

Physiklabor für Anfänger\*innen 2  
Ferienpraktikum im Wintersemester 2018/19

## **Versuch 53: Erzwungene elektrische Schwingungen**

(durchgeführt am 11. März 2019 bei )

12. März 2019



## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuchs</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>6</b>
3.1	Bestimmung der ohmschen Widerstände und der Induktivität . . . . .	6
3.2	Schaltungsaufbau und Versuchsdurchführung . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Messung</b>	<b>7</b>
4.1	Bestimmung der ohmschen Widerstände und der Induktivität . . . . .	7
4.2	Messungen der Spannungsamplituden und Phasendifferenzen . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
5.1	Bestimmung der Eigenfrequenz und der Kapazität des Kondensators . . . . .	8
5.2	Berechnung der drei verwendeten Widerstände . . . . .	9
5.3	Bestimmung der Resonanzfrequenzen . . . . .	12
5.4	Berechnung der Resonanzfrequenzen und deren Verschiebungen gegenüber dem ungedämpften Fall . . . . .	14
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>
6.1	Bestimmung der Eigenfrequenz und der Kapazität des Kondensators . . . . .	14
6.2	Berechnung der drei verwendeten Widerstände . . . . .	15
6.3	Bestimmung der Resonanzfrequenzen . . . . .	17
6.4	Berechnung der Resonanzfrequenzen und deren Verschiebungen gegenüber dem ungedämpften Fall . . . . .	18
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>20</b>
A.1	Messwerte . . . . .	20
A.2	Laborheft . . . . .	23

## 1 Ziel des Versuchs

Bei diesem Versuch sollen wir zuerst in einem ungedämpften Serienschwingkreis das Verhältnis der Spannungsamplituden zwischen Eingangs- und Kondensatorspannung, sowie deren Phasenverschiebung für drei verschiedene Widerstandswerte untersuchen, um mithilfe der Resonanzkurven und Phasendiagrammen die jeweiligen Resonanzfrequenzen und Eigenfrequenzen zu bestimmen. Anschließend sollen wir im gedämpften Schwingkreis die Resonanzfrequenzen, sowie deren Verschiebungen gegenüber dem ungedämpften Fall berechnen und mit unseren Messergebnissen vergleichen. Im dritten Versuchsteil sollen aus den gemessenen Strömen die Dämpfungswiderstände berechnet und daraufhin mit den gemessenen Werten verglichen werden.

## 2 Physikalische Grundlagen

In diesem Versuch geht es um elektrische Schwingungen. Dabei ist natürlich die Schwingungsgleichung

$$\ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = U_a(t) \quad (1)$$

von zentraler Bedeutung. Dabei ist die Dämpfungskonstante durch  $\delta := \frac{R}{2L}$  und die Eigenfrequenz durch

$$\omega_0^2 := \frac{1}{LC} \quad (2)$$

gegeben. Im Falle der freien Schwingung gibt es keine antreibende Kraft. In diesem Fall ist  $U_a(t)$  also null.

Im Falle der erzwungenen Schwingung ist die Schwingungsgleichung eine inhomogene Differentialgleichung, welche durch die Wechselspannung

$$U_a(t) = U_{a,0} \cdot e^{i\omega t} \quad (3)$$

angetrieben wird. Analog dazu kann

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{i\omega t - \phi} \quad (4)$$

definiert werden.

Für einen ohmschen Widerstand gilt das ohmsche Gesetz [1]

$$U = RI \quad (5)$$

und für (periodische) Wechselspannungswiderstände analog

$$U = ZI. \quad (6)$$

Den Wert eines ohmschen Widerstandes kann man mit

$$2\pi\nu_r = \omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2}{2L/C}} \quad (7)$$

berechnen. Aus der Gleichung für die Kapazität eines Kondensators

$$U = \frac{Q}{C}, \quad (8)$$

ergibt sich für den Kondensator die Impedanz

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C}. \quad (9)$$

Der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung beim Kondensator ist:

$$U_{C,0}(\omega) = \frac{I_0(\omega)}{\omega C}. \quad (10)$$

Mit der Eigenfrequenz des Kondensators kann man über

$$2\pi\nu_e = \omega_e = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2}{4L/C}} \quad (11)$$

die Kapazität eines Kondensators bestimmen.

Bei einer Spule gilt das Induktionsgesetz

$$U = L \cdot \dot{I}. \quad (12)$$

Aus dem Induktionsgesetz ergibt sich für die Spule die Impedanz

$$Z_L = i\omega L. \quad (13)$$

Bei realen Spulen muss man beachten, dass der Gesamtwiderstand sich aus einem ohmschen Widerstand und dem rein induktiven Widerstand zusammensetzt. Für den Gesamtwiderstand einer Spule ergibt sich damit

$$|Z_{L,R_L}| = \sqrt{(\omega L)^2 + R_L^2}. \quad (14)$$

Die Spannungsamplitude berechnet sich zu

$$U_{C,0}(\omega) = \frac{\omega_0^2 U_{a,0}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (R/L)^2 \omega^2}}. \quad (15)$$

Die Stromamplitude berechnet man mit

$$I_0(\omega) = \frac{\omega U_{a,0}}{\sqrt{(L^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (R)^2 \omega^2)}}. \quad (16)$$

Wichtig für die Umrechnung von Frequenz in Kreisfrequenz ist der Zusammenhang

$$\nu \cdot 2\pi = \omega. \quad (17)$$

Um die Phasenverschiebung von  $U$  in Bezug auf  $I$  zu berechnen, benötigt man die Gleichung:

$$\tan(\phi) = \frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\delta\omega}. \quad (18)$$

### 3 Aufbau und Durchführung

#### 3.1 Bestimmung der ohmschen Widerstände und der Induktivität

Zuerst haben wir mit dem DMM den Wert der Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ , sowie den ohmschen Widerstand von der Spule gemessen. Außerdem haben wir den Wert der gegebenen Induktivität notiert.

#### 3.2 Schaltungsaufbau und Versuchsdurchführung

Nun haben wir gemäß Abbildung 1 einen Serienschwingkreis aufgebaut. Zur

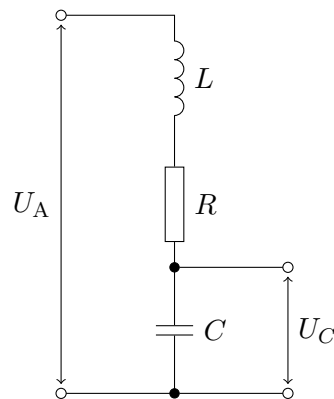


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Serienschwingkreises. Für den Widerstand  $R$  verwendeten wir in mehreren Messreihen verschiedene Widerstände.

Anregung haben wir für  $U_a$  einen Funktionsgenerator verwendet. Auf dem Zweikanaloszilloskop haben wir uns gleichzeitig die Generator-, sowie die Kondensatorspannung anzeigen lassen. Den Widerstand im Serienschwingkreis haben wir als erstes durch einen Kurzschlussstecker ersetzt. Damit war der Dämpfungswiderstand praktisch nur noch durch den ohmschen Widerstand der Spule gegeben. Anschließend haben wir an die Stelle des Widerstandes  $R$  die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  gesetzt. Für diese drei Widerstände haben wir jeweils eine Messreihe aufgenommen, bei der wir zu festen Frequenzen die doppelte Amplitude der Ausgangsspannung und der am Kondensator abfallenden Spannung gemessen haben.

Dann haben wir noch jeweils eine Messreihe aufgenommen, bei der wir wieder zu mehreren Frequenzen die Phasenverschiebungen zwischen den beiden verschiedenen Spannungen notiert haben.

## 4 Messung

### 4.1 Bestimmung der ohmschen Widerstände und der Induktivität

Die Messung mit dem DMM ergab für die Widerstände die Werte  $R_1 = (50,5 \pm 0,7) \Omega$  und  $R_2 = (149,0 \pm 1,5) \Omega$ . Für den ohmschen Widerstand der Spule maßen wir den Wert  $R_L = (16,3 \pm 0,4) \Omega$ . Die Induktivität der verwendeten Spule ist  $L = 952 \mu\text{H}$ , was auf der Spule aufgedruckt war.

Nach Anleitung des DMM ist der Fehler auf die mit dem DMM gemessenen Werte  $0,8\% \cdot \text{Messwert} + 3 \text{ Digits}$ .

### 4.2 Messungen der Spannungsamplituden und Phasendifferenzen

Im Serienschwingkreis verwendeten wir einen Kondensator der Kapazität  $C = 11,11 \text{ nF}$ , was am aufgeklebten Etikett zu erkennen war.

Um vor den Messungen der doppelten Spannungsamplituden und der Phasendifferenz abschätzen zu können, in welchen Schritten wir die Frequenz erhöhen müssen, haben wir vor Beginn der eigentlichen Messreihen immer erst durch Variieren der Frequenz bestimmt, wo etwa das Amplitudenmaximum der Spannung liegt. Dann haben wir bei einem Spannungsmaximum, das in allen drei Versuchsdurchläufen bei etwa 50 kHz lag, die Messungen der Spannungen in einem Bereich zwischen etwa 10 kHz und 100 kHz durchgeführt. Dabei haben wir am Anfang und Ende des Messbereichs relativ große (etwa 5 kHz) Schrittweiten gewählt. Die Schrittweite haben wir aber bis auf etwa Schritte von 1 kHz verringert, desto näher wir dem Spannungsmaxima gekommen sind, um genau untersuchen zu können wie dort die Spannungsamplitude ansteigt. Wir sollten jeweils mindestens 20 Messpunkte aufnehmen, haben uns aber für mehr Messpunkte entschieden, um eine genauere Auswertung machen zu können. Inwieweit uns dies geholfen hat, werden wir in der Diskussion (siehe Abschnitt 6) noch einmal aufgreifen.

Entsprechend dazu, haben wir in einer von der Spannungsmessung unabhängigen Versuchsreihe jeweils auch die Werte der Phasendifferenzen zwischen den beiden Spannungsamplituden aufgenommen. Die Ergebnisse der drei Messreihen der Spannungsamplituden und der Phasendifferenzen befinden sich wegen der Übersichtlichkeit im Anhang in

Dabei ist noch zu bemerken, dass wir unsere ersten beiden Messreihen, in der wir  $R$  durch einen Kurzschlussstecker ersetzt haben, zuerst mit einem Frequenzgenerator durchgeführt haben, an dem sich die Frequenz nur in groben Schritten mit einem nicht allzu feinen Rädchen einstellen ließ. Für die Messreihen der Spannungsamplituden und Phasendifferenzen mit den beiden ohmschen Widerständen  $R_1$  und  $R_2$  im Schwingkreis haben wir daraufhin einen anderen Frequenzgenerator verwendet, an dem sich die Fre-

quenz genauer einstellen ließ. Danach haben wir uns entschieden, die Messreihen der Spannungsamplituden und Phasendifferenzen, in denen wir den Kurzschlussstecker und zuvor den ungenaueren Frequenzgenerator verwendet haben, noch einmal mit dem Frequenzgenerator zu wiederholen, bei dem sich die Frequenzen genauer einstellen lassen. Die Ergebnisse im Anhang beruhen also alle auf Messungen mit dem selben Frequenzgenerator.

Der Fehler auf die mit dem Oszilloskop gemessenen Spannungswerte beträgt nach der Oszilloskopsanleitung für alle Messbereiche, die wir verwendet haben  $\pm 3\% \cdot \text{Messwert}$ . Da die Werte aber sehr stark zwischen oft auch mehr als zwei Messwerten fluktuierten und wir zusätzlich zum Kalibrierfehler des Oszilloskops noch den Divisionsfehler beachten müssen, haben wir uns dazu entschieden je nach verwendeter Division noch zusätzlich zu dem 3%-Fehler auf den Messwert bei den Spannungsmessungen noch ein Fünftel des verwendeten Divisionsbereiches und bei der Messung noch  $\pm 1^\circ$  zum Fehler dazu zu addieren.

## 5 Auswertung

### 5.1 Bestimmung der Eigenfrequenz und der Kapazität des Kondensators

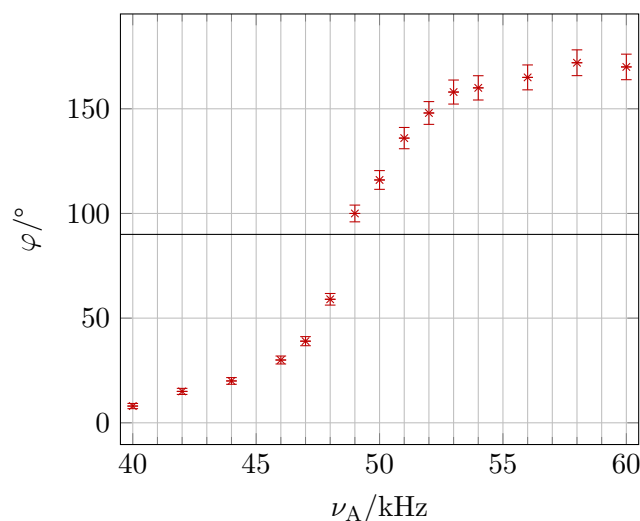


Abbildung 2: Verlauf der Phasendifferenz zwischen Eingangsspannung  $U_a$  und Kondensatorspannung  $U_C$  in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz  $\nu$  in einem kleinen Abschnitt

Aus dem Diagramm in Abb. 2 kann man bei  $90^\circ$  etwa eine Eigenfrequenz von  $\nu_0 = (48,8 \pm 0,3)$  kHz ablesen. Den Fehler haben wir derart abgeschätzt, da wir den Wert nicht exakt ablesen können, die einzelnen Messpunkte auch



mit Fehlern behaftet sind und die Differenz zwischen den beiden Frequenzwerten rechts und links von der Eigenfrequenz relativ groß ist. Wir können also aufgrund von Ablese- und Messungenauigkeiten nicht genau sagen, wie die Kurve im Phasendiagramm an jedem einzelnen Punkt verläuft und daher auch die Eigenfrequenz nicht genau ablesen. Der uneingeschränkte Verlauf aller Phasendifferenzen ist in Abbildung 3 gegeben.

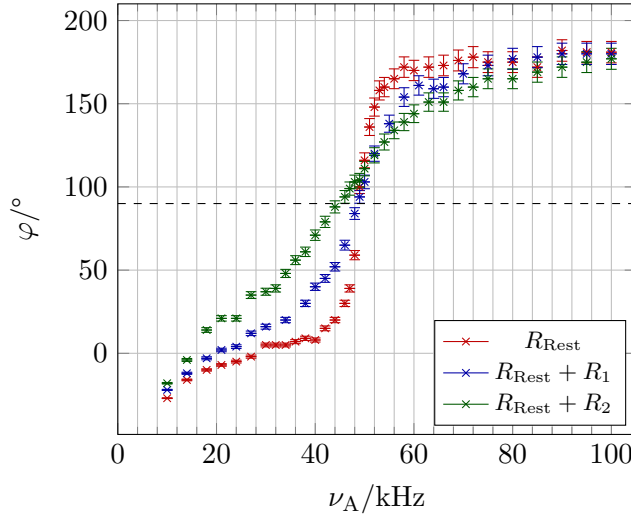


Abbildung 3: Verlauf der Phasendifferenzen aller verwendeten Widerstände

Wir erhalten mit Gleichung (2) und  $R = R_L$  die Kapazität des Kondensators den Bestwert 11,17 nF. Den Fehler berechnen wir aus

$$s_C = \sqrt{\left(\frac{1}{L^2\omega_0^2}s_L\right)^2 + \left(\frac{2\omega_0}{L\omega_0^2}s_{\omega_0}\right)^2}. \quad (19)$$

Wir schätzen den Fehler auf die Induktivität der Spule dabei mit  $s_L = 10 \mu\text{H}$  ab, da wir zu Beginn des Versuchs beim Nachmessen der ohmschen Widerstände festgestellt haben, dass die Beschriftung der ohmschen Widerstände mit relativ großen Fehlern behaftet ist; z.B. haben wir für  $R_2$  einen Widerstand von  $149 \Omega$  gemessen, obwohl dieser mit einem Wert von  $149 \Omega$  beschriftet war. Deswegen gehen wir davon aus, dass sich auch der Fehler auf die auf der Spule angegebene Induktivität in derselben Größenordnung befindet. Wir erhalten damit  $s_C = 0,18 \text{ nF}$  und damit für den Kondensator den Wert

$$C = (11,17 \pm 0,18) \text{ nF}. \quad (20)$$

## 5.2 Berechnung der drei verwendeten Widerstände

Wir können die Werte der drei verwendeten Widerstände aus dem Maximum des Verhältnisses  $I_0/U_{a,0}$  mit dem ohmschen Gesetz Gleichung (5) berech-

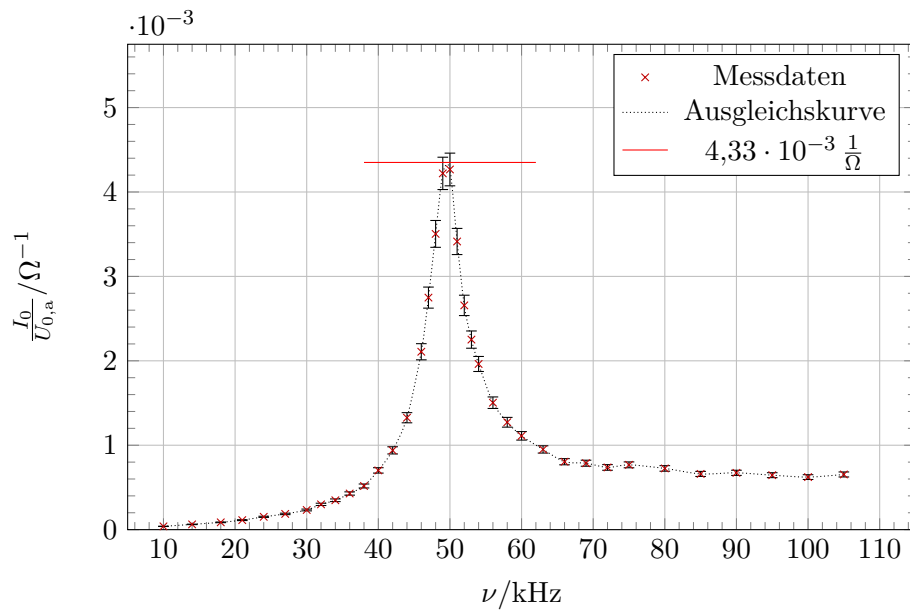


Abbildung 4: Verlauf des Stromstärken-Spannungsverhältnisses für den Widerstand  $R = R_{\text{Rest}} = R_L$

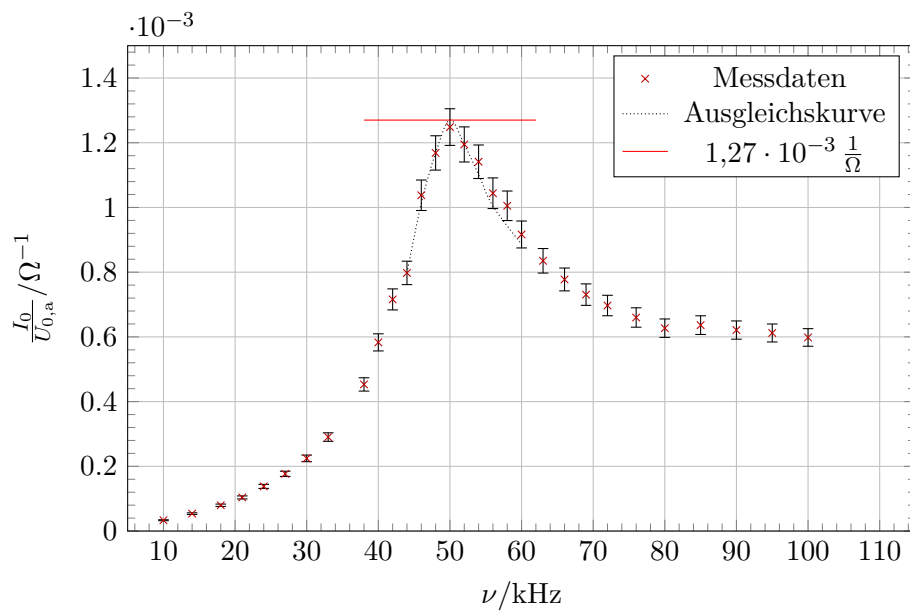


Abbildung 5: Verlauf des Stromstärken-Spannungsverhältnisses für den Widerstand  $R = R_1$

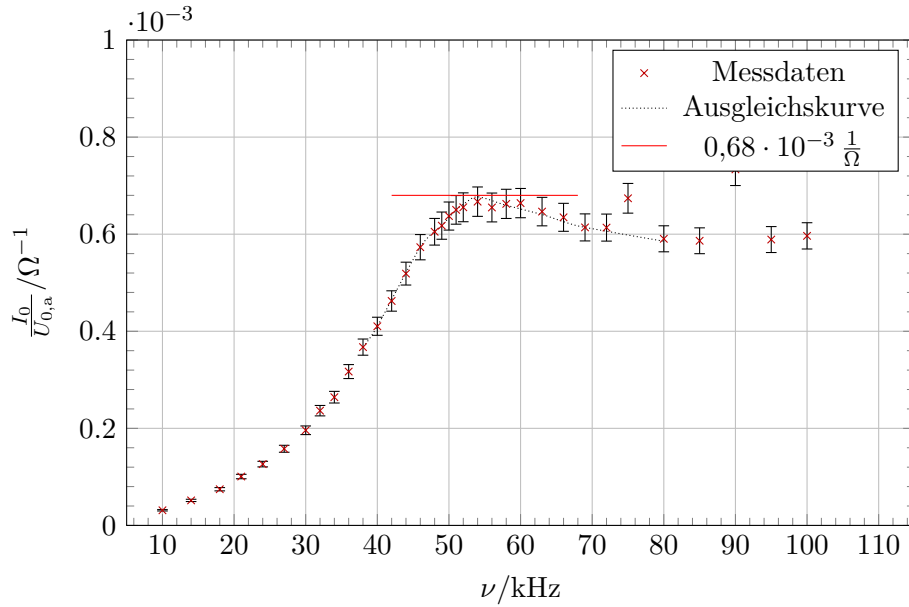


Abbildung 6: Verlauf des Stromstärken-Spannungsverhältnisses für den Widerstand  $R = R_2$

nen, weil beim Maximum die Impedanzen alle imaginär sind und  $\omega = \omega_0$  ist. Den Wert des Maximums haben wir aus Abb. 4 bis 6 abgelesen und aufrund von Ablesungenauigkeiten und der Fehler auf die in die Berechnung von

$$\frac{I_0}{U_{a,0}} = \omega C \frac{U_{C,0}}{U_{a,0}} \quad (21)$$

mit eingeflossenen Größen abgeschätzt. Das ergibt:

$$\begin{aligned} R_L^{-1} &= (4,33 \pm 0,20) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\Omega} \\ (R_1 + R_L)^{-1} &= (1,27 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\Omega} \\ (R_2 + R_L)^{-1} &= (0,68 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\Omega}. \end{aligned} \quad (22)$$

Die Widerstände erhalten wir einfach durch Bildung des jeweiligen Kehrwerts:

$$\begin{aligned} R_L &= (230,95 \pm 10,67) \Omega \\ R_1 + R_L &= (787,40 \pm 31,00) \Omega \\ R_2 + R_L &= (1470,59 \pm 108,13) \Omega. \end{aligned} \quad (23)$$

Die Unsicherheiten auf diese Werte lassen sich mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung folgendermaßen berechnen:

$$s_{\frac{I_0}{U_{a,0}}} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial C} \left[\frac{I_0}{U_{a,0}}\right] s_C\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial U_{C,0}} \left[\frac{I_0}{U_{a,0}}\right] s_{U_{C,0}}\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial U_{a,0}} \left[\frac{I_0}{U_{a,0}}\right] s_{U_{a,0}}\right)^2} \quad (24)$$

Von den Widerstandswerten können wir durch Subtraktion des Restwiderstands die Einzelwiderstandswerte berechnen:

$$R_1 = (556,45 \pm 32,78) \frac{1}{\Omega} \quad (25)$$

$$R_2 = (1239,64 \pm 108,66) \frac{1}{\Omega}.$$

Auch hier kamen die Unsicherheiten mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung zustande:

$$s_{R_1} = \sqrt{s_{R_L}^2 + s_{R_1+R_L}^2}, s_{R_2} = \sqrt{s_{R_L}^2 + s_{R_2+R_L}^2}. \quad (26)$$

### 5.3 Bestimmung der Resonanzfrequenzen

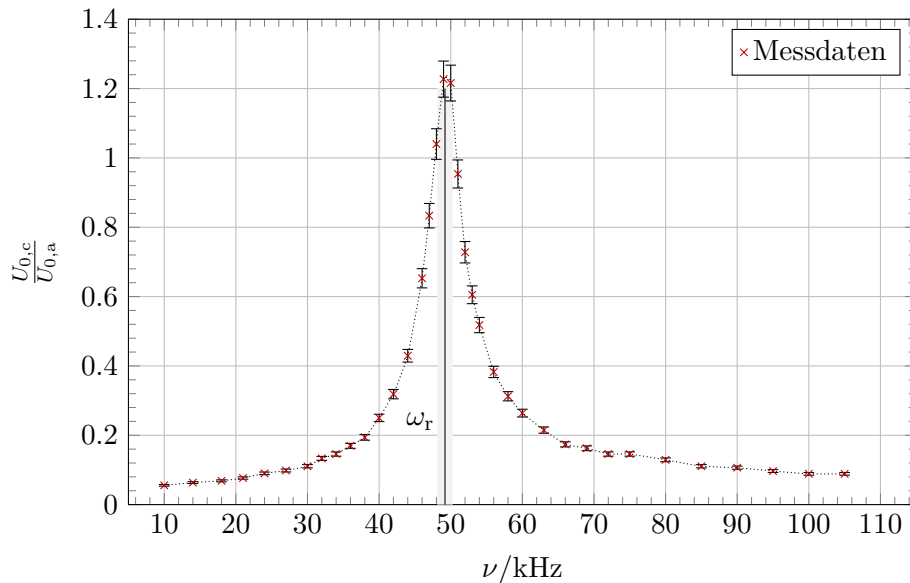


Abbildung 7: Resonanzkurve  $U_{C,0}/U_{a,0}$  in Abhängigkeit von der Frequenz  $\nu$  bei einem Widerstand von  $R = R_{\text{Rest}}$ .

Aus den Diagrammen in Abbildungen 7 bis 9 können wir das Verhältnis der Kondensator- zur Eingangsspannung ablesen. Daraus können wir bei den

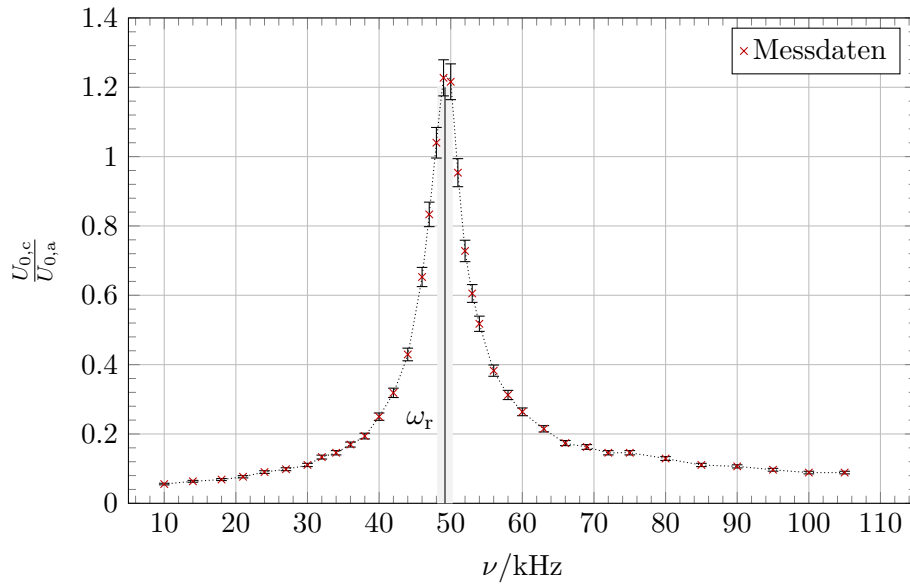


Abbildung 8: Resonanzkurve  $U_{C,0}/U_{a,0}$  in Abhängigkeit von der Frequenz  $\nu$  bei einem Widerstand von  $R = R_1$ .

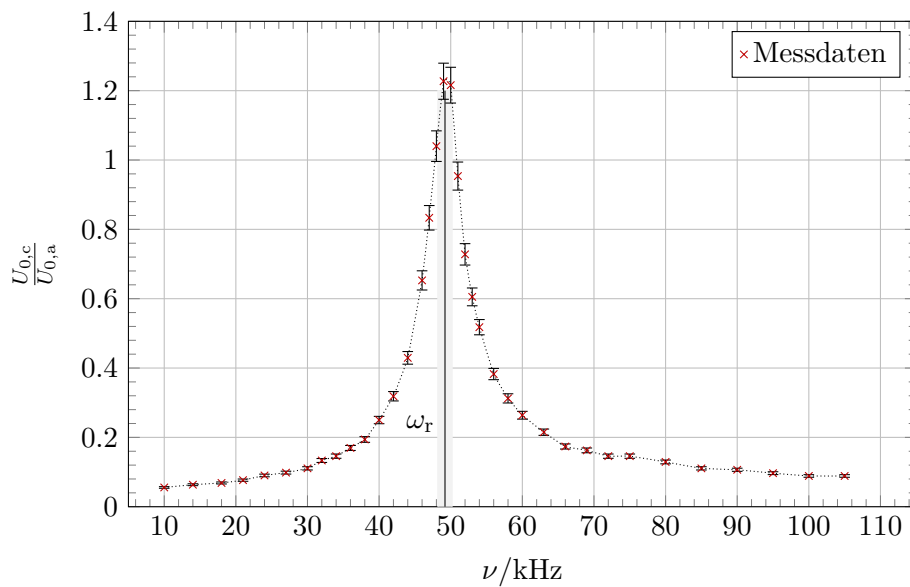


Abbildung 9: Resonanzkurve  $U_{C,0}/U_{a,0}$  in Abhängigkeit von der Frequenz  $\nu$  bei einem Widerstand von  $R = R_2$ .

jeweiligen Maxima die Resonanzfrequenzen

$$\begin{aligned}\nu_L &= (49,2 \pm 0,3) \text{ kHz} \\ \nu_1 &= (49,0 \pm 0,5) \text{ kHz} \\ \nu_2 &= (48,8 \pm 0,5) \text{ kHz}\end{aligned}\tag{27}$$

ablesen. Die Fehler auf die Werte haben wir abgeschätzt und sind im zugehörigen Diagramm mit einem grauen Balken gekennzeichnet. Dabei sind in unsere Überlegungen die Ableseungenauigkeit aus dem Diagramm und die Fehler auf die Spannungsmessung mit eingeflossen. Den Fehler bei der Bestimmung von  $\nu_L$  haben wir etwas geringer abgeschätzt als die anderen beiden, weil wir uns hier den Wert der Frequenz besser aus dem Diagramm ablesen konnten.

#### 5.4 Berechnung der Resonanzfrequenzen und deren Verschiebungen gegenüber dem ungedämpften Fall

Wir können aus  $\omega_0 = 2\pi \cdot (48,8 \pm 0,3) \text{ kHz}$ , Gleichung (7) und den direkt gemessenen Werten der drei Widerstände die jeweiligen Resonanzfrequenzen berechnen. Wir erhalten die Werte:

$$\begin{aligned}\nu_{L,b} &= (48,8 \pm 0,3) \text{ kHz} \\ \nu_{1,b} &= (48,2 \pm 0,3) \text{ kHz} \\ \nu_{2,b} &= (44,7 \pm 0,3) \text{ kHz}.\end{aligned}\tag{28}$$

Dabei haben wir die Fehler über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung mit den partiellen Ableitungen nach den einzelnen Komponenten mit Gleichung (7) berechnet.

## 6 Diskussion

### 6.1 Bestimmung der Eigenfrequenz und der Kapazität des Kondensators

Aus unseren Messwerten erhielten wir die Eigenfrequenz

$$\nu_0 = (48,8 \pm 0,3) \text{ kHz}.\tag{29}$$

Und daraus konnten wir die Kapazität

$$C = (11,17 \pm 0,18) \text{ nF}\tag{30}$$

berechnen. Der Fehler dieser Kapazität hat sich bei uns in der Auswertung aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung mit dem abgeschätzten Fehler auf die Induktivität der Spule (abgeschätzt auf Grundlage der Abweichungen der mit dem DMM gemessenen ohmschen Widerstände von den Werten mit

denen die Widerstände beschriftet waren) und dem Fehler auf die Eigenfrequenz ergeben. Den Fehler der Eigenfrequenz haben wir ebenfalls abgeschätzt. Dabei flossen in unsere Überlegungen Ableseungenauigkeiten beim Ablesen der Eigenfrequenz aus dem Phasendiagramm und die schon mit Fehlern behafteten Messwerte ein. Beschriftet war der Kondensator mit der Kapazität

$$C = 11,11 \text{ nF}. \quad (31)$$

Dieser Wert stimmt innerhalb der  $1\sigma$ -Umgebung gut mit unserem berechneten Wert und dem abgeschätzten Fehler überein.

## 6.2 Berechnung der drei verwendeten Widerstände

Aus dem Amplitudenverhältnis der Spannungen sind wir auf die berechneten Werte für die Widerstände

$$\begin{aligned} R_{L,b} &= (230,95 \pm 10,67) \Omega, \\ R_{1,b} &= (787,40 \pm 31,00) \frac{1}{\Omega}, \\ R_{2,b} &= (1470,59 \pm 108,13) \frac{1}{\Omega} \end{aligned} \quad (32)$$

gekommen. Direkt gemessen haben wir die Werte

$$\begin{aligned} R_L &= (16,3 \pm 0,4) \Omega, \\ R_1 &= (50,5 \pm 0,7) \Omega, \\ R_2 &= (149,0 \pm 0,5) \Omega. \end{aligned} \quad (33)$$

Schon allein an den Bestwerten sehen wir, dass es unwahrscheinlich ist, dass die beiden verschiedenen Messungen zueinander konsistent sind. Ein Blick auf die Unsicherheiten bestätigen diesen Trend: Betrachten wir beispielsweise den ersten Widerstand  $R_1$ , so liegt der mit dem Digitalmultimeter gemessene Wert 23,76 Standardabweichungen bezüglich des berechneten Wertes unter ebendiesem. Anders herum liegt der berechnete Wert 1052,14 Standardabweichungen vom per Digitalmultimeter bestimmten Wert. Diese Art von Abweichungen sind nicht durch eine rein statistische Unsicherheit erklärbar. Um die graphische Bestimmung als mögliche Fehlerquelle in Erwägung zu ziehen, überlegen wir uns, wie eine Resonanzkurve mit  $R = 230,95 \Omega$  aussehen könnte. Der theoretische Verlauf ist laut der Versuchsbeschreibung [1] durch

$$\frac{I_0(\omega)}{U_{a,0}(\omega)} = \frac{\omega}{\sqrt{L^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + R^2\omega^2}} \quad (34)$$

beschrieben. Dieser Verlauf ist für den über graphische Auswertung bestimmten Restwiderstand in Abbildung 10 gegeben. Wie man leicht sieht, stimmen die Verläufe ausschließlich im Maximum (und in evtl. in fernen

Ausläufern) überein. Das Maximum wurde also graphisch viel zu gering eingeschätzt. Vernachlässigen wir alle Innenwiderstände<sup>1</sup>, so ist das theoretisch abzuschätzende Maximum in Abbildung 11 eingetragen.

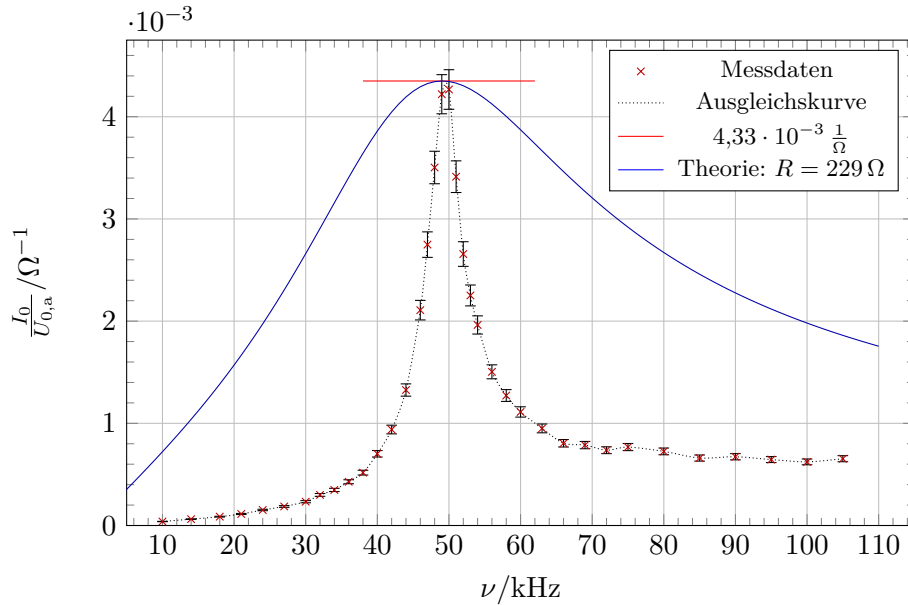


Abbildung 10: Erwarteter Verlauf mit  $R = 230,95 \Omega$  und den in der Auswertung bestimmten Kapazität  $C$  und gegebener Induktivität  $L$ .

Damit ist an unserer Herangehensweise vermutlich die Platzierung der Messpunkte, i. e. die Auswahl an Frequenzen Hauptquelle der Diskrepanz zwischen Theorie und Messwerte. Eventuell wurde an dieser Stelle die Anleitung, die einen Frequenzabstand von ca.  $< 2 \text{ kHz}$  für eine Resonanzfrequenz von  $158 \text{ kHz}$  vorschlägt, falsch auf unsere Resonanzfrequenz von ca.  $48,8 \text{ kHz}$  angepasst, da für geringere Resonanzfrequenzen die Flanken der Kurve schmaler werden und die Details der Kurve auf einen sehr geringen Frequenzbereich beschränkt werden. Die Durchführung des Versuchs sollte daher idealerweise mit einem Schwingkreis mit höherer Resonanzfrequenz durchgeführt werden, da auch mit einem digitalen Frequenzgenerator die exakte Einstellung der Erregerfrequenz in diesem Bereich ungenau werden könnte. Auf jeden Fall sollte bei einer weiteren Durchführung die Position der Flanken im Vorhinein analysiert werden, sodass die Frequenzwerte wirkungsvoller ausgewählt werden können.

Auch wäre eine andere Form der Auswertung möglich: Anstatt den Widerstand graphisch auszulesen, wäre eine Anpassung über die Methode kleinster Quadrate bwpw. gut denkbar und mit geringem numerischem Aufwand

<sup>1</sup>Dies ist eine starke Idealisierung, aber vermutlich näher am tatsächlichen Restwiderstand als  $230,95 \Omega$ .



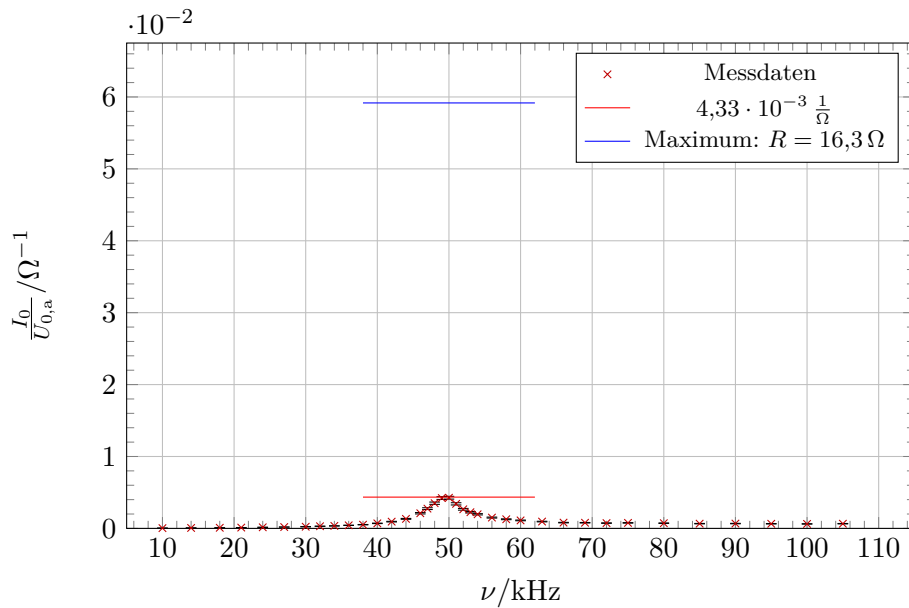


Abbildung 11: Messwerte für das Amplitudenverhältnis bei Vernachlässigung sämtlicher Innenwiderstände.

verbunden, da die Kurvenform nach Gleichung (34) bekannt ist. Eventuell müsste man noch einen Offset aufgrund von Eichfehlern in die Rechnung miteinbeziehen.

### 6.3 Bestimmung der Resonanzfrequenzen

Aus den Diagrammen (siehe Abb. 4 bis 6) konnten wir die Resonanzfrequenzen

$$\begin{aligned} \nu_L &= (49,2 \pm 1,0) \text{ kHz} \\ \nu_1 &= (49,0 \pm 1,0) \text{ kHz} \\ \nu_2 &= (48,8 \pm 1,0) \text{ kHz} \end{aligned} \quad (35)$$

ablesen. Obwohl die Bestwerte der Resonanzfrequenzen zwar mit zunehmendem Schwingkreiswiderstand abnehmen, was wir bei einer zunehmenden Dämpfung erwarten, liegen die Fluktuationen alle innerhalb der Standardunsicherheiten der Messwerte, weswegen wir die Abnahme der Resonanzfrequenz dahingehend vorerst nicht bestätigen können. Möglicherweise wurde beim graphischen Ablesen die Unsicherheit zu hoch eingeschätzt.

#### 6.4 Berechnung der Resonanzfrequenzen und deren Verschiebungen gegenüber dem ungedämpften Fall

Die Berechnung der Resonanzfrequenzen ergab:

$$\begin{aligned}\nu_{L,b} &= (48,8 \pm 0,3) \text{ kHz} \\ \nu_{1,b} &= (48,2 \pm 0,3) \text{ kHz} \\ \nu_{2,b} &= (44,7 \pm 0,3) \text{ kHz}.\end{aligned}\tag{36}$$

Man erkennt wieder, dass mit zunehmendem Widerstand die Verschiebung gegenüber dem ungedämpften Fall  $R_L$  zunimmt. Die Resonanzfrequenz nimmt nämlich mit zunehmender Dämpfung ab. Dies erkennt man aus dem Zusammenhang in Gleichung (7). Vergleicht man die berechneten Werte der Resonanzfrequenzen mit den im vorherigen Teil aus dem Diagramm (siehe Abb. 3) bestimmten Resonanzfrequenzen, fällt einerseits auf, dass alle abgelesenen Werte systematisch höher sind als die berechneten Resonanzfrequenzen. Der Grund dafür ist vor allem der systematische Fehler, der sich aus den Eichtoleranzen der Messgeräte zur Spannungs- und Widerstandsmessung ergibt. Andererseits kann man auch erkennen, dass die Abweichungen der berechneten Werte vom ungedämpften Fall deutlich größer als diese Abweichung bei den abgelesenen Werten sind. Im Rahmen der Unsicherheiten stimmen die Resonanzfrequenzen für die beiden zuerst gemessenen Fälle überein. Im letzten Fall mit dem Widerstand  $R_2$  jedoch nicht. Dies lässt sich auf statistische Unsicherheiten, wie Fluktuationen in der Spannungsanzeige des Oszilloskops und dessen Divisionsfehler zurückführen. Außerdem konnten wir, obwohl wir absichtlich viele Messpunkte aufgenommen haben, die Resonanzfrequenz aus den von uns gezeichneten Diagrammen nur sehr ungenau ablesen.



## A Anhang

### A.1 Messwerte

$f$ in kHz	$U_{a,0}$ in V	$U_{C,0}$ in V	$f$ in kHz	$\varphi$ in $^\circ$
10	$5,04 \pm 0,15$	$0,28 \pm 0,01$	10	$-27 \pm 1$
14	$5,04 \pm 0,15$	$0,32 \pm 0,01$	14	$-16 \pm 1$
18	$4,96 \pm 0,15$	$0,34 \pm 0,01$	18	$-10 \pm 1$
21	$4,96 \pm 0,15$	$0,38 \pm 0,01$	21	$-7 \pm 1$
24	$4,88 \pm 0,15$	$0,44 \pm 0,01$	24	$-5 \pm 1$
27	$4,88 \pm 0,15$	$0,48 \pm 0,01$	27	$-2 \pm 1$
30	$4,88 \pm 0,15$	$0,54 \pm 0,02$	30	$5 \pm 1$
32	$4,80 \pm 0,14$	$0,64 \pm 0,02$	32	$5 \pm 1$
34	$4,80 \pm 0,14$	$0,70 \pm 0,02$	34	$5 \pm 1$
36	$4,72 \pm 0,14$	$0,80 \pm 0,02$	36	$7 \pm 1$
38	$4,64 \pm 0,14$	$0,90 \pm 0,03$	38	$9 \pm 1$
40	$4,40 \pm 0,13$	$1,10 \pm 0,03$	40	$8 \pm 1$
42	$4,08 \pm 0,12$	$1,30 \pm 0,04$	42	$15 \pm 1$
44	$3,68 \pm 0,11$	$1,58 \pm 0,05$	44	$20 \pm 2$
46	$2,88 \pm 0,09$	$1,88 \pm 0,06$	46	$-330 \pm 9$
47	$2,40 \pm 0,07$	$2,00 \pm 0,06$	47	$39 \pm 2$
48	$2,00 \pm 0,06$	$2,08 \pm 0,06$	48	$59 \pm 3$
49	$1,76 \pm 0,05$	$2,16 \pm 0,06$	49	$100 \pm 4$
50	$1,76 \pm 0,05$	$2,14 \pm 0,06$	50	$116 \pm 4$
51	$2,16 \pm 0,06$	$2,06 \pm 0,06$	51	$136 \pm 5$
52	$2,72 \pm 0,08$	$1,98 \pm 0,06$	52	$148 \pm 5$
53	$3,04 \pm 0,09$	$1,84 \pm 0,06$	53	$158 \pm 6$
54	$3,36 \pm 0,10$	$1,74 \pm 0,05$	54	$160 \pm 6$
56	$3,92 \pm 0,12$	$1,50 \pm 0,04$	56	$165 \pm 6$
58	$4,16 \pm 0,12$	$1,30 \pm 0,04$	58	$-188 \pm 5$
60	$4,32 \pm 0,13$	$1,14 \pm 0,03$	60	$-190 \pm 5$
63	$4,56 \pm 0,14$	$0,98 \pm 0,03$	63	$172 \pm 6$
66	$4,72 \pm 0,14$	$0,82 \pm 0,02$	66	$173 \pm 6$
69	$4,80 \pm 0,14$	$0,78 \pm 0,02$	69	$176 \pm 6$
72	$4,80 \pm 0,14$	$0,70 \pm 0,02$	72	$-182 \pm 4$
75	$4,80 \pm 0,14$	$0,70 \pm 0,02$	75	$175 \pm 6$
80	$4,80 \pm 0,14$	$0,62 \pm 0,02$	80	$175 \pm 6$
85	$4,88 \pm 0,15$	$0,54 \pm 0,02$	85	$-188 \pm 5$
90	$4,88 \pm 0,15$	$0,52 \pm 0,02$	90	$-178 \pm 4$
95	$4,96 \pm 0,15$	$0,48 \pm 0,01$	95	$-179 \pm 4$
100	$4,96 \pm 0,15$	$0,44 \pm 0,01$	100	$-179 \pm 4$
105	$4,96 \pm 0,15$	$0,44 \pm 0,01$		

Tabelle 1: Messreihen für Spannungsamplituden und Phasendifferenzen bei einem Widerstand von  $R = R_L$

$f$ in kHz	$U_{a,0}$ in V	$U_{C,0}$ in V	$f$ in kHz	$\varphi$ in $^\circ$
10	$5,04 \pm 0,15$	$0,24 \pm 0,01$	10	$-22 \pm 1$
14	$4,96 \pm 0,15$	$0,27 \pm 0,01$	14	$-12 \pm 1$
18	$4,88 \pm 0,15$	$0,31 \pm 0,01$	18	$-3 \pm 1$
21	$4,88 \pm 0,15$	$0,34 \pm 0,01$	21	$2 \pm 1$
24	$4,88 \pm 0,15$	$0,40 \pm 0,01$	24	$4 \pm 1$
27	$4,80 \pm 0,14$	$0,45 \pm 0,01$	27	$12 \pm 1$
30	$4,80 \pm 0,14$	$0,51 \pm 0,02$	30	$16 \pm 1$
33	$4,72 \pm 0,14$	$0,59 \pm 0,02$	32	$-340 \pm 9$
38	$4,32 \pm 0,13$	$0,73 \pm 0,02$	34	$30 \pm 2$
40	$4,16 \pm 0,12$	$0,86 \pm 0,03$	36	$40 \pm 2$
42	$3,92 \pm 0,12$	$0,95 \pm 0,03$	38	$45 \pm 2$
44	$3,84 \pm 0,12$	$0,99 \pm 0,03$	40	$52 \pm 3$
46	$3,36 \pm 0,10$	$1,08 \pm 0,03$	42	$-295 \pm 8$
48	$3,20 \pm 0,10$	$1,11 \pm 0,03$	44	$84 \pm 4$
50	$3,12 \pm 0,09$	$1,11 \pm 0,03$	46	$103 \pm 4$
52	$3,36 \pm 0,10$	$1,10 \pm 0,03$	47	$94 \pm 4$
54	$3,52 \pm 0,11$	$1,06 \pm 0,03$	48	$120 \pm 5$
56	$3,84 \pm 0,12$	$1,02 \pm 0,03$	49	$138 \pm 5$
58	$3,92 \pm 0,12$	$0,97 \pm 0,03$	50	$-206 \pm 5$
60	$4,08 \pm 0,12$	$0,89 \pm 0,03$	52	$-199 \pm 5$
63	$4,32 \pm 0,13$	$0,82 \pm 0,02$	54	$159 \pm 6$
66	$4,48 \pm 0,13$	$0,75 \pm 0,02$	56	$160 \pm 6$
69	$4,56 \pm 0,14$	$0,69 \pm 0,02$	58	$-192 \pm 5$
72	$4,64 \pm 0,14$	$0,64 \pm 0,02$	60	$173 \pm 6$
76	$4,72 \pm 0,14$	$0,58 \pm 0,02$	63	$-183 \pm 4$
80	$4,80 \pm 0,14$	$0,54 \pm 0,02$	66	$178 \pm 6$
85	$4,80 \pm 0,14$	$0,51 \pm 0,02$	69	$-180 \pm 4$
90	$4,80 \pm 0,14$	$0,47 \pm 0,01$	72	$180 \pm 6$
95	$4,88 \pm 0,15$	$0,45 \pm 0,01$	75	$180 \pm 6$
100	$4,88 \pm 0,15$	$0,42 \pm 0,01$		

Tabelle 2: Messreihen für Spannungsamplituden und Phasendifferenzen bei einem Widerstand von  $R = R_1$

$f$ in kHz	$U_{a,0}$ in V	$U_{C,0}$ in V	$f$ in kHz	$\varphi$ in $^\circ$
14	$4,88 \pm 0,15$	$0,26 \pm 0,01$	10	$-18 \pm 1$
18	$4,88 \pm 0,15$	$0,29 \pm 0,01$	14	$-4 \pm 1$
21	$4,80 \pm 0,14$	$0,33 \pm 0,01$	18	$14 \pm 1$
24	$4,80 \pm 0,14$	$0,36 \pm 0,01$	21	$21 \pm 2$
27	$4,80 \pm 0,14$	$0,40 \pm 0,01$	24	$-339 \pm 9$
30	$4,64 \pm 0,14$	$0,43 \pm 0,01$	27	$35 \pm 2$
32	$4,56 \pm 0,14$	$0,48 \pm 0,01$	30	$37 \pm 2$
34	$4,48 \pm 0,13$	$0,50 \pm 0,01$	34	$39 \pm 2$
36	$4,40 \pm 0,13$	$0,55 \pm 0,02$	38	$-312 \pm 8$
38	$4,24 \pm 0,13$	$0,58 \pm 0,02$	40	$56 \pm 3$
40	$4,16 \pm 0,12$	$0,61 \pm 0,02$	42	$61 \pm 3$
42	$4,08 \pm 0,12$	$0,64 \pm 0,02$	44	$71 \pm 3$
44	$4,00 \pm 0,12$	$0,67 \pm 0,02$	46	$79 \pm 3$
46	$3,92 \pm 0,12$	$0,70 \pm 0,02$	48	$88 \pm 4$
48	$3,92 \pm 0,12$	$0,70 \pm 0,02$	50	$-266 \pm 7$
49	$3,92 \pm 0,12$	$0,70 \pm 0,02$	49	$-261 \pm 7$
50	$3,92 \pm 0,12$	$0,71 \pm 0,02$	52	$103 \pm 4$
51	$3,92 \pm 0,12$	$0,71 \pm 0,02$	55	$104 \pm 4$
52	$3,92 \pm 0,12$	$0,70 \pm 0,02$	58	$111 \pm 4$
54	$4,00 \pm 0,12$	$0,70 \pm 0,02$	61	$119 \pm 5$
56	$4,08 \pm 0,12$	$0,68 \pm 0,02$	64	$127 \pm 5$
58	$4,08 \pm 0,12$	$0,66 \pm 0,02$	66	$-226 \pm 6$
60	$4,16 \pm 0,12$	$0,66 \pm 0,02$	70	$-221 \pm 6$
63	$4,24 \pm 0,13$	$0,62 \pm 0,02$	75	$144 \pm 5$
66	$4,32 \pm 0,13$	$0,59 \pm 0,02$	80	$151 \pm 6$
69	$4,48 \pm 0,13$	$0,57 \pm 0,02$	85	$151 \pm 6$
72	$4,48 \pm 0,13$	$0,54 \pm 0,02$	90	$-202 \pm 5$
75	$4,28 \pm 0,13$	$0,55 \pm 0,02$	95	$160 \pm 6$
80	$4,64 \pm 0,14$	$0,49 \pm 0,01$	100	$165 \pm 6$
85	$4,72 \pm 0,14$	$0,46 \pm 0,01$		
90	$3,72 \pm 0,11$	$0,43 \pm 0,01$		
95	$4,80 \pm 0,14$	$0,42 \pm 0,01$		
100	$4,80 \pm 0,14$	$0,41 \pm 0,01$		

Tabelle 3: Messreihen für Spannungsamplituden und Phasendifferenzen bei einem Widerstand von  $R = R_2$

A.2 Laborheft

Versuch 53: erzwungene elektrische Schwingungen 11.03.19

A.)  $R_1 = 50,5 \Omega$  (50  $\Omega$  steht drauf) 200  
 $R_2 = 149,0 \Omega$  (100  $\Omega$ ) 200 0,8% Messwert  
 $R_{Spule} = 16,3 \Omega$  200  
 $L = 952 \mu H$

B.)  $C = 11,11 nF$

C.) Lage Resonanz  $U_c = 1,70 V$  bei  $40,15 kHz$

$f [kHz]$	$U_c [V]$	$U_c(t)$	div [V]	$U_c(t)$	div [mV]	OSZ:
4,97	4,20		2V	180	500 mV	+4% bei 2mV/div +3% sonst
9,35	4,20		2V	220		
13,77	4,20			220		
18,31	4,08			280		
22,24	4,08			320		
24,15	4,08			380		
26,56	4,08			380		
28,63	4,08			440		
30,78	4,08			480		
33,64	4,08			540		
35,20	3,92			620		
37,82	3,76			760		
39,69	3,76			860		
40,17	3,68			920		
41,60	3,52			1,00	[V]	
42,71	3,36			1,14		
43,90	3,04			1,26		
45,49	2,56			1,44		
46,07	2,32			1,52		
48,92	1,44			1,72		
49,42	1,36			1,72		
50,02	1,52			1,70		
51,26	1,84			1,62		
52,46	2,32			1,54		
53,86	2,80			1,40		
55,41	3,12			1,30		
57,57	3,44			1,08		
60,04	3,68			940		
61,82	3,76			840		
64,12	3,84			740		
68,07	3,92			660		
70,08	4,00			620		

$f [kHz]$	$\varphi (^{\circ})$	div [ms]
21,46	-5,870	10,045
26,93	1,5	+0,043
30,01	1,98	
32,86	5,92	
34,05	6,9	
37,13	12,50	
41,13	15,5	
42,25	20,9	
43,71	25,2	
43,7	17,5	
45,45	25,2	
46,65	36,37	
47,35	43,7	
50,59	128	49,59/
51,03	134,7	107,3
51,42	136,6	
53,85	158,2	
56,35	162,3	
58,85	163,5	
60,60	-188,1	
62,05	-185,2	
66,33	-167,9	
70,95	-182,9	
72,38	180,1	
81,61	180,5	
89,80	-179,1	

$U_c [V]$	$f [kHz]$	div [ms]
61,88	4,08	480
85,00	4,08	400
91,77	4,08	400
99,91	4,08	380
114,00	4,08	340
122,00	4,08	320
132,00	4,08	300
141,13	4,08	300





alle spannungen positiv zu Peak

R-Kurve-Zustandsstand

F	W(L) [N]	W(L) [N]	F	y
10	5,04	2,80	10	-0,2
14	5,04	2,80	14	-1,6
18	4,96	3,00	18	-1,0
21	4,96	3,80	21	-7
24	4,88	4,00	24	-7
27	4,88	4,80	27	-3,2
30	4,88	5,00	30	-3,2
32	4,80	6,40	32	5
34	4,80	7,00	34	5
36	4,72	8,00	36	5
38	4,64	9,00	38	5
40	4,40	11,10	40	5
42	4,08	11,30	42	15
44	3,68	11,58	44	20
46	2,88	11,88	46	-3,0
47	2,40	2,00	47	-3,9
48	2,00	2,16	48	5,9
49	2,00	2,16	49	100
50	1,76	2,14	50	100
51	1,76	2,06	51	13,6
52	2,32	1,98	52	13,6
53	2,04	1,84	53	15,8
54	3,36	1,24	54	16,0
56	3,92	1,50	56	15
58	4,16	1,30	58	18
60	4,32	1,14	60	-1,90
63	4,56	0,80	63	122
66	4,72	8,20	66	133
69	4,80	7,80	69	135
72	4,180	7,00	72	182
			75	125

W(L) [N]	W(L) [N]	div	div
5,04	2,80	2V	10,45
5,04	2,80		19,5
4,96	3,00		18,8
4,96	3,80		12,8
4,88	4,00		12,8
4,88	4,80		12,8
4,88	5,00		12,8
4,80	6,40		10,45
4,80	7,00		10,45
4,72	8,00		10,45
4,64	9,00		10,45
4,40	11,10		10,45
4,08	11,30		10,45
3,68	11,58		10,45
2,88	11,88		10,45
2,40	2,00		10,45
2,00	2,16		10,45
2,00	2,16		10,45
1,76	2,14		10,45
1,76	2,06		10,45
2,32	1,98		10,45
2,04	1,84		10,45
3,36	1,24		10,45
3,92	1,50		10,45
4,16	1,30		10,45
4,32	1,14		10,45
4,56	0,80		10,45
4,72	8,20		10,45
4,80	7,80		10,45
4,180	7,00		10,45

11.03.2019  
J. Winter

F (kN)  
10 -0,2  
14 -1,6  
18 -1,0  
21 -7  
24 -7  
27 -3,2  
30 -3,2  
32 5  
34 5  
36 5  
38 5  
40 5  
42 15  
44 20  
46 -3,0  
47 -3,9  
48 5,9  
49 100  
50 100  
51 13,6  
52 13,6  
53 15,8  
54 16,0  
56 15  
58 18  
60 -1,90  
63 122  
66 133  
69 135  
72 182  
75 125

**Literatur**

- [1] o.V.: *Versuchsanleitungen zum Physikkabor für Anfänger\*innen, Teil 2.*  
2019