

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsbeschreibung	1
1.1	Ziel des Versuchs	1
1.2	Physikalische Zusammenhänge	1
1.3	Versuchsaufbau	3
1.4	Versuchsdurchführung	4
2	Auswertung	5
3	Fehleranalyse und Diskussion	7
3.1	Analyse der Fehler	7
3.2	Diskussion der Ergebnisse	7
4	Zusammenfassung	8
5	Literatur	9
6	Anhang	10
6.1	Zum Versuchsaufbau	10
6.2	Originalmessdaten	11



1 Versuchsbeschreibung

1.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll mit einem Rüchardt-Flammerfeld-Aufbau aus der Schwingungsdauer eines Schwingkörpers in den Gasen Luft und Argon der Adiabatenexponent der beiden Gase berechnet werden und das Ergebnis mit einem theoretisch bestimmten Wert verglichen werden.

1.2 Physikalische Zusammenhänge

Die Energie die ein Teilchensystem in Form von innerer Energie gespeichert hat, ist proportional zur Anzahl der Freiheitsgrade k , in denen sich ein Teilchen (hier: Molekül) bewegen kann. Ein Sauerstoff bzw. Stickstoff Molekül ist ein zweiatomiges Molekül und kann daher um zwei Achsen rotieren, was zwei Freiheitsgraden entspricht. Durch drei Freiheitsgrade der Translation kommen wir insgesamt auf fünf Freiheitsgrade. Die innere Energie ist gegeben durch:

$$U = f \frac{1}{2} kT \quad (1.1)$$

T ist hier die Temperatur.

Die Boltzmann-Konstante k ist auch als $m \cdot R_i$ definiert, wobei m die Masse und R_i die spezielle Gaskonstante ist. Die innere Energie ist wie im letzten Versuch gegeben durch:

$$U = c_V m \Delta T \quad (1.2)$$

mit c_V : spezifische Wärmekapazität für konstante Volumina. Wenn wir dies Gleichsetzen erhalten wir:

$$c_V = f \cdot \frac{1}{2} R_i \quad (1.3)$$

Die innere Energie für konstanten Druck ist ähnlich definiert:

$$U = c_p m \Delta T \quad (1.4)$$

wobei c_p die spezifische Wärmekapazität für konstanten Druck ist. Diese können wir umschreiben zu:

$$U = c_V m \Delta T + p \Delta V \quad (1.5)$$

da wir das Problem in eine Temperaturänderung und eine Volumenänderung aufteilen. Setzen wir nun 1.4 und 1.5 gleich so erhalten wir daraus:

$$c_p m \Delta T = c_V m \Delta T + p \Delta V \quad (1.6)$$

Mit der allgemeinen Gasgleichung

$$pV = m R_i T \quad (1.7)$$

erhalten wir:

$$c_p m \Delta T = c_V m \Delta T + m R_i \Delta T \quad (1.8)$$

Es gilt also:

$$c_p = c_V + R_i \quad (1.9)$$

Nun teilen wir 1.9 durch 1.3 und erhalten den Adiabaten Exponenten:

$$\kappa := \frac{c_p}{c_v} = \frac{2+f}{f} \quad (1.10)$$

Dies ist also der Wert den κ theoretisch haben muss.

Um dies zu falsifizieren bestimmen wir den Adiabaten-Exponenten experimentell über ein sich harmonisch änderndes Volumen, dass durch die kurzen Periodendauern keinen Temperatureaustausch mit der Umgebung zulässt. Wir benutzen hier den ersten Hauptsatz der Thermodynamik, der aussagt, dass die Änderung der inneren Energie eines Systems sich aus der Wärmezufuhr (oder Abgabe) und der Arbeit, die am System verrichtet wird, zusammensetzt. Bei abgeschlossenen Systemen ist die innere Energie konstant.

$$dU = dQ + dW \quad (1.11)$$

In unserem Fall der adiabatischen Kompression gibt es keine Wärmezufuhr die Änderung der inneren Energie wird also nur durch mechanische Arbeit am System ausgelöst. Es gilt also:

$$dU = dW \quad (1.12)$$

dU entspricht nach 1.4 $mc_v dT$.

Wenn wir nun die allgemeine Gasgleichung 1.7 betrachten und für den Druck F/q einsetzen, wobei q die Fläche auf die der Druck wirkt repräsentiert, erhalten wir:

$$\frac{F}{q} = \frac{mR_i T}{V} \quad (1.13)$$

Daraus folgt:

$$F dx = \frac{mR_i T}{V} dV = -dW \quad (1.14)$$

sehr ausführlich

Somit muss nach 1.12

$$0 = mc_v dT + \frac{mR_i T}{V} dV \quad (1.15)$$

gelten. Daraus folgt:

$$\int \frac{dT}{T} = -\frac{R_i}{c_v} \cdot \int \frac{dV}{V} \quad (1.16)$$

Durch Lösen der Integrale kommt man zu:

$$TV^{\frac{R_i}{c_v}} = const. \quad (1.17)$$

Wenn wir T mit der allgemeinen Gasgleichung (1.7) ersetzen, erhalten wir das Poisson-Gesetz:

$$pV^{\frac{R_i}{c_v}} = const. \quad (1.18)$$

Durch Gleichung 1.9 entspricht dies dem Poisson'schen Gesetz:

$$pV^\kappa = const. \quad (1.19)$$

Wenn wir das totale Differential bilden erhalten wir:

$$V dp = p \kappa V d = 0 \Rightarrow dp = \frac{-p \kappa dV}{V} \quad (1.20)$$

In unserem Versuch befindet sich ein Metallzylinder in einem Rohr und oszilliert auf dem Gas, das sich unter ihm im Rohr befindet. Das Gas wird dabei komprimiert und dekomprimiert. Die Rückstellkraft lässt sich also mit

$$dF = dp \cdot q \quad (1.21)$$

ausdrücken. Hier setzen wir nun Gleichung 1.21 ein und kommen zur Differentialgleichung:

$$F = \frac{p\kappa q^2}{V} x \Rightarrow 0 = \ddot{x} + \frac{p\kappa q^2}{Vm} x \quad (1.22)$$

Da es sich hierbei um eine einfache Schwingungs-Differentialgleichung handelt, die sich mit einem cos-Ansatz lösen lässt, ergibt sich für die Kreisfrequenz und die Periodendauer:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{q^2 p \kappa}{Vm}} \quad \text{und} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{Vm}{A^2 p \kappa}} \quad (1.23)$$

Damit ergibt sich für κ :

$$\kappa = \frac{4\pi^2 V m}{q^2 p T^2} \quad (1.24)$$

1.3 Versuchsaufbau

Der Aufbau besteht aus einem Rohr, in dem ein Schwingkörper (hier ein Metall Zylinder) auf und ab schwingen kann. An dem Rohr ist ein Sensor angebracht, der die Schwingungen des Körpers registriert und diese an einen Zähler sendet. Etwas unter dem Sensor ist ein Kleines Loch im Rohr, durch welches Gas aus dem Rohr ausströmen kann. Das Rohr ist an einem Glaskolben befestigt (siehe Abb. 1).

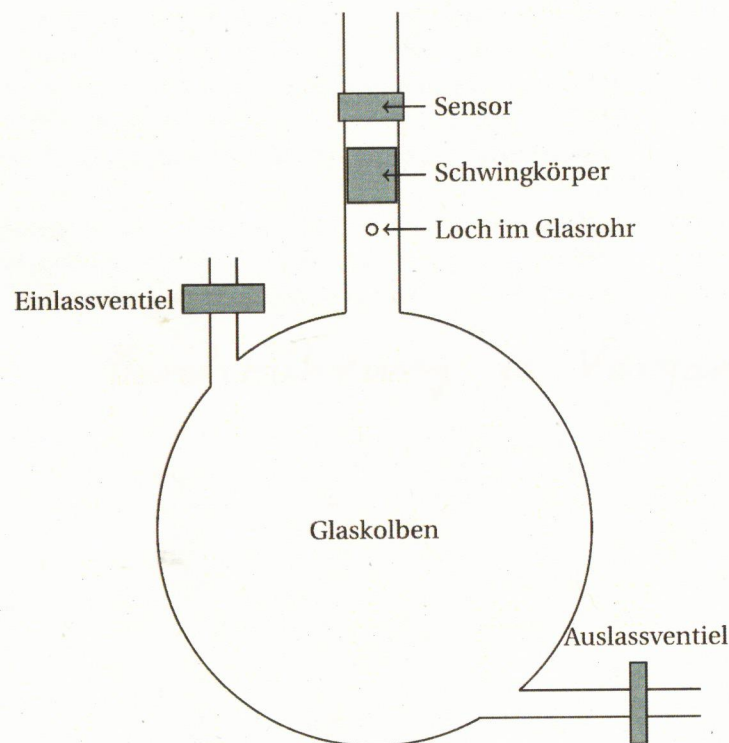


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus. Ein Foto dieses Aufbaus findet sich zusätzlich im Anhang (Abschnitt 6.1) als Abbildung 2.

↑ super

In dem Glaskolben wird der nötige Druck erzeugt um den Schwingkörper schwingen zu lassen. An den Glaskolben sind ein Auslassventil und ein Einlassventil angeschlossen. Das Auslassventil ist unten in der Mitte des Kolbens angebracht. Das Einlassventil ist über diverse Ventile mit einer mit Argon gefüllten Druckflasche und einem Kompressor verbunden. Die mit Argon gefüllte Druckflasche liefert das für den Versuch benötigte Argon, während der Kompressor die benötigte Luft bereit stellt. Beide Geräte sind an einen Druck Regler angeschlossen, um den Druck auf etwa 0,75 Bar Überdruck zu regeln. Diese sind dann über einen Zweighahn und einen Feinregler mit dem Glaskolben verbunden.

1.4 Versuchsdurchführung

Vor Beginn des Versuchs muss der Glaskolben gründlich mit Luft ausgeblasen werden, um sicher zu stellen, dass sich während des Versuchs keine Reste anderer Gase im Kolben befinden, da dies das Ergebnis systematisch beeinflussen würde. Dazu wird das Auslassventil geöffnet und Luft über das Einlassventil in den Kolben geblasen.

Ist der Kolben ausgepustet können wir mit der Messung beginnen. Dazu schließen wir das Auslassventil und öffnen das Einlassventil gerade so weit, dass der Metall Zylinder in der Glas Röhre auf und ab schwingt. Die Schwingung entsteht durch den Luftdruck, der sich langsam erhöht, bis der Zylinder oberhalb des Lochs ist, wodurch die Luft entweicht und der Druck wieder sinkt. Jedes mal wenn sich der Zylinder am Sensor vorbei bewegt, wird vom Zähler eine Periode gezählt. Auf diese Weise messen wir sechs mal die Zeit zwischen ca. 700 Perioden. Wir tragen bei jeder Messung den gemessenen Wert in eine Grafik ein, um zu überprüfen ob die Werte tendenziell größer oder kleiner werden.

Anschließend wollen wir den gleichen Versuch noch mit dem Gas Argon durchführen. Davor Dazu blasen wir den Glaskolben mit Argon aus um Reste von Luft aus dem Kolben zu entfernen. Um sicher zu stellen, dass im Kolben fast nur noch Argon ist und keine Reste anderer Gase mehr sind, werden vor der Messung einige Kontrollmessungen mit ca. 100 Periodendauern gemacht. Sollte bei den Kontrollmessungen eine Tendenz der Werte in eine bestimmte Richtung erkennbar sein, so muss der Kolben eventuell noch einmal ausgeblasen werden. Wenn nicht, können wir mit der Messung beginnen. Wie bei Luft Messen wir sechs mal die Zeit zwischen ca. 700 Periodendauern. Wir tragen die Ergebnisse wieder in eine Grafik ein um zu überprüfen ob eine Tendenz erkennbar ist.

Während des gesamten Versuchsablaufs muss hin und wieder die Temperatur und der Druck gemessen werden und die Messwerte mit der Uhrzeit festgehalten werden.

Ein Foto dieses Aufbaus findet sich zusätzlich im Anhang (Abschnitt 6.1) als Abbildung 2.

Durchführung in Vergangenheit

2 Auswertung

In diesem Versuch wollen wir den Adiabaten-Exponenten von Luft aus der Atmosphäre und von Argon bestimmen. Wir haben die Periodendauer eines Schwingkörpers in den jeweiligen Gasen gemessen, um den Adiabaten-Exponenten zu berechnen. Zuerst bilden wir einen Mittelwert der Periodendauer aus den sechs Messreihen. Dies geschieht mit der Formeln

$$\bar{T} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 T_i \quad \checkmark \quad (2.1)$$

Die Standardabweichung ergibt sich dann aus der Formel

$$s_T = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (T_i - \bar{T})^2} \quad \checkmark \quad (2.2)$$

und die Standardabweichung des Mittelwertes mit der Formel

$$s_{\bar{T}} = \frac{s_T}{\sqrt{6}} \quad \checkmark \quad (2.3)$$

Für Luft erhalten wir damit den Wert

$$\bar{T}_L = (0,3902 \pm 0,0002)\text{s} \quad (2.4)$$

Um nun den Adiabaten-Exponenten zu berechnen, benutzen wir Gleichung 1.24. Dazu benötigen wir die Periodendauer T des Schwingkörpers, die Masse Des Schwingkörpers, das Volumen im Glas Kolben, Die Fläche des Schwingkörpers und den Druck im Gefäß. Wir müssen also noch den Druck berechnen. Dieser wird mit der Formel

$$p = p_A + \frac{mg}{q} \quad (2.5)$$

Der Fehler darauf wird mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$s_p = \sqrt{s_{p_A}^2 + \left(\frac{g}{q}\right)^2 s_m^2 + \left(-\frac{mg}{q^2}\right)^2 s_q^2} \quad (2.6)$$

Nun können wir die Werte in Gleichung 1.24 ein und erhalten die Formel

$$\kappa = \frac{4\pi^2 m V}{q^2 p T^2} \quad (2.7)$$

für den Adiabaten-Exponenten.

Dabei ist $p_A = (98900 \pm 100)$ Pa der gemessene Druck der Atmosphäre, $g = 9,809 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ [1] die Erdbeschleunigung, $q = (1,533 \pm 0,003)$ cm² [1] und $V = (2225 \pm 5)$ cm³ [1] das Volumen.

Den Fehler berechnen wir mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung mit der Formel

$$s_\kappa = \sqrt{\left(\frac{\partial \kappa}{\partial m}\right)^2 s_m^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial V}\right)^2 s_V^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial q}\right)^2 s_q^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial p}\right)^2 s_p^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial T}\right)^2 s_T^2} \quad (2.8)$$

Für die einzelnen Ableitungen erhalten wir

$$\begin{aligned} \frac{\partial \kappa}{\partial m} &= \frac{4\pi^2 V}{q^2 p T^2} & \frac{\partial \kappa}{\partial V} &= \frac{4\pi^2 m}{q^2 p T^2} & \frac{\partial \kappa}{\partial q} &= -\frac{8\pi^2 m V}{q^3 p T^2} \\ \frac{\partial \kappa}{\partial p} &= -\frac{4\pi^2 m V}{q^2 p^2 T^2} & \frac{\partial \kappa}{\partial T} &= -\frac{8\pi^2 m V}{q^2 p T^3} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Wir erhalten also die Werte :

$$\kappa_{\text{Luft}} = (1,37 \pm 0,09) \quad \text{und} \quad \kappa_{\text{Argon}} = (1,63 \pm 0,05) \quad (2.10)$$

für den Adiabaten-Exponenten von Luft und Argon.

Eigener Abschnitt / Kapitel Um diese Ergebnisse noch zu überprüfen, berechnen wir den Adiabaten-Exponenten noch theoretisch mit Gleichung 1.10. Die Anzahl der Freiheitsgrade eines Gas Moleküls hängt von der Anzahl der Atome und deren Bindungen ab. Luft besteht hauptsächlich aus Sauerstoff und Stickstoff. Beide Moleküle bilden symmetrische Bindungen aus jeweils zwei einzelnen Atomen. Entsprechend haben sie die gleiche Anzahl an Freiheitsgraden. Es gibt drei Freiheitsgrade für die Translationsbewegung, zwei Freiheitsgrade für Rotation und zwei für Vibration. Die Vibration wird aber vernachlässigt, da die Moleküle Doppel- bzw. dreifach Bindungen eingehen und die Vibration erst bei deutlich höheren Temperaturen signifikant wird. Teilchen in der Luft haben Also in der Regel fünf Freiheitsgrade. Für Argon fallen die Freiheitsgrade für Vibration und Rotation weg, da es ein Edelgas ist und deshalb in der Regel in einzelnen Atomen vorkommt. Argon hat also nur drei Freiheitsgrade.

Wir berechnen also die Werte und erhalten

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1,4 \quad \text{und} \quad \kappa_{\text{Argon}} = 1,67 \quad (2.11)$$

Für die theoretisch bestimmten Werte der Adiabaten-Exponenten.

Man erkennt, dass die theoretisch bestimmten Werte beide innerhalb einer Standardabweichung neben dem experimentell bestimmten Wert liegen. Dies deutet darauf hin, dass sowohl die Werte, als auch die Standardabweichung realistisch sind.

3 Fehleranalyse und Diskussion

3.1 Analyse der Fehler

In die Berechnung des Adiabaten-Exponenten gehen einige verschiedene Werte mit ein. Jede dieser Größen bringt einen Fehler mit sich. Der Fehler der Periodendauer ist zwar recht klein, da sehr viele Schwingungsdauern gemessen wurden, allerdings geht diese auch in der zweiten Potenz in die Berechnung ein, was die Auswirkung auf den Fehler κ vergrößert. Der relative Fehler der Masse ist recht klein, ebenso wie der Fehler auf das Volumen des Kolbens und der Fehler auf die Fläche des Schwingkörpers. Der Fehler des Drucks im Kolben wird hauptsächlich vom Fehler auf den gemessenen Atmosphärendruck bestimmt. Das liegt vermutlich daran, dass der Atmosphärendruck deutlich größer als der Druck, welcher vom Schwingkörper erzeugt wird ist. Entsprechend ist auch der Fehler der dadurch entsteht viel kleiner als der Fehler auf den Druck der Atmosphäre.

Neben den Fehlern, welche durch die Messgenauigkeit entstehen, kann es auch systematische Fehler geben. Wenn der Schwingkörper die Wand berührt, so wird er dadurch zusätzlich abgebremst, was das Ergebnis beeinflusst. Es kann auch passieren, dass der Kolben nicht ganz mit dem gewünschten Gas bzw. Gasgemisch gefüllt ist, wodurch die Periodendauer und somit wieder das Ergebnis systematisch verändert wird. Aus diesem Grund wurde der Glaskolben beim Wechsel der Gase gründlich durchgespült und einige Kontrollmessungen gemacht, um zu überprüfen, ob die gemessene Periodendauer tendenziell steigt oder sinkt.

Sollte sich die Temperatur oder der Druck während der Messungen deutlich verändern, so werden die Ergebnisse ebenfalls systematisch verändert. Aus diesem Grund wurde sowohl die Temperatur als auch der Druck gelegentlich gemessen und festgehalten.

Das Ergebnis wird durch die Reinheit des Gases bzw. die genaue Zusammensetzung des Gasgemisches bestimmt. Entsprechend könnte sich das Ergebnis bei Verunreinigungen verändern. Allerdings können diese Effekte hier vernachlässigt werden.

3.2 Diskussion der Ergebnisse

Die relativen Fehler der beiden experimentell bestimmten Werte sind mit 0,3–0,7 recht klein. Die experimentell bestimmten Werte liegen beide innerhalb einer Standardabweichung neben dem theoretisch bestimmten Wert. Die Formel aus Gleichung 1.10 kann also bestätigt werden.

Allerdings fällt auf, dass beide Werte etwa 2,3% unter dem theoretisch berechneten Wert liegen. Dies deutet auf einen systematischen Fehler hin. Dieser könnte in der Masse oder der Fläche des Schwingkörpers, im Volumen des Kolbens oder im Druck berechneten Druck innerhalb des Kolbens liegen. Dennoch befinden sich die Werte innerhalb der angegebenen Fehlertoleranzen und spielen deshalb hier keine große Rolle.

Die Fehler auf die Fläche und auf die Periodendauer gehen im Quadrat in die Berechnung ein, weshalb diese beiden Fehler am stärksten auf den Fehler der berechneten Werte auswirkten. Aus diesem Grund wurde die Zeit zwischen sehr vielen Perioden gemessen.

4 Zusammenfassung

$$\kappa_{\text{Luft}} = (1,37 \pm 0,09) \quad \text{und} \quad \kappa_{\text{Argon}} = (1,63 \pm 0,05) \quad (2.10)$$

für den Adiabaten-Exponenten von Luft und Argon.

Um diese Ergebnisse noch zu überprüfen, berechnen wir den Adiabaten-Exponenten noch theoretisch mit Gleichung 1.10. Die Anzahl der Freiheitsgrade eines Gas Moleküls hängt von der Anzahl der Atome und deren Bindungen ab. Luft besteht hauptsächlich aus Sauerstoff und Stickstoff. Beide Moleküle bilden symmetrische Bindungen aus jeweils zwei einzelnen Atomen. Entsprechend haben sie die gleiche Anzahl an Freiheitsgraden. Es gibt drei Freiheitsgrade für die Translationsbewegung, zwei Freiheitsgrade für Rotation und zwei für Vibration. Die Vibration wird aber vernachlässigt, da die Moleküle Doppel- bzw. dreifach Bindungen eingehen und die Vibration erst bei deutlich höheren Temperaturen signifikant wird. Teilchen in der Luft haben Also in der Regel fünf Freiheitsgrade. Für Argon fallen die Freiheitsgrade für Vibration und Rotation weg, da es ein Edelgas ist und deshalb wir sehen, dass die theoretisch bestimmten Werte jeweils innerhalb einer Standardabweichung neben den experimentell bestimmten Werten liegt. Wir können die Formel zur theoretischen Berechnung des Adiabaten-Exponenten also bestätigen.

Eigener
Abschnitt/
Kapitel

Ist doch gut.
Innerhalb eines
Fehlens

5 Literatur

- [1] *Handbuch Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Teil A: Hinweise und Versuchsanleitungen, Stand 04/2017, Seite 108, Vorgegebene Daten*

6 Anhang

6.1 Zum Versuchsaufbau

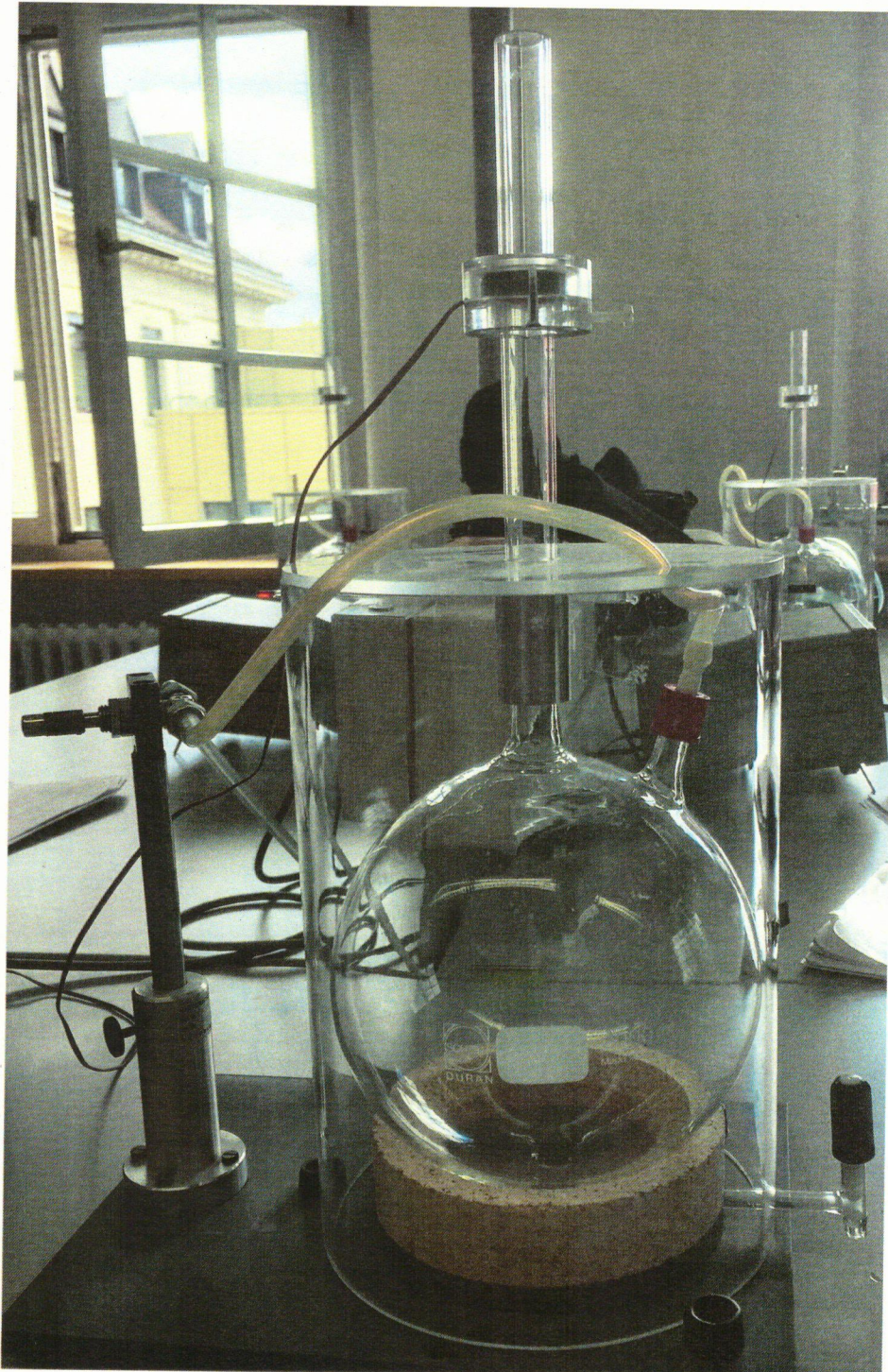


Abbildung 2: Foto des Versuchsaufbaus

6.2 Originalmessdaten

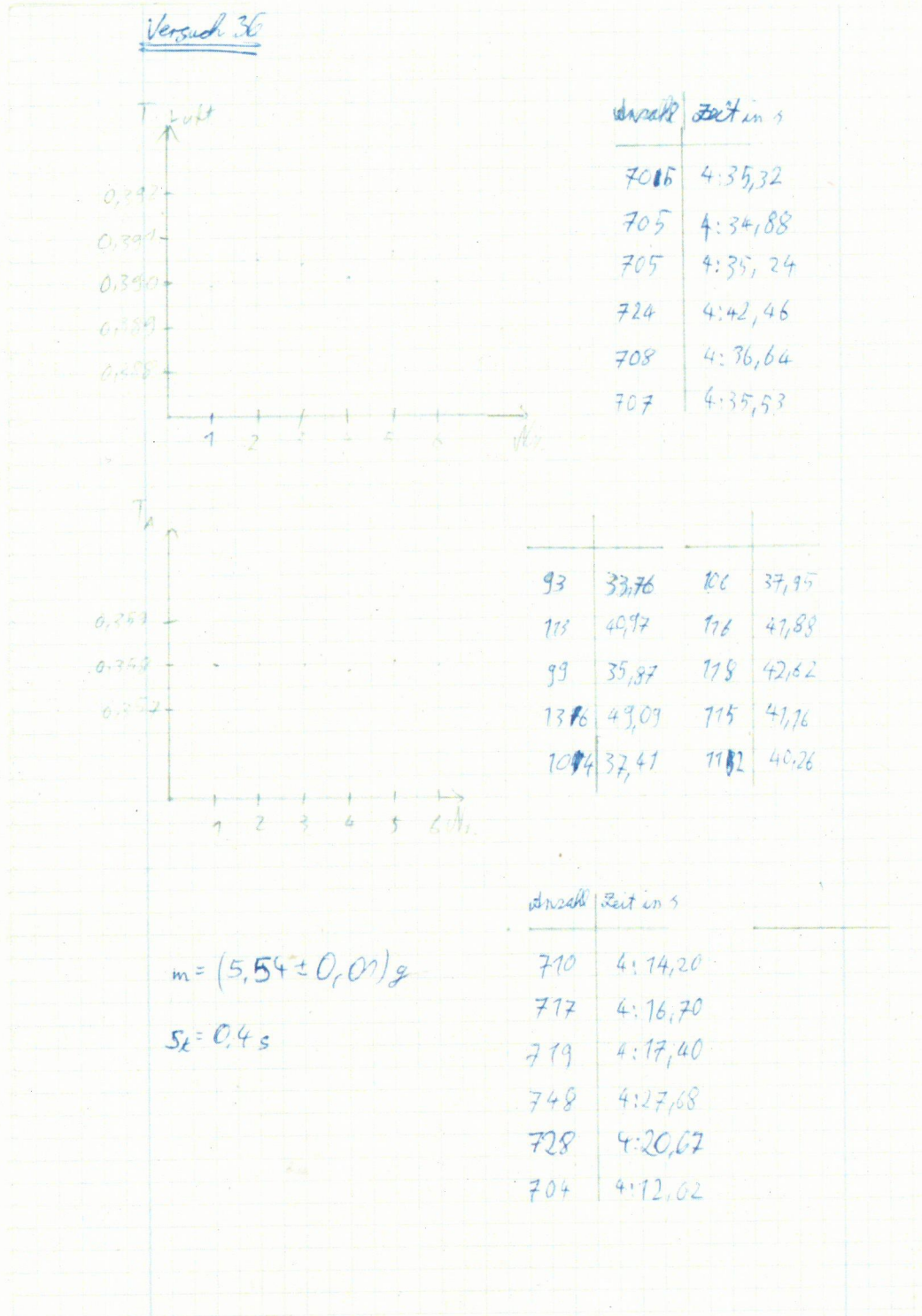


Abbildung 3: Erste Seite aus dem Laborheft

Zeit	Temp/°C	P/hPa
13:51	23	989
14:10	21	989
14:28	22	989
14:51	23	989
15:03	23	989
15:15	23	989

$$s_p = 1 \text{ hPa}$$

$$s_t = 1^\circ\text{C}$$

VT 09.10.77

C. [Signature]

Abbildung 4: Zweite Seite aus dem Laborheft