

Universität Freiburg
Physiklabor für Anfänger, Teil 2
Ferienpraktikum im Wintersemester 2023/2024

Versuch 45

Kennlinien



7. November 2024

Datum der Durchführung: 6. März 2024
Tutor 

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuches	3
2 Versuch	3
2.1 Aufbau	3
2.2 Durchführung	4
3 Auswertung und Fehleranalyse	4
3.1 Kennlinie technischer Widerstand	4
3.2 Kennlinie Glühlampe	5
3.3 Kennlinie Leuchtdiode mit Vorwiderstand	6
3.4 Kennlinie unbekanntes Bauteil	7
4 Diskussion der Ergebnisse	8
4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse	8
4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis	9
4.2.1 Kennlinie technischer Widerstand	9
4.2.2 Kennlinie Glühlampe	9
4.2.3 Kennlinie Leuchtdiode mit Vorwiderstand	9
4.2.4 Kennlinie unbekanntes Bauteil	10
4.3 Verbesserte Methoden	11
5 Erklärung zur Autorenschaft	11
6 Anhang	12
6.1 Rohdaten mit Vortestat	13
Literatur	14

1 Ziel des Versuches

Ziel des Versuches ist es, die U-I-Kennlinien eines technischen Widerstands, einer Glühlampe, einer Leuchtdiode und eines unbekanntes Bauteils zu untersuchen.

2 Versuch

2.1 Aufbau

Der Aufbau besteht aus einem Steckbrett in das die zu untersuchenden Bauteile gesteckt werden können. Mit Kabeln werden das Netzteil, sowie zwei digitale Multimeter über Bananenstecker an das Steckbrett angeschlossen. Für die erste Schaltung wird ein tech-

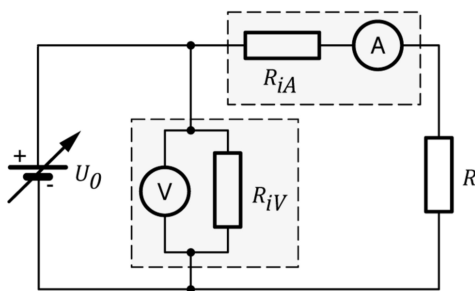


Abbildung 1: Spannungsfehlerschaltung

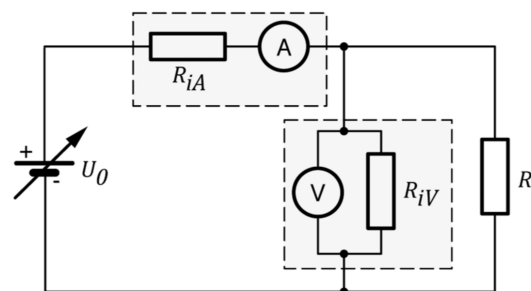


Abbildung 2: Stromfehlerschaltung

nischer Widerstand gemessen. Die verwendete Spannungsfehlerschaltung ist in Abb. 1¹ abgebildet. Dabei ist das parallel geschaltete Voltmeter vor dem in Reihe geschalteten Amperemeter angebracht. R rechts in der Abbildung ist der zu messende Widerstand. Das Voltmeter ist mit V und das Amperemeter mit A gekennzeichnet. Zudem ist der Innenwiderstand des Voltmeters mit R_{iV} und der des Amperemeters mit R_{iA} dargestellt.

Für die anderen Bauteile wird eine Stromfehlerschaltung wie in Abb. 2² dargestellt verwendet. Die zu untersuchenden Bauteile werden an die Stelle des Widerstands R in Abb. 2 eingesetzt. Untersucht werden eine Glühlampe, eine Leuchtdiode mit Vorwiderstand und ein unbekanntes Bauteil.

Da für die Leuchtdiode ein Vorwiderstand nötig ist, sieht das Schaltbild wie in Abb. 3 dargestellt aus. Das Voltmeter ist nur parallel zu der Leuchtdiode geschaltet und der Vorwiderstand ist wie das Amperemeter in Reihe zu beidem geschaltet.

¹[Bar24b]

²[Bar24b]

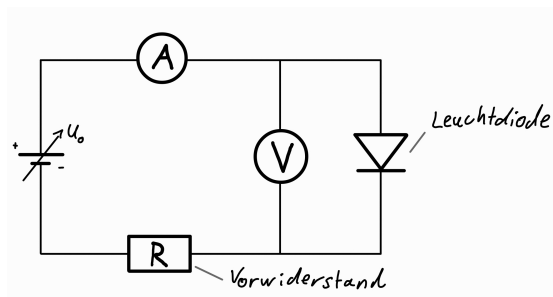


Abbildung 3: Aufbau der Stromfehlerschaltung für die LED mit Vorwiderstand

2.2 Durchführung

Für den ersten Teil wird über das Netzteil die am Widerstand anliegende Spannung eingestellt und mit den Multimetern die Stromstärke I und die Spannung U gemessen. Um auch negative Werte messen zu können, werden die Anschlüsse des Netzteils auf dem Steckbrett vertauscht.

Für die Messung der anderen Bauteile wird der Widerstand durch das neue Bauteil ersetzt, und die Position des Voltmeters und Amperemeters wird getauscht, um eine Stromfehlerschaltung aufzubauen. Gemessen wird äquivalent zu der Schaltung mit dem Widerstand.

3 Auswertung und Fehleranalyse

Die Unsicherheiten der Messwerte I_{mess} und U_{mess} folgen aus der Unsicherheit der Multimeter³. Diese liegen für die Spannungsmessung für den Messbereich $U = 20\text{V}$ bei

$$\Delta U = \pm(0,5\% \cdot U_{mess} + 0,01\text{V}). \quad (1)$$

Dieser durchaus geringe Fehler führt dazu, dass die meisten Fehler für ΔU in den U-I-Diagrammen nicht zu sehen ist. Für die Strommessung liegt die Unsicherheit für den Messbereich $I = 200\text{mA}$ bei

$$\Delta I = \pm(1,5\% \cdot I_{mess} + 0,1\text{mA}), \quad (2)$$

sowie für den Messbereich $I = 20\mu\text{A}$ bei

$$\Delta I = \pm(2\% \cdot I_{mess} + 0,05\mu\text{A}). \quad (3)$$

3.1 Kennlinie technischer Widerstand

Aus der Messung der Stromstärke I für verschiedene Spannungen U für den Aufbau mit dem technischen Widerstand für den $R_{nominal} = 150\Omega \pm 5\% \approx (150 \pm 8)\Omega$ gilt und

³[GUA]

der Spannungsfehlerschaltung folgt die in Abb. 4 abgebildete U-I-Kennlinie. Diese wurde mithilfe einer linearen Regression, also einer Parameteranpassung, der Funktion:

$$I_{Widerstand}(U) = a \cdot U$$

mit Parameter a bestimmt. Diese Anpassung gibt den Parameter a zurück für den die χ^2 -Summe, ein Maß für die Abweichung von den Datenpunkten, am geringsten ist.

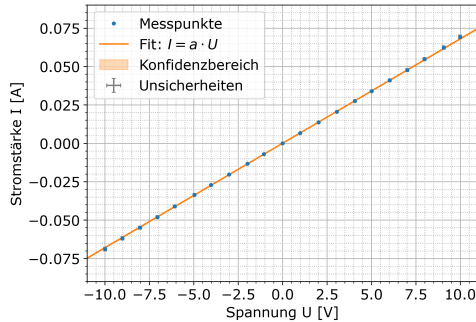


Abbildung 4: U-I-Kennlinie des technischen Widerstands

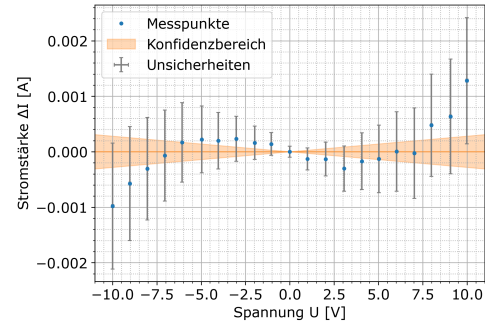


Abbildung 5: Residuen der U-I-Kennlinie des technischen Widerstands

Anhand des Residuenplots Abb. 5 erkennt man das Konfidenzband besser, als Fehler-summe erhält man für diese Anpassung $\chi^2 = 5,85$ bei 21 Datenpunkten und einem angepassten Parameter.

Nach dem Ohmschen Gesetz gilt

$$R = \frac{U}{I} \quad (4)$$

Damit ist der Widerstand R die inverse Steigung der Ausgleichsgeraden. Diese hat die Steigung $a = (6,80 \pm 0,03)10^{-3} \frac{1}{\Omega}$, damit folgt

$$R = (147,1 \pm 0,6)\Omega.$$

Die Unsicherheit Δs folgt aus der Kovarianzmatrix, die die Parameteranpassung der linearen Regression liefert. Diese wird durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung auf R fortgeführt, durch:

$$\Delta R = \frac{1}{s^2} \Delta s$$

3.2 Kennlinie Glühlampe

Für die Messung der U-I-Kennlinie der Glühlampe wird äquivalent zu Abschnitt 3.1 vorgegangen, außer dass eine Stromfehlerschaltung verwendet wird. Da sich aber wie in Abb. 6 zu sehen ist, kein linearer Zusammenhang ergibt, wird die lineare Regression mit der Gleichung

$$I_{Glühlampe}(U) = p_1 \cdot U + p_2 \cdot \arctan(U)$$

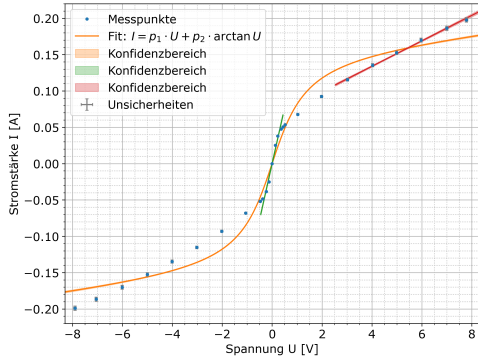


Abbildung 6: U-I-Kennlinie der Glühlampe, drei Fits

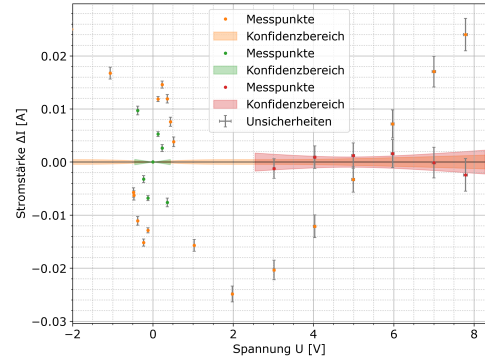


Abbildung 7: Residuen der U-I-Kennlinie der Glühlampe

mit den Parametern p_1 und p_2 durchgeführt.

In Abb. 6 ist die Anpassung aller Werte mit der oben beschriebenen linearen Regression als orangener Fit dargestellt, die Güte des Fits ist durch $\chi^2 = 4415$ bei 27 Messpunkten und 2 angepassten Parameterun. Um aus dem Plot den Widerstand zu bestimmen, werden in den annähernd linearen Bereichen für kleine Spannungen und für die größten Spannungen, also wenn die Lampe ihre maximale Helligkeit erreicht, jeweils eine Ausgleichsgerade mittels linearer Regression bestimmt. Diese sind im Plot grün und rot dargestellt. Für den grünen Fit wird ein analoges Vorgehen wie in Abschnitt 3.1 gewählt, also eine Anpassung mit einem Parameter. Es folgt die Steigung $a_{U\text{ klein}} = (153 \pm 1)10^{-3} \frac{1}{\Omega}$, bei einer Güte von $\chi^2 = 585$ bei sieben Messwerten und einem angepassten Parameter. Daraus folgt wieder der Widerstand aus dem Inversen der Steigung:

$$R_{U\text{ klein}} = (6,52 \pm 0,05)\Omega.$$

Für den roten Fit, also die lineare Regression für die maximale Helligkeit der Glühlampe, wird mit $I(U) = a_{U\text{ groß}}x \cdot x + b$ die lineare Regression mit den Parametern $a_{U\text{ groß}}$ und b ausgeführt, wobei $a_{U\text{ groß}}$ die Steigung, und damit der relevante Wert für den Widerstand $R_{U\text{ groß}}$ ist. Der Fit hat eine Güte von $\chi^2 = 1,89$ bei sechs Meswerten und einer Anpassung mit zwei Parametern. Die Steigung ist $a_{U\text{ groß}} = (17,5 \pm 0,5)10^{-3} \frac{1}{\Omega}$, die Unsicherheit folgt aus der Kovarianzmatrix. Es folgt:

$$R_{U\text{ groß}} = (57 \pm 2)\Omega.$$

In Abb. 7 sind noch die Residuen der drei Anpassungen für $U \geq -2V$ zu sehen, die eine durchaus hohe Abweichung vom Fit bei Orange und Grün darstellen.

3.3 Kennlinie Leuchtdiode mit Vorwiderstand

Für die Leuchtdiode (LED) mit dem Vorwiderstand

$$R = 220\Omega \pm 5\% = (220 \pm 11)\Omega$$

wird getrennt für positive und negative Spannungen gemessen. Für den negativen Bereich wird das Amperemeter im Bereich $I = 20\mu\text{A}$ verwendet. Die Unsicherheit folgt aus Gleichung (3). Für positive Spannungen wird der Messbereich $I = 200\text{mA}$ mit der Unsicherheit aus Gleichung (2) verwendet.

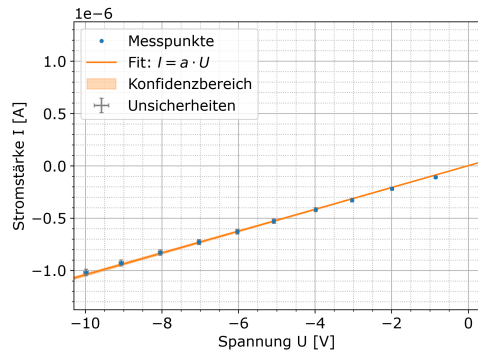


Abbildung 8: U-I-Kennlinie der LED in Sperrrichtung

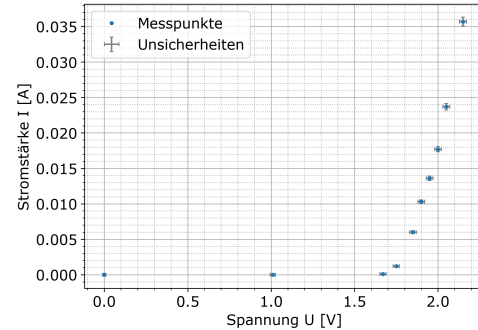


Abbildung 9: U-I-Kennlinie der LED in Durchlassrichtung

In Abb. 8 ist die U-I-Kennlinie für negative Spannungen, also für die Sperrichtung der LED dargestellt. Es sind Unsicherheiten in UI-Richtung, eine mittels linearer Regression bestimmte Ausgleichsgerade und deren Konfidenzband abgebildet. Der Residuenplot ist in Abb. 12 in Abschnitt 6 eingefügt. Für die zehn Datenpunkte und den einen angepassten Parameter erhält man, wie in Abschnitt 3.1 geschildert, $\chi^2 = 5,45$. Für die Steigung der Ausgleichsgeraden erhält man $a = (1,04 \pm 0,01)10^{-7} \frac{1}{\Omega}$ und nach Gleichung (4) folgt schließlich für den Widerstand

$$R = (9,6 \pm 0,1)\text{M}\Omega.$$

Es ist zu beachten, dass der gemessene Strom in Sperrichtung um drei Größenordnungen kleiner als in Abb. 9 ist. Dort sind die Messwerte mit Fehlerbalken in U-I-Richtung dargestellt. Für die Durchlassrichtung ist auffällig, dass der Strom für $U < 1,7\text{V}$ nahe Null ist und für $U > 1,7\text{V}$ exponentiell ansteigt. Daraus folgt, dass für die Durchlassspannung $U_D \approx 1,7\text{V}$ gilt. Für $U > U_D$ ist zudem zu erkennen, dass die LED rot leuchtet.

3.4 Kennlinie unbekanntes Bauteil

Für das unbekannte Bauteil ist die U-I-Kennlinie in Abb. 10 für kleine Spannungen ähnlich zu der des technischen Widerstands in Abb. 4. Die Stromstärke steigt näherungsweise proportional zur angelegten Spannung. Allerdings fällt die Stromstärke für größere Spannungen ab ca. $|U| = 5\text{V}$ wieder ab.

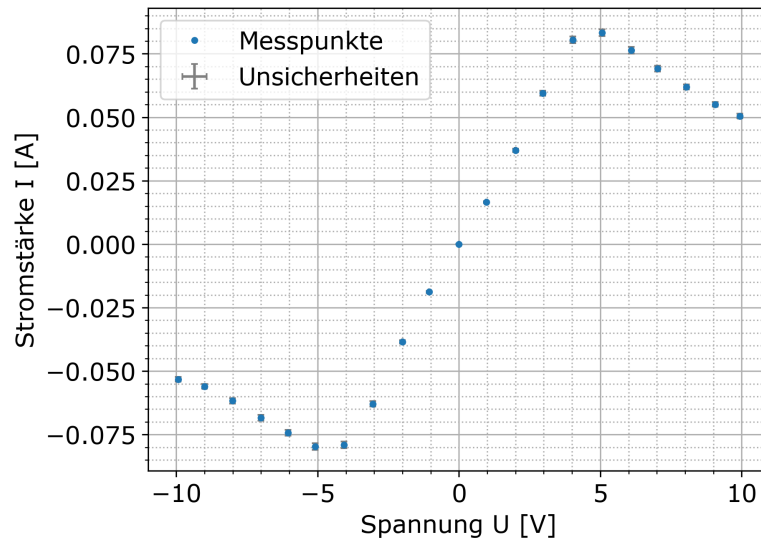


Abbildung 10: U-I-Kennlinie des unbekanntes Bauteils

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Für den technischen Widerstand ergibt sich ein gemessener Widerstand von:

$$R_{widerstand} = (147,1 \pm 0,6)\Omega.$$

Für den Widerstand der Glühlampe ergibt sich:

$$R_{U\ klein} = (6,52 \pm 0,05)\Omega$$

und

$$R_{U\ groß} = (57 \pm 2)\Omega.$$

Die LED hat ein Durchlassspannung von:

$$U_D \approx 1,7V$$

und einen Widerstand in Sperrrichtung von:

$$R = (9,6 \pm 0,1)M\Omega.$$

Das unbekanntes Bauteil verhält sich für Spannungen $U < 5V$ näherungsweise wie ein Ohm'scher Widerstand.

4.2 Vergleich mit erwartetem Ergebnis

4.2.1 Kennlinie technischer Widerstand

Der Wert des Widerstands $R_{nominal}$ lässt sich durch die Farbcodierung auf dem Widerstand⁴ ablesen. Aus den Farben Braun-Grün-Braun-Gold folgt der Nominalwert

$$R_{nominal} = 150\Omega \pm 5\% \approx (150 \pm 8)\Omega.$$

Der Messwert hingegen, der aus einem qualitativ hochwertigen Fit entstanden ist ($\chi^2 = 5,85 \ll 20$), ist $R_{widerstand} = (147,1 \pm 0,6)\Omega$, was bei einem t-Test⁵ mit Signifikanzniveau von 5% auf $t = 0,36$ schließen lässt. Dies bedeutet, dass keine signifikante Abweichung vom angegebenen Wert festgestellt werden kann.

4.2.2 Kennlinie Glühlampe

Die Kennlinie der Glühlampe aus Abb. 6 ist schwer durch die uns zur Verfügung stehenden Modelle anzupassen. Mit einem Fit der Form $U(I) = p_1x + p_2 \arctan x$ erreicht man nur ein nicht zufriedenstellendes Ergebnis, was man an dem extrem hohen $\chi^2 = 4415$ gut erkennt. Auch die Anpassung mit der linearen Näherung für kleine Spannungen ist nicht zufriedenstellend, was man auch hier an $\chi^2 = 585$ sehr gut sieht. Lediglich die Anpassung für hohe Spannungen, hat mit $\chi^2 = 1,89$ ein belastbares Ergebnis erzielt. Trotzdem lässt sich aus dem Verlauf der Schluss ziehen, dass die Leitfähigkeit der Lampe mit der Temperatur zusammenhängt, so dass davon auszugehen ist, dass die Lampe ein Kaltleiter ist. Diese Vermutung folgt daraus, dass je mehr Spannung anliegt und dadurch je mehr Strom fließt, die Temperatur der Glühwendel steigt, gleichzeitig steigt dabei aber auch der Widerstand. Um genauere Aussagen treffen zu können sind hier allerdings wesentlich mehr Untersuchungen nötig, interessant wäre hier ein Spannungs-Zeit und ein Strom-Zeit Diagramm, und potentiell noch ein Temperatur-Zeit Diagramm, um diese Zusammenhänge zu untersuchen. Siehe dazu Abschnitt 4.3.

4.2.3 Kennlinie Leuchtdiode mit Vorwiderstand

Vergleicht man die Durchlassspannung der verwendeten roten LED mit $U_D \approx 1,7V$ mit dem Literaturwert für die Durchlassspannung roter LEDs⁶ $U = 1,6 - 2,2V$, so ist ersichtlich, dass der Aufbau zur Bestimmung der Durchlassspannung angemessen ist. Die verwendete Stromfehlerschaltung ist sinnvoll, da die Spannung nur an der Diode gemessen werden soll. Mit einer anderen Schaltung würde der in Reihe geschaltete Vorwiderstand die Spannung verfälschen, da dessen Widerstand deutlich größer als der der Diode ist. Das ist auch in Abb. 9 zu sehen. Für die Messung fallen von den am Netzteil angelegten 10V nur 2V an der LED ab. D.h. die restlichen 8V fallen am Vorwiderstand ab. Daraus

⁴[Wik24b]

⁵[Bar24a]

⁶[Wik24a]

folgt auch, warum dieser Widerstand wichtig ist, denn ohne ihn liegt zu viel Spannung an der Diode an. Folglich brennt sie durch.

Für die Sperrichtung der Leuchtdiode sieht dies anders aus. Hier wurde ein linearer Zusammenhang festgestellt, aus dem folgt: $R = (9,6 \pm 0,1)\text{M}\Omega$. Schaut man sich das Voltmeter an, fällt auf, dass der angegebene Innenwiderstand⁷ $R_{iV} = 10\text{M}\Omega$ sehr nah an dem gemessenen Wert liegt. Zusätzlich wurde immernoch eine Stromfehlerschaltung genutzt. Dies bedeutet, dass vermutlich der Wert des parallel geschalteten Spannungsmessgeräts gemessen wurde und der Widerstand der LED in Sperrichtung wesentlich höher liegt, als der gemessene Wert. Eine Spannungsfehlerschaltung wäre der richtige Messweg gewesen, wobei dann vermutlich ein Messgerät für niedrigere Ströme nötig wäre.

Aus $\chi^2 = 5,45 < 9$ folgt, dass der verwendete Fit eine gute Näherung darstellt. Aus dem t-Test mit dem Signifikanzniveau 5% folgt allerdings $t = 4 > 2$. Also ist der gemessene Wert nicht mit dem Literaturwert des Multimeters verträglich, wobei auch diese Feststellung nicht sicher ist, da die Unsicherheit des Messgeräts auf den Widerstand nicht angegeben ist.

4.2.4 Kennlinie unbekanntes Bauteil

Beim unbekanntem Bauteil fällt sofort der ungewöhnliche Knick im U-I-Diagramm bei ca. 5V auf. Die Vermutung liegt nahe, dass es sich hier um einen Kaltleiter handelt, aufgrund der Ähnlichkeiten mit Abb. 11⁸. Außerdem wurde festgestellt, dass wenn man nach längerem Warten eine Spannung von über 5V anlegt, das Strommessgerät kurz einen hohen Peak anzeigt, bevor es auf die Werte aus der Kennlinie zurückfällt. Auch hier wären Strom-Zeit, Spannungs-Zeit und Temperatur-Zeit Diagramme interessant und wichtig für nähere Untersuchungen.

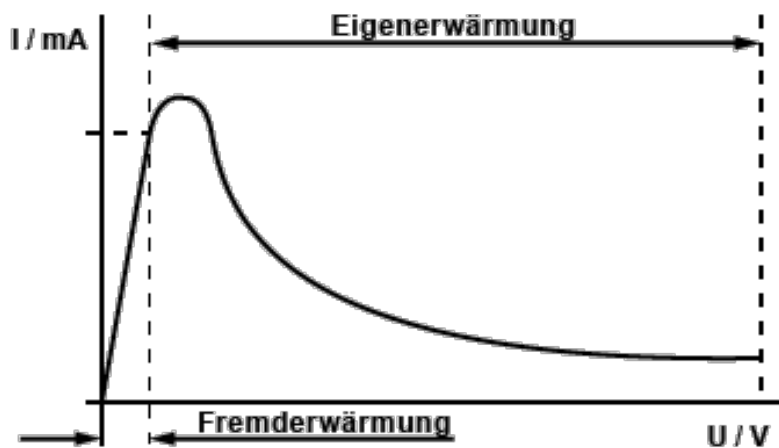


Abbildung 11: U-I-Kennlinie eines Kaltleiters

⁷[GUA]

⁸[Ele]

4.3 Verbesserte Methoden

Wie in Abschnitt 4.2.3 und Abschnitt 4.2.4 schon angeklungen, ist für die Untersuchung vieler Bauteile auch die Untersuchung auf Zeitabhängigkeit interessant und wichtig, um endgültige Aussagen über die Eigenschaften der Bauteile zu treffen. Stromstärke und Spannung reichen nicht aus. Ansonsten ist die Methode der Messung durchaus präzise gewesen, die Unsicherheiten der Multimeter lagen nicht inakzeptabel hoch. Es gibt also für die Messungen, die durchgeführt wurden, kaum Verbesserungspotential.

5 Erklärung zur Autorenschaft

Alle auf der Titelseite genannten Autoren haben in gleichen Teilen zu allen Inhalten dieses Protokolls beigetragen.

6 Anhang

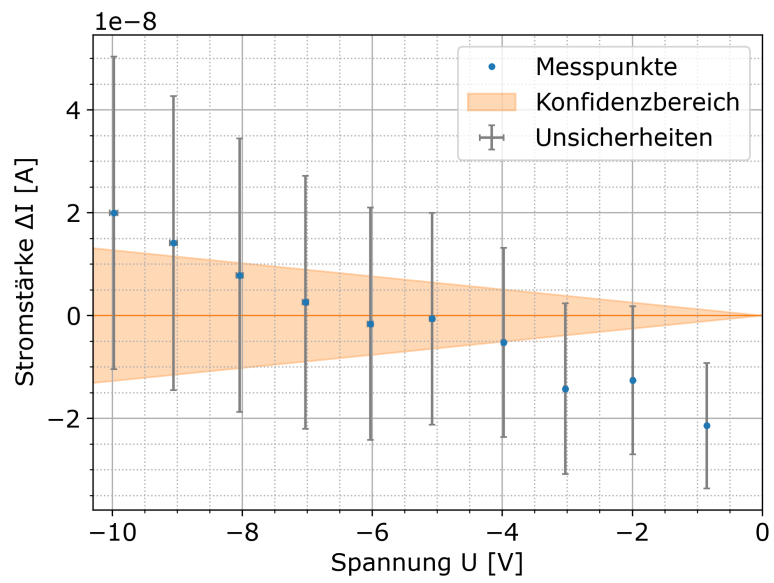


Abbildung 12: Residuenplot für die Sperrichtung der LED

6.1 Rohdaten mit Vortestat

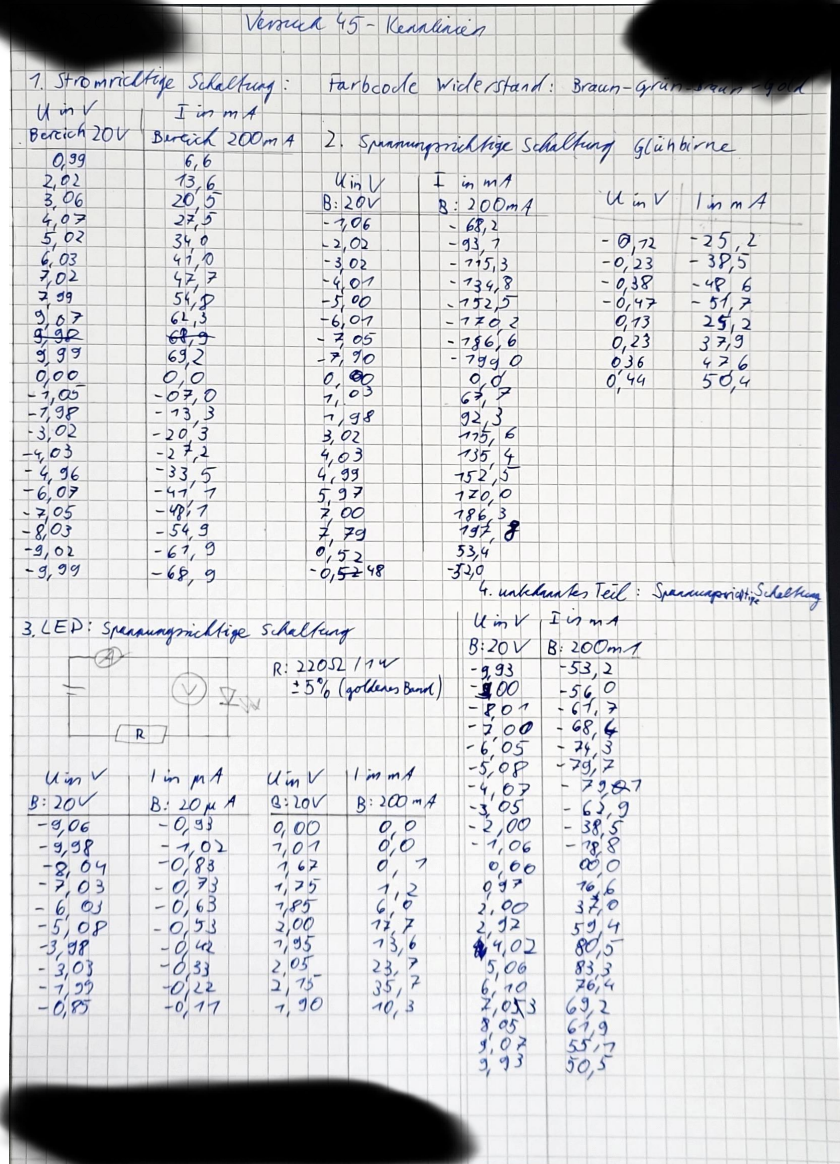


Abbildung 13: Rohdaten

Literatur

- [Bar24a] Dr. Christof Bartels. *Datenanalyse A*. 29. Jan. 2024. URL: https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3372920_download&client_id=unifreiburg (besucht am 05.03.2024).
- [Bar24b] Dr. Christof Bartels. *Versuch 45*. 12. Feb. 2024. URL: https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file_3386191_download&client_id=unifreiburg (besucht am 22.02.2024).
- [Ele] Elektronik-Kompendium. *PTC - Kaltleiter*. URL: <https://www.elektronik-kompendium.de/sites/bau/0111051.htm> (besucht am 06.03.2024).
- [GUA] UNI-TREND TECHNOLOGY(DONG GUAN)LIMITED. *Digitales Multimeter*. URL: <https://phypra.uni-freiburg.de/ap/44/Uni-T%20UT51%20operating%20Manual.pdf> (besucht am 05.03.2024).
- [Wik24a] Wikipedia. *Leuchtdiode*. 14. Feb. 2024. URL: <https://de.m.wikipedia.org/wiki/Leuchtdiode> (besucht am 06.03.2024).
- [Wik24b] Wikipedia. *Widerstand (Bauelement)*. 25. Feb. 2024. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Widerstand_\(Bauelement\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Widerstand_(Bauelement)) (besucht am 06.03.2024).