

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER*INNEN, TEIL 1
SOMMERSEMESTER 2021

VERSUCH 31 AM 13.10.2021

Mischungsmethode in der Kalorimetrie

Gruppe 213:
15.10.2021

Assistent:

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	2
2 Aufbau und Durchführung	2
2.1 Versuchsaufbau	2
2.2 LabVIEW	3
3 Auswertung und Fehleranalyse	5
3.1 Kalibrierung des Messfühlers	5
3.2 Wärmekapazität des Kalorimeters	6
3.3 Schmelzwärme von Eis	11
4 Diskussion der Ergebnisse	18
4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse	18
4.2 Vergleich mit Literaturwerten	18
4.3 Fehlerdiskussion	19
4.4 Verbesserte Messmethoden	20
5 Literatur	22
6 Anhang	23
6.1 Tabellen und Grafiken	23
6.2 Laborbuch	34
6.3 Tabellenverzeichnis	36
6.4 Abbildungsverzeichnis	37

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch werden Mischungsprozesse mithilfe eines Kalorimeters untersucht. Dabei werden insbesondere die Wärmekapazität Γ_{Kal} des Kalorimeters und die latente Wärme q_{Eis} beim Phasenübergang von Eis zu flüssigem Wasser ermittelt. Für diesen Versuch wird ein Temperatormessfühler verwendet, der zunächst kalibriert und über die Software LabVIEW ausgelesen wird.

2 Aufbau und Durchführung

2.1 Versuchsaufbau

Zuerst wird der Messfühler kalibriert. Hierzu werden mit einem analogen Thermometer die Temperaturen von warmem $T_{h,0}$, lauwarmem $T_{l,0}$ und kaltem Wasser $T_{k,0}$ bestimmt. Parallel werden auch die Temperaturen T_h , T_l und T_k mit dem Messfühler über eine Messreihe bestimmt.

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, wird im Anschluss der in [Abbildung 1](#) dargestellte Versuchsaufbau verwendet.

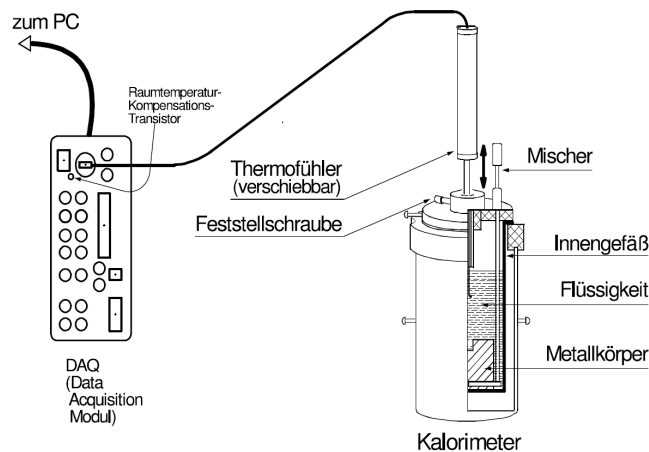


Abb. 1: Skizze des Versuchsaufbaus aus [Abbildung 31.2](#) aus [1] mit allen für die Messung relevanten Bauteilen.

Zur Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters Γ_{Kal} wird das im Folgenden beschriebene Vorgehen dreimal mit verschiedenen Volumina wiederholt. Zunächst wird heißes Wasser des Volumens $V_{h,i}$ in das Kalorimeter gefüllt. Nach einiger Zeit, in der sich das Kalorimeter der Temperatur des heißen Wassers anpassen soll, wird kaltes Wasser mit Volumen $V_{k,i}$ eingefüllt. Während des gesamten Prozesses wird die Temperatur mit dem Messfühler gemessen und das Wasser umgerührt. Die verwendeten Volumina werden mit einem Messzylinder und einer Unsicherheit von $\Delta V = 2/\sqrt{6}$ ml bestimmt. Die Ableseunsicherheit wird aufgrund der analogen Skala mit Dreiecksverteilung mit Formeln aus [2] ermittelt.

Um die latente Wärme von Eis zu ermitteln, wird der folgende Versuch vier mal mit verschiedenen Eisvolumina wiederholt. Es wird erneut zuerst heißes Wasser des Volumens $V_{H,i}$ eingefüllt. Nun wird ein Eisvolumen $V_{\text{Eis},i}$ hinzugefügt. Die Temperatur im Kalorimeter wird wieder während des gesamten Versuchverlaufs mit dem Messfühler gemessen. Die Temperatur des Eises $T_{\text{Eis},i}$ wird kurz vor dem Versuch mit dem Messfühler gemessen. Zusätzlich wird ein analoges Thermometer verwendet, um zu kontrollieren, dass das Eis eine Temperatur von etwa 0°C besitzt. Das Volumen des heißen Wassers $V_{H,i}$ wird wie oben mit einem Messbecher gemessen. Die

Volumenbestimmung des Eises ist problematischer, da das Eis zwar möglichst fein zerkleinert wird, bevor es in den Messbecher gefüllt wird, sich zwischen den Eisstücken aber dennoch große Lücken befinden. Die Unsicherheit wird deswegen bei Verwendung des großen Messbechers auf $\Delta V = 30 \text{ ml}$ und beim kleinen Messbecher für die letzte Messung $\Delta V = 10 \text{ ml}$ geschätzt.

2.2 LabVIEW

Für die Ermittlung der Temperaturen mit dem Messfühler wird die Software LabVIEW verwendet. Im Folgenden soll die verwendete Programmierung, die in [Abbildung 2](#) dargestellt ist, erläutert werden.

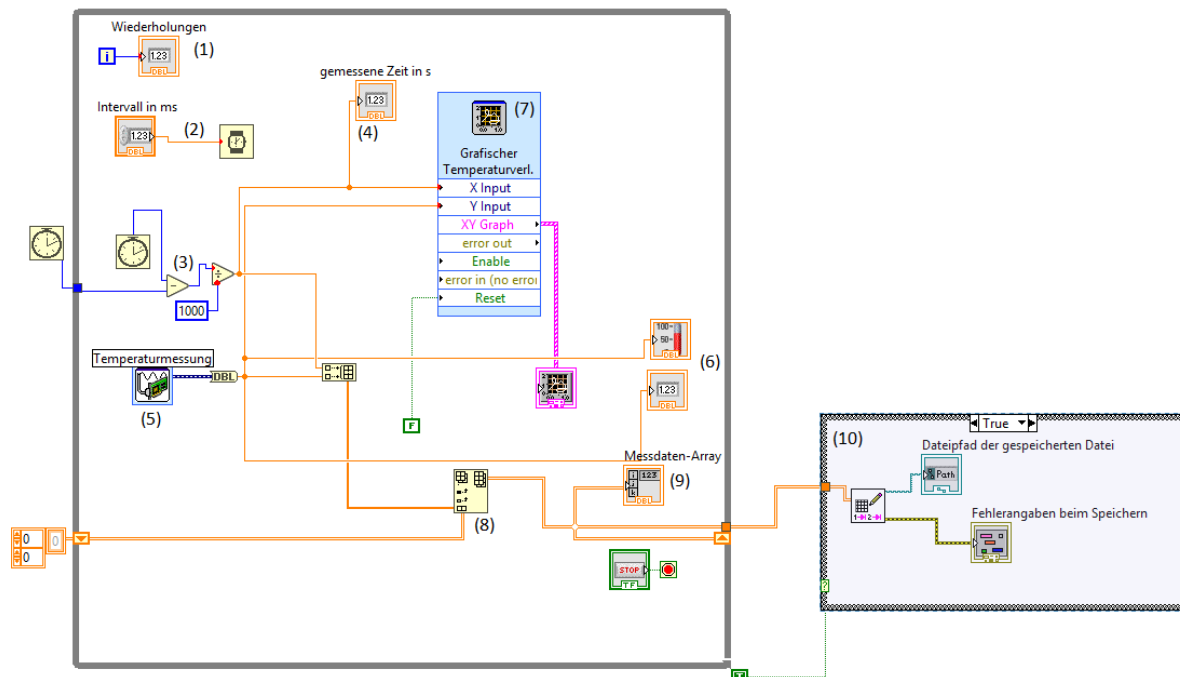


Abb. 2: Zu sehen ist die Programmierung in LabVIEW zur Temperaturmessung mit dem Messfühler. Die einzelnen Bestandteile des Programms sind nummeriert und werden im Fließtext beschrieben.

Bei jeder Messreihe werden mehrere Messungen durchgeführt, weshalb eine Schleife benutzt wird, dessen Wiederholungen gezählt werden (1). Das Zeitintervall, in dem die Messungen durchgeführt werden kann in (2) eingestellt werden. Mithilfe von (3) wird die tatsächlich vergangene Zeit seit dem Start berechnet: Zunächst wird von der gemessenen Zeit die Anfangszeit abgezogen. Da die Zeit in ms gemessen wird, wird im Anschluss die Zeit mit 1000 multipliziert um den Wert in s zu erhalten. Die aktuelle Zeit wird in (4) ausgegeben.

Der aktuelle Wert, den der Temperaturfühler misst, wird in (5) in das Programm integriert. In (6) wird die aktuelle Temperatur einmal analog und einmal digital ausgegeben. In (7) werden die gemessenen Zeiten mit den gemessenen Temperaturen zu Paaren zusammengesetzt und in einem Diagramm ausgegeben. Die gemessenen Wertepaare werden außerdem einem Array angefügt (8), dass alle Wertepaare umfasst und das in (9) als Tabelle ausgegeben wird.

Nach Abbruch des Messvorgangs und damit der Schleife werden die Daten des Arrays exportiert (10). Die Entsprechungen der jeweiligen Blöcke in der grafischen Oberfläche finden sich in [Abbildung 3](#):

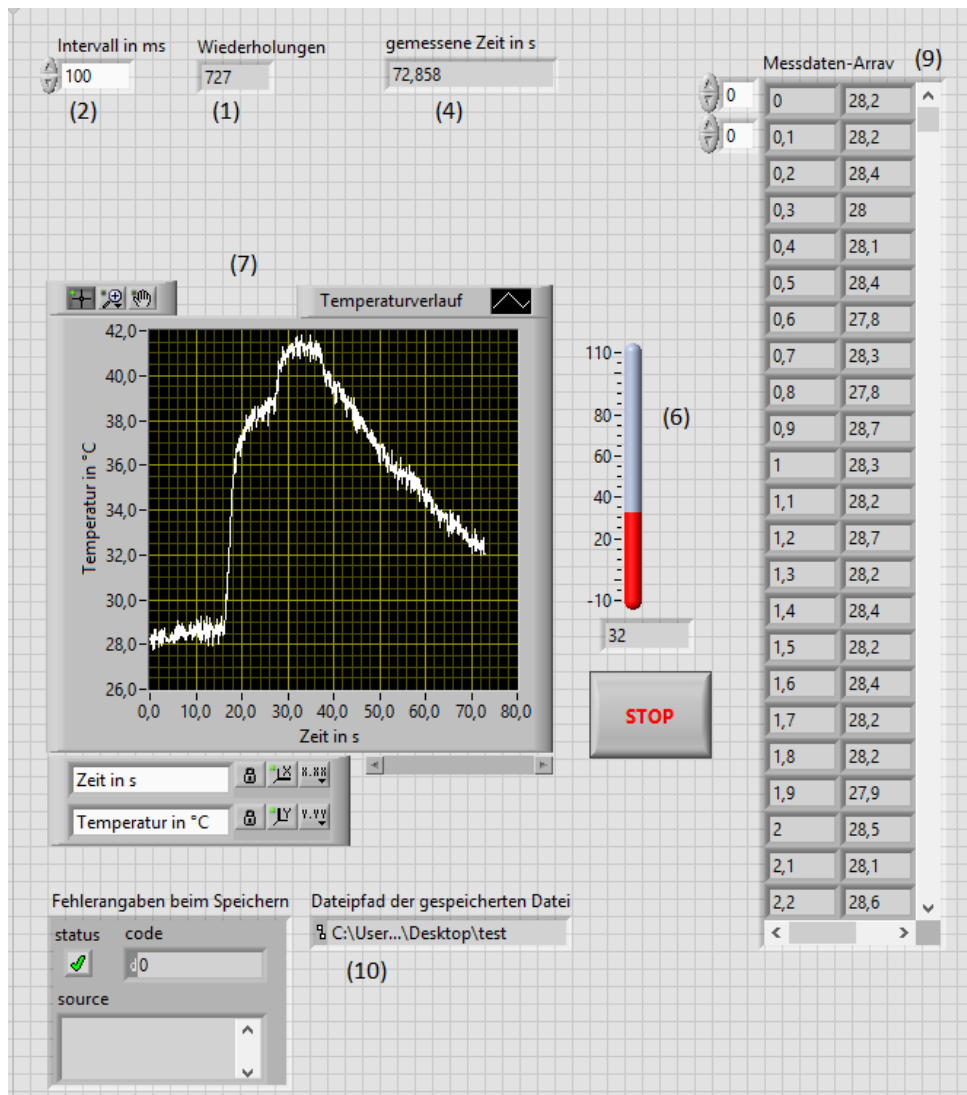


Abb. 3: Zu sehen ist die grafische Oberfläche des in [Abbildung 2](#) geschriebenen Programms. Die Nummerierung entspricht der im Blockdiagramm verwendeten Nummerierung.

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Kalibrierung des Messfühlers

Vor den Messungen wird der Messfühler kalibriert. Die Auswertung der Temperaturmessungen wird exemplarisch an der Messreihe mit kaltem Wasser durchgeführt. Die Auswertung von warmem und lauwarmem Wasser laufen ganz parallel ab.

Zunächst wird der mit dem Messfühler gemessene Temperaturverlauf analysiert. Die erhaltenen Messwerte sind in [Abbildung 4](#) aufgetragen.

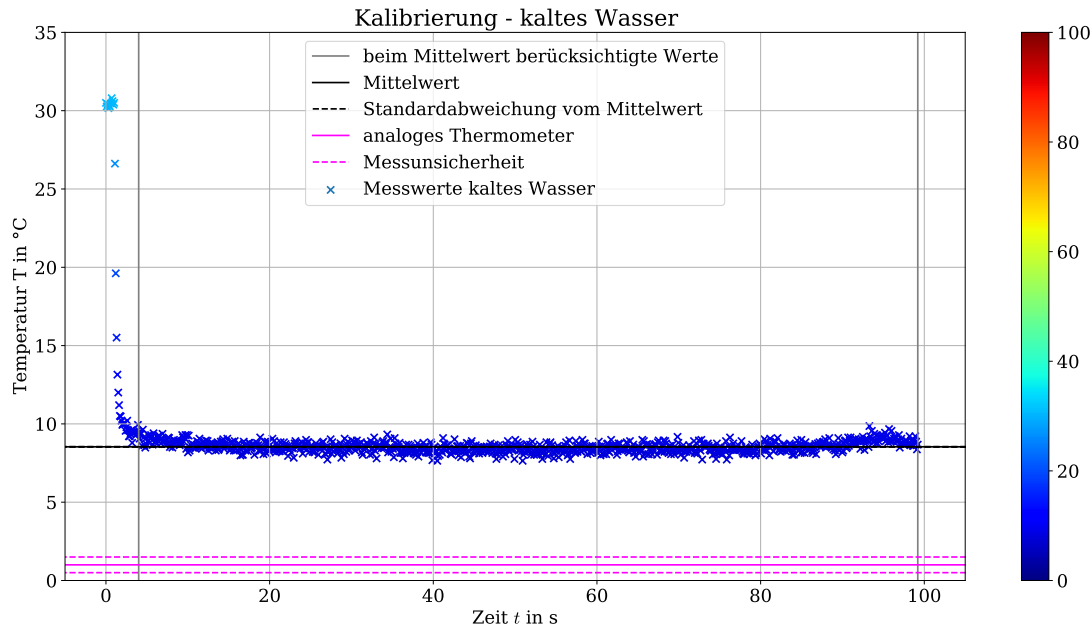


Abb. 4: Zu sehen ist die Kalibriermessung des Temperaturfühlers mit kaltem Wasser. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Zusätzlich sind die Daten markiert, aus denen der Mittelwert bestimmt wird. Dieser berechnete Mittelwert mit Unsicherheit ist zusammen mit dem Vergleichswert des analogen Thermometers ebenfalls im Diagramm eingetragen.

Man sieht, dass sich erst nach kurzer Zeit ein annähernd konstanter Wert einstellt. Die starke Streuung der Werte tritt bei allen Messungen auf und ist vermutlich auf statistische Streuungen zurückzuführen. Für die Berechnung der vorherrschenden Temperatur T_k wird der Mittelwert der im markierten Bereich liegenden Messwerte in [Abbildung 4](#) bestimmt. Sowohl für den Mittelwert, als auch für die Standardabweichung des Mittelwertes, die als Unsicherheit ΔT_k angenommen wird, werden Formeln aus [2] verwendet. Es ergibt sich folgender Wert:

$$T_k = (8,537 \pm 0,011) ^{\circ}\text{C}.$$

Mit dem analogen Thermometer wird folgender Wert ermittelt:

$$T_{k,0} = (1,0 \pm 0,5) ^{\circ}\text{C}.$$

Der Temperaturunterschied $T_{\text{diff},k}$ zwischen Messfühler und analogem Thermometer berechnet

sich wie folgt. Die Unsicherheit wird über Fehlerfortpflanzung mit Formeln aus [2] berechnet:

$$T_{\text{diff},k} = T_{k,0} - T_k, \quad (1)$$

$$\Delta T_{\text{diff},k} = \sqrt{(\Delta T_{k,0})^2 + (\Delta T_k)^2}. \quad (2)$$

Es ergibt sich folgender Wert für die Temperaturdifferenz des kalten Wassers:

$$T_{\text{diff},k} = (7,5 \pm 0,5) \text{ K}.$$

Für die Messreihen mit heißem und lauwarmem Wasser ergeben sich analog ebenfalls Temperaturdifferenzen. Die zur Bestimmung der, mit dem Messfühler gemessenen, Temperaturen nötigen Messwerte sind im Anhang in [Abbildung 14](#) und [Abbildung 15](#) aufgetragen. Die berechneten Werte sind in [Tabelle 1](#) zusammengestellt.

Tab. 1: Zusammengefasst sind die Temperaturen in °C von lauwarmem und heißem Wasser, ermittelt mit dem analogen Thermometer T_{l0} , T_{h0} und dem Messfühler T_l , T_h . Außerdem sind die Differenzen dieser beiden Werte $T_{\text{diff},l}$ und $T_{\text{diff},h}$ in K eingetragen.

untersuchter Temperaturbereich	Temperatur durch analoges Thermometer T_0 in °C	Temperatur durch Messfehler T in °C	Temperaturdifferenz T_{diff} in K
lauwarm	$41,364 \pm 0,13$	$34,0 \pm 0,5$	$7,4 \pm 0,5$
heiß	$90,79 \pm 0,03$	$80,5 \pm 0,5$	$10,3 \pm 0,5$

Der auftretende Korrekturterm spielt bei Berechnungen, bei denen Temperaturdifferenzen auftreten keine Rolle. Im Folgenden werden fast ausschließlich solche Berechnungen verwendet, weshalb die Temperaturen zunächst alle ohne Korrektur angegeben sind. Sollen jedoch absolute Temperaturen berechnet werden, wird im Folgenden der Mittelwert der Temperaturdifferenzen von der jeweiligen Temperatur abgezogen. Er beträgt mit der Standardabweichung des Mittelwertes als Unsicherheit [2]:

$$T_{\text{diff}} = (8,4 \pm 0,9) \text{ K}.$$

3.2 Wärmekapazität des Kalorimeters

Um die Wärmekapazität des Kalorimeters Γ_{Kal} zu bestimmen, wird heißes Wasser mit kaltem im Kalorimeter gemischt. Dieser Vorgang wird mit unterschiedlichen Volumina des heißen und kalten Wassers dreimal wiederholt. Die Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters wird exemplarisch an der ersten Messreihe diskutiert.

Um Γ_{Kal} zu bestimmen, werden die Temperaturen des heißen, kalten und durchmischten Wassers benötigt. Zuerst wird die Temperatur des kalten Wassers wie bereits oben aus dem Mittelwert der erhaltenen Messreihe durch Mittelwertbildung ermittelt. Die Messreihe und der für den Mittelwert verwendete Bereich sind in [Abbildung 5](#) eingezeichnet.

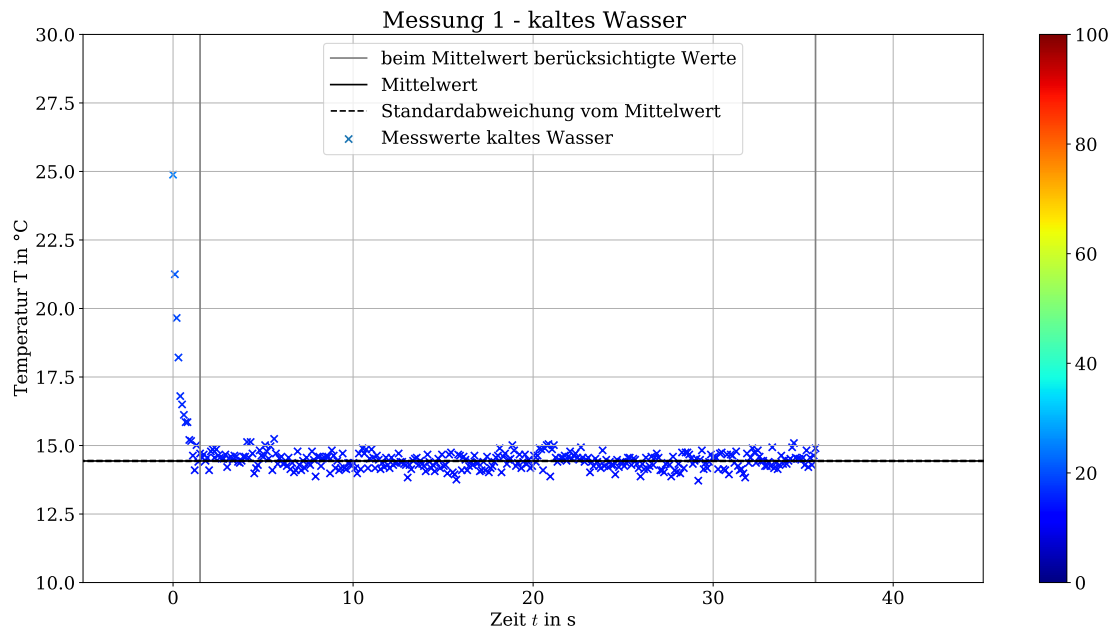


Abb. 5: Zu sehen ist die Temperaturbestimmung des beim ersten Mischprozess verwendeten kalten Wassers. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die bei der Mittelwertrechnung berücksichtigten Messwerte. Der berechnete Mittelwert ist mit der Standardabweichung des Mittelwerts aufgetragen. Die Standardabweichung ist schwer erkennbar, da sie sehr klein ist.

Für die Temperatur $T_{k,1}$ ergibt sich somit:

$$T_{k,1} = (14,436 \pm 0,015) ^{\circ}\text{C}.$$

Hierbei wird die Temperatur nicht mit der durch die Kalibrierung festgestellten Temperaturdifferenz T_{diff} korrigiert, da bei der Berechnung der Wärmekapazität des Kalorimeters nur Temperaturdifferenzen verwendet werden. Auch im Folgenden werden, sofern nicht explizit erwähnt, nur unkorrigierte Temperaturen angegeben.

Die Temperatur des heißen Wassers und die Mischtemperatur können dem Temperaturverlauf in [Abbildung 6](#) entnommen werden. Hierfür muss er erst in die Abschnitte heißes Wasser, Durchmischung und gemischtes Wasser unterteilt werden. Diese sind durch senkrechte Linien im Diagramm verdeutlicht. Es wird darauf geachtet, dass innerhalb der beiden Bereiche heißes Wasser und durchgemischtes Wasser möglichst lineare Verläufe zu erkennen sind.

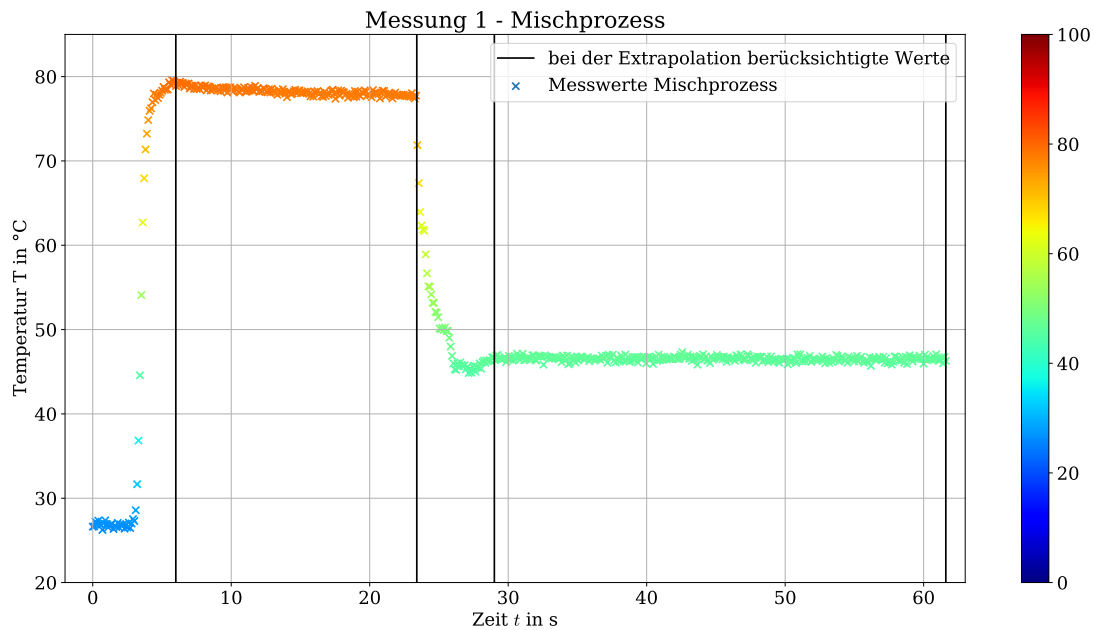


Abb. 6: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des ersten Mischprozesses. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die Bereiche, in denen die lineare Regression zur Bestimmung der Temperaturen $T_{h,1}$ und $T_{m,1}$ durchgeführt wird.

Man kann zumindest bei der hohen Temperatur erkennen, dass sie mit der Zeit leicht abfällt. Um die wahren Temperaturen $T_{h,1}$ und $T_{m,1}$ zu bestimmen wird deswegen wie in [1] beschrieben eine Extrapolation durchgeführt. Dafür werden zunächst, jeweils mit den Messwerten im Bereich heißes Wasser und gemischtes Wasser, zwei lineare Regressionen durchgeführt. Hierfür und für die Unsicherheiten der linearen Regression werden Formeln aus [2] verwendet. Für die Steigungen und die y-Achsenabschnitte für das heiße Wasser b_h und a_h beziehungsweise gemischtes Wasser b_m und a_m ergeben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned} b_h &= (-0,068 \pm 0,004) \text{ }^{\circ}\text{C s}^{-1}, \\ a_h &= (79,23 \pm 0,06) \text{ }^{\circ}\text{C}, \\ b_m &= (-0,0056 \pm 0,0016) \text{ }^{\circ}\text{C s}^{-1}, \\ a_m &= (46,80 \pm 0,08) \text{ }^{\circ}\text{C}. \end{aligned}$$

Die dadurch entstehenden Ausgleichsgeraden sind mit den Messwerten in [Abbildung 7](#) zu sehen.

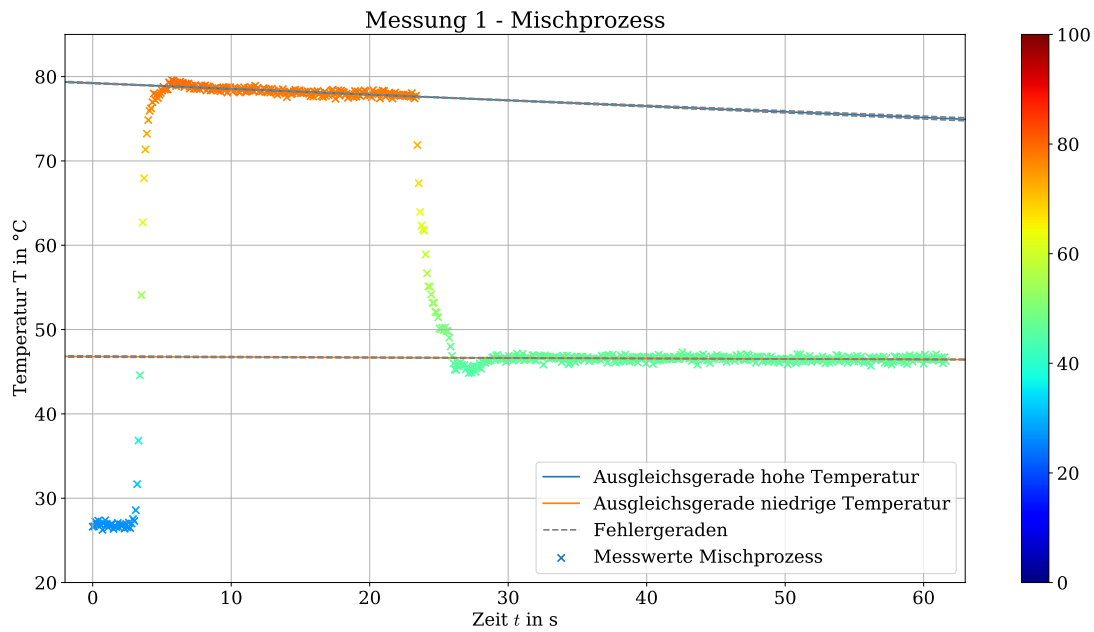


Abb. 7: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des ersten Mischprozesses. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die Fehlergeraden weichen nur minimal von der jeweiligen linearen Regression ab und sind daher schwer zu erkennen.

Um aus diesem Diagramm die wahren Temperaturen $T_{h,1}$ und $T_{m,1}$ zu erhalten, wird eine vertikale Linie eingezeichnet, die den Bereich des Mischungsprozesses in zwei Teile teilt. Bei der Positionierung dieser Linie wird versucht, dass die Fläche über den Messwerten, die sich auf der linken Seite der Linie befinden, gleich groß ist wie die Fläche unter den Messwerten, die sich auf der rechten Seite der Linie befindet. Die Flächen werden dabei zwischen den Messwerten und den Ausgleichsgeraden bestimmt. Um dies besser beurteilen zu können, sind die Messwerte in [Abbildung 8](#) vergrößert dargestellt. Außerdem sind die linearen Regressionen, die Bereichseinteilungen und die magentafarbene vertikale Linie eingezeichnet.

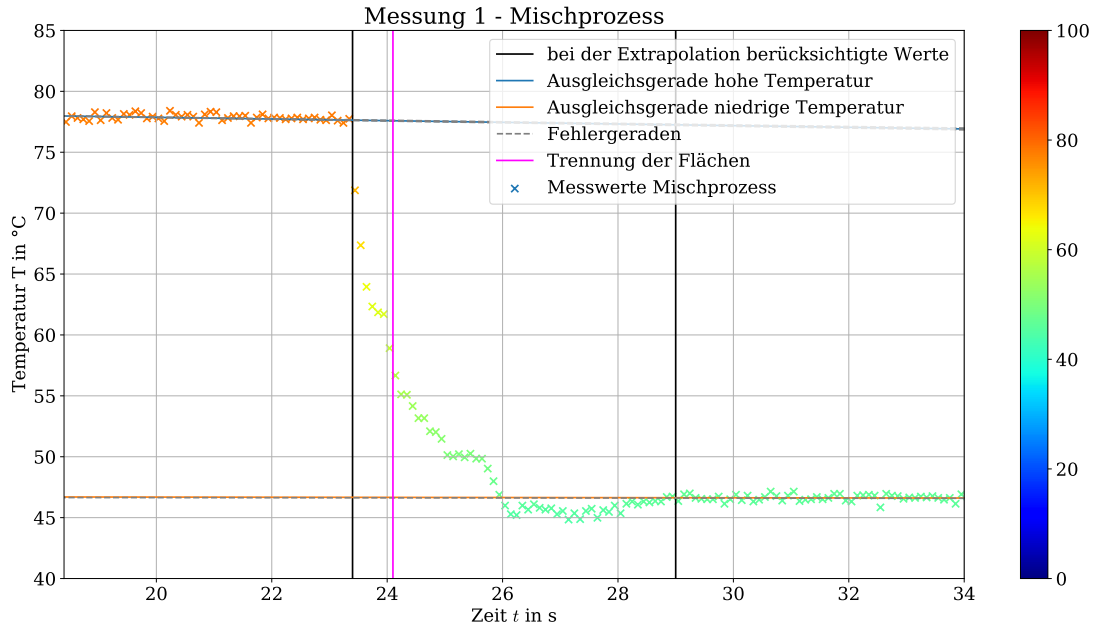


Abb. 8: Zu sehen ist ein Ausschnitt des Temperaturverlaufs des ersten Mischprozesses. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die senkrechten Striche markieren den Bereich des Mischungsprozesses. Die magentafarbene Linie gleicht die Flächen links über und rechts unter der Messkurve aus. An ihr können $T_{h,1}$ und $T_{m,1}$ abgelesen werden.

Die vertikale Linie befindet sich bei der Zeit t_1 . Sie wird hier auf

$$t_1 = (24,1 \pm 0,3) \text{ s}$$

geschätzt. Die Unsicherheit wird dabei durch leichtes Variieren des Wertes abgeschätzt. Die wahren Temperaturen $T_{h,1}$ und $T_{m,1}$ findet man nun, indem man die Schnittpunkte der Ausgleichsgeraden mit der vertikalen Linie wie folgt bestimmt:

$$T_{h,1} = b_1 \cdot t_1 + a_1, \quad (3)$$

$$\Delta T_{h,1} = \sqrt{(b_1 \Delta t_1)^2 + (t_1 \Delta b_1)^2 + \Delta a_1^2}, \quad (4)$$

$$T_{m,1} = b_2 \cdot t_1 + a_2, \quad (5)$$

$$\Delta T_{m,1} = \sqrt{(b_2 \Delta t_1)^2 + (t_1 \Delta b_2)^2 + \Delta a_2^2}. \quad (6)$$

Die Unsicherheiten werden erneut durch Fehlerfortpflanzung mit Formeln aus [2] berechnet. Es ergeben sich damit folgende Temperaturen:

$$T_{h,1} = (77,59 \pm 0,11) ^{\circ}\text{C},$$

$$T_{m,1} = (46,66 \pm 0,08) ^{\circ}\text{C}.$$

Nun kann die Wärmekapazität des Kalorimeters Γ_{Kal} bestimmt werden. Aus [1] erhält man hierfür folgende Formel. Die Unsicherheit $\Delta \Gamma_{\text{Kal}}$ ergibt sich wieder aus Fehlerfortpflanzung:

$$\Gamma_{\text{Kal}} = c_w \left(m_{k,1} \cdot \frac{T_{m,1} - T_{k,1}}{T_{h,1} - T_{m,1}} - m_{h,1} \right), \quad (7)$$

$$\Delta\Gamma_{\text{Kal}} = c_w \left[\left(\frac{T_{m,1} - T_{k,1}}{T_{h,1} - T_{m,1}} \cdot \Delta m_{k,1} \right)^2 + \left(m_{k,1} \cdot \frac{T_{h,1} \Delta T_{m,1}}{(T_{h,1} - T_{m,1})^2} \right)^2 + \left(m_{k,1} \cdot \frac{-\Delta T_{k,1}}{T_{h,1} - T_{m,1}} \right)^2 + \left(m_{k,1} \cdot \frac{(T_{m,1} - T_{k,1}) \Delta T_{k,1}}{(T_{h,1} - T_{m,1})^2} \right)^2 + (-\Delta m_{h,1})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Neben den bereits berechneten Temperaturen benötigt man in [Gleichung 7](#) die Massen des kalten Wassers $m_{k,1}$ und des heißen Wassers $m_{h,1}$. Sie werden durch die Volumina $V_{k,1}$ und $V_{h,1}$ und die temperaturabhängigen Wasserdichten $\rho_{k,1}$ und $\rho_{h,1}$ aus [\[3\]](#) berechnet:

$$m = \rho V, \quad (9)$$

$$\Delta m = \rho \Delta V. \quad (10)$$

Die Volumina werden wie folgt gemessen und die Dichten sind:

$$V_{k,1} = V_{h,1} = (200,0 \pm 0,8) \text{ ml},$$

$$\rho_{k,1} = 1000 \text{ kg m}^{-3},$$

$$\rho_{h,1} = 978 \text{ kg m}^{-3}.$$

Eingesetzt ergeben sich daraus folgende Massen:

$$m_{k,1} = (200,0 \pm 0,8) \text{ g},$$

$$m_{h,1} = (195,6 \pm 0,8) \text{ g}.$$

Nun kann mit [Gleichung 7](#) die Wärmekapazität des Kalorimeters Γ_{Kal} ausgerechnet werden:

$$\Gamma_{\text{Kal},1} = (54 \pm 8) \text{ J K}^{-1}.$$

Analog werden die Wärmekapazitäten für die Messungen 2 und 3 ausgeführt. Die zugehörigen Abbildungen finden sich im Anhang in [Abbildung 16](#) bis [Abbildung 23](#). Die benötigten Massen und Temperaturen sind in [Tabelle 3](#) im Anhang zusammengestellt. In dieser Tabelle wird der Korrekturterm der Kalibrierung beachtet, da es sich um absolute Temperaturen handelt. Es ergeben sich folgende Werte für Γ_{Kal} :

$$\Gamma_{\text{Kal},2} = (75 \pm 4) \text{ J K}^{-1},$$

$$\Gamma_{\text{Kal},3} = (59 \pm 14) \text{ J K}^{-1}.$$

Im folgenden Abschnitt wird dieser Wert benötigt. Es wird dann der Mittelwert und die Standardabweichung des Mittelwertes verwendet. Er beträgt:

$$\Gamma_{\text{Kal}} = (63 \pm 7) \text{ J K}^{-1}.$$

3.3 Schmelzwärme von Eis

Beim Übergang von einem Aggregatzustand zum anderen kommt zu der Wärme, die benötigt wird um den Stoff zu erhitzen, noch eine zusätzliche sogenannte latente Wärme hinzu. In der folgenden Skizze soll dieses Phänomen bei Wasser untersucht werden. Es wird dazu die Temperatur von Wasser als Funktion der zugeführten Wärme bei der Erhitzung von einem Kilogramm Wasser dargestellt. Bei 0°C und 100°C findet ein Übergang von einem Aggregatzustand zum nächsten statt, weshalb hier deutliche Sprünge in der zuzuführenden Wärme erkennbar sind. Die spezifische Wärmekapazität $c_w = 4182 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ wird dabei aus der Versuchsbeschreibung [\[1\]](#) genommen, während die Werte für die Schmelz- und Verdampfungswärme aus [\[5\]](#) stammen. Der theoretische Verlauf ist in [Abbildung 9](#) skizziert:

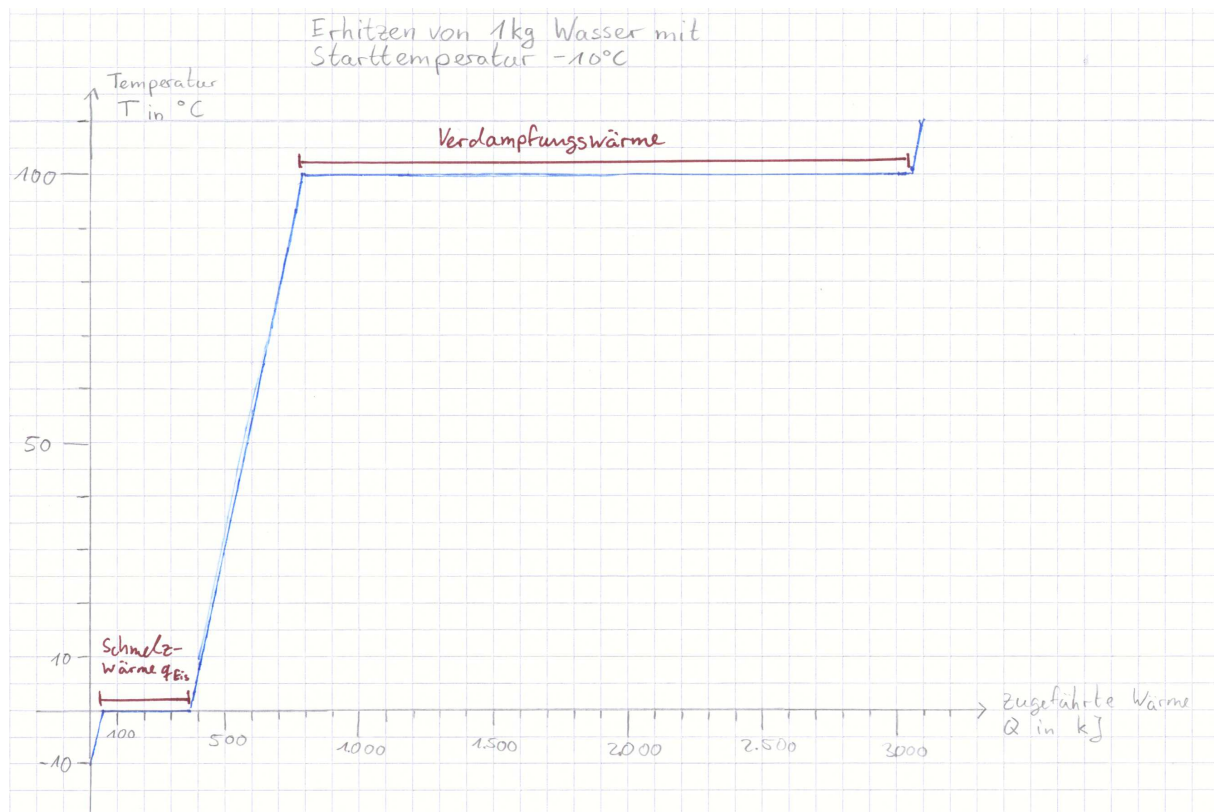


Abb. 9: Skizziert ist der theoretische Verlauf der Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die zugeführte Wärme Q in kJ bei Erhitzen von 1 kg Wasser. Dabei ist ein Bereich von -10°C bis 110°C abgebildet. Ebenfalls gekennzeichnet sind die Schmelz- und Verdampfungswärme.

Die Schmelzwärme von Eis soll nun durch Messungen bestimmt werden. Dabei werden erneut zunächst die Temperaturen T_{Eis} des zugeführten Eises, T_{H} des im Kalorimeter befindlichen heißen Wassers und T_{M} des Wassers am Ende der Messreihe nach dem Mischprozess benötigt. Es wird dabei darauf geachtet, dass das Eis eine Temperatur von möglichst genau 0°C hat, was im Vorfeld mit einem analogen Thermometer überprüft wird.

Es wurden insgesamt vier Messungen mit verschiedenen Wasser- und Eisvolumina durchgeführt. Da bei der ersten Messung nicht das komplette Eis im Kalorimeter schmilzt und das Wasser am Ende die Temperatur des Eises annimmt, wird diese Messung bei der Auswertung ignoriert. Die zugehörigen Grafiken [Abbildung 24](#) und [Abbildung 25](#) finden sich im Anhang. Von den übrigen drei Messreihen wird die zweite Messreihe hier erneut exemplarisch ausgewertet, da sie den zu untersuchenden Verlauf am deutlichsten repräsentiert.

Wie bereits bei der Untersuchung der Wärmekapazität des Kalorimeters, wird zunächst die Temperatur des Eises, das im Versuchsverlauf dem heißen Wasser zugeführt wird, mithilfe des Temperaturfühlers bestimmt. Dazu wird erneut der Mittelwert und die Standardabweichung des Mittelwerts verwendet [2]. Die berücksichtigten Daten sind auch hier in [Abbildung 10](#) wieder gekennzeichnet:

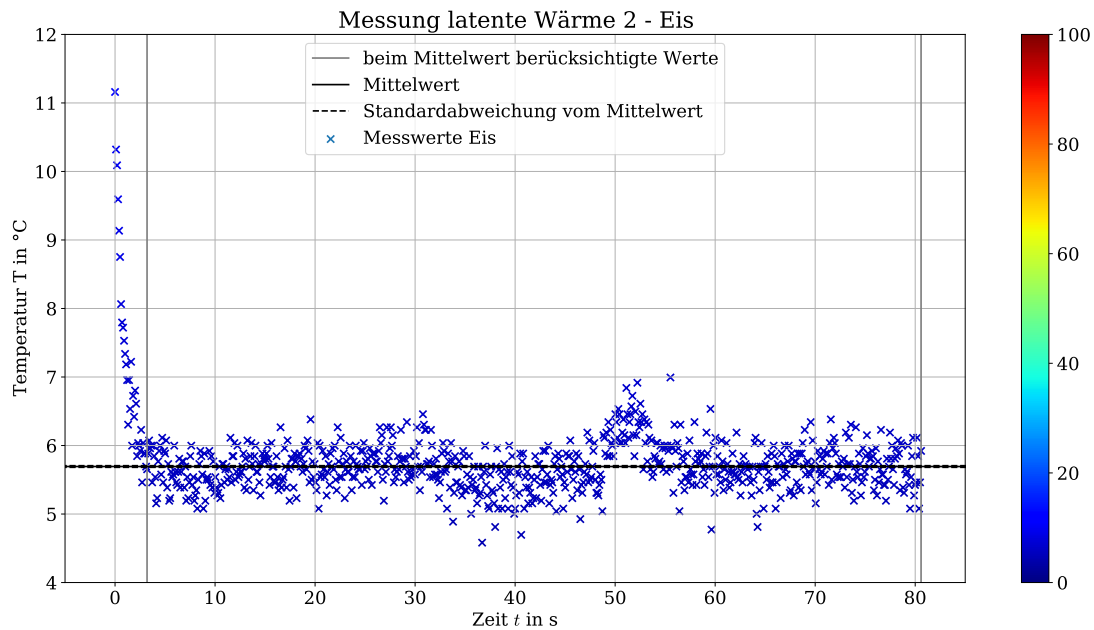


Abb. 10: Zu sehen ist die Temperaturbestimmung des verwendeten Eises für die zweite Messung der Schmelzwärme. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die bei der Mittelwertrechnung berücksichtigten Messwerte. Der berechnete Mittelwert ist mit der Standardabweichung des Mittelwerts aufgetragen. Die Standardabweichung ist schwer erkennbar, da sie sehr klein ist.

Es ergibt sich die folgende Temperatur des Eises, für die die Korrektur der Kalibrierung erneut nicht berücksichtigt wird, da auch in diesem Abschnitt nur Temperaturdifferenzen von Relevanz sind:

$$T_{\text{Eis},2} = (5,694 \pm 0,012) ^{\circ}\text{C}. \quad (11)$$

Erneut lässt sich der Temperaturverlauf bei der Messung in drei Bereiche unterteilen. Da das Hinzufügen des Eises ein wenig umständlicher und weniger gleichmäßig erfolgt als beim Hinzufügen einer Flüssigkeit, treten im Bereich des Mischungsprozesses kleine Unregelmäßigkeiten auf. In [Abbildung 11](#) ist der Temperaturverlauf der zweiten Messreihe aufgezeichnet:

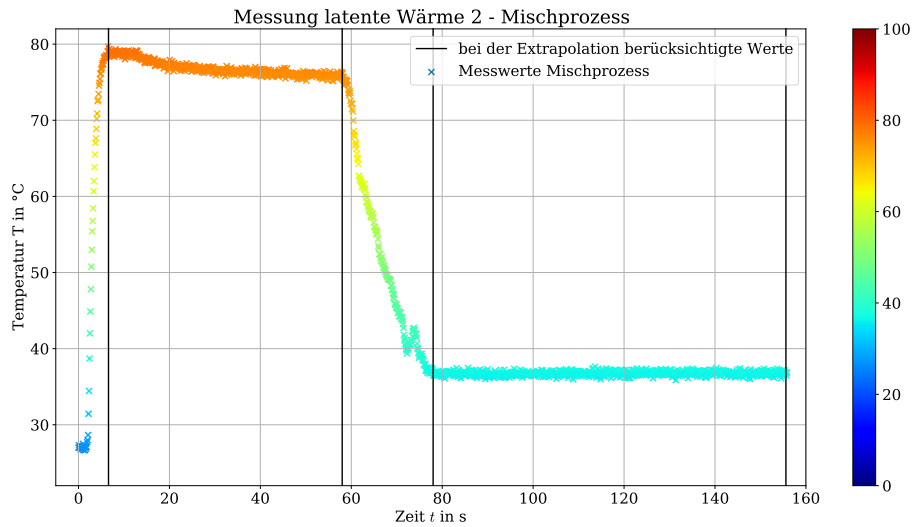


Abb. 11: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des zweiten Mischprozesses für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die Bereiche, in denen die lineare Regression zur Bestimmung der Temperaturen $T_{H,2}$ und $T_{M,2}$ durchgeführt wird.

Es wird erneut eine lineare Regression der beiden linearen Bereiche für die heiße und die Mischtemperatur durchgeführt. Erneut werden Formeln aus [2] verwendet:

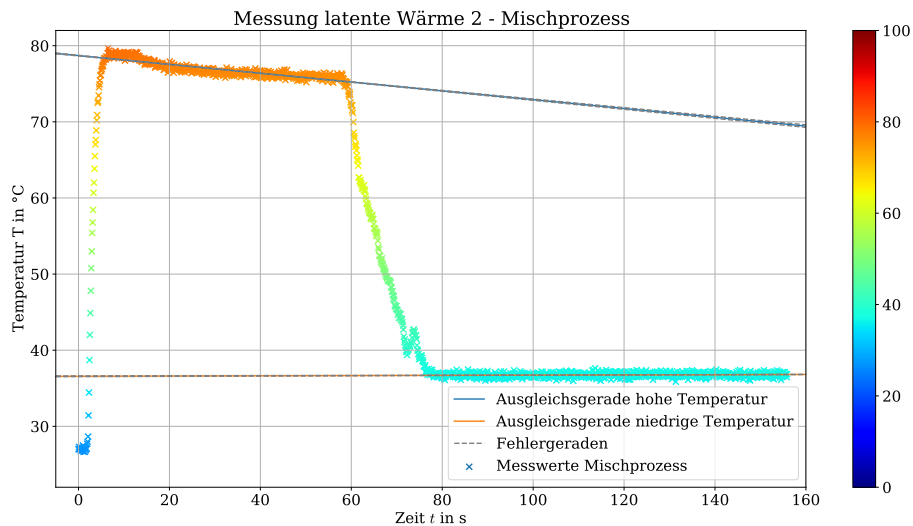


Abb. 12: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des zweiten Mischprozesses für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die Fehlergeraden weichen nur minimal von der jeweiligen linearen Regression ab und sind daher schwer zu erkennen.

Bei dieser Messung ergeben sich für die Steigungen und die y-Achsenabschnitte für das heiße Wasser b_H und a_H beziehungsweise gemischtes Wasser b_M und a_M folgende Werte:

$$\begin{aligned} b_H &= (-0,0579 \pm 0,0013) \text{ K s}^{-1}, \\ a_H &= (78,70 \pm 0,05) \text{ }^\circ\text{C}, \\ b_M &= (0,0015 \pm 0,0005) \text{ K s}^{-1}, \\ a_M &= (36,58 \pm 0,05) \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Es fehlt noch die Extrapolation im Bereich der Mischung. Erneut wird abgeschätzt, wann die beiden Flächen über und unter der Kurve gleich groß sind und die beiden Schnittpunkte der vertikalen Linie mit den Ausgleichsgeraden gesucht. In [Abbildung 13](#) ist ein Ausschnitt aus der vorangegangenen Grafik abgebildet, in dem der Mischungsprozess deutlich zu erkennen ist. Die vertikale Linie wird erneut per Hand abgeschätzt und ist eingezeichnet:

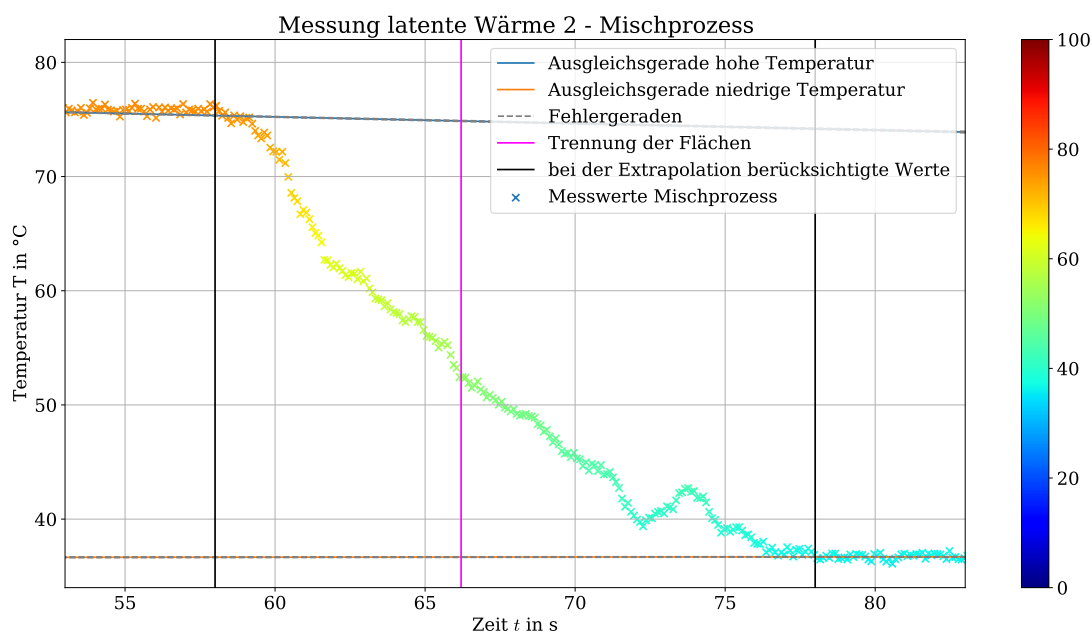


Abb. 13: Zu sehen ist ein Ausschnitt des Temperaturverlaufs des zweiten Mischprozesses für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^\circ\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die senkrechten Striche markieren den Bereich des Mischungsprozesses. Die magentafarbene Linie gleicht die Flächen links über und rechts unter der Messkurve aus. An ihr können $T_{H,2}$ und $T_{M,2}$ abgelesen werden.

Die Abschätzung ergibt folgenden Wert für die Zeit t_2 , bei der die vertikale Linie so positioniert ist, dass die Flächen gleich sind. Die Unsicherheit wird genau wie im vorangegangenen Kapitel durch Variieren des Wertes abgeschätzt:

$$t_2 = (66,2 \pm 0,3) \text{ s}.$$

Die Schnittpunkte der magentafarbenen Linie mit den beiden linearen Regressionen lässt sich analog zu [Gleichung 3](#) und [Gleichung 5](#) durchführen, auch die Fehlerfortpflanzungen entsprechen

Gleichung 4 und Gleichung 6. Es ergeben sich damit die folgenden Temperaturen $T_{H,2}$ und $T_{M,2}$:

$$\begin{aligned} T_{H,2} &= (74,87 \pm 0,10) \text{ }^\circ\text{C}, \\ T_{M,2} &= (36,67 \pm 0,06) \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Auch für die anderen beiden Messreihen wird analog vorgegangen. Es werden sowohl die Temperaturen des Eises, als auch alle Temperaturen des heißen Wassers und die Mischtemperaturen ermittelt. In [Abbildung 26](#) bis [Abbildung 33](#) im Anhang sind alle Mittelwertbildungen, linearen Regressionen und Extrapolationen der anderen Messreihen zu finden. In [Tabelle 4](#) im Anhang sind die daraus ermittelten Temperaturen zusammengestellt. In dieser Tabelle wird jedoch der Korrekturterm der Kalibrierung beachtet, es handelt sich also um die tatsächlichen Temperaturen.

Auch zur Berechnung der spezifischen Schmelzwärme des Eises werden die Massen benötigt. Erneut werden jeweils die Volumina des Eises und des heißen Wassers gemessen und über die Dichten umgerechnet. Da die Volumenbestimmung des Eises nicht gut möglich ist, wird hier der Fehler recht hoch geschätzt. Auf diese Problematik wird auch in der Fehlerdiskussion weiter eingegangen. Die Dichte des Wassers wird erneut aus [\[3\]](#) und die Dichte des Eises aus [\[4\]](#) genommen. Es ergeben sich folgende Werte:

$$\begin{aligned} V_{\text{Eis},2} &= (150 \pm 30) \text{ ml}, \\ V_{H,2} &= (200,0 \pm 0,8) \text{ ml}, \\ \rho_{\text{Eis},2} &= 918 \text{ kg m}^{-3}, \\ \rho_{H,2} &= 980 \text{ kg m}^{-3}. \end{aligned}$$

Über folgende Formeln lässt sich erneut die Masse des Eises beziehungsweise des Wassers berechnen:

$$m = \rho V, \quad (12)$$

$$\Delta m = \rho \Delta V. \quad (13)$$

Es ergeben sich daraus diese Massen:

$$\begin{aligned} m_{\text{Eis},2} &= (140 \pm 30) \text{ g}, \\ m_{H,2} &= (196,0 \pm 0,8) \text{ g}. \end{aligned}$$

Auch die berechneten Massen, die bei den anderen beiden Versuchsreihen verwendet werden, finden sich in [Tabelle 4](#) im Anhang. Es bleibt nun, aus diesen Werten die Schmelzwärme $q_{\text{Eis},2}$ zu berechnen. Es wird zuerst die Energiebilanz aufgestellt. Diese findet sich auch in [\[1\]](#):

$$m_{\text{Eis}} q_{\text{Eis}} + m_{\text{Eis}} c_w (T_M - T_{\text{Eis}}) = (m_H c_w + \Gamma_{\text{Kal}}) (T_H - T_M). \quad (14)$$

Umstellen ergibt folgende Formel. Die Unsicherheit wird dabei über Fehlerfortpflanzung [\[2\]](#) bestimmt:

$$q_{\text{Eis}} = \frac{(m_H c_w + \Gamma_{\text{Kal}}) (T_H - T_M)}{m_{\text{Eis}}} - c_w (T_M - T_{\text{Eis}}), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Delta q_{\text{Eis}} &= \left[\left(\frac{c_w (T_H - T_M)}{m_{\text{Eis}}} \Delta m_H \right)^2 + \left(\frac{-(T_H - T_M)}{m_{\text{Eis}}} \Delta \Gamma_{\text{Kal}} \right)^2 \right. \\ &+ \left(\frac{(m_H c_w + \Gamma_{\text{Kal}}) (T_H - T_M)}{m_{\text{Eis}}^2} \Delta m_{\text{Eis}} \right)^2 + \left(\frac{(m_H c_w + \Gamma_{\text{Kal}})}{m_{\text{Eis}}} \Delta T_H \right)^2 \\ &\left. + \left(\left(\frac{(m_H c_w + \Gamma_{\text{Kal}})}{m_{\text{Eis}}} + c_w \right) (-\Delta T_M) \right)^2 + (c_w \Delta T_{\text{Eis}})^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Aus den in [Tabelle 4](#) zusammengestellten Werten ergeben sich durch Einsetzen in [Gleichung 15](#) die folgenden drei Schmelzwärmen für Eis:

$$q_{\text{Eis},1} = (240 \pm 170) \text{ kJ},$$

$$q_{\text{Eis},2} = (120 \pm 50) \text{ kJ},$$

$$q_{\text{Eis},3} = (100 \pm 90) \text{ kJ}.$$

Auch von diesen Werten wird erneut ein Mittelwert gebildet und sein Fehler über die Standardabweichung des Mittelwerts bestimmt [\[2\]](#):

$$q_{\text{Eis}} = (150 \pm 40) \text{ kJ}.$$

Da bei dieser Fehlerbestimmung die Fehler der einzelnen Messungen nicht mit einfließen, diese aber in diesem Fall sehr groß und damit nicht zu vernachlässigen sind, wird der Fehler außerdem noch einmal durch Fehlerfortpflanzung der Mittelwertformel bestimmt:

$$\Delta q_{\text{Eis}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\Delta q_{\text{Eis},1})^2 + (\Delta q_{\text{Eis},2})^2 + (\Delta q_{\text{Eis},3})^2}. \quad (17)$$

Damit ergibt sich der folgende Wert:

$$q_{\text{Eis}} = (150 \pm 70) \text{ kJ}.$$

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse

Der aus der Kalibrierung bestimmte Korrekturterm für die Temperaturdifferenz zwischen Temperaturfühler und analogem Thermometer beträgt:

$$T_{\text{diff}} = (8,4 \pm 0,9) \text{ K.}$$

Da dieser Term nur für absolute Temperaturen relevant ist, wird er in den weiteren Berechnungen zunächst nicht berücksichtigt und nur bei der Angabe von absoluten Temperaturen verwendet.

Bei der Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters wird diese zunächst aus drei verschiedene Messreihen berechnet. Alle Zwischenergebnisse dieses Versuchteils sind dabei in [Tabelle 3](#) zusammengestellt. Die aus dem Mittelwert der drei Messreihen berechnete Wärmekapazität des Kalorimeters liegt bei:

$$\Gamma_{\text{Kal}} = (63 \pm 7) \text{ J K}^{-1}.$$

Für die Schmelzwärme des Eises wird ebenfalls der Mittelwert aus drei Messreihen gebildet. Die Zwischenergebnisse finden sich dabei in [Tabelle 4](#). Es wird folgender Mittelwert gefunden:

$$q_{\text{Eis}} = (150 \pm 40) \text{ kJ.}$$

Die Unsicherheit ergibt sich hierbei aus der Standardabweichung des Mittelwertes. Außerdem wurde die Unsicherheit der Schmelzwärme des Eises noch mit der Fehlerfortpflanzung der drei Messreihen berechnet:

$$q_{\text{Eis}} = (150 \pm 70) \text{ kJ.}$$

4.2 Vergleich mit Literaturwerten

Für die Wärmekapazität des Kalorimeters liegt kein Literaturwert vor, weshalb ein Vergleich hier schwierig ist.

Die berechnete Schmelzwärme wird nun noch mit einem Literaturwert aus [\[5\]](#) verglichen. Der Literaturwert beträgt:

$$q_{\text{Eis}} = 335 \text{ kJ.} \tag{18}$$

Um die Verträglichkeit der berechneten Werte mit dem Literaturwert beurteilen zu können, werden die zugehörigen t -Werte mit Formeln aus [\[2\]](#) berechnet. Die t -Werte und die relativen Fehler finden sich in [Tabelle 2](#).

Tab. 2: Aufgetragen sind die aus der jeweiligen Messreihe bestimmten Schmelzwärmen mit ihren Unsicherheiten. Die relativen Fehler und die t -Werte werden aus ungerundeten Größen berechnet. Für die Berechnung des t -Werts wird als Literaturwert $q_{\text{Eis}} = 335 \text{ kJ}$ aus [\[5\]](#) verwendet.

Messreihe	Schmelzwärme $q_{\text{Eis}, i}$ in kJ	relativer Fehler in %	t -Wert
1	240 ± 170	71,1	0,6
2	120 ± 50	42,5	4,5
3	100 ± 90	97,3	2,5
Mittelwert, Standardabweichung	150 ± 40	29,1	4,3
Mittelwert, Fehlerfortpflanzung	150 ± 70	44,3	2,8

Man sieht, dass Messreihe 1 mit einem t -Wert von $t = 0,6$ am besten und Messreihe 2 mit $t = 4,5$ die am schlechtesten verträgliche Messreihe ist. Auf Gründe hierfür wird in der Fehlerdiskussion näher eingegangen. Bei den Mittelwerten ist der Wert, der eine mit Fehlerfortpflanzung berechnete Unsicherheit hat, besser verträglich. Da der Wert gleich ist, aber einen größeren relativen Fehler besitzt, rührt die bessere Verträglichkeit von der größeren Unsicherheit her.

Besonders auffällig sind auch die hohen relativen Fehler aller Messwerte. Auf mögliche Gründe wird in der Fehlerdiskussion näher eingegangen.

4.3 Fehlerdiskussion

Die erste Abweichung von der Erwartung fällt bereits bei der Kalibrierung des Messgeräts auf. Dass der Wert des Temperaturfühlers stark von der eigentlichen Temperatur abweicht ist nicht weiter schlimm, da sich die Werte zum einen leicht im Nachhinein korrigieren lassen und andererseits die Verschiebung der Skala gegenüber den eigentlichen Werten nicht ins Gewicht fällt, wenn nur mit Temperaturdifferenzen gearbeitet wird. Es ist jedoch ungeschickt, dass der dritte Wert der Kalibrierung eine höhere Differenz aufweist als die anderen beiden Werte. Auch wenn dann beim weiteren Vorgehen der Mittelwert verwendet wird, kann nicht mit Sicherheit gesagt werden, wie weit der Temperaturfühler tatsächlich von der Temperatur abweicht. Der Fehler lässt sich wahrscheinlich auf die Ungenauigkeit der analogen Vergleichsthermometer zurückführen und ließe sich nur durch eine ausführlichere Kalibrierung korrigieren, die den Zeitrahmen des Praktikums sprengen würde.

Dass nicht alle ermittelten Werte für die Wärmekapazität des Kalorimeters miteinander verträglich sind, kann mehrere Gründe haben: Zum einen ist die Extrapolation, die in [1] beschrieben ist nicht besonders genau. Die beiden Flächen, deren Größen gleich sein sollen, sind nur sehr schwer zu vergleichen und die gewählte Position der vertikalen Linie dadurch sehr fehlerbehaftet. Dass außerdem bei einigen Messungen in dem bei der Extrapolation zu beachtenden Bereich starke Schwankungen auftreten, gestaltet die Auswertung dabei noch schwieriger.

Ein weiterer wichtiger Faktor ist, dass die Unsicherheit auf die gemessenen Volumina vermutlich deutlich zu gering geschätzt wurden. Selbst mit einem Messzylinder ist es eigentlich nicht möglich, 200 ml auf ungefähr 1 ml genau messen zu können. Bei einer realistischeren Fehlerschätzung erhöht sich auch der Gesamtfehler und damit die Verträglichkeit der Werte.

Möglich ist außerdem, dass während des Prozesses viel Wärme an die Umgebung abgegeben wird, was die Messung stark beeinflusst. Dieser systematische Fehler sollte jedoch eigentlich durch die Extrapolation ausgeglichen werden und kann deshalb vernachlässigt werden. Insgesamt sind jedoch alle Werte mit dem errechneten Mittelwert verträglich, weshalb eine Verwendung dieses Wertes im letzten Aufgabenteil trotzdem gerechtfertigt ist.

Beim Vergleich der berechneten Schmelzwärmen mit dem Literaturwert fallen die großen relativen Fehler und die zum Teil unverträglichen t -Werte auf. Dass die Unverträglichkeit des ermittelten Wertes vor allem auf einen systematischen Fehler bei der Volumenmessung zurückzuführen ist, kann unter anderem daran erkannt werden, dass alle Werte im Vergleich mit dem Literaturwert zu klein ausfallen. Gründe hierfür und weitere mögliche Fehlerquellen sollen nun beleuchtet werden.

Den größten Beitrag zur Unsicherheit der Schmelzwärme liefert die Massenunsicherheit. Das kommt dadurch zustande, dass die Volumenbestimmung des Eises sehr fehleranfällig ist. Das Eis wurde zwar vor der Volumenbestimmung zerkleinert, jedoch ist zwischen den Eisstückchen immer noch eine erhebliche Menge von Luftporen vorhanden. Weiterhin kann auch die Dichte innerhalb eines Eisstückchens variieren, je nachdem wie viele Luftporen sich im Eis beim Gefrieren gebildet haben. Zudem schmilzt das Eis bei Raumtemperatur schnell, weshalb

es möglich ist, dass Teile des Eises bereits vor dem Einfüllen in das Kalorimeter geschmolzen sind, was einen kleineren Wert für die Schmelzwärme zur Folge hätte.

Die fehlerbehaftete Volumenbestimmung führt vermutlich dazu, dass die Verträglichkeit der ermittelten Schmelzwärmen stark schwankt, wie zum Beispiel zwischen Messreihe 1 und Messreihe 2. Denn durch die grobe Volumenabschätzung, bei der versucht wurde, die Lufteinschlüsse mit einzuschätzen, kann es leicht zu großen Schwankungen in der Abweichung vom wahren Wert kommen. Die Verwendung des kleinen Messzylinders bei Messreihe 3 stellt hierbei einen weiteren Faktor dar, da sich hier die Eisstückchen, deren Durchmesser ähnlich groß ist wie der Zylinderdurchmesser, weniger dicht stapeln lassen. Insgesamt lässt sich schließen, dass die Bestimmung der Eismasse über die Volumenbestimmung für die Versuchsdurchführung sehr schlecht geeignet ist.

Neben der Volumenmessung kann die Eistemperatur eine weitere Fehlerquelle sein. Die verwendete Formel kann nur angewendet werden, wenn das Eis zu Beginn der Messung wirklich 0°C hat. Dies ist aus zwei Gründen schwer zu garantieren. Erstens wird die Eistemperatur kurz vor Versuchsbeginn gemessen und kann sich bis zum Einfüllen ändern. Zweitens ist durch die heterogene Struktur des Eises nicht so gut wie bei Wasser gewährleistet, dass alle Eisstückchen die gleiche Temperatur besitzen.

Eine weitere mögliche Fehlerquelle könnte sein, dass die verwendete Wärmekapazität des Kalorimeters doch stärker von der Realität abweicht als vermutet. Da kein Vergleichswert vorliegt, ist es schwierig abzuschätzen wie groß der dadurch zustande kommende Fehler tatsächlich ist. Außerdem wurden auch hier die Temperaturen erneut durch Extrapolation bestimmt. Da durch den unregelmäßigen Einfüllprozess die Flächen noch undeutlicher zu erkennen sind, ist es möglich, dass die Extrapolation hier nochmal etwas ungenauer ist.

Anders als während der Versuchsdurchführung besprochen, wurde in der Auswertung zur Bestimmung der Mischtemperatur der Schnittpunkt der linearen Regression mit der vertikalen Linie und nicht der Schnittpunkt des Temperaturverlaufs mit der vertikalen Linie verwendet. Da bei Verwendung des Temperaturverlaufs jedoch eine deutlich kleinere Differenz zwischen heißer Temperatur und Mischtemperatur auftreten würde, würden bei der Verwendung dieses Schnittpunktes noch deutlich kleinere und damit deutlich unverträglichere Werte zustande kommen. Es wurde für die Auswertung daher vermutlich das richtige Vorgehen gewählt.

4.4 Verbesserte Messmethoden

Um die Messung zu verbessern ist es sinnvoll, eine ausführlichere Kalibrierung durchzuführen, um die Abweichung des Messfehlers besser beurteilen zu können. Vor allem eine Temperaturabhängigkeit des Fehlers könnte somit untersucht werden. Dabei wäre es sinnvoll eine größere Messreihe für die Kalibrierung mit verschiedenen Temperaturen durchzuführen.

Außerdem kann es sinnvoll sein, einen Trichter zum Einfüllen der Flüssigkeiten und des Eises in das Kalorimeter zu benutzen. Während der Versuchsdurchführung stellte sich heraus, dass ein verschüttungsfreies Eingießen schwer sein kann. Zusätzlich wäre ein gleichmäßigeres Einfüllen möglich.

Um ein Schmelzen und Erwärmen des Eises vor dem Einfüllen zu minimieren, sollte darauf geachtet werden, dass möglichst wenig Zeit bis zum Einfüllen des Eises vergeht. Dabei muss allerdings ebenfalls berücksichtigt werden, dass genügend Messwerte für die Temperaturbestimmung des heißen Wassers gesammelt werden müssen. Es wäre zum Beispiel sinnvoll, zwei Messfühler zu verwenden, um parallel die Temperatur des heißen Wassers und die des Eises bestimmen zu können. Alternativ könnte ein isoliertes Gefäß zur Aufbewahrung des Eises verwendet werden.

Um eine möglichst genaue Messung des Eisvolumens zu realisieren, sollte das Eis noch stärker zerkleinert werden. Eine Volumenbestimmung wäre auch durch das Messen eines verdrängten

Volumens einer weniger dichten Flüssigkeit, wie beispielsweise Ethanol, möglich. Es wäre außerdem möglich, dass Volumen des Eises durch geometrische Eigenschaften vor der Zerkleinerung zu bestimmen. Es sollten dabei möglichst würfelförmige Eisstücke verwendet werden. Alternativ ist es sinnvoll, anstelle des Eisvolumens seine Masse mithilfe einer Waage direkt zu bestimmen.

Literatur

- [1] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 31 - Mischungsmethode in der Kalorimetrie, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (2021)
- [2] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (2021)
- [3] Andreas Jaeck: *Internetchemie* <https://www.internetchemie.info/chemie-lexikon/daten/w/wasser-dichtetabelle.php> (aufgerufen am: 14.10.2021)
- [4] Christa Reinke-Kunze: *(Fast) alles über Eis und Schnee*, Hrsg.: Neue Zürcher Zeitung, <https://www.nzz.ch/folio/fast-alles-uber-eis-und-schnee-ld.1616770> (aufgerufen am: 14.10.2021)
- [5] Dr. Henneke Lütgerath: *Leifi-Physik: Spezifische Schmelz- und Verdampfungswärme*, <https://www.leifiphysik.de/waermelehre/innere-energie-waermekapazitaet/grundwissen/spezifische-schmelz-und-verdampfungswaerme> (aufgerufen am: 14.10.2021)

6 Anhang

6.1 Tabellen und Grafiken

Tab. 3: Aufgetragen sind alle für die Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters gemessenen Daten mit den jeweiligen Unsicherheiten. Dabei sind alle Temperaturen mit dem aus der Kalibrierung berechneten Term T_{diff} korrigiert.

Messreihe	Masse $m_{k,i}$ in g des kalten Wassers	Masse $m_{h,i}$ in g des heißen Wassers	Temperatur $T_{k,i}$ in °C des kalten Wassers	Temperatur $T_{h,i}$ in °C des heißen Wassers	Mischtemperatur $T_{m,i}$ in °C	Wärmekapazität $c_{\text{kal},i}$ in JK^{-1}
1	$200,0 \pm 0,8$	$195,6 \pm 0,8$	$6,0 \pm 0,9$	$69,2 \pm 1,0$	$38,3 \pm 1,0$	54 ± 8
2	$300,0 \pm 0,8$	$97,4 \pm 0,8$	$4,8 \pm 0,9$	$76,1 \pm 1,0$	$24,6 \pm 0,9$	76 ± 4
3	$100,0 \pm 0,8$	$292,8 \pm 0,8$	$7,6 \pm 0,9$	$72,4 \pm 1,0$	$56,5 \pm 0,9$	59 ± 14

Tab. 4: Aufgetragen sind alle für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises gemessenen Daten mit den jeweiligen Unsicherheiten. Dabei sind alle Temperaturen mit dem aus der Kalibrierung berechneten Term T_{diff} korrigiert.

Messreihe	Masse $m_{\text{Eis},i}$ in g des Eises	Masse $m_{\text{H},i}$ in g des heißen Wassers	Temperatur $T_{\text{Eis},i}$ in °C des Eises	Temperatur $T_{\text{H},i}$ in °C des heißen Wassers	Mischtemperatur $T_{\text{M},i}$ in °C	Schmelzwärme $q_{\text{Eis},i}$ in kJ
1	80 ± 30	$292,8 \pm 0,8$	$-2,7 \pm 0,9$	$73,3 \pm 0,9$	$47,8 \pm 1,0$	240 ± 170
2	140 ± 30	$196,0 \pm 0,8$	$-2,7 \pm 0,9$	$66,5 \pm 1,0$	$28,3 \pm 0,9$	120 ± 50
3	30 ± 10	$98,4 \pm 0,8$	$-2,8 \pm 1,0$	$58,2 \pm 1,0$	$41,7 \pm 0,9$	100 ± 90

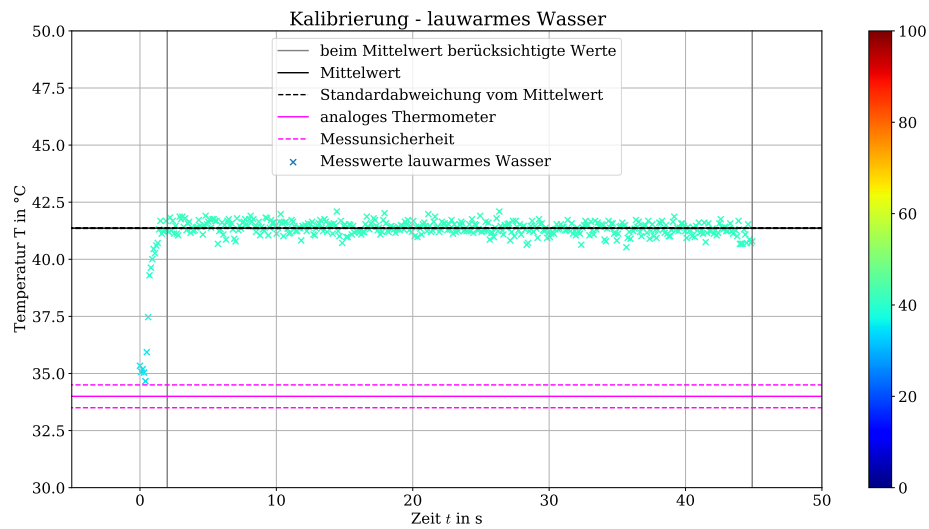


Abb. 14: Zu sehen ist die Kalibriermessung des Temperaturfühlers mit lauwarmem Wasser. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Zusätzlich sind die Daten markiert, aus denen der Mittelwert bestimmt wird. Dieser berechnete Mittelwert mit Unsicherheit ist zusammen mit dem Vergleichswert des analogen Thermometers ebenfalls im Diagramm eingetragen.

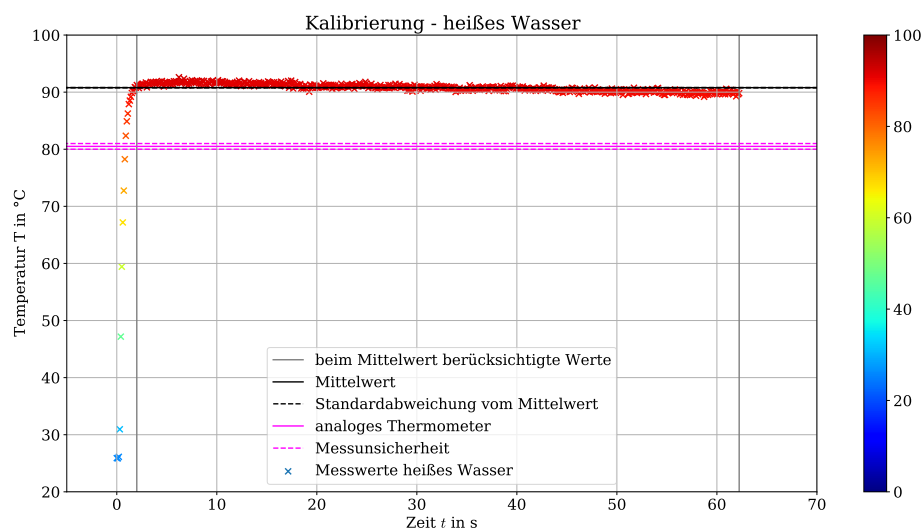


Abb. 15: Zu sehen ist die Kalibriermessung des Temperaturfühlers mit heißem Wasser. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Zusätzlich sind die Daten markiert, aus denen der Mittelwert bestimmt wird. Dieser berechnete Mittelwert mit Unsicherheit ist zusammen mit dem Vergleichswert des analogen Thermometers ebenfalls im Diagramm eingetragen.

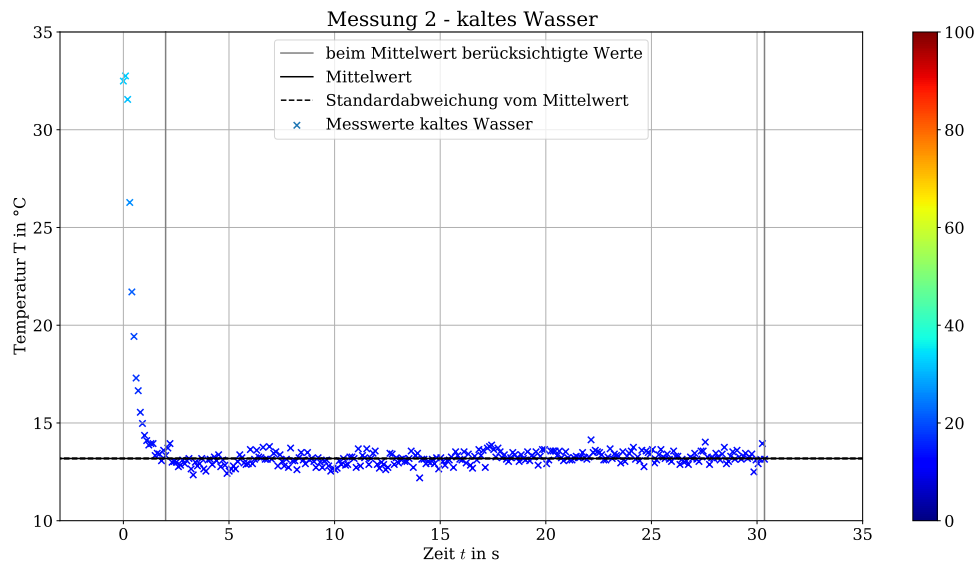


Abb. 16: Zu sehen ist die Temperaturbestimmung des beim zweiten Mischprozess verwendeten kalten Wassers. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die bei der Mittelwertrechnung berücksichtigten Messwerte. Der berechnete Mittelwert ist mit der Standardabweichung des Mittelwerts aufgetragen. Die Standardabweichung ist schwer erkennbar, da sie sehr klein ist.

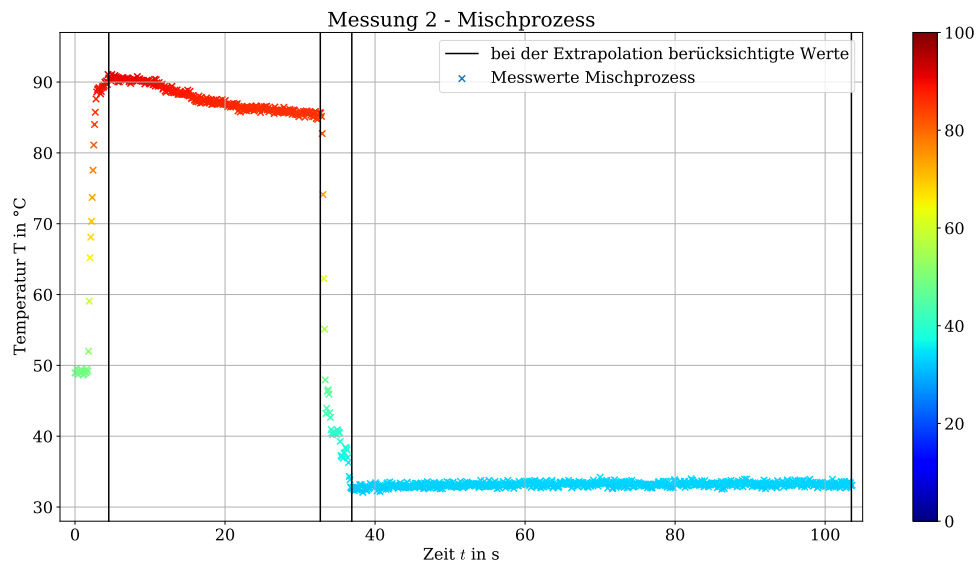


Abb. 17: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des zweiten Mischprozesses. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die Bereiche, in denen die lineare Regression zur Bestimmung der Temperaturen $T_{H,2}$ und $T_{m,2}$ durchgeführt wird.

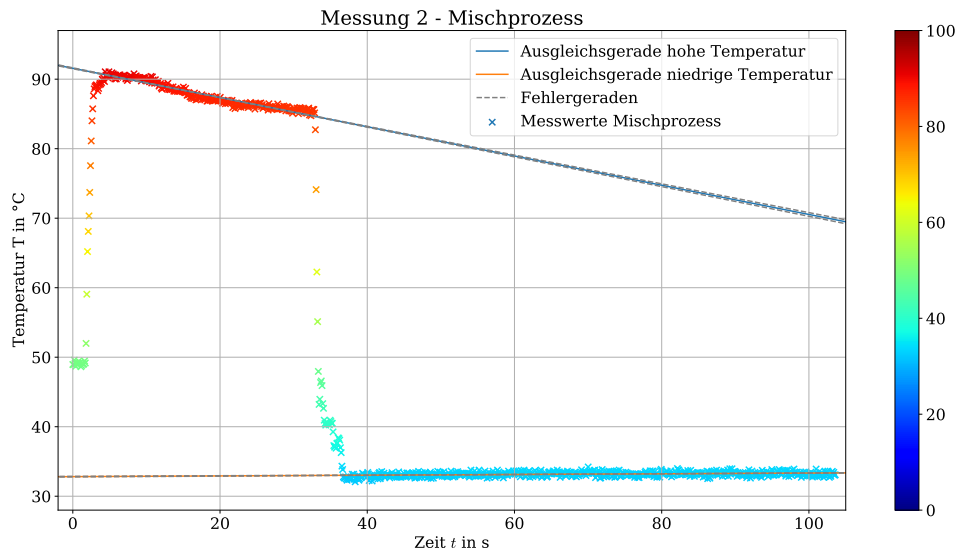


Abb. 18: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des zweiten Mischprozesses. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die Fehlergeraden weichen nur minimal von der jeweiligen linearen Regression ab und sind daher schwer zu erkennen.

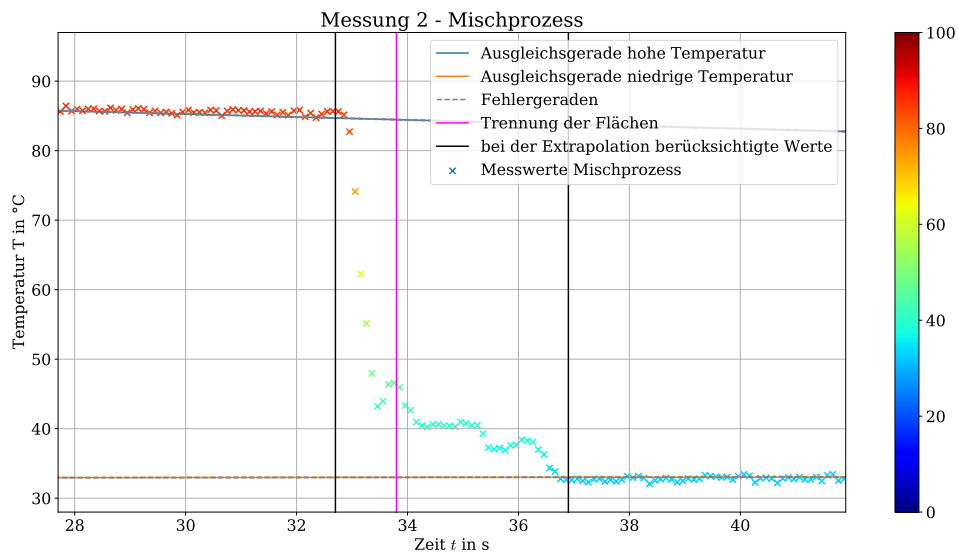


Abb. 19: Zu sehen ist ein Ausschnitt des Temperaturverlaufs des zweiten Mischprozesses. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die senkrechten Striche markieren den Bereich des Mischungsprozesses. Die magentafarbene Linie gleicht die Flächen links über und rechts unter der Messkurve aus. An ihr können $T_{H,2}$ und $T_{m,2}$ abgelesen werden.

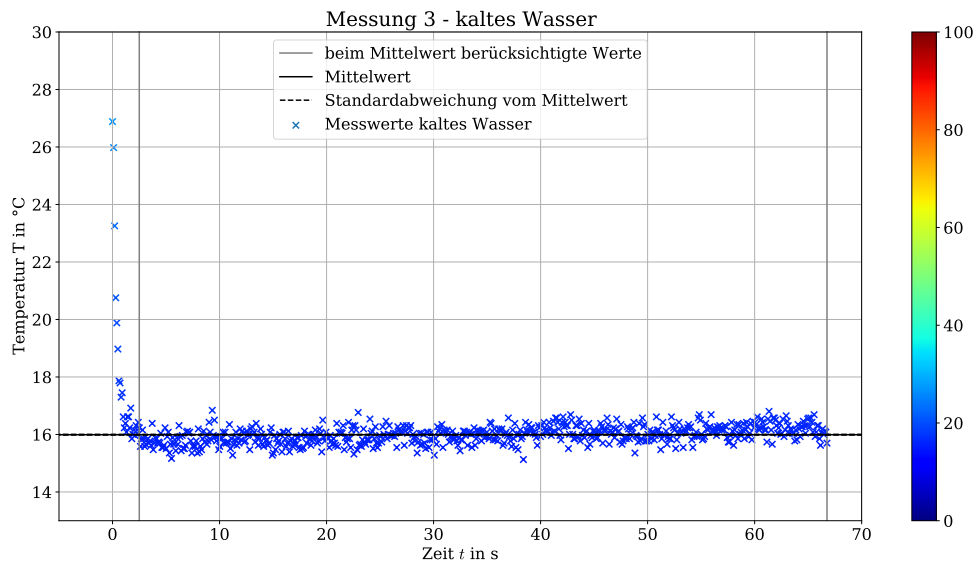


Abb. 20: Zu sehen ist die Temperaturbestimmung des beim dritten Mischprozess verwendeten kalten Wassers. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die bei der Mittelwertrechnung berücksichtigten Messwerte. Der berechnete Mittelwert ist mit der Standardabweichung des Mittelwerts aufgetragen. Die Standardabweichung ist schwer erkennbar, da sie sehr klein ist.

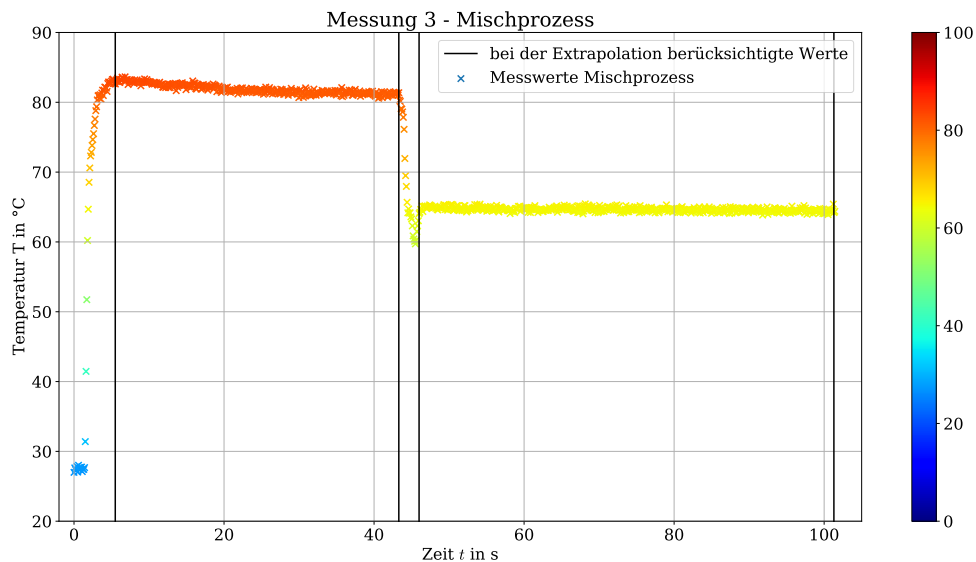


Abb. 21: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des dritten Mischprozesses. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die Bereiche, in denen die lineare Regression zur Bestimmung der Temperaturen T_{h3} und $T_{m,3}$ durchgeführt wird.

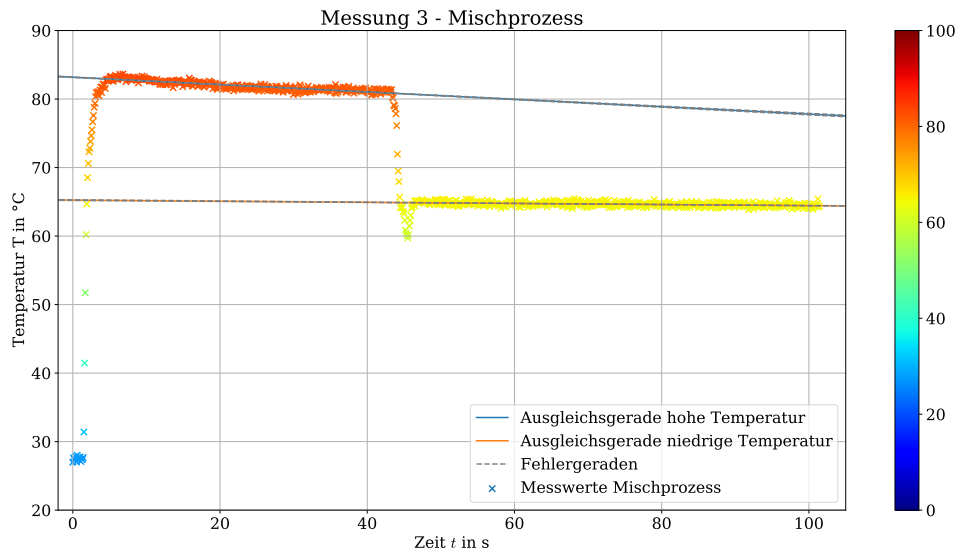


Abb. 22: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des dritten Mischprozesses. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die Fehlergeraden weichen nur minimal von der jeweiligen linearen Regression ab und sind daher schwer zu erkennen.

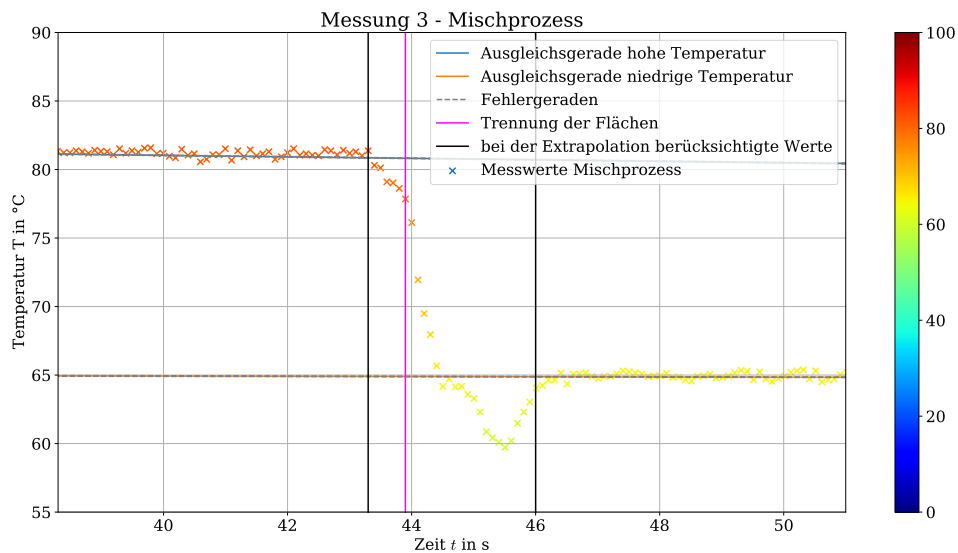


Abb. 23: Zu sehen ist ein Ausschnitt des Temperaturverlaufs des dritten Mischprozesses. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die senkrechten Striche markieren den Bereich des Mischungsprozesses. Die magentafarbene Linie gleicht die Flächen links über und rechts unter der Messkurve aus. An ihr können T_{h3} und $T_{m,3}$ abgelesen werden.

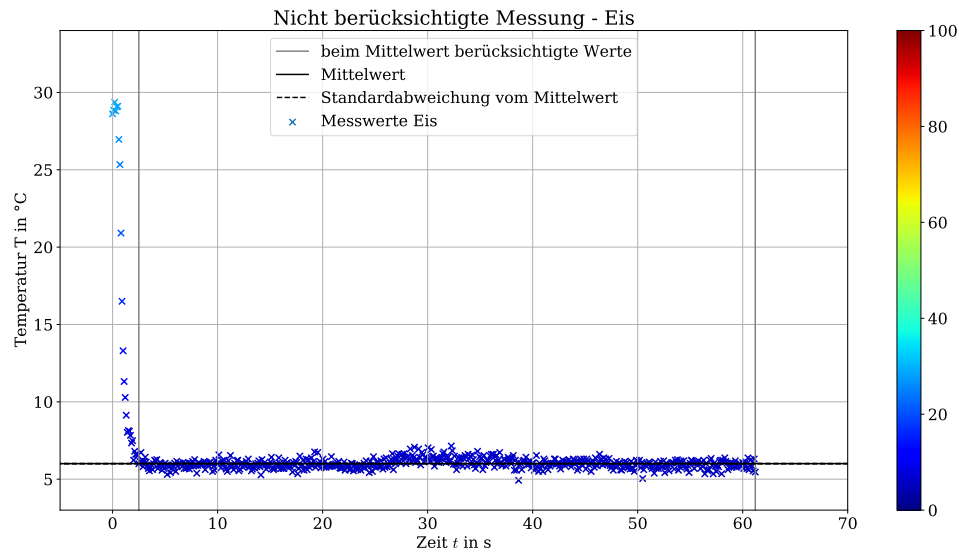


Abb. 24: Zu sehen ist die Temperaturbestimmung des verwendeten Eises für die fehlgeschlagene Messung der Schmelzwärme. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die bei der Mittelwertrechnung berücksichtigten Messwerte. Der berechnete Mittelwert ist mit der Standardabweichung des Mittelwerts aufgetragen. Die Standardabweichung ist schwer erkennbar, da sie sehr klein ist.

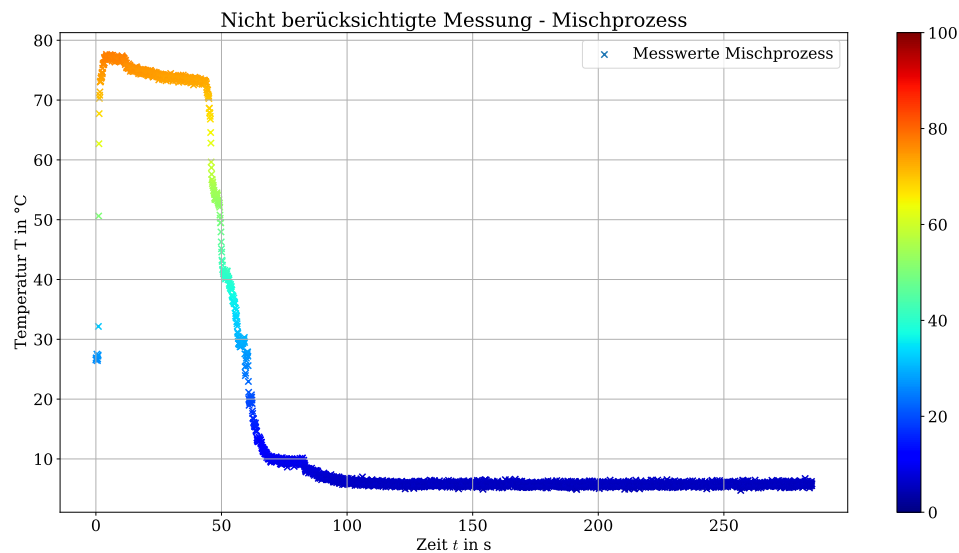


Abb. 25: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des Mischprozesses für die fehlgeschlagene Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die Bereiche, in denen die lineare Regression zur Bestimmung der Temperaturen $T_{H,\text{fehler}}$ und $T_{M,\text{fehler}}$ durchgeführt wird.

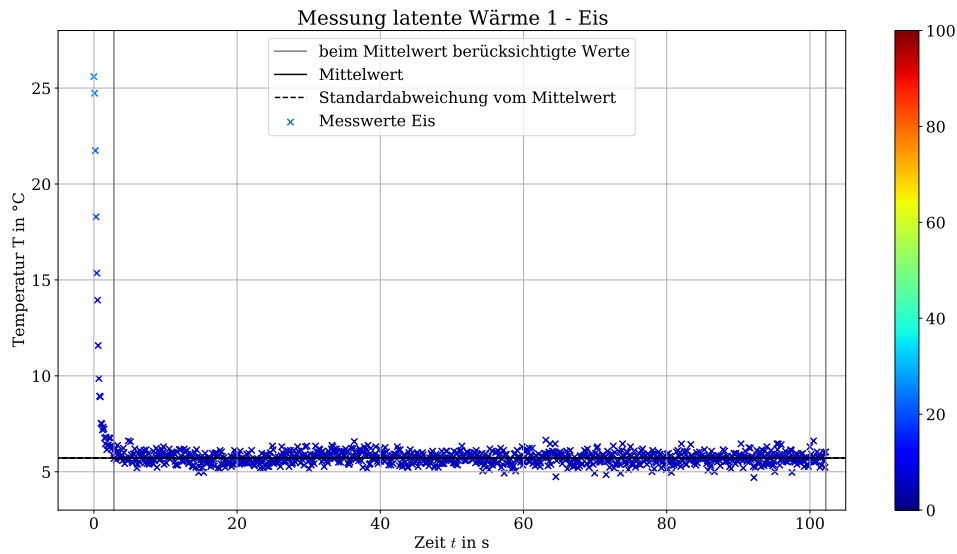


Abb. 26: Zu sehen ist die Temperaturbestimmung des verwendeten Eises für die erste Messung der Schmelzwärme. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die bei der Mittelwertrechnung berücksichtigten Messwerte. Der berechnete Mittelwert ist mit der Standardabweichung des Mittelwerts aufgetragen. Die Standardabweichung ist schwer erkennbar, da sie sehr klein ist.

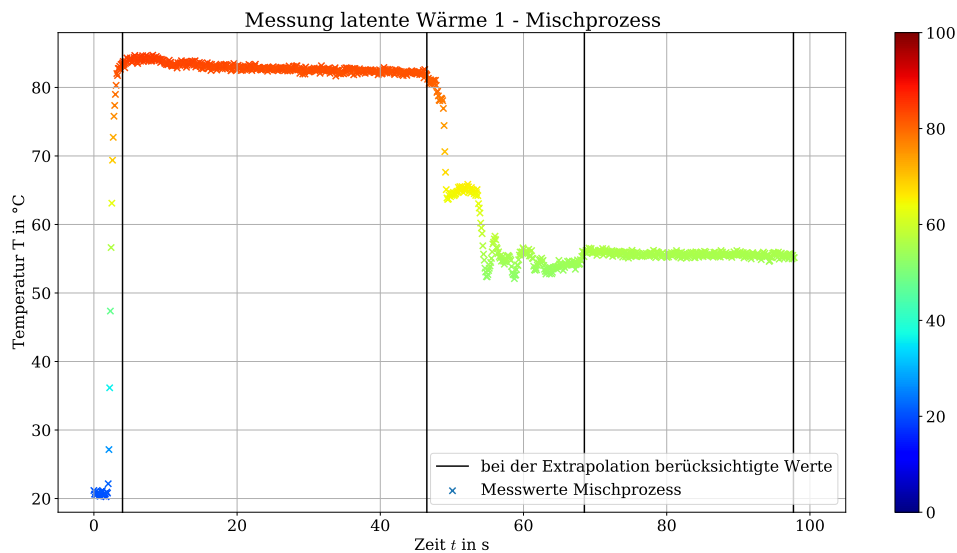


Abb. 27: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des ersten Mischprozesses für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die Bereiche, in denen die lineare Regression zur Bestimmung der Temperaturen $T_{H,1}$ und $T_{M,1}$ durchgeführt wird.

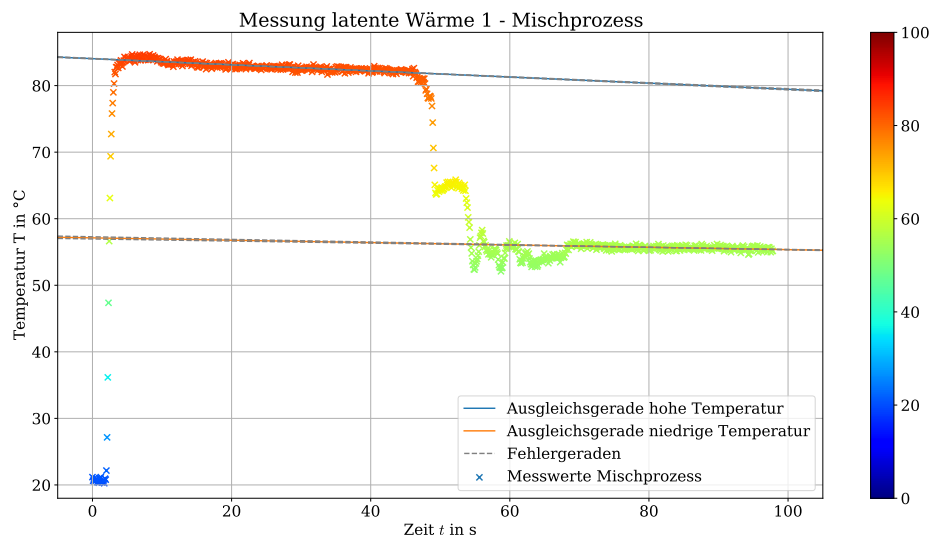


Abb. 28: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des ersten Mischprozesses für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die Fehlergeraden weichen nur minimal von der jeweiligen linearen Regression ab und sind daher schwer zu erkennen.

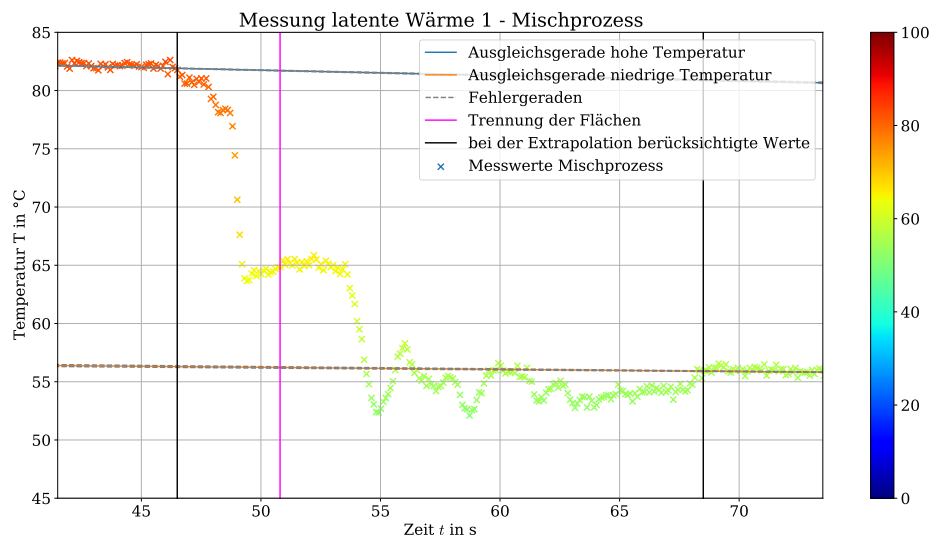


Abb. 29: Zu sehen ist ein Ausschnitt des Temperaturverlaufs des ersten Mischprozesses für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die senkrechten Striche markieren den Bereich des Mischungsprozesses. Die magentafarbene Linie gleicht die Flächen links über und rechts unter der Messkurve aus. An ihr können $T_{H,1}$ und $T_{M,1}$ abgelesen werden.

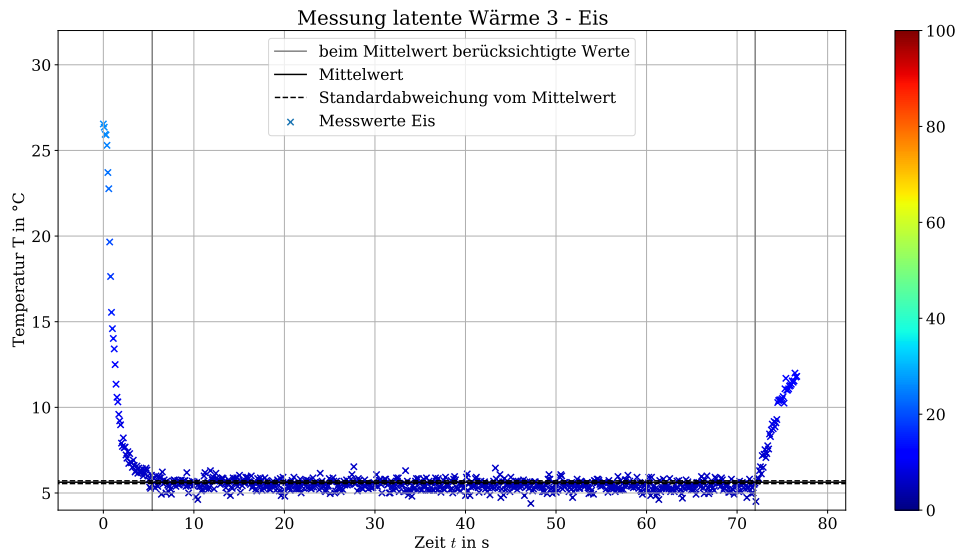


Abb. 30: Zu sehen ist die Temperaturbestimmung des verwendeten Eises für die dritte Messung der Schmelzwärme. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die bei der Mittelwertrechnung berücksichtigten Messwerte. Der berechnete Mittelwert ist mit der Standardabweichung des Mittelwerts aufgetragen. Die Standardabweichung ist schwer erkennbar, da sie sehr klein ist.

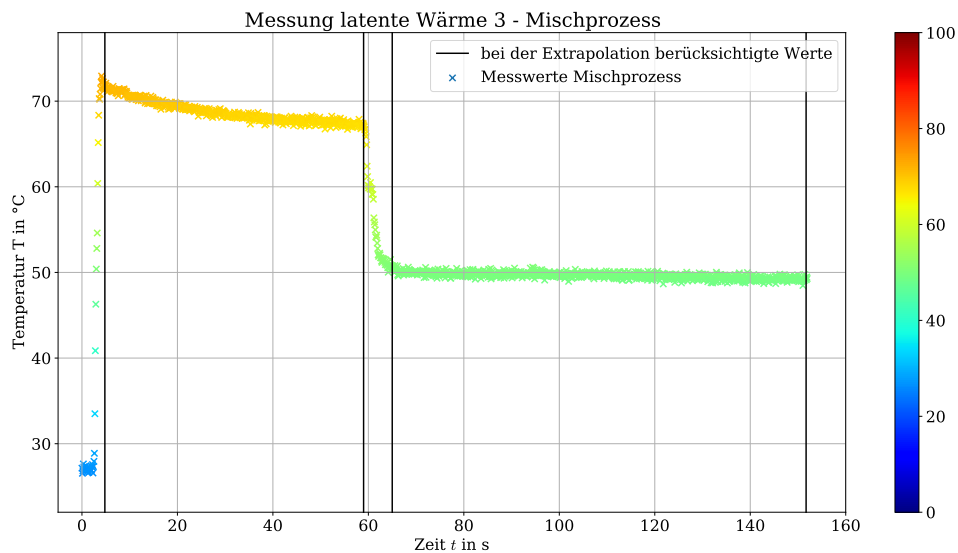


Abb. 31: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des dritten Mischprozesses für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Die senkrechten Striche markieren die Bereiche, in denen die lineare Regression zur Bestimmung der Temperaturen $T_{H,3}$ und $T_{M,3}$ durchgeführt wird.

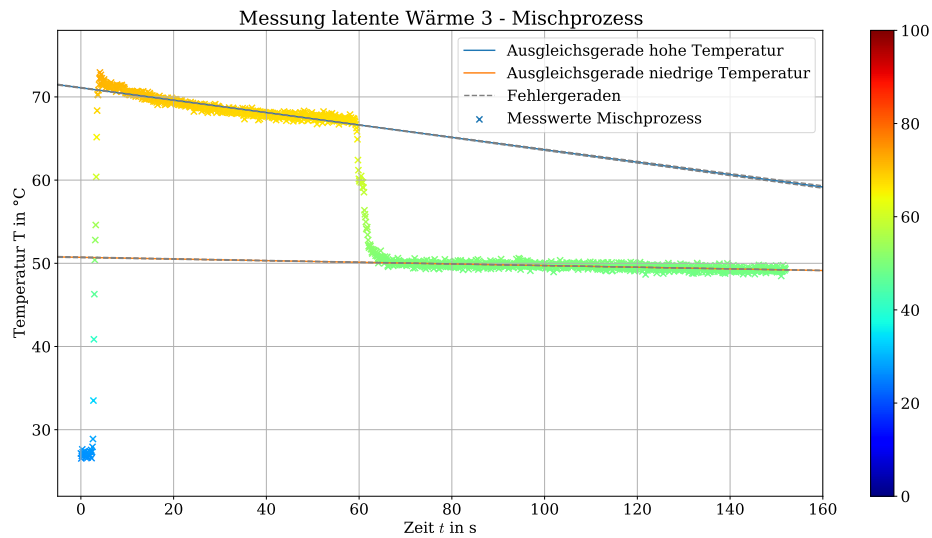


Abb. 32: Zu sehen ist der Temperaturverlauf des dritten Mischprozesses für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die Fehlergeraden weichen nur minimal von der jeweiligen linearen Regression ab und sind daher schwer zu erkennen.

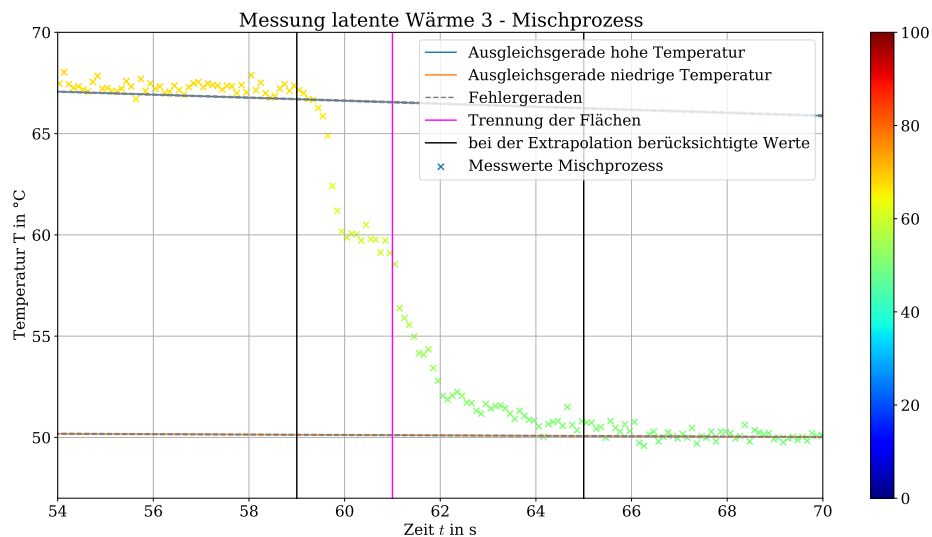


Abb. 33: Zu sehen ist ein Ausschnitt des Temperaturverlaufs des dritten Mischprozesses für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises. Dabei ist die Temperatur T in $^{\circ}\text{C}$ gegen die Zeit t in s aufgetragen. Außerdem sind die linearen Regressionen und ihre Fehlergeraden eingezeichnet. Die senkrechten Striche markieren den Bereich des Mischungsprozesses. Die magentafarbene Linie gleicht die Flächen links über und rechts unter der Messkurve aus. An ihr können $T_{H,3}$ und $T_{M,3}$ abgelesen werden.

6.2 Laborbuch

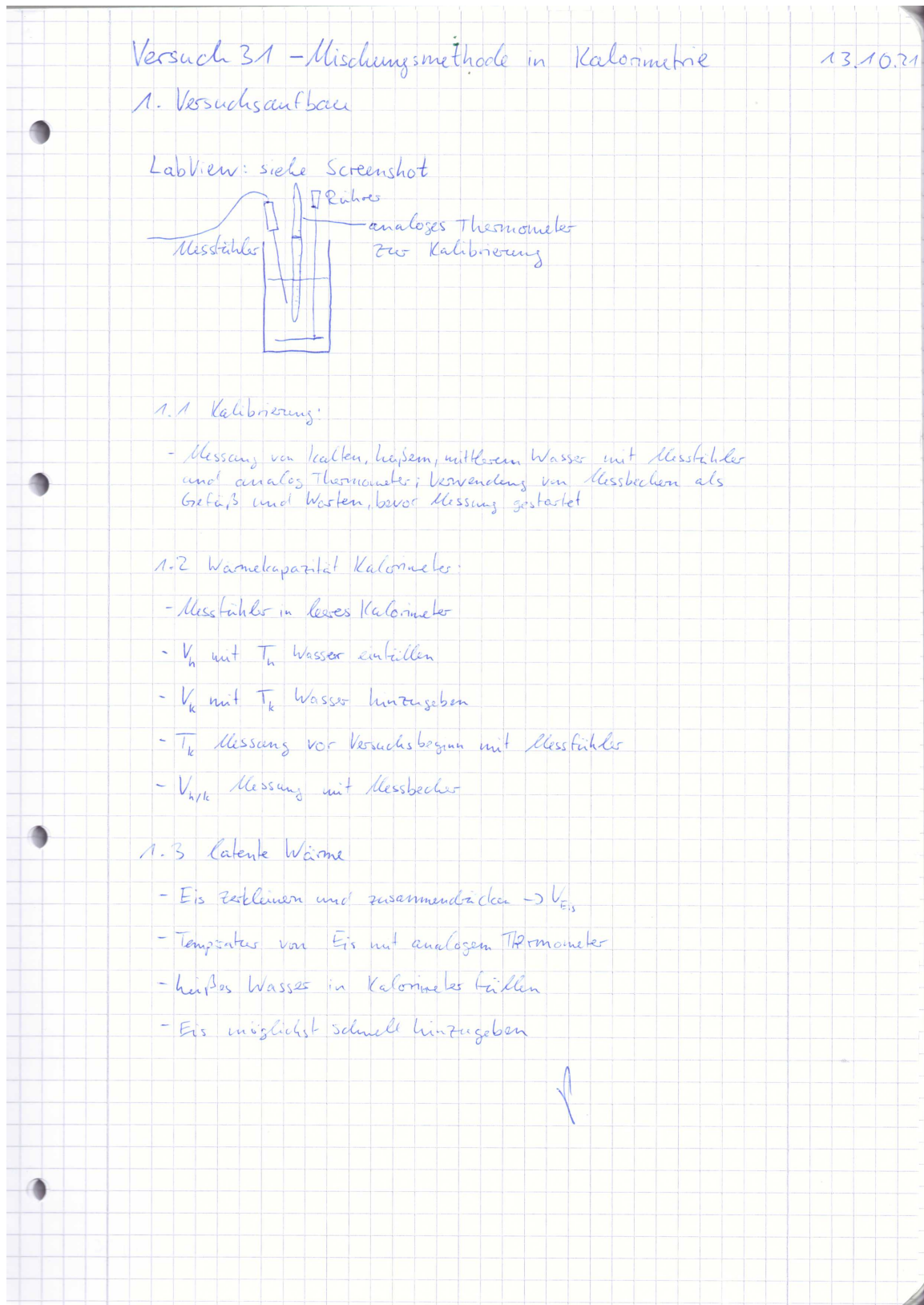


Abb. 34: Laborbuch, Seite 1

2. Messung

2.1 Kalibrierung
mit einem Thermometer

$$T_{\text{OES}} = (10 \pm 0,5)^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{misp}} = (80,5 \pm 0,5)^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{mittel}} = (34,0 \pm 0,5)^\circ\text{C}$$

Messfehler: siehe Datei

V. W. W. W. W.

2.2 Wärmekapazität des Kalorimeters

 T_{k1} = siehe Datei

$$V_{k1} = (200 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$V_{h1} = (200 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$V_{k2} = (300 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$V_{h2} = (100 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$V_{k2} = (300 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$V_{h2} = (100 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$V_{k3} = (100 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$V_{h3} = (300 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

2.3

$$V_{\text{Eis}} = (300 \text{ ml} \pm 30 \text{ ml})$$

$$V_{\text{misp}} =$$

Eis ist nicht geschmolzen ↯

$$T_{\text{Eis}} = (-0,5 \pm 0,5)^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{misp}} =$$

$$V_{\text{Eis}1} = (80 \pm 30) \text{ ml}$$

$$V_{\text{misp}1} = (300 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$T_{\text{Eis, misp}1} = (0,5 \pm 0,5)^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{misp}1} =$$

$$V_{\text{Eis}2} = (150 \pm 30) \text{ ml}$$

$$V_{\text{misp}2} = (200 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$T_{\text{Eis, misp}2} = (-0,5 \pm 0,5)^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{misp}2} =$$

$$V_{\text{Eis}3} = (30 \pm 10) \text{ ml}$$

$$V_{\text{misp}3} = (100 \pm \frac{2}{\sqrt{6}}) \text{ ml}$$

$$T_{\text{Eis, misp}3} = (0,0 \pm 0,5)^\circ\text{C}$$

Abb. 35: Laborbuch, Seite 2

Tabellenverzeichnis

1	Kalibrierungstemperaturdifferenz	6
2	Vergleich der Schmelzwärmen mit dem Literaturwert	18
3	Messdaten für die Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters	23
4	Messdaten für die Bestimmung der Schmelzwärme des Eises	23

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	2
2	Programmierung LabVIEW	3
3	Grafische Oberfläche von LabVIEW	4
4	Kalibrierung des Messfühlers mit kaltem Wasser	5
5	Temperaturbestimmung 1 kaltes Wasser	7
6	Temperaturbestimmung 1 Mischprozess	8
7	Temperaturbestimmung 1 Mischprozess mit linearer Regression	9
8	Temperaturbestimmung 1 Mischprozess mit Extrapolation	10
9	Skizze Erhitzen von Wasser	12
10	Temperaturbestimmung 2 vom Eis für die Bestimmung der Schmelzwärme	13
11	Temperaturverlauf 2 vom Mischprozess für die Bestimmung der Schmelzwärme	14
12	Temperaturverlauf 2 vom Mischprozess für die Bestimmung der Schmelzwärme mit linearer Regression	14
13	Temperaturverlauf 2 vom Mischprozess für die Bestimmung der Schmelzwärme mit Extrapolation	15
14	Kalibrierung des Messfühlers mit lauwarmem Wasser	24
15	Kalibrierung des Messfühlers mit heißem Wasser	24
16	Temperaturbestimmung 2 kaltes Wasser	25
17	Temperaturbestimmung 2 Mischprozess	25
18	Temperaturbestimmung 2 Mischprozess mit linearer Regression	26
19	Temperaturbestimmung 2 Mischprozess mit Extrapolation	26
20	Temperaturbestimmung 3 kaltes Wasser	27
21	Temperaturbestimmung 3 Mischprozess	27
22	Temperaturbestimmung 3 Mischprozess mit linearer Regression	28
23	Temperaturbestimmung 3 Mischprozess mit Extrapolation	28
24	Temperaturbestimmung vom Eis für die fehlgeschlagene Bestimmung der Schmelzwärme	29
25	Temperaturverlauf vom Mischprozess für die fehlerhafte Bestimmung der Schmelzwärme	29
26	Temperaturbestimmung 1 vom Eis für die Bestimmung der Schmelzwärme	30
27	Temperaturverlauf 1 vom Mischprozess für die Bestimmung der Schmelzwärme	30
28	Temperaturverlauf 1 vom Mischprozess für die Bestimmung der Schmelzwärme mit linearer Regression	31
29	Temperaturverlauf 1 vom Mischprozess für die Bestimmung der Schmelzwärme mit Extrapolation	31
30	Temperaturbestimmung 3 vom Eis für die Bestimmung der Schmelzwärme	32
31	Temperaturverlauf 3 vom Mischprozess für die Bestimmung der Schmelzwärme	32
32	Temperaturverlauf 3 vom Mischprozess für die Bestimmung der Schmelzwärme mit linearer Regression	33
33	Temperaturverlauf 3 vom Mischprozess für die Bestimmung der Schmelzwärme mit Extrapolation	33
34	Laborbuch, Seite 1	34

35 Laborbuch, Seite 2 35