

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER*INNEN, TEIL 2
WINTERSEMESTER 2021/22

VERSUCH 44 AM 09.03.2022

Elektrische Leitfähigkeit

Gruppe 211:
10.03.2022

Assistent:

Inhaltsverzeichnis

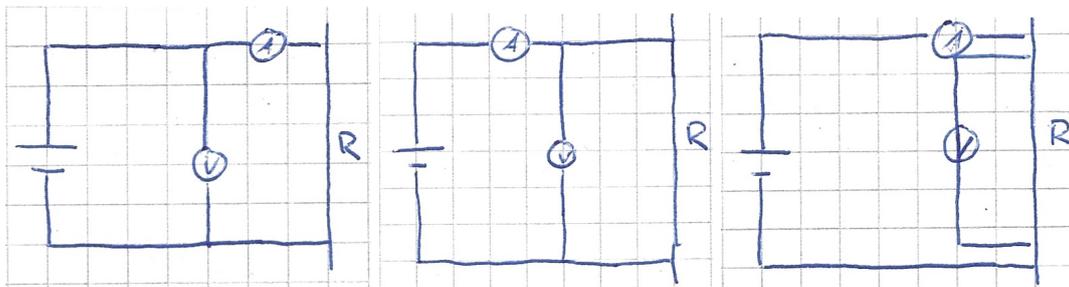
1 Ziel des Versuchs	2
2 Aufbau und Durchführung	2
3 Auswertung und Fehleranalyse	4
3.1 Bestimmung des spezifischen Widerstands bei verschiedenen Schaltungen	4
3.2 Untersuchung der Abhängigkeit von der Drahtlänge	6
3.3 Untersuchung der Abhängigkeit von der Querschnittsfläche	9
3.4 Bestimmung eines Endergebnisses und Betrachtung der Unsicherheiten	11
4 Diskussion der Ergebnisse	12
4.1 Vergleich mit Literaturwerten	12
4.2 Zusammenstellung der Ergebnisse	12
4.3 Fehlerdiskussion	13
4.4 Verbesserte Messmethoden	14
5 Literatur	16
6 Anhang	17
6.1 Laborbuch	17
6.2 Tabellenverzeichnis	20
6.3 Abbildungsverzeichnis	20

1 Ziel des Versuchs

Im Folgenden soll der Widerstand eines Nickeldrahtes untersucht werden. Hierfür werden zunächst drei verschiedene Schaltungen für die Widerstandsmessung verglichen und die bestgeeignete unter ihnen ausgewählt. Aus den Messwerten dieser Schaltung wird der spezifische Widerstand von Nickel berechnet. Anschließend wird zuerst die Länge und dann der Querschnitt des Drahtes variiert, um die Abhängigkeit des Widerstandes von diesen Parametern zu untersuchen.

2 Aufbau und Durchführung

Um den spezifischen Widerstand möglichst gut bestimmen zu können, werden zunächst drei verschiedene Schaltungen, die in [Abbildung 1](#) abgebildet sind, verwendet. Es werden die Spannung U und der Strom I gemessen. Dafür stehen ein analoges und ein digitales Multimeter für die Messung dieser Größen zur Verfügung. Es wird bei jeder der drei Schaltungen das analoge Messgerät einmal für die Spannungsmessung und einmal für die Strommessung benutzt. So ergeben sich sechs verschiedene Schaltungen. Bei Verwendung des analogen Multimeters für die Strommessung werden die Schaltungen im Folgenden mit 1 bis 3 bezeichnet. Verwendet man das analoge Multimeter für die Spannungsmessung werden diese Schaltungen 4 bis 6 benannt. Es wird Schaltung sechs für die weiteren Versuchsteile ausgewählt.



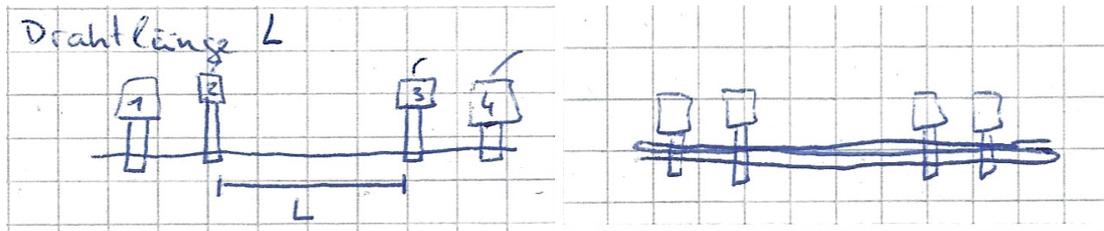
(a) Abbildung der Schaltungen 1 und 4

(b) Abbildung der Schaltungen 2 und 5

(c) Abbildung der Schaltungen 3 und 6

Abb. 1: Abgebildet sind die benutzten Schaltpläne die im Laborbuch in [Abbildung 11](#) zu finden sind.

Um den spezifischen Widerstand zu bestimmen, wird noch die für den Widerstand relevante Drahtlänge L benötigt. Sie wird mit einem Maßband zwischen den Krokodilklemmen gemessen, wie in [Abbildung 2a](#) zu sehen ist. Bei den ersten beiden Schaltungen werden nur die Krokodilklemme 2 und 3 verwendet. Bei Schaltung drei wird der Strom an Krokodilklemme 1 und 4 angeschlossen. Das Voltmeter wird mit Krokodilklemme 2 und 3 parallel geschaltet. Außerdem wird der Durchmesser des Drahtes mit einer Bügelmessschraube ermittelt.



(a) Skizze der Längenmessung L des Drahtes mit den Krokodilklemmen 1 bis 4 (b) Um den Querschnitt zu variieren, wird der Draht mehrmals durch die Klemmen geführt

Abb. 2: Skizzen der Längen- und Querschnittsmessung des Drahtes aus dem Laborbuch [Abbildung 9](#). In der ersten Abbildung sind zusätzlich zur gemessenen Länge L die Anordnung der Krokodilklemmen eingezeichnet.

Anschließend wird die Länge des Drahtes L variiert. Für jede Länge werden fünf verschiedene Spannungs-Strom-Paare gemessen.

Abschließend soll der Zusammenhang zwischen Widerstand und stromdurchflossener Querschnittsfläche untersucht werden. Dafür wird, wie in [Abbildung 2b](#) dargestellt, der Draht n -mal durch die Krokodilklemme geführt. Es wird dabei immer die gleiche Länge L zwischen den Klemmen verwendet.

Die Unsicherheiten der Multimeter werden den jeweiligen Gebrauchsanweisung entnommen. Für das digitale Multimeter betragen die Unsicherheiten [7] für Stromstärke I und Spannung U in den verwendeten Einstellungen:

$$\Delta I_{dig} = (1,8\% \cdot I \pm 0,003 \text{ A}), \quad (1)$$

$$\Delta U_{dig} = (0,5\% \cdot U \pm 0,001 \text{ V}). \quad (2)$$

Hierbei bezieht sich der Prozentwert auf den gemessenen Wert.

Für das analoge Multimeter kommt zu der angegebenen, relativen Unsicherheit [8] die Ablesungsunsicherheit von der analogen Skala hinzu, die mit Dreiecksverteilung mit Formeln aus [3] abgeschätzt wird. Hierbei bezieht sich der Prozentwert auf den jeweiligen Skalenendwert. Für die Spannung beträgt dieser bei der gewählten Einstellung 2,5 V und für die Stromstärke 1000 mA:

$$\Delta I_{ana} = (2,0\% \cdot 1000 \text{ mA} \pm 0,02 \text{ A}), \quad (3)$$

$$\Delta U_{ana} = (1,5\% \cdot 2,5 \text{ V} \pm 0,008 \text{ V}). \quad (4)$$

Bei der Messung von Länge L und Durchmesser D wird ebenfalls aufgrund der analogen Skalen von Dreiecksverteilung ausgegangen. So ergeben sich die folgenden Unsicherheiten:

$$\Delta L = 0,12 \text{ cm}, \quad (5)$$

$$\Delta D = 0,004 \text{ mm}. \quad (6)$$

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Bestimmung des spezifischen Widerstands bei verschiedenen Schaltungen

Aus den mit Schaltung 1 bis 6 gemessenen Strömen I und Spannungen U , sowie den geometrischen Maßen des Drahtes $L = (40,00 \pm 0,12)$ cm und $D = (0,210 \pm 0,004)$ mm können die jeweiligen spezifischen Widerstände ρ_i des Nickeldrahtes bestimmt werden. Es gilt folgender Zusammenhang:

$$\rho = R \frac{A}{l} = \frac{U}{I} \frac{\pi D^2}{4l}. \quad (7)$$

Für eine höhere Genauigkeit werden pro Schaltung mehrere Messungen vorgenommen, die jeweiligen spezifischen Widerstände berechnet und anschließend ein Mittelwert gebildet. Als statistische Unsicherheit wird die Standardabweichung des Mittelwerts verwendet. Beides wird mit Formeln aus [3] berechnet. Da jedoch alle verwendeten Größen systematisch falsch gemessen sein können – die Größen L und D werden in jeder Messung verwendet und die Multimeter können U und I systematisch zu klein oder groß messen – ergibt sich zusätzlich ein systematischer Fehler aus Gauß'scher Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta_{\text{sys}}\rho = \frac{\pi}{4lI} \sqrt{(D^2\Delta U)^2 + (2UD\Delta D)^2 + \left(\frac{UD^2\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{UD^2\Delta I}{I}\right)^2}. \quad (8)$$

Für die sechs verschiedenen Kombinationen ergeben sich die in [Tabelle 1](#) angegebenen spezifischen Widerstände. Es sind dabei sowohl statistischer als auch systematischer Fehler eingetragen.

Tab. 1: Angegeben sind die errechneten spezifische Widerstände für die drei verschiedenen Schaltungen und die verwendeten Kombinationen aus analogem und digitalem Multimeter. Bei den Werten ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler angegeben.

verwendete Schaltung	analoges Messgerät	digitales Messgerät	spezifischer Widerstand ρ
1	Strom	Spannung	$(0,170 \pm 0,003 \pm 0,016) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$
2	Strom	Spannung	$(0,118 \pm 0,003 \pm 0,008) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$
3	Strom	Spannung	$(0,108 \pm 0,003 \pm 0,008) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$
4	Spannung	Strom	$(0,135 \pm 0,003 \pm 0,011) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$
5	Spannung	Strom	$(0,118 \pm 0,004 \pm 0,013) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$
6	Spannung	Strom	$(0,112 \pm 0,005 \pm 0,010) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$

Für einen besseren Vergleich sind die errechneten Werte für ρ in [Abbildung 3](#) eingezeichnet. Man kann erkennen, dass die spezifischen Widerstände aus Schaltung 1 und 4 deutlich über den Werten der anderen Schaltungen liegen. Bei Schaltung 3 und 6 sind die errechneten Werte am kleinsten. Es ist außerdem erkennbar, dass die Art der Schaltung einen deutlich größeren Einfluss hat als die verwendeten Messgeräte.

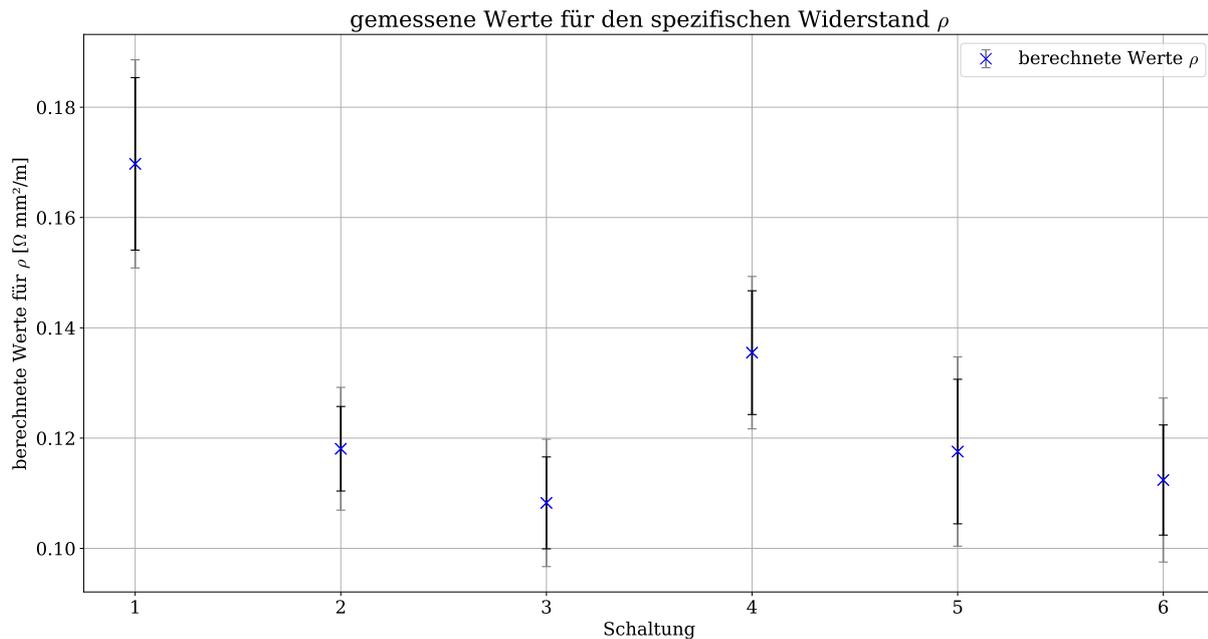


Abb. 3: Aufgetragen sind die berechneten spezifischen Widerstände ρ in $\Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$ für die sechs Schaltungen. Bei den Schaltungen 1 bis 3 wird jeweils der Strom und bei den Schaltungen 4 bis 6 die Spannung analog gemessen. Die dunkleren Fehlerbalken sind die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazuaddierten statistischen Fehler.

Die Schaltungen 1 und 4 messen durch den Einbau des Strommessgeräts nach dem Knotenpunkt beide stromrichtig, während die anderen Schaltungen spannungsrichtig messen. Da Amperemeter niederohmig und Voltmeter hochohmig sind, ist eine stromrichtige Schaltung für große Widerstände besser geeignet und eine spannungsrichtige Schaltung für kleine Widerstände. Da es sich bei der Messung um kleine Widerstände handelt, wird bei den Schaltungen 1 und 4 der spezifische Widerstand systematisch zu groß gemessen. Die Schaltungen 3 und 6 haben zusätzlich den Vorteil, dass direkt am Draht gemessen wird und damit Kabelwiderstände nur einen minimalen Einfluss haben. Für die folgenden Messungen wird daher Schaltung 6 verwendet.

Um zu überprüfen, wie sinnvoll die gewählte Schaltung ist, wird ein grober Vergleich mit einem Literaturwert angestellt. Der Literaturwert wird aus [5] entnommen und beträgt:

$$\rho_{\text{lit}} = 0,0693 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}.$$

Für den Vergleich werden erneut die berechneten Werte für ρ aufgetragen und gemeinsam mit dem Literaturwert in [Abbildung 4](#) veranschaulicht.

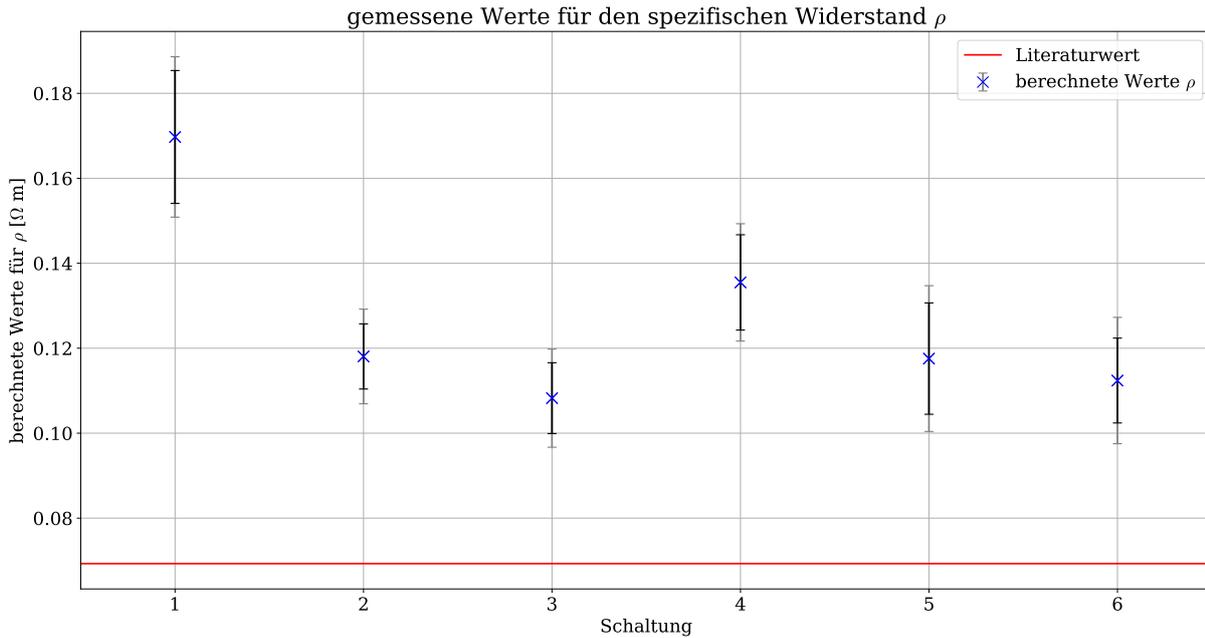


Abb. 4: Aufgetragen sind die berechneten spezifischen Widerstände ρ in $\Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$ für die sechs Schaltungen, sowie der Literaturwert aus [5]. Bei den Schaltungen 1 bis 3 wird jeweils der Strom und bei den Schaltungen 4 bis 6 die Spannung analog gemessen. Die dunkleren Fehlerbalken sind die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazugehörigen statistischen Fehler.

Es ist erkennbar, dass die Werte für Schaltung 3 und 6 am nächsten am Literaturwert liegen. Ein quantitativer Vergleich mit dem Literaturwert erfolgt in [Unterabschnitt 4.1](#) in der Diskussion. Ob mit der verwendeten Schaltung die Messwerte tatsächlich am sinnvollsten bestimmt werden können, soll dort ebenfalls untersucht werden.

3.2 Untersuchung der Abhängigkeit von der Drahtlänge

Der Widerstand eines Drahtes hängt neben seinem spezifischen Widerstand ρ und seiner Dicke D von seiner Länge L ab. Dabei gilt folgender Zusammenhang:

$$R = \frac{4\rho}{\pi D^2} \cdot L. \quad (9)$$

Um diese Linearität mit Steigung $4\rho/(\pi D^2)$ zu bestätigen, wird der aus Stromstärke I und Spannung U ermittelte Widerstand R gegen die Drahtlänge L aufgetragen. Zur Berechnung des Widerstandes wird der Zusammenhang $R = U/I$ verwendet, um aus jedem Wertepaar bei gleicher Länge L einen Widerstand zu berechnen. Als Bestwert wird der Mittelwert mit Formeln aus [3] verwendet. Für die statistische Unsicherheit der Widerstände R wird die Standardabweichung vom Mittelwert [3] gewählt. Die systematische Unsicherheit, die durch die systematischen Fehler von U und I entsteht, wird mit Fehlerfortpflanzung mit Formeln aus [3] ermittelt:

$$\Delta R_{\text{sys}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{I}\right)^2 + \left(\frac{-U \cdot \Delta I}{I^2}\right)^2}. \quad (10)$$

Dieser aus allen Wertepaaren ermittelte systematische Fehler wird erneut zu einem systematischen Fehler pro gewählter Länge gemittelt.

Die erhaltenen Werte für R und L sind in [Abbildung 5](#) aufgetragen.

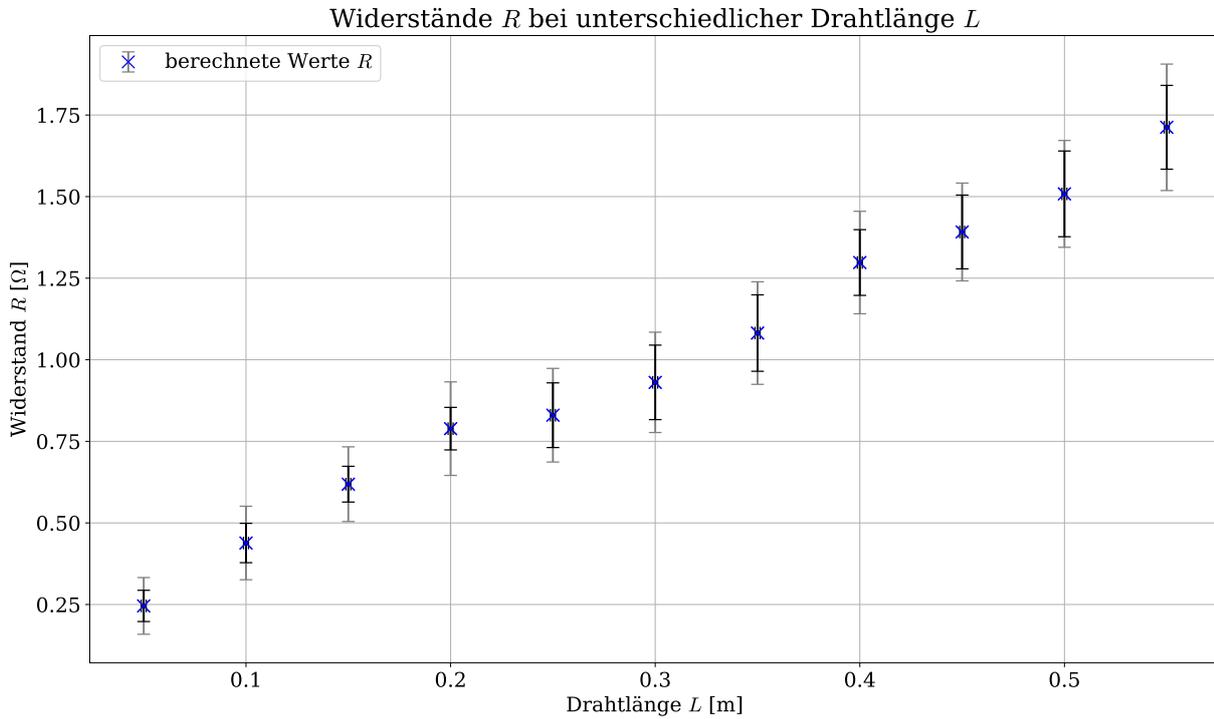


Abb. 5: Aufgetragen sind die berechneten Widerstände R in Ω gegen die Drahtlänge L in m. Die dunkleren Fehlerbalken sind dabei die systematischen Fehler und die dazuaddierten statistischen Fehler.

Um den vermuteten linearen Zusammenhang zu untersuchen, wird eine lineare Regression unter Verwendung von Formeln aus [\[4\]](#) durchgeführt. Für die Steigung der Ausgleichsgeraden m , den y -Achsenabschnitt c und ihre Unsicherheiten werden dabei folgende Werte ermittelt:

$$c = (0,15 \pm 0,07) \Omega,$$

$$m = (2,8 \pm 0,3) \Omega \text{ m}^{-1}.$$

Die Ausgleichsgerade mit ihrem Konfidenzband und den gemessenen Werten ist in [Abbildung 6](#) dargestellt.

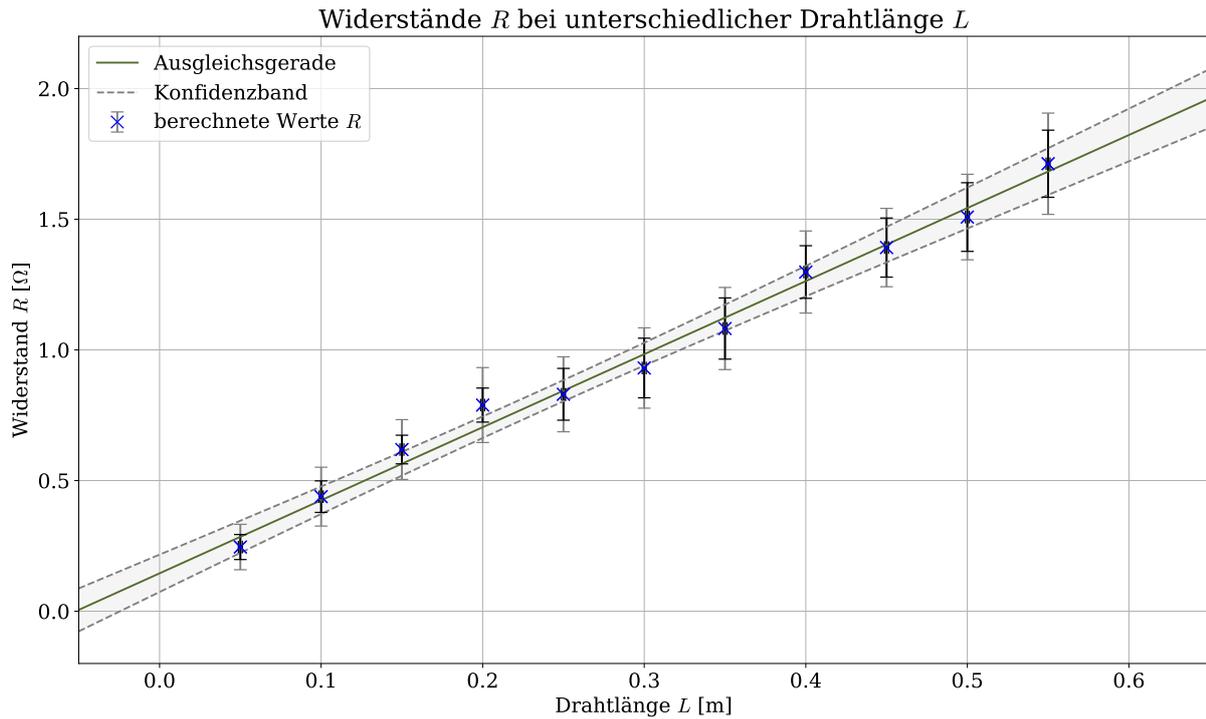


Abb. 6: Aufgetragen sind die berechneten Widerstände R in Ω gegen die Drahtlänge L in m. Die dunkleren Fehlerbalken sind dabei die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazuzugewählten statistischen Fehler. Zusätzlich ist eine lineare Regression mit einem 1σ -Konfidenzband eingezeichnet.

Da alle Messwerte mit der linearen Regression verträglich sind und die Konfidenzbänder gleichsweise schmal sind, kann die vermutete Linearität bestätigt werden.

Da die Steigung m dem Faktor $4\rho/(\pi D^2)$ aus der Theorie entspricht, kann mit ihr ein Wert für den spezifischen Widerstand bestimmt werden:

$$m = \frac{4\rho}{\pi D^2}, \quad (11)$$

$$\rho = \frac{\pi m D^2}{4}. \quad (12)$$

Die statistische Unsicherheit folgt durch Fehlerfortpflanzung des Fehlers der linearen Regression:

$$\Delta_{stat}\rho = \frac{\pi D^2 \cdot \Delta m}{4} \quad (13)$$

Der zusätzliche systematische Fehler wird in [Unterabschnitt 3.4](#) analysiert. Für den spezifischen Widerstand ergibt sich folgender Wert mit statistischen Fehler:

$$\rho_{linreg} = (0,097 \pm 0,009) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}.$$

Der y-Achsenabschnitt c zeigt, dass auch im Grenzwert, wenn kein Draht vorhanden ist, ein Widerstand bleibt. Dieser Offset-Widerstand R_o beträgt:

$$R_o = (0,15 \pm 0,07) \Omega.$$

Dieser Widerstand kommt aus den Kabeln und Messgeräten.

3.3 Untersuchung der Abhängigkeit von der Querschnittsfläche

Für die folgende Versuchsdurchführung wird ein Abstand der Krokodilklemmen von $L = (10,00 \pm 0,12)$ cm gewählt. Dadurch wird gewährleistet, dass mehrere Windungen möglich sind. Die Abhängigkeit des Widerstands R des Drahtes von der Querschnittsfläche A ist durch folgenden Zusammenhang gegeben:

$$R = \rho L \frac{1}{A}. \quad (14)$$

Um die Proportionalität zwischen R und $1/A$ zu untersuchen, wird der aus Stromstärke I und Spannung U ermittelte Widerstand R gegen den Kehrwert des Drahtquerschnitts A aufgetragen. Dabei wird der Widerstand analog zu oben bestimmt. Zu jedem Querschnitt werden mehrere Messwerte aufgenommen, aus denen jeweils ein Widerstand berechnet wird. Mithilfe von Formeln aus [3] wird zu jedem Drahtquerschnitt ein Mittelwert gebildet. Um die statistische Unsicherheit des Mittelwerts zu bestimmen, wird dessen Standardabweichung mit Formeln aus [3] berechnet. Die systematische Unsicherheit wird erneut mit Hilfe von Gleichung 10 ermittelt.

Die Vergrößerung der Querschnittsfläche A wird durch n -faches Durchführen des Drahtes durch die Krokodilklemmen realisiert. Bei mehreren Durchführungen des Drahtes fällt auf, dass der Draht anfängt zu glühen und mit der Krokodilklemme verschmilzt. Dieser Effekt führt zu großen Messungenauigkeiten, die in der Fehlerdiskussion aufgegriffen werden. Es ergeben sich für den Kehrwert der Querschnittsfläche und seine Unsicherheit folgende Gleichungen:

$$A_{\text{kehr}} = \frac{1}{A} = \frac{4}{n\pi D^2}, \quad (15)$$

$$\Delta A_{\text{kehr}} = \frac{8\Delta D}{n\pi D^3}. \quad (16)$$

Die damit ermittelten Werte sind in Abbildung 7 abgebildet:

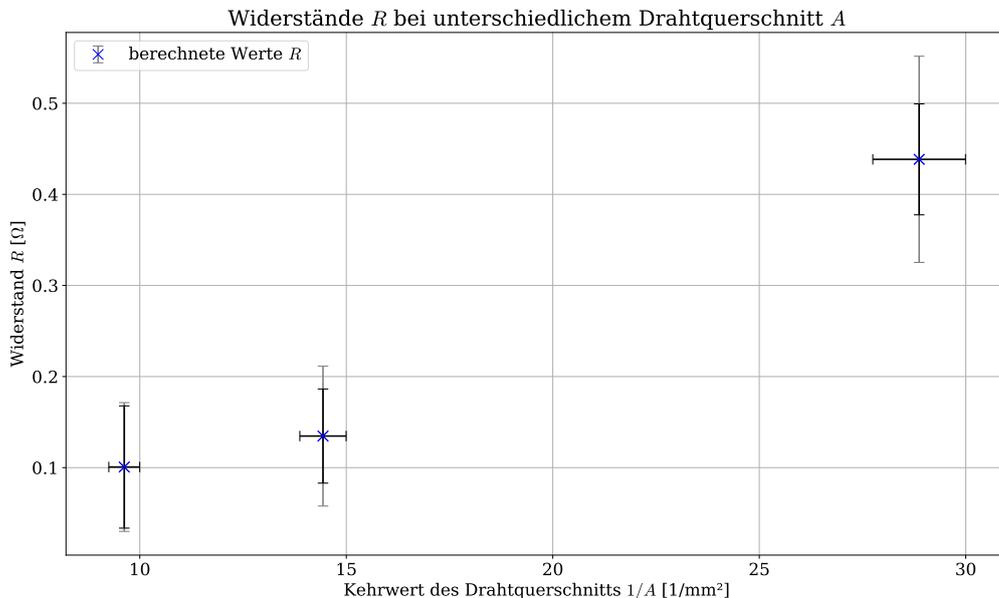


Abb. 7: Aufgetragen sind die berechneten Widerstände R in Ω gegen den Kehrwert des Drahtquerschnitts $1/A$ in mm^{-2} . Die dunkleren Fehlerbalken sind die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazuaddierten statistischen Fehler.

Um die vermutete Linearität zu bestätigen wird eine lineare Regression mit Formeln aus [4] durchgeführt. Dabei sind die Steigung m der Ausgleichsgerade und deren y-Achsenabschnitt c durch folgende Werte und Unsicherheiten gegeben:

$$m = (0,018 \pm 0,007) \Omega \text{ mm}^2,$$

$$c = (-0,09 \pm 0,11) \Omega.$$

Die lineare Regression mit ihrem Konfidenzband und den gemessenen Werten ist in [Abbildung 8](#) aufgetragen.

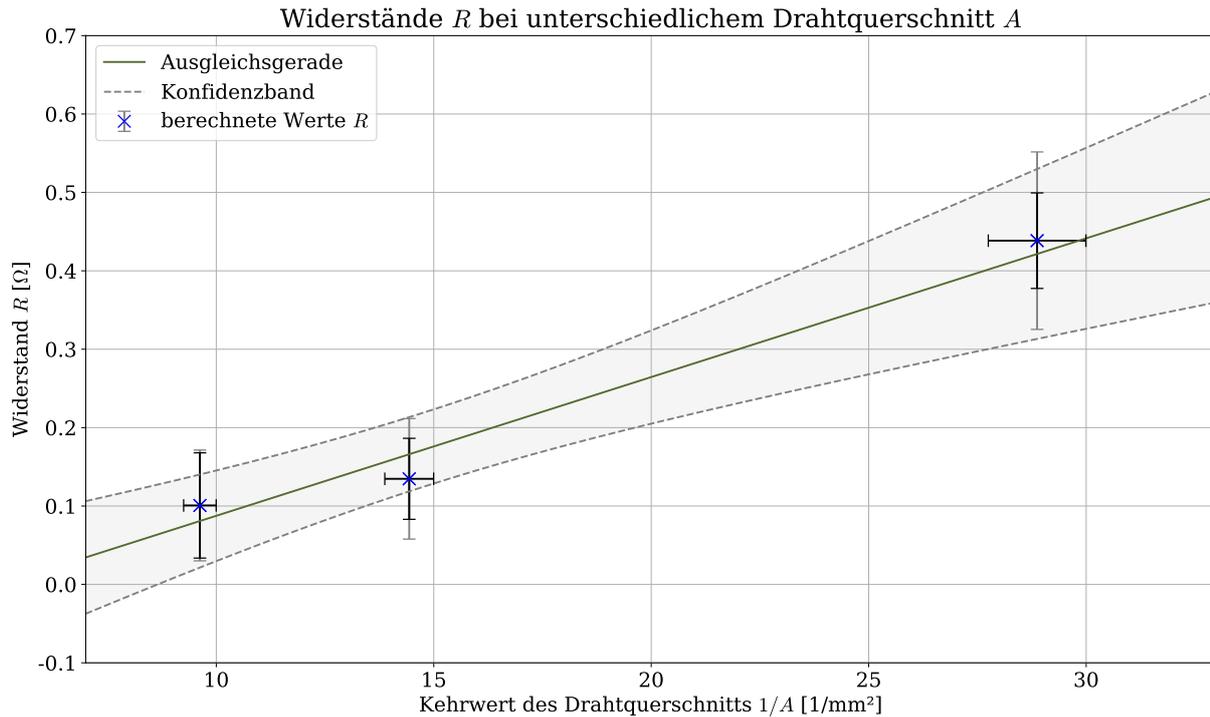


Abb. 8: Aufgetragen sind die berechneten Widerstände R in Ω gegen den Kehrwert des Drahtquerschnitts $1/A$ in mm^{-2} . Die dunkleren Fehlerbalken sind die systematischen Fehler und die helleren Fehlerbalken sind die dazuaddierten statistischen Fehler. Zusätzlich ist eine lineare Regression mit einem 1σ -Konfidenzband eingezeichnet.

Es lässt sich nur vermuten, dass der Verlauf linear ist, was zum einen an den wenigen Messwerten und zum anderen an den großen Fehlern liegt, die in der Fehlerdiskussion nochmal näher erläutert werden. Trotzdem wird versucht aus der ermittelten Steigung m ein Wert für den spezifischen Widerstand mit Hilfe folgender Formeln zu berechnen:

$$m = R \cdot A, \quad (17)$$

$$\rho_{\text{linreg2}} = \frac{m}{L}. \quad (18)$$

Die Unsicherheit folgt mit Fehlerfortpflanzung [3]:

$$\Delta\rho_{\text{linreg2}} = \sqrt{\left(\frac{-m\Delta L}{L^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{L}\right)^2}. \quad (19)$$

Damit folgt für den spezifischen Widerstand:

$$\rho_{\text{linreg2}} = (0,18 \pm 0,07) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}.$$

Offensichtlich weicht der Wert extrem vom Literaturwert ab und da die lineare Regression nicht aussagekräftig ist, wird dieser Wert nicht weiter verwendet.

3.4 Bestimmung eines Endergebnisses und Betrachtung der Unsicherheiten

Als Endergebnis wird der aus der linearen Regression aus [Unterabschnitt 3.2](#) bestimmte Wert verwendet. Bei diesem Versuchsteil wird die spannungsrichtige Schaltung 6 gewählt, bei der zudem direkt am Draht gemessen werden kann. Ein weiterer Vorteil dieses Verfahrens ist, dass durch die lineare Regression ein möglicher Offset im Widerstand herausgerechnet wird. Dadurch liefert dieses Vorgehen den genauesten Wert für den spezifischen Widerstand. Eine Mittelung aller erhaltenen Ergebnisse scheint nicht sinnvoll, da verschiedene Schaltungen und Auswertungen bereits durch ihren Aufbau deutliche systematische Fehler aufweisen, die nicht statistisch um den wahren Wert streuen sondern zu einer größeren Ungenauigkeit des Endergebnisses beitragen.

Zusätzlich zu der statistischen Unsicherheit, die sich aus der linearen Regression ergibt, gibt es eine systematische Unsicherheit, die daher rührt, dass die Messgrößen systematisch von ihren wahren Werten abweichen können. Dieser systematische Fehler lässt sich mithilfe Gauß'scher Fehlerfortpflanzung ermitteln. Hierbei werden die Fehler, die sich aus den einzelnen Messgrößen ergeben zunächst einzeln betrachtet, um vergleichen zu können, welche Unsicherheit den größten Einfluss auf das Endergebnis hat. Diese können dann zu einem systematischen Fehler kombiniert werden.

$$\Delta_D \rho = \frac{\pi}{4} \frac{2UD\Delta D}{LI}, \quad (20)$$

$$\Delta_L \rho = \frac{\pi}{4} \frac{UD^2\Delta L}{L^2I}, \quad (21)$$

$$\Delta_U \rho = \frac{\pi}{4} \frac{D^2\Delta U}{LI}, \quad (22)$$

$$\Delta_I \rho = \frac{\pi}{4} \frac{UD^2\Delta I}{LI^2}, \quad (23)$$

$$\Rightarrow \Delta_{\text{syst}} \rho = \sqrt{(\Delta_D \rho)^2 + (\Delta_L \rho)^2 + (\Delta_U \rho)^2 + (\Delta_I \rho)^2}. \quad (24)$$

Es ergeben sich dadurch die folgenden Unsicherheiten, die aus den jeweiligen Messgrößen resultieren:

$$\begin{aligned} \Delta_D \rho &= 0,005 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}, \\ \Delta_L \rho &= 0,0010 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}, \\ \Delta_U \rho &= 0,013 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}, \\ \Delta_I \rho &= 0,002 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}. \end{aligned}$$

Es fällt auf, dass der Beitrag der Messungenauigkeit des analogen Multimeters, das für die Spannungsmessung verwendet wird, deutlich höher ist, als der Beitrag des digitalen Multimeters für die Strommessung. Auch die Messung des Drahtdurchmessers hat einen wichtigen Anteil an der systematischen Ungenauigkeit. Die Messung der Länge ist deutlich genauer und spielt deshalb im systematischen Fehler fast keine Rolle.

Insgesamt ergibt sich damit folgender Bestwert, wobei die erste, statistische Unsicherheit aus der linearen Regression und die zweite, systematische Unsicherheit aus der Kombination der soeben ermittelten Fehler folgt:

$$\rho_{\text{best}} = (0,097 \pm 0,009 \pm 0,015) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}.$$

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Vergleich mit Literaturwerten

Zum Vergleich wird der folgende Literaturwert für den spezifischen Widerstand von Nickel aus [5] herangezogen:

$$\rho_{\text{lit}} = 0,0693 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}.$$

Zunächst sollen die Ergebnisse aus den verschiedenen Schaltungen betrachtet und auf Verträglichkeit mit dem Literaturwert untersucht werden. Dazu wird mit Formeln aus [3] ein t -Wert berechnet, wobei ein t -Wert von unter zwei auf eine gute, ein t -Wert von über zwei auf eine schlechte Verträglichkeit hindeutet. In [Tabelle 2](#) sind alle berechneten Werte erneut zusammengestellt und zusätzlich die jeweiligen t -Werte im Vergleich mit dem Literaturwert angegeben.

Tab. 2: Angegeben sind die errechneten spezifische Widerstände für die drei verschiedenen Schaltungen und die verwendeten Kombinationen aus analogem und digitalem Multimeter. Bei den Werten ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler angegeben. Außerdem sind die errechneten t -Werte im Vergleich mit dem Literaturwert aus [5] aufgelistet.

verwendete Schaltung	analoges Messgerät	digitales Messgerät	spezifischer Widerstand ρ	t -Wert
1	Strom	Spannung	$(0,170 \pm 0,003 \pm 0,016) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$	5,3
2	Strom	Spannung	$(0,118 \pm 0,003 \pm 0,008) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$	4,4
3	Strom	Spannung	$(0,108 \pm 0,003 \pm 0,008) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$	3,4
4	Spannung	Strom	$(0,135 \pm 0,003 \pm 0,011) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$	4,8
5	Spannung	Strom	$(0,118 \pm 0,004 \pm 0,013) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$	2,8
6	Spannung	Strom	$(0,112 \pm 0,005 \pm 0,010) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$	2,9

Alle gemessenen Werte sind nicht mit dem Literaturwert verträglich, wofür es verschiedene Gründe gibt, die in der Fehlerdiskussion weiter behandelt werden. Die schlechtesten Verträglichkeiten haben Schaltung 1 und 4, während die Schaltungen 5 und 6 nur knapp von der Verträglichkeit abweichen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass bei Schaltung 5 der relative Fehler von 14,4% etwas höher ist als bei Schaltung 6 mit 13,4%.

In einem weiteren Schritt soll das Endergebnis mit dem Literaturwert verglichen werden:

$$\rho_{\text{best}} = (0,097 \pm 0,009 \pm 0,015) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}.$$

Erneut wird ein t -Wert mit Formeln aus [3] errechnet, wobei als Gesamtunsicherheit die Summe der beiden Fehler verwendet wird. Es kann folgender Wert ermittelt werden:

$$t = 1,2.$$

Die deutlich bessere Verträglichkeit mit dem Literaturwert kann als Indiz dafür gesehen werden, dass das Verfahren zur Ermittlung dieses Bestwertes sinnvoll gewählt ist. Gründe für die bessere Verträglichkeit werden ebenfalls in der Fehlerdiskussion beleuchtet. Eine Betrachtung der Unsicherheiten ergibt einen relativen Fehler von 24,0%, wobei 9,0% aus dem statistischen und 15,0% aus dem systematischen Fehler kommen. Da diese Fehler ziemlich hoch sind, wird auch darauf in der Fehlerdiskussion weiter eingegangen.

4.2 Zusammenstellung der Ergebnisse

Mit den durchgeführten Versuchen kann Schaltung 6, als eine gute Möglichkeit zur Ermittlung des spezifischen Widerstandes identifiziert werden. Alle errechneten spezifischen Widerstände sind in [Tabelle 2](#) im obigen Abschnitt zu finden.

Durch Variation der Drahtlänge L kann der erwartete lineare Zusammenhang zum Widerstand R bestätigt und ein Bestwert für den spezifischen Widerstand bestimmt werden.

$$\rho_{\text{best}} = (0,097 \pm 0,009 \pm 0,015) \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}.$$

Zudem kann der Offset-Widerstand R_o als:

$$R_o = (0,15 \pm 0,07) \Omega$$

ermittelt werden.

Aus den Messwerten bei unterschiedlicher Querschnittsfläche A kann ein linearer Zusammenhang zum Widerstand vermutet werden. Aus einer linearen Regression kann für den spezifischen Widerstand ein weiterer Wert ermittelt werden, der allerdings wie oben erläutert wenig aussagekräftig ist.

4.3 Fehlerdiskussion

Durch die Auswertung der Messwerte der sechs Schaltungen zeigt sich, dass Schaltung 5 und 6 die Werte liefern, die mit dem Literaturwert am verträglichsten sind. Die Wahl der sechsten Schaltung ist berechtigt, da der relative Fehler bei Schaltung 5 größer ist.

Es zeigt sich allerdings, dass der größte Anteil am systematischen Fehler des ermittelten Bestwertes für ρ von der Spannungsunsicherheit herrührt, wie in [Unterabschnitt 3.4](#) diskutiert. Die Spannungsmessung wurde mit dem analogen Multimeter realisiert. Dieses hat eine höhere Unsicherheit als das digitale Multimeter wie in [Gleichung 2](#) und [Gleichung 4](#) zu sehen ist. Schaltung drei wäre also zur Minimierung der Unsicherheiten besser geeignet gewesen als die gewählte Schaltung sechs.

Die im ersten Versuchsteil ermittelten Werte für den spezifischen Widerstand ρ sind alle sehr schlecht mit dem Literaturwert verträglich. Als Fehlerquellen kommen hier folgende Faktoren in Frage.

Eine mögliche Ursache kann in der Messung der Drahtlänge L liegen. Dies ist allerdings unwahrscheinlich und kann die Abweichung nicht erklären, da der Draht nur etwa 50 cm lang war und selbst bei einer Abweichung um 25% auf $L = 50$ cm die spezifischen Widerstände deutlich über dem Literaturwert liegen.

Eine weitere Möglichkeit könnte ein fehlerhaftes Ablesen vom analogen Messgerät sein. Dies kann ausgeschlossen werden, da die Werte aller sechs Schaltungen nach oben vom Literaturwert abweichen, die Messgeräte aber getauscht wurden.

Eine weitere Größe, die falsch bestimmt sein kann, ist der Durchmesser des Drahtes D . Es ist gut möglich, dass hierbei ein größerer Fehler als die, durch die Genauigkeit der Messschraube geschätzte, Unsicherheit von $\Delta D = 0,004$ mm gemacht wird, da der Draht an vielen Stellen leichte Knick aufweist. Wird an einer solchen Stelle gemessen, kann der gemessene Durchmesser größer als sein wahrer Wert sein. Da der Draht sehr dünn sein muss, weil Nickel im Vergleich zu anderen Metallen einen relativ geringen Widerstand hat, wirkt sich auch ein kleiner Fehler in D schon stark aus. Die Wahl des Nickeldrahtes war also in dieser Beziehung nicht ideal.

Eine weitere Erklärung der Abweichung vom Literaturwert könnte darin gefunden werden, dass der verwendete Draht nicht aus reinem Nickel, sondern aus einer Nickellegierung besteht. Hierdurch würde die spezifische Leitfähigkeit verändert.

Zudem kann eine Verfälschung des Widerstandes durch die verwendeten Messgeräte bestehen. Solch ein Offset-Widerstand wird im zweiten Versuchsteil tatsächlich beobachtet. Berechnet man den spezifischen Widerstand aus der Steigung, der in diesem Versuchsteil durchgeführten

linearen Regression, so ist der ermittelte Wert vom Offset-Widerstand bereinigt. Dieser Wert ist mit einem t -Wert von 1,2 mit dem Literaturwert verträglich, was die Vermutung, dass der Offset-Widerstand die Ursache der Unverträglichkeit im ersten Versuchsteil ist, untermauert.

Bei der Untersuchung des Zusammenhangs zwischen spezifischem Widerstand ρ und Drahtdurchmesser D fallen der bemerkenswert schlechte Wert für ρ und ein großes Konfidenzband auf. Hierbei können erneut einige Fehlerquellen ausgemacht werden.

Zuerst ist zu bemerken, dass die zur Bestimmung von ρ verwendete lineare Regression aus nur drei Werten ermittelt wird. Hier ist der tatsächlich zugrundeliegende physikalische Zusammenhang schwer zu beurteilen.

Zudem ist es bei diesem Versuchsaufbau schwer zu realisieren, dass alle Drähte Kontakt mit der Krokodilklemme haben. Wenn nicht alle Drähte Kontakt haben, werden die Ergebnisse erheblich verfälscht.

Außerdem kann aufgrund der beschränkten Drahtlänge nur ein Drahtstück von $L = 10$ cm zwischen die Krokodilklemmen gespannt werden. Hierdurch wird der Widerstand klein und es fließen größere Ströme. Dies führt schnell zu einer Erwärmung des Drahtes. Hierdurch ist der Draht während des Versuches in die Isolierung der Klemme geschmolzen. Wie in [5] zu sehen, ist der spezifische Widerstand von der Temperatur abhängig. Bereits eine Temperaturerhöhung auf 400 K verändert den spezifischen Widerstand auf $\rho = 0,118 \Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$. Der oft für Isolierungen verwendete Kunststoff HDPE schmilzt bei 413 K [6]. Eine temperaturbedingte Änderung des Widerstandes liegt also durchaus im realistischen Bereich.

Bei der Diskussion des Bestwertes fällt ein mit 15% großer relativer, systematischer Fehler auf. Hierzu trägt vor allem die Unsicherheit des Spannungsmessgerätes bei. Diese ist höher als die des digitalen Multimeters und wird prozentual auf das Skalenende des verwendeten Bereichs berechnet. Da die gemessenen Spannungen U im unteren Drittel dieses Bereichs liegen, entsteht ein hoher relativer Fehler.

Derselbe Effekt tritt durch den kleinen Durchmesser D auf und führt auch hier zu einem großen Beitrag der Durchmesserunsicherheit zum statistischen Fehler.

4.4 Verbesserte Messmethoden

Um die Messung des Drahtdurchmessers zu verbessern, könnte man den Draht an mehreren Stellen messen um Schwankungen des Durchmessers durch kleine Knick im Draht wegzumitteln.

Die Präzision der Längenmessung kann durch ein Gestell verbessert werden in dem der Draht eingespannt wird, da man dadurch vermeidet den Draht schief auf den Tisch zu legen wodurch der Draht zu kurz gemessen würde. Auch könnte man durch ein Gestell unerwünschte Kontakte der Drähte vermeiden. Allerdings spielt der Fehler auf die Drahtlänge nur eine untergeordnete Rolle in der Abweichung vom Literaturwert.

Um zu vermeiden, dass die Isolation der Krokodilklemme schmilzt, könnte man eine temperaturabhängige Sicherung einbauen. Dies würde vermeiden, dass man verfälschte Messdaten durch die weggeschmolzene Isolation in die Auswertung einbezieht. Man könnte so eine Sicherung beispielsweise durch eine Bimetallfeder realisieren. Alternativ könnte man auch Krokodilklemmen verwenden, die beidseitig eine leitende Oberfläche haben, wodurch kein direkter Kontakt zur Isolationschicht möglich ist.

Da der spezifische Widerstand von Nickel sehr stark von der Temperatur abhängt, könnte es sinnvoll sein die Drahttemperatur mithilfe einer Wärmebildkamera zu messen, da bei einem Widerstand elektrische Energie in Wärmeenergie umgewandelt wird. Hierdurch wäre auch der Vergleich mit den Literaturwerten aussagekräftiger.

Man kann auch die Messung des Drahtquerschnitts verbessern, indem man statt mehreren Drähten nebeneinander Drähte mit größerem Durchmesser benutzt. Dadurch können auch Kontaktprobleme mit den Krokodilklemmen vermieden werden, sonst nicht auszuschließen ist, dass manche Drähte keinen Kontakt haben.

Literatur

- [1] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 44 - Elektrische Leitfähigkeit, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (Freiburg im Breisgau, 2022)
- [2] Dieter Meschede: *Gerthsen Physik*, 25.Auflage, (Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2015), Abschnitt 7.3 „Gleichströme“ bis einschließlich 7.3.4 a) „Messgeräte“
- [3] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil A - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (Freiburg im Breisgau, 2021/22)
- [4] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse Teil B - Skript zur Vorlesung am 28.02.2022*, (Freiburg im Breisgau, 2021/22)
- [5] W.M.Haynes, David R. Lide, Thomas J. Bruno: *CRC Handbook of Chemistry and Physics - 95th Edition*, 95.Auflage, (Boca Raton, London, New York: CRC Press Taylor & Francis Group, 2014), S. 2128f
- [6] W.M.Haynes, David R. Lide, Thomas J. Bruno: *CRC Handbook of Chemistry and Physics - 95th Edition*, 95.Auflage, (Boca Raton, London, New York: CRC Press Taylor & Francis Group, 2014), S. 2347f
- [7] Uni-Trend Technology (dong guan) limited: *Model UT51-55: Operating Manual*, S.5f
- [8] PeakTech Prüf- und Messtechnik GmbH: *PeakTech 3260: Bedienungsanleitung / Operation manual*, S.6f

6 Anhang

6.1 Laborbuch

Versuch 44 - Elektrische Leitfähigkeit 9.3.2022

1) Versuchsaufbau

- Schaltungen siehe Versuchsbeschreibung

2) Messungen

2.1 Drahtlänge in jedem Versuchsteil: $40,0 \pm \frac{0,3}{\sqrt{6}}$ cm

Material in diesem Versuchsteil: Nickel
 Drahtdurchmesser: $0,21 \pm \frac{0,01}{\sqrt{6}}$ mm

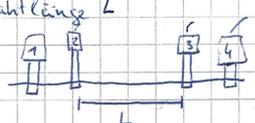
Schaltung	Analog	Digital	Spannung in V	Stromstärke in A
1	Strom	Spannung	0,580 (2V)	1,00 (10 A)
			0,989	1,75
			1,536	2,50
	Spannung	Strom	2,04 (20V)	3,00
			2,69	3,25

Es wurde falsch an den Messgeräten abgelesen.

1) Versuchsaufbau

1.1 • Schaltpläne 1-3 in ~~Versuchsbeschreibung~~ hinten

- Drahtlänge L



Bei ~~Versuch~~ Schaltung 1 & 2 an Krokodilklemme 2 und 3 Kabel

Bei Schaltung 3 an K. Klemme 1 und 4 Strom
2 und 3 Spannungsm.

• Durchmesser D mit Bügelmessschraube



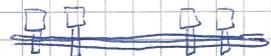
1.2  n Faltungen Drahtdurchgänge

Abb. 9: Laborbuch, Seite 1

2) Messungen

2.1 $L = (40,0 \pm \frac{0,3}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$ Material: Nickel Ablesunsicherheit analog:
 $D = (0,21 \pm \frac{0,01}{\sqrt{6}}) \text{ mm}$ Unsicherheiten Messgeräte: 1000 mA $\rightarrow \Delta I = \frac{0,02}{\sqrt{6}} \text{ A}$
 Datenblatt siehe hinten 2,5 V $\rightarrow \Delta U = \frac{0,05}{\sqrt{6}} \text{ V}$

Schaltung	Analoges Messgerät	digitales Messgerät	Spannung U in V Ablesunsicherheit	Spannungs- bereich	Stromstärke I in A	I-Bereich
1	Strom	Spannung	0,382 0,531 0,668 1,056 1,528	2 V	0,20 0,28 0,35 0,53 0,73	1000 mA
2	Strom	Spannung	0,405 0,666 0,879 1,033 1,318	2 V	0,32 0,51 0,65 0,74 0,88	1000 mA
3	Strom	Spannung	0,289 0,433 0,617 0,771 1,057	2 V	0,25 0,36 0,50 0,60 0,77	1000 mA
1	Spannung	Strom	0,65 0,90 1,25 1,50 0,55	2,5V 2,5V	0,434 0,585 0,776 0,905 0,362	2 A
2	Spannung	Strom	0,25 0,50 0,85 1,10 1,40	2,5V	0,157 0,357 0,632 0,785 0,925	2 A
3	Spannung	Strom	0,40 0,65 0,90 1,15 1,50	2,5V	0,344 0,537 0,705 0,846 1,013	2 A

2.2 Schaltung 3 mit Spannung analog und Strom digital gemessen

$D = (0,21 \pm \frac{0,01}{\sqrt{6}}) \text{ mm}$ Material: Nickel Spannungsb: 2,5V Stromber.: 2 A

Länge L in cm mit $\Delta L = \frac{0,3}{\sqrt{6}} \text{ cm}$	Spannung U in V	Strom I in A
55,0	0,40	0,249
	0,75	0,467
	1,00	0,600

Abb. 10: Laborbuch, Seite 2

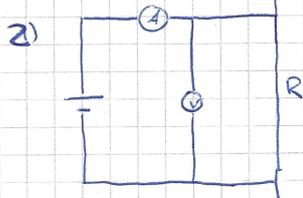
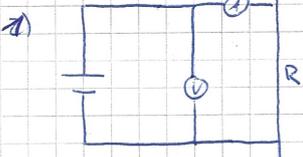
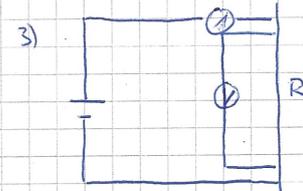
Länge L in cm mit $\Delta L = \frac{0,3}{\sqrt{6}}$ cm	Spannung U in V	Strom I in A	2-3 $L = (10 \pm \frac{0,3}{\sqrt{6}})$ cm Material: Nickel $D = (0,21 \pm \frac{0,01}{\sqrt{6}})$ mm U Draht: wie in 2.2
55,0	1,15	0,667	Windungen n
	1,80	0,919	
50,0	0,40	0,780	2 Draht hat sich verfärbt, Draht in Kreiswickelkammer geschmolzen
	0,60	0,413	
	0,80	0,533	
	1,00	0,643	
	1,20	0,748	
45,0	0,40	0,311	3 nicht alle Drahte hatten Kontakt
	0,65	0,486	
	0,90	0,646	
	1,10	0,757	
	1,25	0,840	
35,0	0,25	0,255	
	0,50	0,487	
	0,70	0,657	
	0,90	0,799	
	1,10	0,909	
30,0	0,20	0,245	Schaltbilder
	0,45	0,513	
	0,65	0,701	
	0,85	0,852	
	1,00	0,966	
25,0	0,20	0,281	2) 
	0,45	0,551	
	0,65	0,789	
	0,90	1,004	
	1,05	1,097	
20,0	0,30	0,507	1) 
	0,55	0,832	
	0,85	1,114	
	1,20	1,311	
	1,45	1,431	
15,0	0,35	0,751	3) 
	0,50	0,948	
	0,70	1,172	
	0,95	1,345	
	1,15	1,444	
10,0	0,15	0,506	Unsicherheiten: digital: 2V $\rightarrow \Delta U = (0,5\% \pm 10 \text{ Digits})$ 2A $\rightarrow \Delta I = (1,8\% \pm 3 \text{ Digits})$ analog: 2,5V $\rightarrow \Delta U = (1,5\% \pm \text{Ablesungsunsicherheit s. vorne})$ 1000mA $\rightarrow \Delta I = (1,5\% \pm \text{Ablesungsunsicherheit s. vorne})$
	0,35	0,974	
	0,55	1,255	
	0,70	1,383	
	0,90	1,520	
5,0	0,10	0,666	
	0,25	1,320	
	0,35	1,492	
	0,45	1,614	

Abb. 11: Laborbuch, Seite 3

Tabellenverzeichnis

1	spezifische Widerstände für die verschiedenen Schaltungen	4
2	spezifische Widerstände für die verschiedenen Schaltungen mit t -Werten	12

Abbildungsverzeichnis

1	Schaltpläne der drei Schaltung	2
2	Skizzen der Längen- und Querschnittsmessung	3
3	Gemessene Werte für den spezifischen Widerstand ρ	5
4	Gemessene Werte für den spezifischen Widerstand ρ mit Literaturwert	6
5	Widerstand bei unterschiedlicher Drahtlänge	7
6	Widerstand bei unterschiedlicher Drahtlänge mit linearer Regression	8
7	Widerstände bei unterschiedlichem Drahtquerschnitt	9
8	Widerstände bei unterschiedlichem Drahtquerschnitt mit linearer Regression . .	10
9	Laborbuch, Seite 1	17
10	Laborbuch, Seite 2	18
11	Laborbuch, Seite 3	19