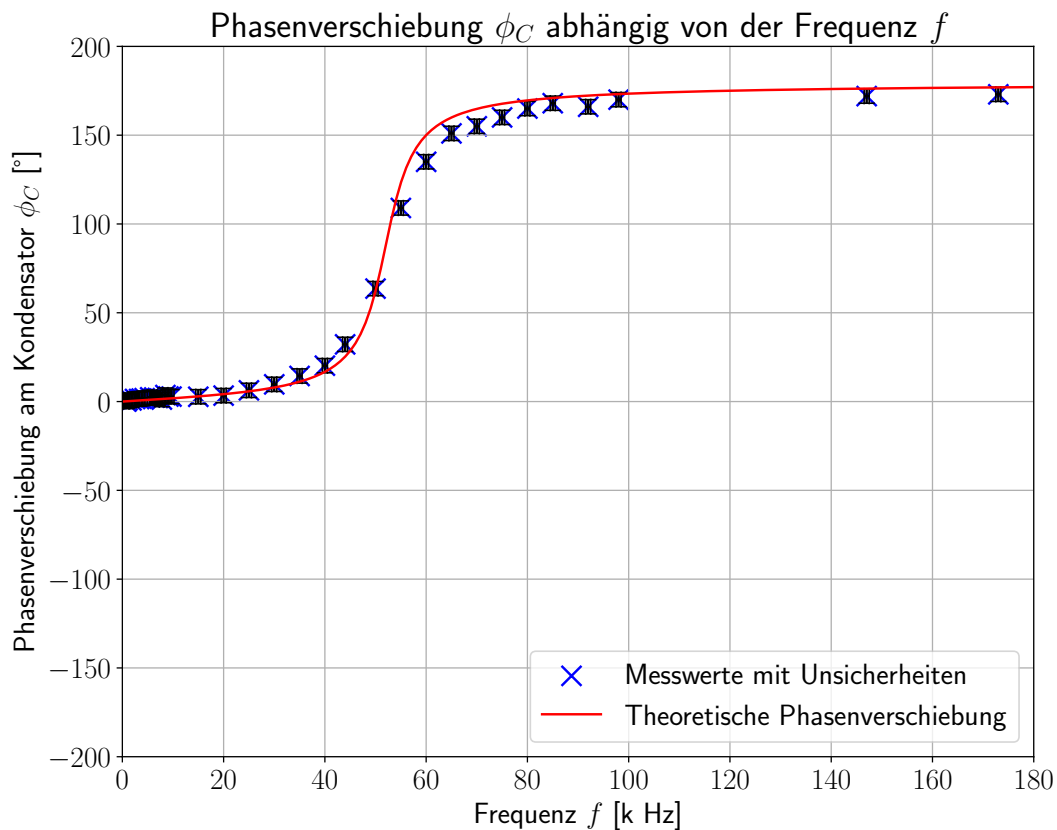


Abbildung 9: Dargestellt ist die Phasenverschiebung von Kondensatorspannung im Vergleich zur antreibenden Spannung. Sowohl die gemessene Phasenverschiebung als auch die mit [Gleichung \(19\)](#) berechnete theoretische Phasenverschiebung sind gegen die Frequenz in kHz aufgetragen. Die Unsicherheiten der Phasenverschiebung ergeben sich aus den Messunsicherheiten. Die Unsicherheit der Frequenz ebenfalls, diese ist allerdings kaum sichtbar.

Im Vergleich zur Phasenverschiebung der Spule fällt auf, dass beide Kurvenverläufe im Prinzip identisch sind. Das entspricht der Erwartung. Erwartet wurde auch, dass die Differenz der beiden Phasenverschiebungen stets ungefähr 180° betragen würde. Auch diese Erwartung bestätigt sich im Rahmen der Messunsicherheiten und unter Ausklammerung der Ausreißer in [Abbildung 8](#). Die Spannungen an Spule und Kondensator sind also stets gegenphasig.

Zuletzt wird die Phasenverschiebung am Widerstand betrachtet. Die unter Zuhilfenahme von [\[3\]](#) und [Gleichung \(17\)](#) ergibt sich die Erwartung

$$\phi_R(f) = \delta(f) - 90^\circ . \quad (20)$$

Die theoretische Erwartung und die Messwerte sind in [Abbildung 10](#) abgebildet.

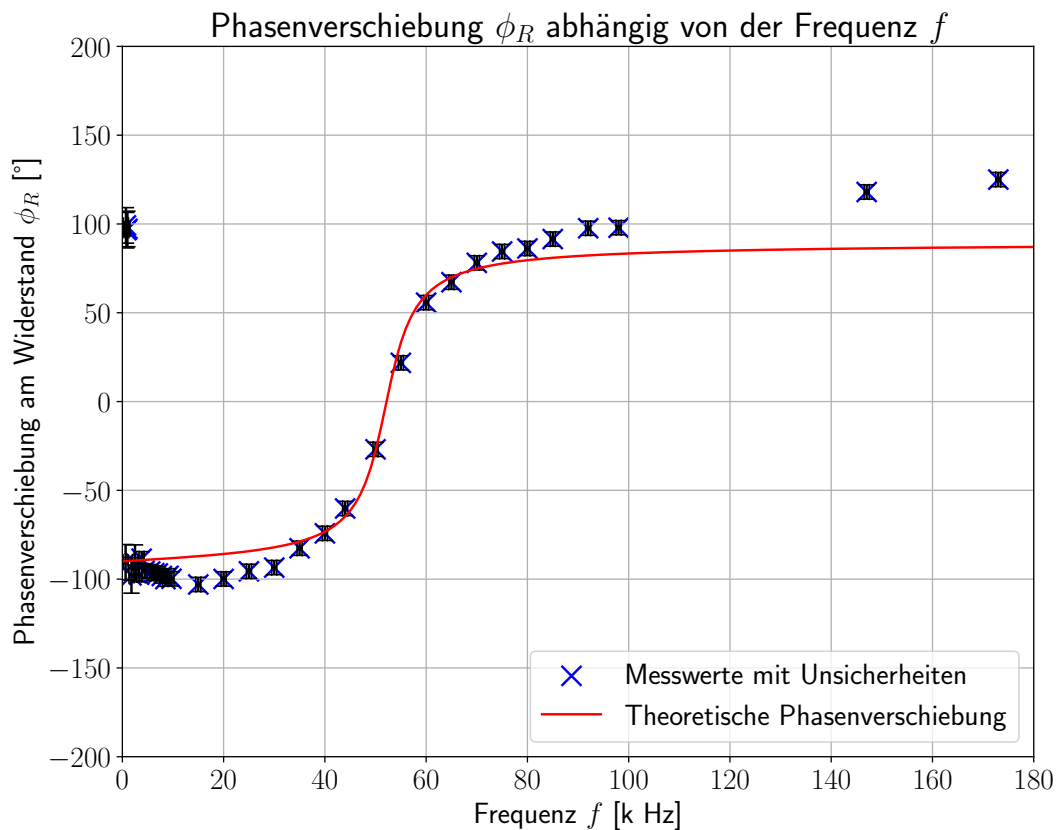


Abbildung 10: Dargestellt ist die Phasenverschiebung von Spannung am Widerstand im Vergleich zur antreibenden Spannung. Sowohl die gemessene Phasenverschiebung als auch die mit Gleichung (20) berechnete theoretische Phasenverschiebung sind gegen die Frequenz in kHz aufgetragen. Die Unsicherheiten der Phasenverschiebung ergeben sich aus den Messunsicherheiten. Die Unsicherheit der Frequenz ebenfalls, diese ist allerdings kaum sichtbar.

Die Phasenverschiebung entspricht für Frequenzen im Bereich der Resonanzfrequenz den Erwartungen, dort steigt die Phasenverschiebung wie auch in den vorangegangenen Fällen stark an. Für deutlich kleinere Werte weicht die Phasenverschiebung allerdings von der Erwartung ab. Erwartet wurde hier eine Phasenverschiebung von -90° , die stetig zunimmt. Die Messwerte haben allerdings bei etwa 18 kHz ein Minimum von ungefähr -100° , in diesem Bereich ist eine leichte Abweichung erkennbar. Außerdem gibt es auch diesmal für kleine Frequenzen einzelne Ausreißer der Phasenverschiebung zu großen positiven Werten. Dabei handelt es sich aber um Frequenzen, bei denen das Oszilloskop ohnehin schon stark schwankende Werte anzeigte, sodass ein gewissenhaftes Messen kaum möglich war. Für sehr große Frequenzen ergibt sich eine klare Abweichung von der Theorie, die besagt, dass die Phasenverschiebung gegen 90° strebt. In der vorliegenden Messung steigt sie weiter an auf bis zu 180° für die höchste gemessene Frequenz von 940 kHz (siehe [Abbildung 12](#)). Im Vergleich zu Spule und Kondensator lässt sich sagen, dass der Verlauf der Phasenverschiebung zumindest für große Frequenzen stark von den anderen beiden Verläufen abweicht. Theoretisch eilt die Spannung am Widerstand der Spannung an der Spule stets um 90° voraus, der Spannung am Kondensator um 90° nach.

Diese Aussage ist für Frequenzen kleiner als 80 kHz im Rahmen der Messunsicherheiten sehr gut vertretbar. Für größere Frequenzen werden die Spannungen an Kondensator und Widerstand nahezu gleichphasig. Hier liegt eine deutliche Abweichung von der Erwartung vor, die nicht auf statistische Fehler zurückzuführen ist.

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Angabe und Diskussion der Endergebnisse

Um die freie gedämpfte Schwingung zu untersuchen, wurde eine Rechteckspannung mit konstanter Frequenz von 3,4 kHz angelegt. Diese ist deutlich kleiner als die nach [Gleichung \(1\)](#) berechnete Resonanzfrequenz des Schwingkreises.

Aus Momentaufnahmen am Oszilloskop konnten Periodendauer, Frequenz, Abklingkonstante und Abklingzeit der freien Schwingung ermittelt werden. Die Endergebnisse lassen sich angeben zu

$$\bar{T} = (19,13 \pm 0,12) \mu\text{s}$$

$$\bar{f} = (52,3 \pm 0,3) \text{ kHz}$$

$$\bar{\alpha} = (0,065 \pm 0,005) \mu\text{s}^{-1}$$

$$\bar{\tau} = (15,3 \pm 1,2) \mu\text{s}$$

$$\frac{\Delta\bar{T}}{\bar{T}} = 0,63 \%$$

$$\frac{\Delta\bar{f}}{\bar{f}} = 0,63 \%$$

$$\frac{\Delta\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} = 8,0 \%$$

$$\frac{\Delta\bar{\tau}}{\bar{\tau}} = 8,0 \%$$

Man sieht, dass die relativen Unsicherheiten der Periodendauer und Frequenz sehr klein sind. Dies ist auf die Mittlung über die Messreihen zurückzuführen, da für die Periodendauer viele Werte zur Berechnung des Endwerts beitrugen. Da die Positionen der Extremstellen nur geschätzt wurden, hätte hier durchaus auch eine größere Unsicherheit erwartet werden können. Die größere relative Unsicherheit bei der Angabe der Abklingkonstante ist auf die Unsicherheit der numerischen Anpassung und die Schätzung der Unsicherheiten der Extrempunkte zurückzuführen. Zugute kommt dem Wert jedoch die Mittlung über die drei verschiedenen Messreihen.

Betrachtet man die berechnete Frequenz der gedämpften freien Schwingung fällt auf, dass diese sehr nahe an der Resonanzfrequenz $f_{\text{Res}} = (52,2 \pm 1,3) \text{ kHz}$ (nach [Gleichung \(1\)](#)) des Schwingkreises liegt, was nach der theoretischen Vorhersage auch durchaus sinnvoll ist, da diese beiden Frequenzen identisch sein sollten.

Von der Verträglichkeit kann man sich anhand eines t-Tests überzeugen, der

$$t = 0,07$$

ergibt. Die beiden Werte sind also innerhalb ihrer Unsicherheiten sehr gut miteinander verträglich, was für die Genauigkeit der Berechnung und der verwendeten Bauteile spricht. Andererseits ist auch gut sichtbar, dass die Messung eigentlich genauer war als die Unsicherheiten der Bauteile, also insbesondere die Unsicherheit der Kapazität des Kondensators, es vorhergesagt hatten. Für folgende Messungen könnte man diese Erkenntnis berücksichtigen und eventuell die Toleranz des Kondensators neu einschätzen.

Vergleicht man die theoretisch nach [Gleichung \(4\)](#) berechnete Abklingkonstante $\alpha_t = 0,027 \mu\text{s}^{-1}$ mit der nach Anpassung und Mittlung erhaltenen experimentellen Abklingkonstante $\bar{\alpha}$ fällt auf, dass die beiden Werte zwar in der selben Größenordnung liegen, sich aber dennoch deutlich unterscheiden. Auch ein t-Test der Verträglichkeit ergibt nur einen Wert von

$$t = 7,4 .$$

Dieser zeigt eine deutliche Unverträglichkeit zwischen den beiden Werten auf, die einerseits dadurch erklärt werden kann, dass die Anpassungen nur an einigen von Hand bestimmten Extremstellen durchgeführt werden konnte, andererseits wurden sowohl Widerstand, als auch Spule aufgrund von fehlenden Toleranzen als exakt angenommen. An dieser Stelle besteht also Verbesserungspotential.

Im zweiten Versuchsteil wurde die erzwungene Schwingung des Schwingkreises bei verschiedenen Anregefrequenzen untersucht. Das Amplitudenverhältnis ist für einen Frequenzbereich von 0 kHz bis 180 kHz in [Abbildungen 5 bis 7](#) zusammen mit dem theoretisch erwarteten Verlauf gegen die Frequenz aufgetragen.

Man sieht, dass alle Verläufe, wie erwartet im Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz ihr Maximum haben, das trifft auch auf die theoretisch erwartete Kurve zu. Die Maxima der theoretischen Kurve liegen allerdings viel höher, im ungedämpften Fall würde die Kurve hier sogar divergieren. Dass man am Verlauf der Messwerte auch bei Anregung mit Resonanzfrequenz nicht annähernd eine Tendenz zur Divergenz erkennt deutet darauf hin, dass hohe Energieverluste, beispielsweise durch größere Widerstände auftreten. Dies wird im Experiment aufgrund der produktionsbedingten Unsicherheiten der Bauteile und Abweichungen während der Messung nie vollständig zu vermeiden sein. Dennoch ist eine Ähnlichkeit der beiden Verläufe gut zu erkennen.

Die dabei gemessenen Phasenverschiebungen zwischen anregender und abfallender Spannung sind in [Abbildungen 8 bis 10](#) dargestellt. Man sieht in allen Fällen deutlich einen Phasensprung im Bereich der Resonanzfrequenz. Dieser stimmt sehr gut mit der theoretischen Vorhersage überein. Auch sieht man in allen Fällen sehr deutlich die Phasenverschiebung der Kurven zueinander. So betragen die Phasenverschiebungen für große Bereiche um die Resonanzfrequenz

$$\begin{aligned}\phi_C - \phi_R &\approx 90^\circ \\ \phi_C - \phi_L &\approx 180^\circ .\end{aligned}$$

Dies deckt sich sehr gut mit den theoretischen Erwartungen.

Dennoch gibt es Bereiche, in denen die gemessenen Verläufe etwas von den theoretisch vorhergesagten Modellen abweichen. Auf diese Abweichungen wird unter anderem im Folgenden eingegangen.

4.2 Diskussion der verwendeten Messmethoden

Zu Beginn, in Versuchsteil 1 fiel auf, dass es zu einer offensichtlichen Rückkopplung am Oszilloskop kam, indem die Schwingung des Schwingkreises das Signal der Rechteckspannung beeinflusste. Diese Rückkopplung konnte nicht auf Anhub entfernt werden, schien aber keine starken Auswirkungen auf die Messung gehabt zu haben. Dennoch ist anzunehmen, dass sie auch im zweiten Versuchsteil Einfluss auf die Messung gehabt haben könnte.

Um die Periodendauern zu bestimmen wurden in Versuchsteil 1 zunächst für jedes Bauteil zwei Positionswerte aus den Graphen abgelesen. Diese hätten dann miteinander verrechnet werden können. Die Ableseunsicherheit war dabei allerdings sehr hoch. Diese Messmethode wurde direkt verbessert, indem die Periodendauer stattdessen aus den gespeicherten Daten des Oszilloskops berechnet wurde. Zum einen konnten dabei die Maxima und Minima der Kurven exakter bestimmt werden. Zum anderen konnten so aber auch für jede Schwingung mehrere Periodendauern bestimmt werden. Durch Mittelwertbildung verringerte sich damit die Unsicherheit der Periodendauer deutlich.

Für den zweiten Versuchsteil lässt sich sagen, dass der Betrag der Eingangsspannung für alle Messungen relevant war. Testmessungen am Anfang ergaben, dass höhere Spannungen klarere Messergebnisse hervorbrachten als geringe. Auch die Wahl der Frequenz entschied darüber, ob sinnvoll gemessen werden konnte. So wurde für kleine Frequenzen das Spannungssignal von Spule und Widerstand am Oszilloskop diffus und rauschend. Es wurde zunehmend schwieriger, Maxima und Minima des Spannungsverlaufs zu identifizieren oder gar Phasenverschiebungen sinnvoll ablesen zu können. Dies zeigte sich auch bei der Auswertung in den Diagrammen. Messungen im Hekto-Hertz-Bereich oder tiefer konnten also kaum sinnvoll durchgeführt werden.

Nur die Spannung am Kondensator wurde durch kleine Frequenzen nicht verzerrt sondern blieb deutlich erkennbar.

Für Versuchsteil 2 wurden deshalb die Unsicherheiten der Phasenverschiebung an Spule und Widerstand für diese Frequenzen höher geschätzt. In der Auswertung wurde darauf hingewiesen, dass es dennoch Ausreißer gab, bei denen im Vergleich zu umliegenden Werten völlig andere Phasenverschiebungen angezeigt wurden. Diese liegen deutlich außerhalb der erhöhten Unsicherheiten und sind auf die Sprünge am Messgerät zurückzuführen. Vermutlich geben diese weniger Auskunft über eine tatsächliche Änderung der Phasenverschiebung als vielmehr darüber, dass in diesen Frequenzbereichen keine zuverlässige Messung mehr möglich ist. Für diesen Zusammenhang spricht auch, dass am Kondensator, dessen Signal nicht diffuser wurde, keine solchen Phasensprünge zu beobachten waren.

Die in Versuchsteil 1 ermittelten Abklingkonstanten sind alle etwas mehr als doppelt so groß wie der hierfür errechnete Wert. Dadurch, dass alle Abklingkonstanten ähnlich stark vom Theoriewert abweichen, müsste die Messung hier nochmals genauer durchgeführt werden, da nicht auf statistische Unsicherheiten zu schließen ist. Die Abweichungen zeigen eventuelle Fehler bei der Bestimmung dieser Werte oder vielleicht sogar eine systematische Abweichung auf. Eine mögliche Vermutung wäre, dass das theoretische Modell des Schwingkreises dem realen Aufbau nicht zur Genüge entspricht.

Wäre zum Beispiel der tatsächliche Widerstand des Schwingkreises deutlich höher als nur der auf dem technischen Widerstand angegebene, so würde eine neue Berechnung der Abklingkonstante deutlich besser zu den Messwerten passen.

Auch in Versuchsteil 2 waren größere Abweichungen zu erkennen. Die Resonanzkurven wirkten im Vergleich zur theoretisch vorhergesagten Kurve wie gestaucht. Vor allem das Maximum der Resonanzkurven war deutlich geringer als erwartet. Dies ist auf eine höhere Dämpfung zurückzuführen. Ein größerer Gesamtwiderstand könnte hierfür die Ursache sein. Resonanzkurven mit höherer Dämpfung gleichen den gemessenen Werten eher. Die Vermutung liegt also nahe, dass in beiden Versuchsteilen die gleiche Systematik vorliegt. Es klingt auch durchaus plausibel, dass der Gesamtwiderstand des Schwingkreises größer als nur der nominelle Ohm'sche Widerstand war, was die Ursache für die Abweichung sein könnte. Mögliche Fehlerquellen sind hier der Widerstand des Steckbretts oder der Kabel. Auch an Verbindungen der Steckbretter zu den Bauteilen könnten durch starke Verschmutzung Widerstände auftreten.

Insgesamt wurden sehr viele Messwerte über einen sehr großen Bereich aufgenommen. Um die Grenzfrequenz herum war die Dichte der Messwerte, die ansonsten völlig ausgereicht hat, allerdings etwas gering. Die genaue Position und Höhe des Resonanzmaximums konnte dadurch nicht exakt bestimmt werden. Es war nur die Angabe eines groben Bereichs möglich. Dieser reichte für eine qualitative Auswertung dennoch aus.

Eine weitere Quelle von Unsicherheiten ist der Messbereich des Oszilloskops. Dadurch, dass über einen großen Frequenzbereich gemessen wurde, musste die Darstellung am Oszilloskop oft angepasst werden. Dadurch ändert sich auch dessen Messbereich. Diese Änderung beeinflusste die Messwerte. Der Einfluss dieser Unsicherheit wird allerdings als geringfügig eingeschätzt.

4.3 Verbesserte Messmethoden

Bei erneuter Durchführung des Experiments wäre es sinnvoll, mehr Messwerte um die Resonanzfrequenz herum aufzunehmen. Damit könnten auch quantitative Aussagen über die erzwungene Schwingung getätigt werden. Zusätzlich würde sich die Aussagekraft einzelner Messpunkte verbessern und statistische Unsicherheiten würden dadurch minimiert werden.

Bei der Bestimmung der Periodendauern und der Abklingkonstanten wäre es zudem sinnvoll noch mehr Maxima für die Berechnung zu verwenden. Dies könnte mit einem größeren Messbereich am Oszilloskop möglich gemacht werden. Da es hier zu größeren Ableseunsicherheiten käme, wäre es auch möglich die Verstärkung am Differentialastkopf einzuschalten um mehr Maxima ausmachen zu können.

Zudem sollte versucht werden das Rauschen am Oszilloskop zu minimieren. dies könnte durch saubere Kontakte, hohe Eingangsspannungen und eventuell mit einer richtig angebrachten Erdung ermöglicht werden.

Möglich wäre es zudem auch den gesamten Verlauf der gedämpften Schwingung in Teil 1 durch ein geeignetes Modell mit Parameteranpassung anzupassen und von diesem noch genauere Messpunkte für die Auswertung ohne das auftretende Rauschen abzulesen.

Zudem sollte der Einfluss von möglichen Störwiderständen für eine aussagekräftigere Messung in jedem Fall verringert werden. Der Versuchsaufbau wurde allerdings diesmal schon ohne unnötige Verbindungsstücke aufgebaut, sodass eine Verbesserung an dieser Stelle nicht einfach ist. Eine Möglichkeit wäre den Schwingkreis zu löten und Kabel mit geringen Innenwiderständen zu verwenden um zusätzliche Verfälschungen am Gesamtwiderstand der Schaltung zu minimieren.

Möglicherweise wäre es auch sinnvoll, die verwendeten Bauteile im Schwingkreis zu variieren und zu untersuchen, wie sich die Messergebnisse dabei ändern. Damit könnten eventuelle systematische Fehler weiter eingegrenzt und vielleicht sogar minimiert werden.

Da die theoretische Abklingkonstante nicht im Rahmen der Unsicherheiten mit der Messung verträglich ist, sollte für zukünftige Messungen die Toleranz der Spule und des Widerstands berücksichtigt werden. Da diese aber nicht angegeben war, könnte sie zum Beispiel über eine Messreihe bestimmt werden. Dies könnte die Verträglichkeit des Modells mit der Realität erhöhen. Quasi umgekehrt verhält es sich mit dem Kondensator. Dessen angegebene Unsicherheit ist mit 5 % hoch im Vergleich zur Exaktheit des Messergebnisses. Auch hier wäre eine Messreihe sinnvoll, diesmal um eine engere Toleranz für die Kapazität angeben zu können. Dies würde eine präzisere Vorhersage ermöglichen und die Aussagekraft der Messergebnisse steigern.

A Anhang

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	2
2	Spannungsabfall an der Spule	4
3	Spannungsabfall am Kondensator	7
4	Spannungsabfall Widerstand	8
5	Resonanzkurve der Spulenspannung	11
6	Resonanzkurve der Kondensatorspannung	12
7	Resonanzkurve der Widerstandsspannung	13
8	Phasenverschiebung der Spulenspannung	15
9	Phasenverschiebung der Kondensatorspannung	16
10	Phasenverschiebung der Spannung am Widerstand	17
11	Amplitudenverhältnis über den gesamten Frequenzbereich	24
12	Phasenverschiebung über den gesamten Frequenzbereich	25
13	Messprotokoll Seite 1	26
14	Messprotokoll Seite 2	27
15	Messprotokoll Seite 3	28

Tabellenverzeichnis

1	Periodendauern und Frequenzen bei einmaliger Anregung des Schwingkreises	7
2	Abklingkonstanten und -zeiten bei einmaliger Anregung des Schwingkreises	9

Literaturverzeichnis

- [1] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Anleitung Versuch 53, Schwingkreis* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 17. März 2022).
- [2] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Datenanalyse A* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 17. März 2022).
- [3] Prof. Dr. Gregor Herten, *Experimentalphysik II* (Physikalisches Institut, Universität Freiburg, 17. März 2022).
- [4] *Arbitrary Function Generator, AFC-2100/2000 Series* (GOOD WILL INSTRUMENT CO., LTD (New Taipei City 236, Taiwan), 17. März 2022), <https://omnibus.uni-freiburg.de/~phypra/ap/53/Instek%20AFG%20Datasheet.pdf>.
- [5] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Aufbau Versuch 53* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 17. März 2022), <https://omnibus.uni-freiburg.de/~phypra/ap/53/>.
- [6] *Physiklabor für Anfänger*innen Teil 2, Datenanalyse B* (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 17. März 2022).

A.1 Diagramme über den gesamten Messbereich

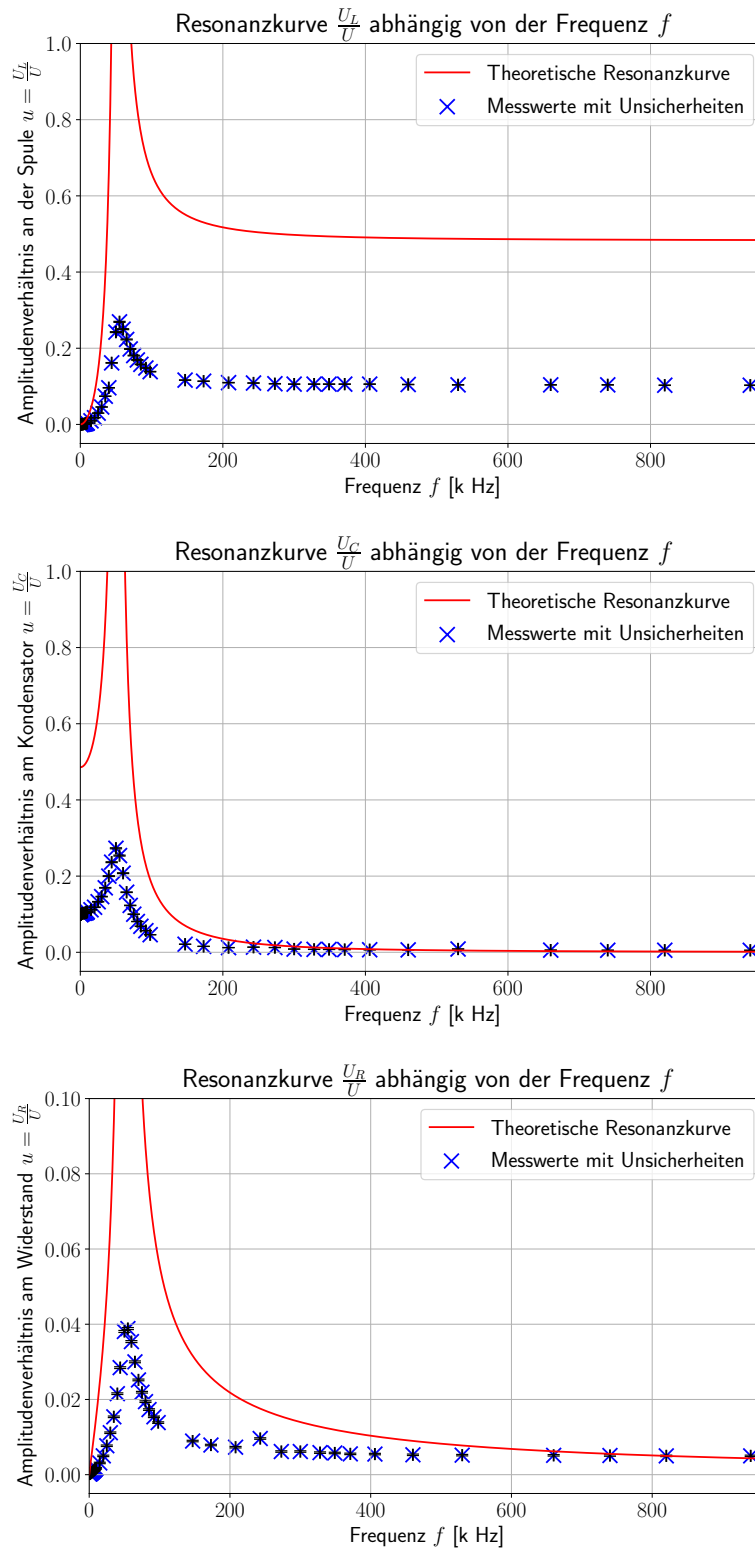


Abbildung 11: Amplitudenverhältnis über den gesamten Frequenzbereich von 0,64 kHz bis 940 kHz. Die Messwerte sind [Abbildungen 14](#) und [15](#) entnommen.

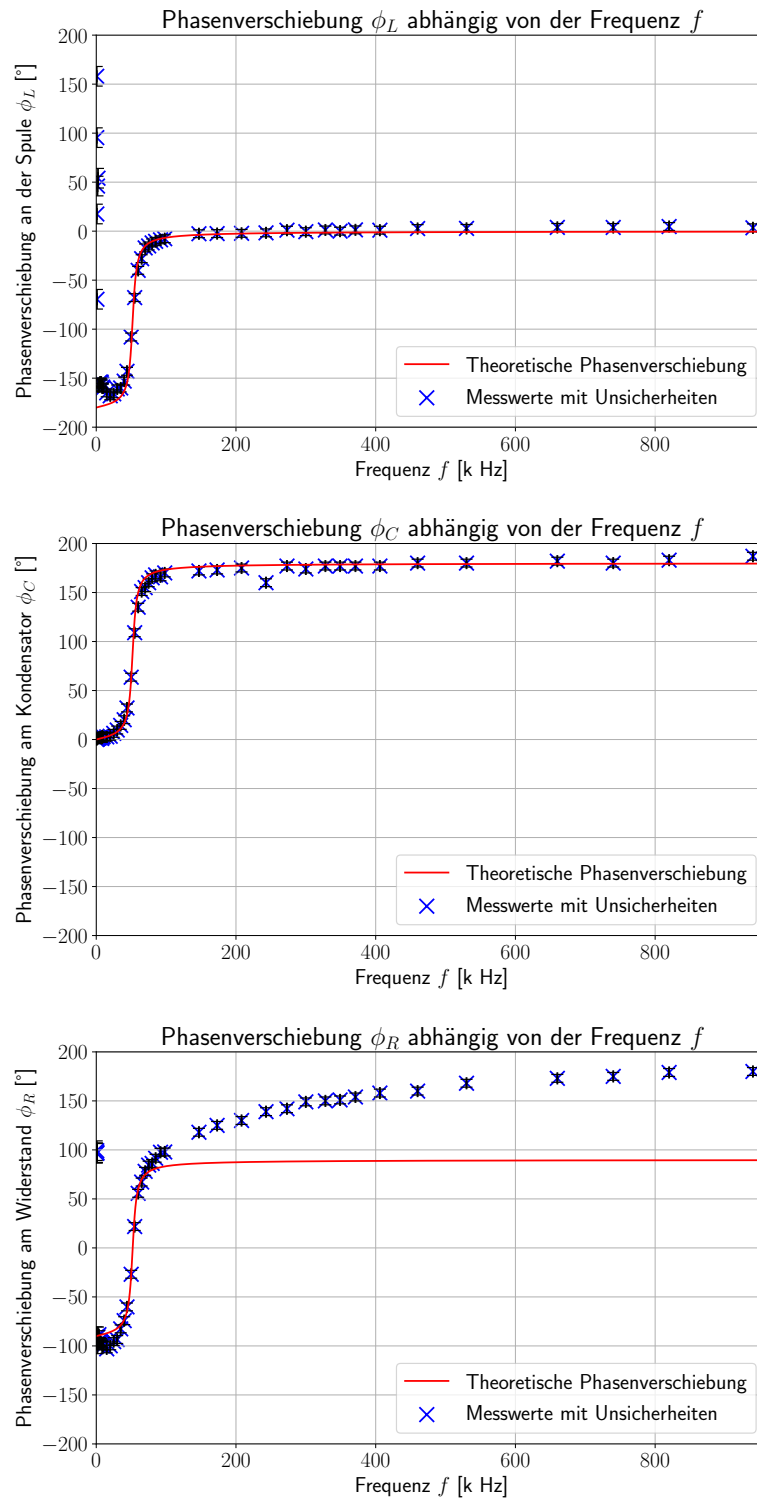
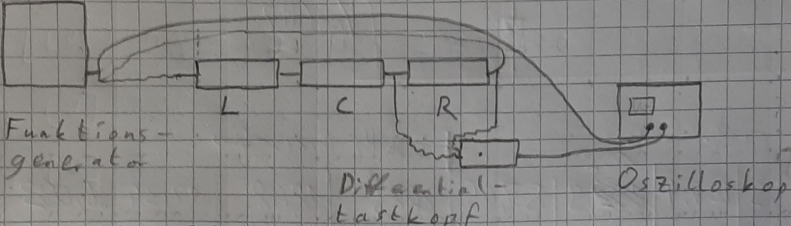


Abbildung 12: Phasenverschiebung zur Eingangsspannung über den gesamten Frequenzbereich von 0,64 kHz bis 940 kHz. Die Messwerte sind [Abbildungen 14](#) und [15](#) entnommen.

A.2 Messprotokoll

Versuch 53 Schwingkreis 17.03.2022



$L = 962 \mu\text{H}$
 $C = 9,67 \text{ nF} \pm 5\%$
 $R = 51 \Omega$

Teil ①

	Schwingungsdaten T	Abklingkonstante α
u_R	oben zu oben $t_1 = 4,4 \mu\text{s} ; t_2 = 23,4 \mu\text{s}$	$\Delta t = \pm 0,4 \mu\text{s}$
u_L	unten zu unten $t_1 = 8,6 \mu\text{s} ; t_2 = 27,8 \mu\text{s}$	
u_C	oben zu oben $t_1 = 9,6 \mu\text{s} ; t_2 = 28,6 \mu\text{s}$	

Dabei "...001" : Spule
 " "...002" : Kondensator
 " "...003" : Widerstand (Amplitude $\times 10$ -verstärkt)

Abbildung 13: Messprotokoll Seite 1

Teil 2 $U = 208V$ *Alle Spannungen werden peak-zu-peak gemessen!*

$f [kHz]$	3,7020	3,1020	2,5020	1,8020	1,0020	0,7020	0,6420	20,0000	44,0000	80,0000
$U_L [V]$	7,68 7,68*	6,88*	6,08*	5,20*	4,40*	3,56*	2,84*	2,04*	1,60*	
$U_C [V]$	22,2	21,8	21,8	21,6	21,8	21,4	21,4	21,4	21,4	21,4
$U_R [V]$	3,6*	3,44*	3,08*	2,80*	2,44*	2,18*	1,88*	1,50*	1,30*	
$\phi_L [^\circ]$	-160	-159	-160	-156	-154	-155	-154	-155	-157	
$\phi_C [^\circ]$	2,79	2,80	3,66	1,12	2,02	2,27	2,38	1,90	1,65	
$\phi_R [^\circ]$	-99,8	-99	-100	-98,2	-96,8	-96,6	-95,7	-95,3	-88,5	

3,3020	2,5020	1,8020	1,0020	0,8020	0,7120	0,6420	20,0000	44,0000	80,0000
1,36*	1,01*	0,80*	0,72*	0,63*	0,62*	0,59*	36,5*	33,6	35,2
21,2	21,2	21,0	20,6	20,8	20,6	20,8	24,6	49,2	16,8
1,14*	0,92*	0,73*	0,52*	0,42*	0,38*	0,42*	10,4*	59,2*	40,4*
-159	54,0	46,0	-63,5	17,5	35,4	15,8	-16,8	-143	-12
1,43	1,44	0,65	0,72	0,00	0,51	0,46	3,35	32,2	16,5
-97,5	-99,7	-97,9	+97,2	96,5	99,2	-90,5	-99,9	-60,2	86,2

schwenkt stark \swarrow Spule rauscht ab hier extern \nearrow wird hier zu reinem Schwingkreis

$\Delta\phi_L = \pm 10^\circ$
 $\Delta\phi_R = \pm 10^\circ$
 Widerstand rauscht etwas

* $\hat{=}$ 10x Verstärkung am Messgerät

Allgemein:
 $\Delta f = \pm 0,0005 kHz$
 $\Delta U = \pm 1V$
 $\Delta U_L = 0,04V = \Delta U_C = \Delta U_R$
 $\Delta \phi = \pm 4^\circ$

Abbildung 14: Messprotokoll Seite 2

f [kHz]	98,00	147,00 173,00	173,00	208,00	243,00	273,00	300,00	328,00	349,00	371,00
U_L [V]	28,8	24,2	23,6	22,8	22,6	22,2	22,0	22,0	22,0	22,0
U_C [V]	9,6	4,4	3,24	2,56	2,80	2,60	1,76	1,60	1,56	1,48
U_R [V]	2,88	1,86	1,64	1,52	2,0	1,28	1,28	1,22	1,20	1,15
φ_L [°]	-77	-264	-249	-223	-174	0,98	-0,54	1,18	0	1,3
φ_C [°]	170	172	173	175	+160	177	174	177	177	177
φ_R [°]	97,9	118	125	130	139	142	149	150	151	154

406,00	460,00	530,00	660,00	740,00	820,00	940,00	15,0	25,0	30,0
22,0	21,8	21,6	21,6	21,6	21,4	21,4	19,6*	61,6*	9,52 0!
738	1,31	1,8	1,18	1,12	1,12	1,09	23,2	27,6	30,4
1,14	1,10	1,08	1,07	1,06	1,04	1,04	6,68*	160*	23,2*
0,98	2,65	2,8	3,8	3,75	4,71	3,40	-165	-166	-161
177	180	180	-178	-180	-177	-173	2,7	630	9,69
158	160	168	173	175	179	180	-103	-95,6	-93,5

35,0	40,0	50,0	55,0	60,0	65,0	70,0	75,0	85,0	92,0
15,4	20,0	50,4	56,0	52,0	46,4	41,2	37,6	32,8	30,8
35,2	41,6	56,8	52,8	43,2	32,8	25,6	20,8	14,2	11,8
32,0*	44,8*	79,2*	80,8*	73,6*	62,4*	52,4*	45,6*	36,0	32,0
-160	-153	-108	-67,8	-90	-28,1	-17,1	-15,1	-10,4	-8,87
14,4	20,2	63,6	109	135	151	155	160	168	166
-82,6	-74,2	-26,9	21,8	55,7	67,2	78,1	84,5	91,5	97,6

J.S.H.

Abbildung 15: Messprotokoll Seite 3