# Inhaltsverzeichnis

1	Ziele des Versuchs		
<b>2</b>	Aufbau und Durchführung		
3	Auswertung und Fehleranalyse	4	
	3.1 Reaktion auf Spannungssprünge	4	
	3.2 Messung des Frequenzgangs für einen Hochpassfilter erster Ordnung	8	
	3.3 Messung des Frequenzgangs für einen Hochpassfilter zweiter Ordnung	11	
	3.3.1 Herleitung der theoretisch erwarteten Zusammenhänge	12	
	3.3.2 Vergleich mit den Messergebnissen	13	
4	Diskussion der Ergebnisse	16	
	4.1 Angabe und Diskussion der Endergebnisse	16	
	4.2 Diskussion der verwendeten Messmethoden	18	
	4.3 Verbesserte Messmethoden	20	
$\mathbf{A}$	Anhang	<b>21</b>	
	Abbildungsverzeichnis	21	
	Tabellenverzeichnis	21	
	Literaturverzeichnis	21	
	A.1 Messprotokoll	22	

## 1 Ziele des Versuchs

In diesem Versuch werden Hoch- und Tiefpassfilter untersucht. Zunächst wird analysiert, wie sich verschiedene Frequenzfilter erster Ordnung bei angelegter Rechteckspannung verhalten. Danach werden Amplituden- und Phasenverhältnis der Ein- und Ausgangsspannung an einem Frequenzfilter erster Ordnung bei verschiedenen Frequenzen untersucht. Zuletzt werden die selben Untersuchungen für einen Frequenzfilter zweiter Ordnung durchgeführt.

## 2 Aufbau und Durchführung

Um die verschiedenen Frequenzfilter aufzubauen, standen unterschiedliche Widerstände, Kondensatoren und Spulen zur Verfügung. Das Auflöten auf der Bauteile auf die bereitgestellten Platinen erfolge mit Lötkolben, Lötzinn und dritter Hand.

Die Kontaktstellen für die Eingangsspannung der aufgebauten Frequenzfilter wurden jeweils mittels Abgreifklemmen und Koaxialkabel (Typ: RG-58) mit einem Funktionsgenerator (Modell: TTi TG 330) verbunden. Hierfür wurde der 50  $\Omega$ -Ausgang des Funktionsgenerators genutzt. Zunächst wurde derselbe Ausgang mit einem T-Stück und Koaxialkabel mit einem Digitaloszilloskop (Modell: LeCroy WaveAce 1001) verbunden, um die Eingangsspannung vor dem Frequenzfilter darzustellen. Testmessungen ergaben aber, dass eine angelegte Rechteckspannung durch diese Verschaltung eine starke Rückkopplung erfuhr. Das Bild der Eingangsspannung auf dem Oszilloskop war stark verzerrt. Daraufhin wurde der Versuchsaufbau modifiziert, indem die Eingangsspannung für die Frequenzfilter am 600  $\Omega$ -Ausgang, die Messung der Eingangsspannung am 50  $\Omega$ -Ausgang des Funktionsgenerators angeschlossen wurde. Inwiefern dieser Aufbau sinnvoll war, wird im Laufe der Auswertung und Diskussion aufgegriffen. An den Kontaktstellen für die Ausgangsspannung des Frequenzfilters wurden Tastköpfe (Typ: Hameg HZ 154) angebracht, die über ein weiteres Koaxialkabel in einen weiteren Kanal (CH2) des Oszilloskops führten. Über diesen Kanal wurde die jeweilige Ausgangsspannung hinter dem Frequenzfilter dargestellt.

Im ersten Versuchsteil wurden jeweils zwei Hochpassfilter (CR, RL) und zwei Tiefpassfilter (LR, RC) erster Ordnung aufgebaut. Die Schaltskizzen der aufgebauten Filter erster Ordnung sind in Abbildung 1 dargestellt.

Durch geschicktes Umgreifen der Spannungen war es möglich, den CR-Hochpass als RC-Tiefpass wiederzuverwenden, analog wurde mit der LR- beziehungsweise RL-Schaltung vorgegangen. Es genügte also, zwei Lötarbeiten anzufertigen. Der CR- und RC-Filter bestand aus einem Widerstand  $R_{\rm RC} = (1,8200 \pm 0,0182) \Omega$  und einem Kondensator mit Kapazität  $C = 1,0 \,\mu\text{F}$ . Der LR- und RL-Filter wurde mit einem Widerstand  $R_{\rm RL} = (47,500 \pm 0,475) \Omega$ und einer Spule mit Induktivität  $L = 10 \,\text{mH}$  aufgebaut. Da bei Kondensator und Spule keine Toleranzen angegeben waren, werden diese Werte als exakt angesehen. Die fertigen Frequenzfilter wurden jeweils wie beschrieben an den Versuchsaufbau angeschlossen.



**Abbildung 1:** Dargestellt sind die vier Schaltkreise der Frequenzfilter erster Ordnung. Es handelt sich dabei um einen CR- und einen RL-Hochpass (links), sowie um einen RC- und einen LR-Tiefpass (rechts). Die Grafik wurde [1] entnommen.

Die Frequenz der anzulegenden Rechteckspannung wurde so gewählt, dass sie deutlich kleiner war als eine Frequenz des Filters

$$f = \frac{1}{\tau} , \qquad (1)$$

die bis auf den Faktor  $\frac{1}{2\pi}$  der Grenzfrequenz entspricht. Die Zeitkonstante berechnet sich dabei über:

$$\tau_{\rm RC,CR} = RC$$

$$\tau_{\rm RL,LR} = \frac{L}{R} .$$
(2)

Die dargestellten Spannungsverläufe am Oszilloskop wurden gesichert. Mit deren Hilfe kann untersucht werden, wie sich die vorliegenden Frequenzfilter bei Spannungssprüngen verhalten.

Für den zweiten Versuchsteil wurde der bereits in Versuchsteil 1 verwendete RL-Hochpass weiter untersucht. Zunächst wurde mit dem Netzteil eine sinusförmige Spannung angelegt. Diese eignet sich besser als die Rechteckspannung bei Veränderung der Frequenz, da sie nicht aus einer Überlagerung vieler Frequenzen besteht. Über einen Frequenzbereich wurden Amplitude der Ein- und Ausgangsspannung  $U_{\rm e}$  beziehungsweise  $U_{\rm a}$  (Peak-to-Peak, die eigentliche Amplitude wäre der halbe Messwert) sowie deren Phasenverschiebung  $\phi$  gemessen. Die Messungen wurden dabei in einem möglichst großen Frequenzbereich um die Grenzfrequenz

$$f_{\rm G,RL} = \frac{R}{2\pi L} \tag{3}$$

durchgeführt. Die Messwerte konnten direkt am Oszilloskop abgelesen werden. Aus diesen Daten können Bode- und Nyquist-Diagramm aufgetragen und ausgewertet werden.

Im letzten Versuchsteil wurden die Messungen aus Teil 2 nochmals für einen Frequenzfilter 2. Ordnung durchgeführt. Der RL-Hochpass ist hierzu zuvor zu einem CRL-Hochpass erweitert worden. Hierzu ist vor den Widerstand ein Kondensator mit Kapazität C = 47 nF gelötet worden. Die resultierende Schaltung ist in Abbildung 2 dargestellt.



Abbildung 2: Dargestellt ist der Schaltkreis eines Frequenzfilters zweiter Ordnung. Es handelt sich dabei um einen CRL-Hochpass. Die Grafik wurde [1] entnommen.

Die Frequenzen wurden hierbei so gewählt, dass sie einen möglichst großen Frequenzbereich abdeckten um eine qualitativ vollständige Auswertung zu ermöglichen.

## 3 Auswertung und Fehleranalyse

### 3.1 Reaktion auf Spannungssprünge

In diesem Versuchsteil wird untersucht, wie sich die vier Hoch- beziehungsweise Tiefpässe 1. Ordnung bei Spannungssprüngen verhalten. Hierzu sollte jeweils die Frequenz deutlich kleiner gewählt werden, als sie mit Gleichung (1) berechnet wurde. Eine Einstellung dieser Art machte aber kein sinnvolles Messen möglich, deshalb wurden Frequenzen ausprobiert und solche gewählt, bei denen eine sinnvolle Messung möglich war. Die verwendeten Frequenzen und auch die ursprünglich berechneten sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Filter	f (Hz)	$(2\pi \cdot f_{\rm g})$ [Hz]
CR	113,5	87447,8
$\operatorname{RL}$	2078,3	756,0
RC	184,0	87447,8
LR	12403,1	756,0

**Tabelle 1:** Dargestellt sind die verwendeten Frequenzen f der einzelnen Hoch- und Tiefpässe sowie die zugehörigen Grenzfrequenzen  $f_{\rm g}$  multipliziert mit  $2\pi$ , die mit Gleichungen (1) und (2) berechnet wurden. Man erkennt, dass  $f \ll 2\pi f_{\rm g}$  nicht immer erfüllt ist.

Man erkennt, dass die tatsächlichen Frequenzen nicht alle deutlich kleiner als die berechneten sind. Für die unpassenden berechneten Werte ist vermutlich ein systematischer Fehler der Innenwiderstände des Frequenzgenerators verantwortlich, auf welchen im Laufe der Auswertung und Diskussion noch genauer eingegangen wird. Die Messungen konnten mit den eingestellten Frequenzen problemlos durchgeführt und ausgewertet werden.

Zunächst wird der CR-Hochpass genauer betrachtet. Der vom Oszilloskop aufgenommene Spannungsverlauf der Ein- und Ausgangsspannung am CR-Glied ist in Abbildung 3 dargestellt.



**Abbildung 3:** Dargestellt sind die Ein- und Ausgangsspannung des CR-Hochpasses, wie sie am Oszilloskop aufgetragen wurden. Die gelbe Kurve oben zeigt die angelegte Eingangs-Rechteck-Spannung, die blaue Kurve unten die Ausgangsspannung hinter dem Frequenzfilter.

Die Rechteckspannung pendelt sprunghaft zwischen zwei nahezu konstanten Spannungswerten mit unterschiedlichem Vorzeichen. Bei einem sprunghaften Spannungsanstieg der Eingangsspannung erfährt auch die Ausgangsspannung einen sprunghaften Anstieg. Während die Eingangsspannung daraufhin konstant bleibt, fällt die Ausgangsspannung, wie bei einer gedämpften Schwingung, sofort wieder ab. Daraufhin springt die Rechteckspannung zu ihrem negativen Maximalwert. Bei der Ausgangsspannung ist ein sofortiger Spannungsanstieg mit negativem Vorzeichen zu beobachten. Auch diese Spannung fällt sofort wieder ab, wenn die Rechteckspannung konstant bleibt. Die Frequenz der Rechteckspannung gleicht der Frequenz der Ausgangsspannung.

Betrachtet man den RL-Hochpass, dessen Spannungsverläufe in Abbildung 4 dargestellt sind, so ergibt sich eine ähnliche Beobachtung.

Auch hier steigt die Ausgangsspannung bei ansteigender Flanke der Eingangsspannung und fällt danach sofort wieder ab. Auf eine abfallende Flanke reagiert der RL-Hochpass analog, mit negativem Vorzeichen. Die Frequenz der Eingangsspannung ist auch hier gleich der Frequenz der Ausgangsspannung. Im Unterschied zum CR-Hochpass wurde diese Messreihe bei einer viel höheren Frequenz aufgezeichnet, welche sich, wie in Tabelle 1 aufgelistet, aus der Charakteristik der Bauteile der Hochpässe ergibt.

Insgesamt lässt sich also sagen, dass ein Hochpass sich schnell ändernde Spannungen passieren lässt, sodass hinter dem Hochpass eine Spannung gemessen wird. Für nahezu konstante Spannungen sperrt der Hochpass, diese werden nicht durchgelassen. Aus diesem



Abbildung 4: Dargestellt sind die Ein- und Ausgangsspannung des RL-Hochpasses, wie sie am Oszilloskop aufgetragen wurden. Die gelbe Kurve oben zeigt die angelegte Eingangs-Rechteck-Spannung, die blaue Kurve unten die Ausgangsspannung hinter dem Frequenzfilter.

Grund wird ein Hochpass auch Differenzierglied genannt. Eine Rechteckspannung kann in Fourierzerlegung durch hohe Frequenzen an den Flanken und niedrige Frequenzen am Dach beschreiben werden. Folglich lassen sich die Beobachtungen auch folgendermaßen ausdrücken: Ein Hochpass lässt hohe Frequenzen passieren, geringe Frequenzen werden blockiert.

Nun wird der RC-Tiefpass untersucht. Die vom Oszilloskop gemessenen Spannungskurven sind in Abbildung 5 dargestellt.



Abbildung 5: Dargestellt sind die Ein- und Ausgangsspannung des RC-Tiefpasses, wie sie am Oszilloskop aufgetragen wurden. Die gelbe Kurve oben zeigt die angelegte Eingangs-Rechteck-Spannung, die blaue Kurve unten die Ausgangsspannung hinter dem Frequenzfilter.

Auf diesem Bild ist geradeso eine vollständige Spannungsperiode erkennbar. Die Rechteckspannung hat eine ähnliche Frequenz wie die des CR-Hochpasses, da die verwendeten Bauteile die gleichen sind. Der Spannungsverlauf der Ausgangsspannung unterscheidet sich aber grundsätzlich von denen der bisher ausgewerteten Hochpässe. Für einen konstanten Maximalwert der Rechteckspannung steigt auch die Ausgangsspannung bis zu einem Maximalwert. Auf die abfallende Flanke der Rechteckspannung auf deren negativen Maximalwert reagiert die Ausgangsspannung träge. Ist die Rechteckspannung an ihrem negativen Maximalwert konstant, nähert sich auch die Ausgangsspannung asymptotisch ihrem negativen Maximalwert an. Auf die ansteigende Flanke der Eingangsspannung reagiert die Ausgangsspannung zunächst abermals nicht, steigt dann aber, begrenztem Wachstum gleich, bis zu ihrem positiven Maximalwert. Da die Ausgangsspannung auf die Eingangsspannung reagiert, sind auch hier die beiden Frequenzen gleich.

Eine ähnliche Beobachtung lässt sich bei dem LR-Tiefpass machen. Dessen Spannungsverläufe finden sich in Abbildung 6.



Abbildung 6: Dargestellt sind die Ein- und Ausgangsspannung des LR-Tiefpasses, wie sie am Oszilloskop aufgetragen wurden. Die gelbe Kurve oben zeigt die angelegte Eingangs-Rechteck-Spannung, die blaue Kurve unten die Ausgangsspannung hinter dem Frequenzfilter.

Auch hier nähert sich die Ausgangsspannung einer konstanten Eingangsspannung an und reagiert nicht unmittelbar auf die positiven und negativen Flanken der Rechteckspannung, obwohl diesmal an diesen Stellen kleine Ausreißer erkennbar sind. Die Frequenz ist wieder deutlich höher als beim CR-Hochpass.

Zu Tiefpässen lässt sich also sagen, dass sie auf schnelle Spannungsänderungen kaum reagieren. Eine langsame Spannungsänderung oder über längere Zeit konstante Spannung wird aber durchgelassen, sodass eine Spannung am Ausgang des Tiefpasses gemessen werden kann. Indem der Rechteckpuls abermals als nach Fourier-Zerlegung aus vielen Frequenzen zusammengesetzter Puls betrachtet wird, lassen sich die Beobachtungen am Tiefpass, auch Integrierglied genannt, auch hier reformulieren: Ein Tiefpass blockiert hohe Frequenzen und lässt niedrige passieren.

#### 3.2 Messung des Frequenzgangs für einen Hochpassfilter erster Ordnung

Nachdem nun qualitativ das Verhalten der Schaltungen auf Spannungssprünge betrachtet wurde, wird quantitativ das Verhalten eines RL-Hochpasses (wie in Abbildung 1 unten rechts) bei verschiedenen Frequenzen untersucht. Hierfür wurde der selbe Aufbau wie in Teil 1 verwendet. Um eine eindeutige Messung durchführen zu können, wurde der Funktionsgenerator so eingestellt, dass das Ausgangssignal eine Sinuswelle war, also nur aus einer einzelnen Frequenz bestand. Das Oszilloskop wurde so eingestellt, dass für die Ein- und Ausgangssignale jeweils die Peak-to-Peak-Spannung und die Phasenverschiebung zwischen beiden Signalen ausgegeben wurden.

Die Messungen wurden für einen großen Frequenzbereich um die Grenzfrequenz  $f_{G,RL}$  durchgeführt. Dabei wurden Frequenzen von 14,33 Hz bis 336,1 kHz eingestellt.

Die Eingangsspannung  $U_{\rm e}$  und Ausgangsspannung  $U_{\rm a}$  werden am Oszilloskop gemessen und als Peak-to-Peak Spannung  $V_{\rm pp1}$  und  $V_{\rm pp2}$  zurückgegeben. Das Amplitudenverhältnis u berechnet sich dabei aus

Die 2 kürtzt sich raus da über und unter  
bruchstrich. 
$$u = \frac{U_a}{U_e} = \underbrace{V_{pp2}}_{V_{pp1}}$$
. Falsch  $V_PP, 1 = 2 * V_ampli, 1$   
 $V_PP, 2 = 2 * V_ampli, 2$ 

 $\frac{dh. u = V_pp,2 / V_pp,1}{Der so aus den Messwerten ermittelte Verlauf des Amplitudenverhältnisses ist in Abbildung 7 dargestellt.}$ 

Die Unsicherheiten der Frequenzen wurden dabei jeweils auf die letzte angezeigte Ziffer auf dem Funktionsgenerator geschätzt, sind also für alle in Abbildung 14 notierten Messbereiche verschieden. Man sieht jedoch, dass diese vernachlässigbar sind.

Die Unsicherheiten des Amplitudenverhältnisses erfolgen aus Gleichung (4) durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta u = 2 \sqrt{\left(\frac{1}{V_{\rm pp1}} \Delta V_{\rm pp2}\right)^2 + \left(2 \frac{V_{\rm pp2}}{V_{\rm pp1}^2} \Delta V_{\rm pp1}\right)^2} \,. \tag{5}$$

Aus der theoretischen Erwartung folgt

$$u_{\rm t}(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega\tau_{\rm L}}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{2\pi fL}\right)^2}},\tag{6}$$

wobei L = 10 mH und  $R = 47.5 \Omega$  wie in Teil 1 sind.

Der hieraus ermittelte Verlauf ist in Abbildung 7 rot dargestellt. Es ist zu erkennen, dass dieser deutlich von den gemessenen Werten abweicht. Auf der Suche nach möglichen Fehlerquellen fiel auf, dass der theoretisch erwartete Verlauf von einer Schaltung mit gleicher Eingangsspannung sowohl für den Hochpass-Filter, als auch für das Oszilloskop ausgeht. Dies wurde nicht explizit überprüft. Vielmehr war das Oszilloskop am 50 $\Omega$ -Ausgang des Funktionsgenerators angeschlossen, während der Tiefpass-Filter am 600 $\Omega$ -Ausgang angeschlossen war.



**Abbildung 7:** Das Amplitudenverhältnis für einen RL-Hochpass erster Ordnung. Die Messwerte sind Abbildung 14 zu entnehmen, die Unsicherheiten wurden nach Gleichung (5) berechnet. Der theoretische Verlauf folgt aus Gleichung (6), bzw. aus Gleichung (7) unter Berücksichtigung des Innenwiderstands.

Es könnte hier also zu einer Verfälschung des Widerstandes der Schaltung gekommen sein, da bereits zuvor eine Spannung am Differenzwiderstand von  $550\,\Omega$  abfällt. Um den Innenwiderstand des Funktionsgenerators zu berücksichtigen, wurde also auch das theoretische Modell

$$u_{t}(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R+550\,\Omega}{2\pi fL}\right)^{2}}}$$
(7)

betrachtet. Durch dieses ergibt sich der orangene Verlauf in Abbildung 7. Dieser passt deutlich besser zu den Messwerten.

Es ist also davon auszugehen, dass ein grober systematischer Fehler vorliegt, wenn der Differenzwiderstand zwischen beiden Ausgängen des Funktionsgenerators nicht mitberücksichtigt wird.

Vergleicht man die gemessenen Werte mit dem theoretischen Verlauf nach Gleichung (7) sieht man, dass alle Messwerte innerhalb ihrer Unsicherheiten gut auf der vorhergesagten Kurve liegen.

Hierbei wurde auf Fehlerabschätzung des Modells verzichtet, da die einzigen Faktoren

mit Unsicherheiten in diesem Fall R und f sind. Diese beiden Beiträge werden aber im Vergleich zu den Schwankungen der Messwerte um das Modell, und ihre jeweiligen Unsicherheiten als sehr gering eingestuft.

Die vom Oszilloskop gemessene Phasenverschiebung ist in Abbildung 8, wie bereits beim Amplitudenverhältnis, gegen die Frequenz aufgetragen. Da das Messgerät hier offenbar eine andere Definition der Phasenverschiebung verwendet hat als die Theorie, wurde das Inverse jeder einzelnen Phase aufgetragen (vgl. Messwerte in Abbildung 14). Dies hat lediglich die Wirkung, dass beide Definitionen aneinander angepasst werden, verändert aber nichts an der Aussage der Messwerte.



Abbildung 8: Phasenverschiebung für einen RL-Hochpass erster Ordnung. Die Messwerte sind Abbildung 14 zu entnehmen, die Unsicherheiten wurden für alle Werte gleich aus den Schwankungen der letzten angezeigten Ziffer auf dem Oszilloskop auf  $\Delta \phi = 0.3^{\circ}$  geschätzt. Der theoretische Verlauf folgt aus Gleichung (8), bzw. aus Gleichung (9) unter Berücksichtigung des Innenwiderstands. Die Grenzfrequenz des Hochpasses liegt nach Tabelle 1 bei 756 Hz.

Die dargestellten Unsicherheiten der Phasenverschiebung wurden für alle Messpunkte gleich aus der statistischen Schwankung der letzten angezeigten Ziffer der Phasenverschiebung auf dem Oszilloskop zu  $\Delta \phi = 0.3^{\circ}$  geschätzt.

Der nach der Theorie aus [1] erwartete Verlauf von

$$\phi_{\rm t}(f) = \arctan\left(\frac{1}{\omega\tau_{\rm L}}\right) = \arctan\left(\frac{R}{2\pi fL}\right)$$
(8)

ist in Abbildung 8 rot dargestellt. Wieder weist dieser deutliche Abweichungen vom gemessenen Verlauf auf. Berücksichtigt man, wie beim Verhältnis der Amplituden den Differenzwiderstand, ergibt sich mit

$$\phi_{\rm t}(f) = \arctan\left(\frac{R + 550\,\Omega}{2\pi fL}\right) \tag{9}$$

der orangefarbene Verlauf aus der Theorie. Dieser beschreibt abermals die gemessenen Werte deutlich besser, was die vorangehende Vermutung bekräftigt.

Dennoch sind hier sehr große Abweichungen der Messwerte für große und kleine Frequenzen zu erkennen, welche später diskutiert werden.

Um beide Ergebnisse in der komplexen Darstellung zu kombinieren, wurden diese noch in ein Nyquist-Diagramm eingetragen. Dieses ist in Abbildung 9 zu finden. Für die Berechnung wurde der Zusammenhang

$$x(f) = \Re\left(u(f)e^{i\phi(f)}\right) = u(f)\cos(\phi(f))$$
  

$$y(f) = \Im\left(u(f)e^{i\phi(f)}\right) = u(f)\sin(\phi(f))$$
(10)

mit den Unsicherheiten

schön

$$\Delta x = \sqrt{\left(\cos(\phi)\Delta u\right)^2 + \left(u\sin(\phi)\Delta\phi\right)^2}$$
  

$$\Delta y = \sqrt{\left(\sin(\phi)\Delta u\right)^2 + \left(u\cos(\phi)\Delta\phi\right)^2}$$
(11)

verwendet.

In diesem Fall stimmen der theoretisch erwartete Verlauf und der theoretische Verlauf unter Berücksichtigung des Differenzwiderstandes überein. Auch die Messwerte liegen größtenteils innerhalb ihrer jeweiligen Unsicherheiten auf dem erwarteten Verlauf. Es ist dabei auch kein Bereich auszumachen, der stärker von der Erwartung abweicht als der Rest.

#### 3.3 Messung des Frequenzgangs für einen Hochpassfilter zweiter Ordnung

Im Anschluss soll nun noch ein Filter zweiter Ordnung untersucht werden. Hierfür wurde ein CRL-Hochpass ausgewählt, der aus dem gleichen Aufbau wie davor und einem zusätzlichen Kondensator bestand. Der Aufbau ist Abbildung 2 zu entnehmen. Die Bauteile hatten folgende Eigenschaften: C = 47 nF,  $R = 47,4 \Omega$  und L = 10 mH.



Abbildung 9: Nyquist-Diagramm für einen RL-Hochpass erster Ordnung. Die Messwerte wurden nach Gleichung (10) berechnet, die Unsicherheiten ergeben sich nach Gleichung (11). Die theoretischen Verläufe ergeben sich nach Einsetzen von Gleichungen (6) und (8), bzw. Gleichungen (7) und (9) in Gleichung (10).

#### 3.3.1 Herleitung der theoretisch erwarteten Zusammenhänge

Da diese in der Versuchsanleitung nicht für einen CRL-Hochpass gegeben waren, werden hier kurz die theoretische erwarteten Zusammenhänge für  $u_{t2}(f)$  und  $\phi_{t2}(f)$  hergeleitet. Für die Herleitung wurden die Quellen [1–3] verwendet.

Zunächst gilt mithilfe der Kirchhoff'schen Regeln der Zusammenhang

$$H(f) = \frac{U_{\rm a}}{U_{\rm e}} = \frac{i2\pi fL}{R + i\left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)}$$

Durch Multiplizieren des komplex konjugierten des Nenners und Nehmen des Betrages folgt

$$u_{t2}(f) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{2\pi fL}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{4\pi^2 f^2 LC}\right)^2}} .$$
(12)

Für die Phasenverschiebung folgt mit

$$\tan(\phi_{t}(f)) = \frac{\Im H(f)}{\Re H(f)}$$

aus [3]

$$\phi_{t2}(f) = \arctan\left(\frac{1}{\frac{2\pi fL}{R} - \frac{1}{2\pi fRC}}\right)$$
(13)

#### 3.3.2 Vergleich mit den Messergebnissen

Nachdem nun die Formeln zum Vergleich der Messwerte bekannt sind, kann die theoretische Vorhersage mit den Messergebnissen vergleichen werden. Wie bereits zuvor wird hierzu anhand von Gleichung (4) das Verhältnis  $u_2$  der Amplituden berechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 10 gegen die Frequenz aufgetragen.



Abbildung 10: Das Amplitudenverhältnis für einen CRL-Hochpass zweiter Ordnung. Die Messwerte sind Abbildung 15 zu entnehmen, die Unsicherheiten wurden nach Gleichung (5) berechnet. Der theoretische Verlauf folgt aus Gleichung (12), bzw. aus Gleichung (15) unter Berücksichtigung des Innenwiderstands.

Die Unsicherheiten ergeben sich abermals aus Gleichung (5).

Man sieht hier wieder sehr deutlich, dass die Messwerte nicht mit dem theoretisch erwarteten Verlauf (rot) übereinstimmen. Statt dem offensichtlichen Peak, den dieser aufweist, verlaufen sie eher gleichförmig ohne große Abweichungen zu höheren oder niedrigeren Werten. Wird nun nach Gleichung (15) wieder der Differenzwiderstand zwischen beiden Ausgängen des Funktionsgenerators mitberücksichtigt, passt der Verlauf (orange) sichtbar besser zu den Messwerten.

Hierbei werden beide Verläufe durch die selbe Formel beschrieben, allerdings mit unterschiedlichen Werten für den Widerstand der Schaltung. Für beide Schaltungen lassen sich die Resonanzgüten nach [2] mit

$$Q(R) = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$
(14)

berechnen. Wird der Innenwiderstand nicht berücksichtigt, weist der theoretischen Verlauf eine Resonanzgüte von Q(R) = 9,71 auf. Berücksichtigt man den hingegen den Innenwiderstand, fällt die Güte auf  $Q(R + 550 \Omega) = 0,77$ . Damit lässt sich der spitze Verlauf für die rote Kurve mit Güte Q(R) und der flache Verlauf für die orangene Kurve mit Güte  $Q(R + 550 \Omega)$  erklären.

Die orangene Kurve, unter Berücksichtigung des Innenwiderstandes ergibt sich dabei durch

$$u_{t2}(f) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R+550\,\Omega}{2\pi fL}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{4\pi^2 f^2 LC}\right)^2}} \,. \tag{15}$$

Wie zuvor kann man nun auch die Phasenverschiebungen für verschiedene Frequenzen auftragen. Diese sind in Abbildung 11 zu finden.

Die Unsicherheiten der Phasenverschiebung wurden wie für den Hochpass erster Ordnung aus den Schwankungen der letzten angezeigten Ziffer auf  $\Delta \phi_2 = 0.3^{\circ}$  geschätzt.

Abermals ist eine große Abweichung der Messwerte vom theoretischen Verlauf sichtbar. Wird wie zuvor der Innenwiderstand mit berücksichtigt, nach

$$\phi_{t2}(f) = \arctan\left(\frac{1}{\frac{2\pi fL}{R+550\,\Omega} - \frac{1}{2\pi f(R+550\,\Omega)C}}\right) , \qquad (16)$$

liegen die Messwerte etwas besser auf dem Modell, weisen aber immer noch sehr starke Abweichungen auf. Auch dieser Verlauf beschreibt die Messwerte offenbar nicht zu genüge.

Zuletzt können nun die beiden Ergebnisse für Amplitudenverhältnis und Phase in einem Nyquist-Diagramm nach Gleichung (10) dargestellt werden.

Wie zuvor ergeben sich die Fehlerbalken aus den bekannten Unsicherheiten  $\Delta u_2$  und  $\Delta \phi_2$ , sowie Gleichung (11).

Wird der Innenwiderstand nicht berücksichtigt, sieht man in Abbildung 12 in rot den Ansatz einer sehr großen Abweichung von den experimentell ermittelten Werten.



Abbildung 11: Phasenverschiebung für einen CRL-Hochpass zweiter Ordnung. Die Messwerte sind Abbildung 15 zu entnehmen, die Unsicherheiten wurden für alle Werte gleich aus den Schwankungen der letzten angezeigten Ziffer auf dem Oszilloskop auf  $\Delta \phi_2 = 0.3^{\circ}$  geschätzt. Der theoretische Verlauf folgt aus Gleichung (13), bzw. aus Gleichung (16) unter Berücksichtigung des Innenwiderstands.

Fügt man stattdessen den Innenwiderstand in die Berechnung hinzu, indem Gleichungen (15) und (16) in Gleichung (10) eingesetzt werden, ergibt sich der in Abbildung 12 orangene Verlauf, welcher einen ähnlichen Verlauf aufweist, die Messwerte aber dennoch etwas besser beschreibt. Immerhin sind in diesem Fall die Größenordnungen realistisch. Hier sieht man dennoch am deutlichsten, dass das gemessene Verhalten nicht ausreichend durch diese Modelle beschrieben werden kann.

Trotz dessen, dass es beim Hochpassfilter zweiter Ordnung zu größeren Abweichungen kam, wurde in allen Fällen deutlich sichtbar, dass ein theoretisches Modell ohne Berücksichtigung des Differenzwiderstands am Funktionsgenerator die Messwerte nicht genügend beschreibt. Wird der Innenwiderstand von  $550 \Omega$  aber mit berücksichtigt, passt die theoretische Vorhersage besser bis gut zu den Messwerten. Es ist hier also davon auszugehen, dass die Messung ohne Berücksichtigung des Innenwiderstands einem groben systematischen Fehler unterliegt.



**Abbildung 12:** Nyquist-Diagramm für einen CRL-Hochpass zweiter Ordnung. Die Messwerte wurden nach Gleichung (10) berechnet, die Unsicherheiten ergeben sich nach Gleichung (11). Die theoretischen Verläufe ergeben sich nach Einsetzen von Gleichungen (15) und (16) in Gleichung (10).

## 4 Diskussion der Ergebnisse

#### 4.1 Angabe und Diskussion der Endergebnisse

Im ersten Versuchsteil wurde qualitativ das Verhalten von zwei Tiefpass- und zwei Hochpassfiltern bei Spannungssprüngen beziehungsweise. dem Anlegen einer Rechteckspannung untersucht.

Die resultierenden Darstellungen am Oszilloskop sind Abbildungen 3 bis 6 zu entnehmen. Um, wie in allen Fällen, einen vollständigen Verlauf bei Anregung sichtbar machen zu können, muss die gewählte Frequenz deutlich kleiner als die Grenzfrequenz sein. Alle diese Frequenzen sind Tabelle 1 zu entnehmen. Anhand dieser Werte sieht man, dass das nicht immer der Fall war obwohl die Daten im Oszilloskop richtig angezeigt wurden.

Es lässt sich also vermuten, dass einige Faktoren bei der Berechnung nicht berücksichtigt wurden, die für die Messungen durchaus relevant sind.

Dennoch sieht man an den Messwerten sehr gut die jeweils erwarteten Verläufe bei Hochund Tiefpass. Die verschiedenen Amplituden und Frequenzen sind dabei auf die unterschiedlichen Bauteile und Anordnung der jeweils verwendeten Schaltung zurückzuführen.

Im zweiten Versuchsteil wurde der RL-Hochpassfilter für verschiedene Frequenzen vermessen. Durch Auftragung von Amplitudenverhältnis u und Phasenverschiebung  $\phi$  gegen die Frequenz f ergibt sich das Bode-Diagramm. In beiden Fällen ist eine deutliche Abweichung vom theoretisch vorhergesagten Verlauf sichtbar, welche teilweise durch Berücksichtigung des Differenzwiderstands zwischen den beiden verwendeten Ausgängen am Funktionsgenerator behoben werden kann.

Wird dieser nicht berücksichtigt, kommt es nach den Ergebnissen der Messung also zu einem unbeachteten systematischen Fehler, der die Messergebnisse deutlich verfälscht.

Vergleicht man die in beiden Diagrammen aufgetragenen Messwerte mit den theoretischen Verläufen nach Berücksichtigung des Innenwiderstands, sind für kleine Frequenzen unter ungefähr 400 Hz, bzw. 1000 Hz deutliche Abweichungen zu erkennen. Dies ist genau der Bereich der Grenzfrequenz nach Tabelle 1. Dabei weichen die Messwerte nicht zufällig zu beiden Seiten des Modells, sondern gleichmäßig in eine Richtung ab.

Dies könnte darauf hindeuten, dass die theoretische Vorhersage im Bereich der Grenzfrequenz an Gültigkeit verliert und die Daten nicht mehr zu Genüge beschreibt. Allerdings wäre es auch denkbar, dass die Messung der Spannungen und Phasen am Oszilloskop für diese kleineren Bereiche deutlich größere Unsicherheiten aufweisen, die hier nicht berücksichtigt wurden.

Insgesamt sieht man dennoch gut aus dem Verhältnis der Amplituden, dass große Frequenzen die Schaltung nahezu ungehindert passieren können, während kleine Frequenzen deutlich abgeschwächt werden. Dies wäre von einem Hochpassfilter auch zu erwarten gewesen.

Auch das Nyquist-Diagramm sieht für einen Hochpass-Filter sinnvoll aus. Nur die negativen Werte im Imaginären sind verwunderlich, ergeben sich aber daraus, dass in Abbildung 8 für große Frequenzen negative Phasenverschiebungen gemessen wurden.

Für den dritten Versuchsteil kann man anhand von Abbildungen 10 bis 12 ebenfalls die Beobachtung machen, dass sich die Messwerte deutlich von den erwarteten Verläufen unterscheiden. Hier kann auch durch die Berücksichtigung des Innenwiderstands diese Abweichung nicht so gut ausgeglichen werden, wie im zweiten Versuchsteil. Es ist immer noch deutlich zu erkennen, dass die Daten nicht durch das Modell beschrieben werden können. Aufgrund der veränderten Schaltung müsste man also den Innenwiderstand oder andere Faktoren noch an anderen Stellen in die Berechnung mit einfließen lassen.

Hierzu kann auch auf die Darstellung der Phasenverschiebung beim CRL-Hochpass aus [2] hingewiesen werden. Dieser Verlauf beschreibt die gemessenen Werte sichtlich besser als der nach Gleichungen (13) und (16). Leider konnte der theoretische Zusammenhang dahinter nicht ermittelt werden, sodass dies nicht genauer überprüft werden kann.

Dennoch sieht man wieder gut am Verhältnis der Amplituden den erwarteten Verlauf mit Grenzwert 1 für hohe Frequenzen, der darauf hindeutet, dass hohe Frequenzen den Filter passieren können, während niedrige Frequenzen gedämpft werden.

Wie im zweiten Versuchsteil sieht auch der Verlauf der Messwerte für einen Hochpass im Nyquist-Diagramm sinnvoll aus. Nur der theoretische Verlauf kann dieser Erwartung nicht gerecht werden, was aus den zuvor benannten Abweichungen resultiert.

Wie die Messung Einflüsse auf die Messergebnisse hatte und wie diese verringert werden können, soll nun im Folgenden diskutiert werden.

#### 4.2 Diskussion der verwendeten Messmethoden

Die jeweiligen Frequenzfilter waren über den  $600 \,\Omega$ -Anschluss mit dem Frequenzgenerator verbunden. Das Oszilloskop wurde aber an den 50 $\Omega$ -Anschluss angeschlossen. Dieser Aufbau wurde gewählt, da es zuvor bei einem vorläufigen Aufbau, bei dem mit einem T-Stück beide Koaxialkabel mit dem 50 $\Omega$ -Anschluss verbunden worden waren, zu einer stark verzerrten Messung der Eingangsspannung kam. Das dadurch gemessene Signal war nicht rechteckig, sondern wirkte, als ob das Ausgangssignal vom rechteckigen Eingangssignal abgezogen worden wäre. Es handelte sich dabei möglicherweise um Rückkopplung. Dieser Effekt wurde durch die erwähnte Aufteilung von gemessener und tatsächlicher Eingangsspannung auf die beiden verfügbaren Anschlüsse behoben. Dadurch ergaben sich aber unbeabsichtigt systematische Fehlerquellen. Der Widerstandsunterschied zwischen den beiden Anschlüssen beträgt 550 $\Omega$ . Möglicherweise fällt über diesem Widerstand eine Spannung ab. Da die innere Verkabelung des Funktionsgenerators nicht bekannt ist, ist dies nur eine Vermutung. Die Folge wäre, dass die tatsächlich am Frequenzfilter ankommende Spannung geringer ist als die gemessene. In der Auswertung trat tatsächlich eine systematische Abweichung der gemessenen Werte von den theoretisch erwarteten Verläufen auf. Indem durch Hinzufügen eines vorgeschalteten 550  $\Omega$ -Widerstands in die theoretische Schaltung die unterschiedlichen Innenwiderstände des Messgeräts berücksichtigt wurden, konnte eine neue theoretische Erwartung formuliert werden, die deutlich besser zu den Messergebnissen passte. Dies beweist natürlich nicht unmittelbar, dass dies die tatsächliche Fehlerquelle darstellt, ist aber ein starkes Indiz dafür.

Für Versuchsteil 2 und 3 wurden Messwerte direkt am Oszilloskop abgelesen. Die statistischen Ableseunsicherheiten durch schwankende Werte übertrafen dabei die anderen internen Messunsicherheiten des Oszilloskops deutlich, weswegen nur diese für die Auswertung berücksichtigt wurden. Auffällig war jedoch, dass die angezeigten Werte beim Verändern einer Bildschirmeinstellung des Oszilloskops nicht nur schwankten, sondern sich sprunghaft veränderten. Dies könnte damit zusammenhängen, dass das Anzeigefenster des Oszilloskops auch dessen Messbereich determiniert. Wird gezoomt oder verschoben, so ändert sich automatisch der Messbereich. Die durchgehende Messung in einem einzigen Messbereich war nicht möglich, da die Frequenzen über mehrere Größenordnungen hinweg variiert wurden. Folglich kam es hier zwangsläufig zu einer Unsicherheit.

Auffällig war auch, dass die Messung der Phasenverschiebung am Oszilloskop scheinbar von Messung zu Messung andere Messpunkte setzte. So gab es vereinzelt Sprünge von

kleinen negativen Phasenverschiebungen zu sehr stark positiven. Scheinbar haben sich hierbei die Messpunkte an den Kurven geändert. Unklar ist auch, wie das Vorzeichen der Phase zustande kam. Wurde stets die Phase des einen Channels von der des anderen abgezogen? Änderte sich dies im Laufe der Messungen? Es war also nicht immer eindeutig, wie die vom Oszilloskop ausgegebenen Messwerte zu interpretieren waren.

Das Abgreifen der Spannungen an der Platine ging mit Wackelkontakten einher. Die angeschlossenen Klemmen und Tastknöpfe unterbrachen gelegentlich schon bei leichter Berührung der Platine den Stromfluss. Oft musste erst eine geeignete Ruheposition für die Platine gesucht werden, ehe mit der Messung begonnen werden konnte. Auffällige Wackelkontakte verzerrten die Messungen völlig und konnten somit korrigiert und ausgeschlossen werden. Kleinere hingegen, oder auch Stellen, an denen der Kontakt sehr gering war, könnten die Messung ungenauer gemacht und für geringe Störwiderstände gesorgt haben.

Die Ausgangsspannung wurde mit einem Tastknopf abgegriffen. Dabei war gleichzeitig eine Krokodilklemme mit der Erdung des Koaxialkabels verbunden. Diese wurde an der Platine mit dem Nullpotential kontaktiert. Dies könnte auf den ersten Blick irrelevant erscheinen. Eine Testmessung ergab jedoch, dass das Signal der Ausgangsspannung am Oszilloskop deutlich mehr Rauschen aufwies, wenn dieser Kontakt entfernt wurde. Diese Erdung reduziert also ein Signalrauschen deutlich.

Vor dem Löten der Bauteile fiel auf, dass die Drähte der Bauteile teilweise klebrig waren. Dadurch hätten unerwünschte Isolierungen zustande kommen können. Durch sorgfältige Lötstellen waren die Kontaktflächen der Bauteile mit der Platine allerdings groß, sodass die Auftrittswahrscheinlichkeit einer solchen Unsicherheit minimiert wurde.

Die Werte der auf der Platine verlöteten Bauteile hatten auch geringe fertigungsbedingte Toleranzen. Diese hätten über Fehlerfortpflanzung zu einer Unsicherheit der theoretisch erwarteten Verläufe in Versuchsteil 2 und 3 zusammengeführt werden können. Da die aus diesen Toleranzen resultierenden Unsicherheiten aber vernachlässigbar klein gegenüber der oben beschriebenen systematischen Unsicherheit der theoretischen Verläufe und der Unsicherheiten der anderen Messwerte waren, wurden sie nicht gesondert in der Auswertung erwähnt.

Es gibt weitere Quellen kleinerer Unsicherheiten, deren Beitrag als verhältnismäßig gering eingeschätzt wird. Zum einen haben auch die Koaxialkabel und die Platine Widerstandsbeiträge. Außerdem sind zwar die Koaxialkabel durch die Erdung abgeschirmt, Signalstörungen können aber dennoch an Kontaktstellen und auch auf der Platine, die nicht isoliert war, aufgetreten sein. Dadurch würde das Signal unschärfer.

Zuletzt ist noch erwähnenswert, dass die Praktikumsgruppe zur Durchführung dieses Versuches in so kurzer Zeit zu wenig Erfahrung in der Arbeit mit einem Oszilloskop hatte. Es dauerte lange, bis spezielle Operationen wie das Speichern der angezeigten Grafiken oder das korrekte Anzeigen der Messwerte klappten. Dadurch, und dadurch, dass eine Lösung für die anfängliche Rückkopplung der Eingangsspannung gesucht werden musste, bleib trotz sorgfältiger Vorbereitung auf den Versuch wenig Zeit, um die Messungen durchzuführen. Mit mehr Zeit hätten einige der beschriebenen Fehlerquellen, wie zum Beispiel die eingangs beschriebene systematische Unsicherheit bei der Messung der Eingangsspannung, möglicherweise schon während der Durchführung identifiziert und minimiert werden können.

#### 4.3 Verbesserte Messmethoden

Um einen systematischen Fehler durch den Innenwiderstand des Messgeräts zu vermeiden, wäre es im Nachhinein sinnvoll, beide Koaxialkabel mit einem T-Stück an einen Anschluss anzuschließen. Dadurch ergibt sich allerdings wieder die ursprüngliche Rückkopplung. Möglicherweise wäre diese geringer, wenn als gemeinsamer Eingang der 600  $\Omega$ -Widerstand genutzt würde. Dies könnte nochmals überprüft werden. Da sich der systematische Fehler erst bei der Auswertung offenbarte, wurde diese einfache Verbesserung nicht in Erwägung gezogen. Sollte auch bei dieser Methode eine starke Rückkopplung auftreten, so könnte der Aufbau auch verbessert werden, indem wieder jedes Koaxialkabel einen eigenen Anschluss am Funktionsgenerator erhält, der kleinere Innenwiderstand aber durch In-Reihe-schalten eines 550  $\Omega$ -Widerstands an den größeren angepasst würde. Es gilt allerdings abzuwägen, ob dies unter Verwendung von Koaxialkabeln sinnvoll durchzuführen ist.

Eine Anschlusstechnik der Klemmen an die Platine, bei der weniger Wackelkontakte auftreten, wäre sinnvoll. Es wäre sicherlich zu umständlich, die Klemmen für jeden Messaufbau an die Platine zu löten. Es wäre aber vorstellbar, ein Stück Metall, an dem die Klemmen besser befestigt werden könnten, direkt an die Platine zu löten. Das Umschalten von zum Beispiel RC-Tiefpass auf CR-Hochpass wäre dadurch dennoch möglich. Möglicherweise reicht es auch einfach aus, beim Anschluss der Klemmen mit Fingerspitzengefühl zu arbeiten.

Um die sprungweise Veränderungen der angezeigten Messwerte bei Veränderung des Messbereichs am Oszilloskop zu minimieren, könnte zunächst durch Ausprobieren ein Messbereich festgelegt werden, in dem die Messung ohne, oder mit wenig Umschalten durchgeführt werden könnte. Das würde die zu den statistischen Unsicherheiten hinzukommenden verschiedenen systematischen Unsicherheiten der unterschiedlichen Messbereiche minimieren. Alternativ könnten die Unsicherheiten größer geschätzt werden um tatsächlich Werte innerhalb eines 68 %-Intervalls um den Bestwert zu erlangen.

Vielleicht könnte dieses Problem auch durch genauere Informationen zu den Messbereichen des Oszilloskops teilweise behoben werden, indem zum Beispiel herstellungsbedingte Unsicherheiten anstatt der geschätzten Unsicherheiten verwendet würden.

Diskussion ist etwas ausuferd.

## A Anhang

## Abbildungsverzeichnis

1	Schaltkreise erster Ordnung 3
2	Schaltkreis zweiter Ordnung
3	Spannungssprünge am CR-Hochpass 5
4	Spannungssprünge am RL-Hochpass
5	Spannungssprünge am RC-Tiefpass 6
6	Spannungssprünge am LR-Tiefpass
7	Amplitudenverhältnis für Hochpass erster Ordnung
8	Phasenverschiebung für Hochpass erster Ordnung 10
9	Nyquist-Diagramm für einen Hochpass erster Ordnung 12
10	Amplitudenverhältnis für Hochpass zweiter Ordnung 13
11	Phasenverschiebung für Hochpass zweiter Ordnung 15
12	Nyquist-Diagramm für einen Hochpass zweiter Ordnung 16
13	Messprotokoll Seite 1
14	Messprotokoll Seite 2
15	Messprotokoll Seite 3

## Tabellenverzeichnis

1	Frequenzen des ersten	Versuchsteils	<u> </u>

## Literaturverzeichnis

- [1] Physiklabor für Anfänger\*innen Teil 2, Anleitung Versuch 52, Frequenzfilter (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 15. März 2022).
- [2] Der Hochpass 2. Ordnung (Hochschule Karlsruhe, University of Applied Sciences, 16. März 2022), https://www.eit.hs-karlsruhe.de/hertz/teil-c-wechselstro mtechnik/resonanz-und-schwingkreise/der-hochpass-2ordnung.html.
- [3] Prof. Dr. Gregor Herten, *Experimentalphysik II* (Physikalisches Institut, Universität Freiburg, 16. März 2022).
- [4] Physiklabor für Anfänger\*innen Teil 2, Aufbau Versuch 52 (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 15. März 2022), https://omnibus.uni-freiburg.de/~phypra/ap/52/.
- [5] Physiklabor für Anfänger\*innen Teil 2, Datenanalyse A (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 15. März 2022).
- [6] Physiklabor für Anfänger\*innen Teil 2, Datenanalyse B (Physikalisches Institut, Fakultät für Mathematik und Physik, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 2022, 15. März 2022).

#### A.1 Messprotokoll



Abbildung 13: Messprotokoll Seite 1

Det-Hod pass in Frequenzberesd.
Stalling Dut 10mH - Spile , 47,522 Widestad
Frequences read: 3000 Hz JEnz 336,1 301,1 271,9 232,8 200,6 171,8 235,8 99,01 72,38 36,83
Vac (11[V] 8,40 8,40 8,60 8,60 8,40 8,60 8,60 8,60 8,40 8,20 8,20
VACH2 [V] 9,00 4,00 4,00 4,08 4,08 4,16 4,16 4,16 4,16 4,16
\$ [] 18,18 15,27 14,71 12,59 10,82 8,04 5,88 2,85 -7,56 -73,40
Die Spungen werden Prak- to-Prak gewessing Frequentberent 30kHz
30,09 25,10 13,25 15,13 10,32 5,472 2,190 1713 1,310 9,3665
8,20 8,20 8,20 8,20 8,20 8,20 8,00 7,00 7,00 7,20 7,80 202 2,26 2,00 2,20 8,20 8,20 8,00 7,00 7,00 7,20 7,80
-7603-1862 -24,30 -31.32 -42,57 -5633 -74,46 -7332 -72,29 -73,23
02220 h5020 02444 02591 0422 000142
7,60 7,60 7,60 7,60 7,60 7,60 7,60 7,60
0,3200 0,2400 0,1600 0,1280 0,1040 0,08800 0,08400 0,08000
-72,22 - 68,73 = 303,34 - 59,79 - 37,57 - 25,83 - 78,23 - 3,30
sdunkt Staik
$\Delta S = 0.7647$
$\delta V_{PP} CH1 = 0.2 V$
SVPPCH2=0,1V
$b \varphi = 0/3^{\circ}$

Abbildung 14: Messprotokoll Seite 2

B CRL - Hodpoiss in Freque 47. F	12,5,2 TV-CA2
1300144 - 500 - 805	
$ \begin{array}{c c} \hline & & & & & & & & & & & & & & & & & & $	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
1,841 1,180 0,535,7 0,3079 7,60 7,60 7,68 7,84 0,7200 0,4720 0,2240 0,1140 281,8 -81,76 - 32,60 - 34,35	17,24 7,84 7,92 8,08 8,24 0,07400 0,05000 903360 0,02260 0,01220 -3601 - 34,04 - 33,87 264, 1 - 89,13
Unstable une in	Test 2 AS 03 AS 24 AD

Abbildung 15: Messprotokoll Seite 3