

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Abstract . . . . .	1
1.2	Ziel des Versuchs . . . . .	1
1.3	Physikalische Grundlagen . . . . .	1
1.4	Versuchsaufbau und Durchführung . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Messungen</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>11</b>
3.1	Auswertung Stehende Welle im Quinckschen Rohr . . . . .	11
3.1.1	Regression $\nu_1 = 6006Hz$ . . . . .	12
3.1.2	Regression $\nu_2 = 4000Hz$ . . . . .	12
3.1.3	Regression $\nu_3 = 3000Hz$ . . . . .	12
3.1.4	Berechnung der Schallgeschwindigkeit . . . . .	14
3.2	Auswertung Ultraschall: Messung der Wellenlänge . . . . .	14
3.2.1	Auswertung Durchgang 1 . . . . .	15
3.2.2	Auswertung Durchgang 2 . . . . .	15
3.2.3	Auswertung Durchgang 3 . . . . .	15
3.2.4	Auswertung Durchgang 4 . . . . .	15
3.2.5	Berechnung der Schallgeschwindigkeit . . . . .	17
3.3	Auswertung Ultraschall: Messung der Laufzeit . . . . .	17
3.4	Theoretische Bestimmung der Schallgeschwindigkeit . . . . .	20
3.5	Bestimmung des Drucks . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Fehlerdiskussion</b>	<b>21</b>
4.1	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	21
4.2	Fehleranalyse . . . . .	21
4.2.1	Versuch 1 . . . . .	21
4.2.2	Versuch 2 . . . . .	21
4.2.3	Versuch 3 . . . . .	22

# 1 Einleitung

In diesem Versuch soll zum Verständnis von Schallwellen und Schallausbreitung beigetragen werden, wobei wir Messverfahren zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit erlernen. Außerdem sollen die Begriffe laufenden und stehenden Welle, Eigenschwingung und Resonanz veranschaulicht werden. ✓

## 1.1 Abstract

Mit Hilfe drei verschiedener Versuchsaufbauten, wird die Schallgeschwindigkeit in Luft bestimmt: Durch das Quinckesche Rohr haben wir einen Wert von  $\bar{c}_L = (343 \pm 1) \frac{m}{s}$ , durch die Ultraschallmessung über die Wellenlänge  $\bar{c}_L = (341 \pm 1) \frac{m}{s}$  und für Ultraschallmessungen über die Laufzeit  $\bar{c}_L = (341 \pm 7) \frac{m}{s}$  herausbekommen. Das Ziel bestand nun darin, unseren Wert mit dem Theoriewert von  $c_L = (344.8 \pm 1) \frac{m}{s}$  zu vergleichen und die Theorie des Versuchs bei einem gelungenen Vergleich nachzuweisen. Dabei sieht das 1. Messverfahren bei uns am vielversprechendsten aus. ✓

↑  
glatz dies?

## 1.2 Ziel des Versuchs

Die Schallgeschwindigkeit in Luft soll auf drei unterschiedliche Methoden bestimmt werden:

- 1) Mit dem Quinckeschen Rohr durch Ausmessen der Schallwellenintensität mehrere Frequenzen
- 2) Durch Messen der Phasenverschiebung soll die Wellenlänge von Ultraschallwellen bestimmt werden
- 3) Durch Messen der Laufzeit eines Ultraschallsignals

## 1.3 Physikalische Grundlagen

Mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  hervorgerufene Deformationen nennt man in einem elastischen Medium auch Wellen. Aufgrund der stark ausgeprägten Bindungskräfte in Festkörpern, treten dort sowohl Longitudinalwellen, diese breiten sich parallel zur Ausbreitungsrichtung aus, als auch Transversalwellen, diese breiten sich senkrecht zur Ausbreitungsrichtung aus, auf. In Flüssigkeiten und Gasen breiten sich jedoch nur Longitudinalwellen aus, da diesen ein Schubmodul fehlt. Die charakteristische Größe  $c$  für Schallgeschwindigkeiten in Luft beträgt  $c_l = 340 m/s$ . Bei Betrachtung einer Stimmgabel stellt man fest, dass der Schall als Resultat der sinusförmigen Bewegung der Stimmgabel durch eine periodische Änderung des Drucks bzw. der Verdichtung der Luft entsteht. Somit breitet sich der entstehende Schall als Longitudinalwelle in dem Medium Luft aus. Im Allgemeinen ist die Geschwindigkeit für jede Welle extrapolierbar aus der Formel

$$c = \nu \cdot \lambda \quad (1) \quad \checkmark$$

wobei  $\nu$  die Frequenz und  $\lambda$  die Wellenlänge angibt.

Die Druckschwankungen  $\Delta p$  sind bei einer Longitudinalwelle proportional zu der relativen Volumenänderung des Mediums

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{K} \cdot \Delta p = -\kappa \cdot \Delta p \quad (2)$$

wobei  $K$  das Kompressionsmodul,  $\kappa$  deren Kehrwert, die Kompressibilität des Mediums und  $\Delta p$  die lokale Druckänderung angibt. Für die Schallgeschwindigkeit in Medien mit der Dichte  $\rho$  gilt

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\kappa \cdot \rho}} \quad (3)$$

<sup>1</sup>Physiklabor für Anfänger\*innen Teil 1, Teil B, S.34

Macht man mit  $[K] = Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{ms^2}$  und  $[\rho] = \frac{kg}{m^3}$  eine Dimensionsanalyse

$$\left[ \sqrt{\frac{K}{\rho}} \right] = \sqrt{\frac{kg}{ms^2} \cdot \frac{m^3}{kg}} = \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{m}{s} = [c] \quad (4) \quad \checkmark$$

erkennt man dass obige Formel tatsächlich die Dimension der Geschwindigkeit angibt. Die Druckschwankungen bei Schallwellen gehen sehr schnell voran, wodurch kein Wärmeaustausch mit der Umgebung statt findet. Deshalb handelt es sich um einem adiabatischen Prozess. Für solche Prozesse gilt

$$pV^\gamma = const. \quad (5)$$

wobei  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  den Adiabatenkoeffizient angibt und dieser dem Verhältnis der Wärmekapazitäten bei konstanten Druck  $c_p$  und Volumen  $c_v$  darstellt. Mit der Ableitung folgt

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{\gamma \cdot p} \Rightarrow K = \gamma \cdot p \quad (6)$$

In dem letzte Schritt wurde dabei mit der (2). Gleichung gerechnet. Mit (3) und der idealen Gasgleichung

$$p \cdot V = R \cdot T \cdot n \quad (7)$$

folgt für die Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p}{\rho}} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{R \cdot T}{M_{Mol}}} \quad (8) \quad \checkmark$$

wobei R ist die allgemeine Gaskonstante, n die Teilchendichte, T die Temperatur und  $M_{Mol}$  die molare Masse des Gases angibt.

$$\Rightarrow c_l = 331 \left( \sqrt{\frac{T}{273.15K}} \right) \frac{m}{s} \approx \left( 331 + 0.6 \frac{\Delta T}{K} \right) \frac{m}{s} \quad (9) \quad \checkmark$$

$\Delta T = T - 273.15K$  gibt dabei eine Näherung an. Wenn man für T den Gefrierpunkt von Wasser, also 273,15K, in beide Gleichungen einsetzt so kommt man auf das gleiche Ergebnis, wodurch die Näherung für Temperaturen um den Gefrierpunkt von Wasser am genauesten ist. (9)  $\checkmark$

Durch Interferenz zweier gegenläufiger gleicher Wellen entstehen stehende Wellen. Bei einem geeigneten Aufbau können dabei sehr gut Resonanzeigenschaften beobachtet werden, wie zum Beispiel dass sich die Amplitude verstärkt. Die dabei verwendete Frequenz nennt man auch Eigenfrequenz. *(vgl. Vers. Schwingg.)*  
 Bei einer stehenden Welle ergibt sich qualitativ der gleiche Verlauf für den Druck wie für die Temperatur. Somit hängen Temperatur und Druck linear zusammen, da eine Temperaturänderung auch eine Druckänderung bewirkt. So ist im Abstand von  $\frac{1}{2}\lambda$  der Druck konstant.  $\checkmark$  Diese Stellen werden auch Druckknoten genannt. An den gleichen Stelle befinden sich die Amplitudenbäuche der Schwingung. Zwischen den Druckknoten befinden sich die Druckbäuche, da dort eine große Druckänderung vorhanden ist und somit befinden sich dort auch die Amplitudenknoten der Schwingung. (10)  $\checkmark$

Schön, das wäre nicht unbedingt notwendig gewesen... aber sehr gut!

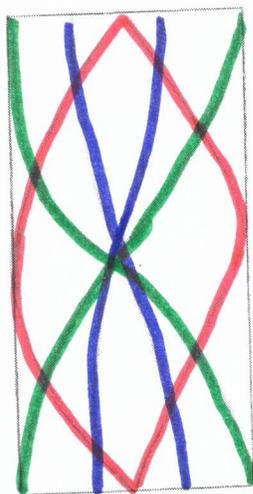


Abbildung 1.1: Geschlossenes Rohr

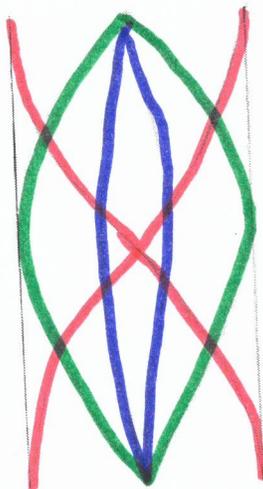


Abbildung 1.2: Offenes Rohr

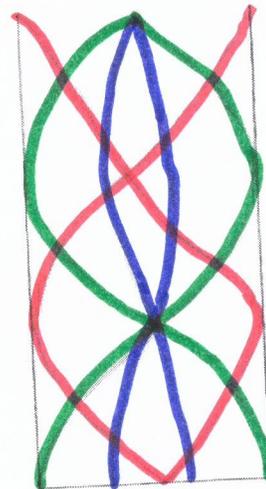


Abbildung 1.3: Ein geschlossenes und ein offenes Ende am Rohr

— = Druck

— = Schwingung (Amplitude)

— = Temperaturverlauf  
↑ erklären (v)

✓  
sehr schön!

Abbildung 1.1: Geschlossenes Rohr:

Sind beide Enden geschlossen, so sind dort immer Amplitudenknoten und Druckbäuche, da sich die Luftmassen dort nicht bewegen können. Da es an beiden Enden des Rohres genau gleich aussieht muss sich eine ganzzahlige Menge an halben Wellenlängen in dem Rohr befinden:

$$l_n = n \cdot \frac{\lambda}{2} \text{ mit } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}^* \quad (10)$$

Abbildung 1.2: Offenes Rohr

Da an beiden Enden nun ein Luftaustausch mit der Umgebung stattfinden kann, ist der Druck dort durch die äußeren Luftmassen bestimmt wodurch sich an den Enden Druckknoten und Amplitudenbäuche befinden. Hier gilt somit genau wie in Abbildung 1.1:

$$l_n = n \cdot \frac{\lambda}{2} \text{ mit } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \quad (11)$$

Abbildung 1.3: Ein geschlossenes und ein offenes Ende am Rohr

An dem offenen Enden gilt wie bei Abbildung 1.2 dass sich dort ein Druckknoten und ein Amplitudenbauch und am geschlossenen Ende ein Druckbauch und ein Amplitudenknoten bildet. Somit ist in der Röhre immer eine ungerade Anzahl an Vierteln einer Wellenlänge als Resonanzlänge vorhanden:

$$l_n = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{4} \text{ mit } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \quad (12)$$

Da die Frequenzen die Schallgeschwindigkeit mit unseren Dispersionen nur sehr wenig beeinflussen, können wir die Schallgeschwindigkeiten als gleich annehmen und somit in unserer Auswertung auch mitteln um auf das Endergebnis zu kommen.

Ein kleines Beispiel: Zur Untersuchung innerer Organe auf Tumore benutzt man in der Medizin Ultraschallwellen von 2-20 MHz. Unter der Annahme, dass ein Medium in Wasser eine Ausbreitungsgeschwindigkeit von  $c_w = 1500 \text{ m/s}^2$  hat, soll man nun die Größen  $\lambda_{\min}$  und  $\lambda_{\max}$  berechnen, die Tumore haben können, damit man sie auf diese Weise entdecken kann:

$$c = v \cdot \lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{c}{f} \quad (13)$$

<sup>2</sup>Physiklabor für Anfänger\*innen Teil 1, Teil A, S.92

\* mit  $n=k$ , gilt auch für die folgenden Gleichungen.

$$\Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{s}}} = 75 \mu\text{m} \quad (14)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}}} = 750 \mu\text{m} \quad (15)$$

Es ist außerdem auch notwendig den Druck im Raum des Experiments zu bestimmen, da dieser auch zur Konsistenz beiträgt. Der Druck lässt sich durch

$$\frac{\partial h}{\partial p} = -0,8 \frac{\text{m}}{\text{mbar}} \quad (16)$$

## 1.4 Versuchsaufbau und Durchführung

Messung 1: Quinckesches Resonanzrohr

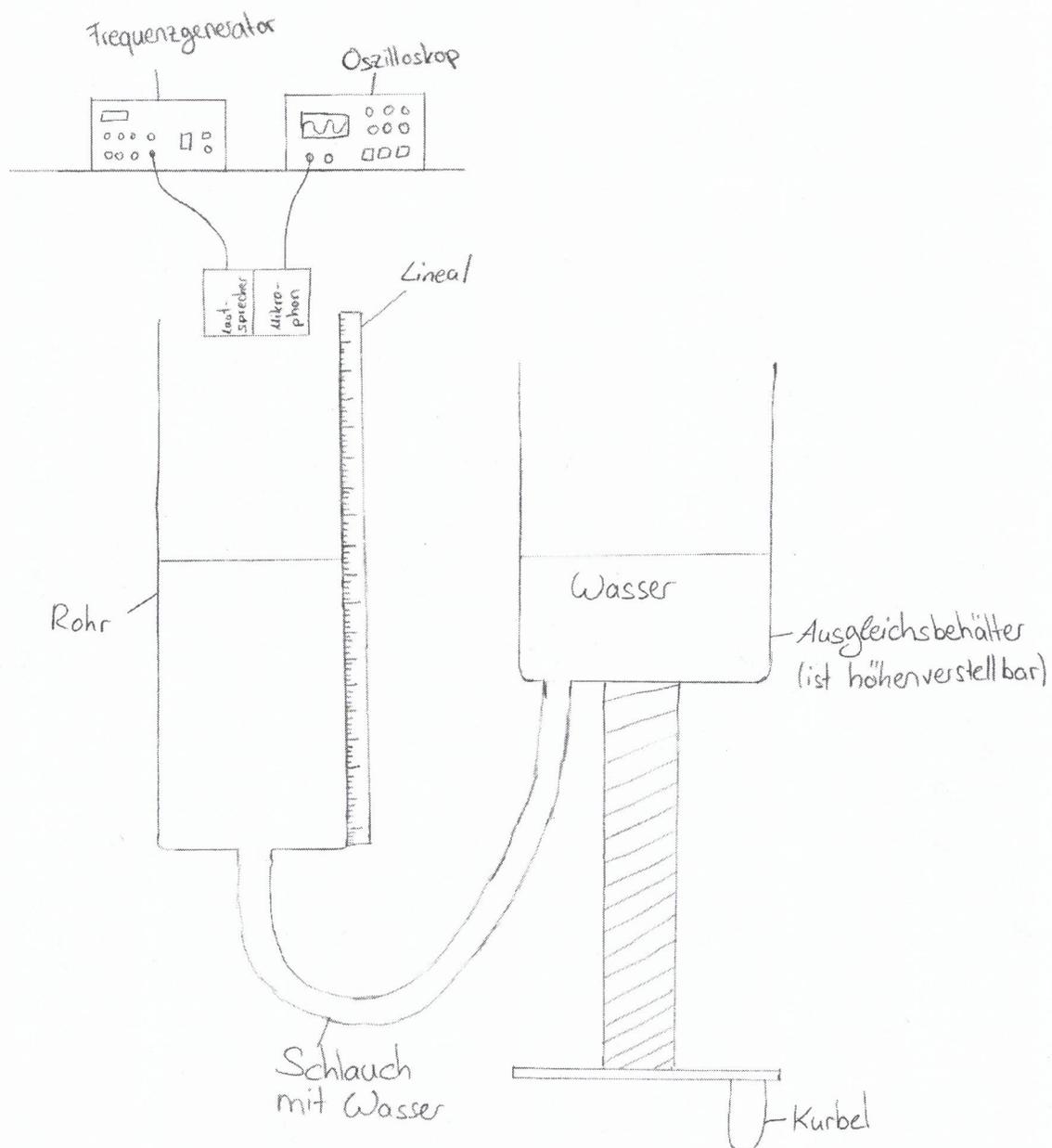


Abbildung 1.4: Quinckesches Resonanzrohr

Bei diesen Versuchsteil steht nur ein Quinckesches Resonanzrohr zur Verfügung, weshalb wir den Versuch alle zusammen machen. Dieses Rohr ist an einer Wand angebracht. Über dem Rohr betreibt ein Frequenzgenerator mit einer verstellbaren Frequenz einen Lautsprecher. Dazu sendet er Schallwellen einer festen Frequenz aus, sodass sich bei entsprechendem Wasserstand eine stehende Welle bildet. Dieses Signal erfassen wir über ein Mikrophon, das an einen Oszillator angeschlossen ist. Dort können die Schwingungen im Rohr angezeigt werden. Durch den Ausgleichsbehälter kann man den Wasserspiegel im Rohr variieren um durch das Oszilloskop die verschiedenen Resonanzlängen  $l_n$  zu bestimmen. So wird dann, für drei verschiedene Frequenzen im Bereich von 2-7 kHz, der Ausgleichsbehälter von oben nach unten gekurbelt und die jeweilige Höhe des Wassers im Rohr für die stehenden Wellen notiert. So kann man nun die Schallgeschwindigkeit durch diese Methode bestimmen. ✓

Messung 2: Ultraschall, Messung der Wellenlänge

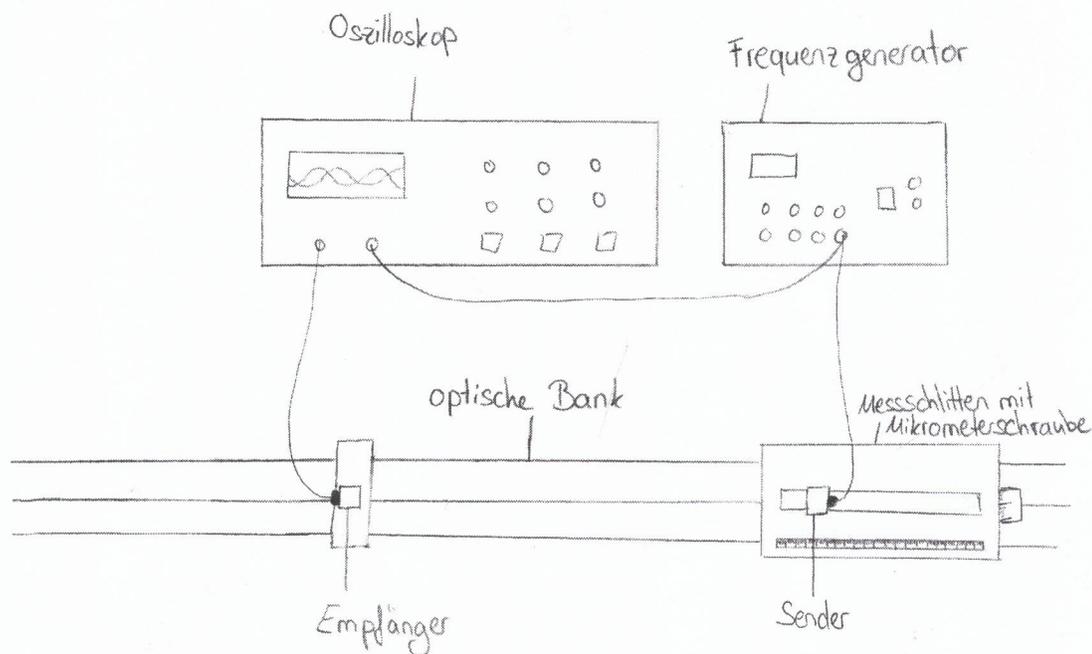


Abbildung 1.5: Versuchsaufbau des Ultraschallversuchs 1

An den Sender wird eine Frequenz von 40 kHz angelegt. Über einen Frequenzgenerator ist er und der Empfänger an das Oszilloskop angeschlossen. Der Empfänger detektiert die vom Sender ausgesandten Schallwellen. Auf dem Oszilloskop werden nun zwei Wellen angezeigt, die solange verschoben werden bis sie sich überlagern. Dabei beachtet man, dass bei der Überlagerung die beiden Knotenpunkte der Schallwellen immer genau übereinander liegen müssen. Wenn die Wellen das erste Mal Deckungsgleich sind, notieren wir uns diesen Ausgangspunkt  $d_x$ . Der Sender wird nun auf den Messschlitten durch die Mikrometerschraube so lange verschoben, bis die Wellen erneut deckungsgleich sind. Dies entspricht dann einer Phasenverschiebung von einer Wellenlänge bzw.  $2\pi$ . Die jeweilige Position des Senders wird auf der Millimeter-Skala des Messschlittens abgelesen und notiert. Für vier verschiedene Ausgangspositionen des Messschlittens werden die zwei Wellen auf dem Oszilloskop in Deckung gebracht. Die Steigung der Geraden die wir erhalten sollen, wenn wir die Senderposition über die Messungsnummer auftragen, entspricht der Wellenlänge des Ultraschall-Signals. Somit kann man die Schallgeschwindigkeit aus der Wellenlänge und der bekannten Frequenz bestimmen. ✓

Messung 3: Ultraschall, Messung der Laufzeit

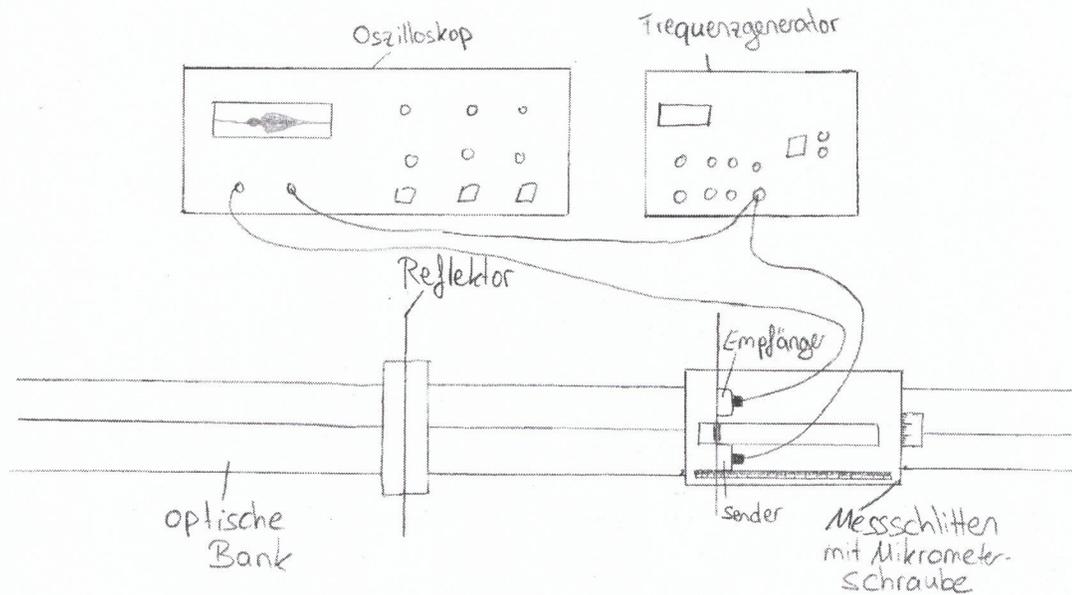


Abbildung 1.6: Versuchsaufbau des Ultraschallversuchs 2

Bei dem letzten Versuchsteil werden gepulste Schallwellenzüge der Frequenz 40 kHz vom Frequenzgenerator über den Sender ausgestrahlt. Der Sender wird dabei nur noch pulsartig betrieben, dh. allen 25 Schwingungen folgt eine Pause von ca 50ms. Außerdem sollte der Sender von der Wand wegstrahlen, damit Verwaschungen vermindert werden können. Diese Strahlen des Senders werden durch den Reflektor reflektiert und von dem Empfänger, welcher neben dem Sender angebracht ist, registriert. In dieser Zeit legt das Signal ca 3-4 mal die Strecke zwischen den Reflektoren zurück? Auch hier werden beide Signale auf dem Oszilloskopbildschirm angezeigt. Dabei wird die Zeit zwischen dem Aussenden und Registrieren auf der x-Achse des Oszilloskops abgelesen. Die Strecke zwischen dem Sender bzw. Empfänger und dem Reflektor wird mit einem Maßband gemessen. Für die Auswertung muss beachtet werden, dass das Signal die Strecke zweimal! durchläuft bevor es den Empfänger erreicht. Auch der Abstand zwischen Sender und Empfänger muss in unsere Berechnung mit einbezogen werden. Die daraus resultierende Steigung der Geraden im x-t-Diagramm entspricht dann der Schallgeschwindigkeit. ✓

## 2 Messungen

Versuch 22

12.10.2016

### 1. Messung Quinckesches Resonanzrohr

$\nu_1 = 6006 \text{ Hz}$ $s_{\nu_1} = \pm 1 \text{ Hz}$		$\nu_2 = 4600 \text{ Hz}$ $s_{\nu_2} = \pm 1 \text{ Hz}$		$\nu_3 = 3000 \text{ Hz}$ $s_{\nu_3} = 3000 \text{ Hz} \pm 1 \text{ Hz}$	
k	l/cm	k	l/cm	k	l/cm
1	8,4	1	12,1	1	14,4
2	11,3	2	16,5	2	20,1
3	13,9	3	20,7	3	26,0
4	17,1	4	25,0	4	31,5
5	19,7	5	29,4	5	37,2
6	22,5	6	33,6	6	43,0
7	26,0	7	38,0		
8	30,8	8	42,2		
9	36,9				
10	39,9				
11	45,6				

$$s_l = \pm 2 \text{ mm}$$

$$T_A = 23,0 \pm 0,1^\circ \text{C}$$

$$T_E = 23,3 \pm 0,1^\circ \text{C}$$

$$p_{\text{atm}} = 998 \pm 1 \text{ mbar}$$

$$D_G = 10,4 \text{ m}$$

$$U_G = -0,25 \text{ m}$$

Osc: HAMEG nach 30min bei 23°C

$$s_f = 0,1 \text{ K}$$

Zeitbasis:  $\pm 3\%$

Spannungsbasis:  $\pm 3\%$

(ohne Dehnung!)

$$APG_{\text{Phy}} \# 268,6 \text{ m\u00fcss}$$

$$\frac{\partial h}{\partial p} = -8,0 \frac{\text{m}}{\text{mbar}}$$

2. Messung: Ultraschall, Messung der Wellenlänge

$v = 140,6 \pm 0,2 \text{ kHz}$

Abstand zwischen Sender und Empfänger:  $d_1 = 73,4 \pm 0,1 \text{ cm}$   
 $s_d = 1 \text{ mm}$

1. Durchgang:		2. Durchgang:	
k	$x_k / \text{mm}$	k	$x_k / \text{mm}$
1	6,07	1	8,33
2	14,56	2	16,61
3	23,67	3	24,94
4	31,84	4	33,06
5	39,51	5	41,45
6	47,05	6	49,69
7	56,04	7	58,35
8	64,52	8	66,61
9	72,87	9	75,32
10	81,41	10	83,96

Einstellungen:  
 CH1 Volts/Div: 2V  
 CH2 Volts/Div: 0,1mV  
 Time/Div: 5µs  
 $s_x = 0,01 \text{ mm}$

$d_1 = (73,4 \pm 0,1) \text{ cm}$        $d_2 = (54,3 \pm 0,1) \text{ cm}$

3. Durchgang:		4. Durchgang:	
k	$x_k / \text{mm}$	k	$x_k / \text{mm}$
1	9,47	1	8,51
2	16,84	2	17,01
3	25,18	3	25,02
4	33,99	4	33,39
5	42,50	5	41,54
6	50,79	6	49,53
7	59,46	7	58,52
8	67,60	8	66,91
9	75,73	9	76,63
10	84,58	10	83,96

Messpunkte?

$d_3 = (41,8 \pm 0,1) \text{ cm}$        $d_4 = (28,2 \pm 0,1) \text{ cm}$

Messung 3: Ultraschall, Messung der Laufzeit

$$v = (40,7 \pm 0,1) \text{ Hz}$$

Einstellung: CH1 Volts/Div 5V

CH2 Volts/Div 50mV

Time/Div 1ms

$a = 5,5$  (Abstand Sender-Empfänger)

$s_a = 0,1 \text{ cm}$

$s_f = 0,1 \text{ cm}$

$N$	Schirmabstand d/cm	Verzögerung $\Delta t$ /Div
1	29,1	1,1
2	42,4	2,0
3	59,4	3,0
4	74,8	3,8
5	101,7	5,4

$s_{\Delta t} = 0,1 \text{ Div}$

Messpunkte?

VT. 12.10.16  
J. Orkutz

Messung	$\nu_1 = 6006Hz$	$\nu_2 = 4000Hz$	$\nu_3 = 3000Hz$
k	l/cm	l/cm	l/cm
1	8.4	12.1	14.4
2	11.3	16.5	20.1
3	13.9	20.7	26.0
4	17.1	25.0	31.5
5	19.7	29.4	37.2
6	22.5	33.6	43.0
7	26.0	38.0	
8	30.8	42.2	
9	36.9		
10	39.9		
11	45.6		

Tabelle 2.1: Stehende Welle im Quinckeschen Rohr

Messung	1. Durchgang	2. Durchgang	3. Durchgang	4. Durchgang
k	x/mm	x/mm	x/mm	x/mm
1	6.07	8.33	8.47	8.51
2	14.56	16.61	16.84	17.01
3	22.67	24.94	25.18	25.02
4	31.84	33.06	33.99	33.39
5	39.51	41.45	42.50	41.54
6	47.05	49.69	50.79	49.53
7	56.04	58.35	59.46	58.52
8	64.52	66.61	67.60	66.91
9	72.87	75.32	75.73	76.63
10	81.41	83.96	84.58	83.96
d	$(73.4 \pm 0.1) \text{ cm}$	$(54.3 \pm 0.1) \text{ cm}$	$(41.8 \pm 0.1) \text{ cm}$	$(28.2 \pm 0.1) \text{ cm}$

Tabelle 2.2: Ultraschall Messung der Wellenlänge

Messung	Schirmabstand d/cm	Verzögerung $\Delta t/\text{Div}$
1	29.1	1.1
2	42.4	2.0
3	59.4	3.0
4	74.8	3.8
5	101.7	5.4

Tabelle 2.3: Ultraschall Messung der Laufzeit

Hinweis: Für die Einstellungen und Fehler siehe Originaldaten, diese Tabellen wurden nur der Übersichtlichkeit wegen erstellt.

schon!

### 3 Auswertung

#### 3.1 Auswertung Stehende Welle im Quinckschen Rohr

Wir werten die Ergebnisse der stehenden Welle mittels einer linearen Regression aus. Aus dem Ansatz für die Geradengleichung

$$y = a + bx$$

folgt analytisch für den Wert der Steigung b

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (17)$$

und für den Achsenabschnitt a

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i y_i \sum x_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (18)$$

Die Fehler auf diese Werte berechnen sich aus der Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum (y_i - a - bx_i)^2} \quad (19)$$

Damit erhalten wir den Fehler auf den Achsenabschnitt

$$s_a = \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \quad (20)$$

Hieraus folgt der Fehler auf die Steigung, dieser berechnet sich durch

$$s_b = \sigma \sqrt{\frac{1}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \quad (21)$$

Aus dem Wert der Steigung der Linearen Regression können wir die Wellenlänge  $\lambda$  berechnen. Dies machen wir mit der Formel

$$\lambda = 2 \cdot b \quad (22)$$

Auf diesen Wert ergibt sich der Fehler nach Fehlerfortpflanzung

$$s_\lambda = \lambda \frac{s_b}{b} \quad (23)$$

Aus dem Wert für  $\lambda$  können wir die Schallgeschwindigkeit berechnen, welche sich zu

$$c = \lambda \cdot \nu \quad (24)$$

ergibt. Wir fahren dann weiter fort und berechnen das arithmetische Mittel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i \quad (25)$$

der Schallgeschwindigkeit aus den verschiedenen Frequenzen. Den Fehler darauf erhalten wir dann über die Streuung unserer Werte.  
*Formel?*

Die folgenden Ergebnisse wurden alle mit Python 2.7 erstellt. Die Graphen wurden mit Exel 2011 entworfen.

### 3.1.1 Regression $\nu_1 = 6006 Hz$

Mit diesem Ansatz erhalten wir auf den Achsenabschnitt der Linearen Regression einen Wert, samt Fehler, von

$$a = (2.74 \pm 1.14) \text{ cm}$$

Somit erhalten wir auf die Steigung der Geraden und dessen Fehler einen Wert von

$$b = (3.66 \pm 0.17) \text{ cm}$$

Aus dem analytisch berechneten Wert der Steigung erhalten wir den Wert der Wellenlänge mit Gleichung (22) und dessen Fehler mit (23). Dieser Wert ergibt sich zu

$$\lambda_1 = (7.32 \pm 0.02) \text{ cm}$$

Hieraus können wir auch mit (24) die Schallgeschwindigkeit berechnen

$$c_{L_1} = 439.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

← Diskussion d. wesentl. Ergebnisse  
=> Ihr habt keine äquidist. Wert  
=> k's falsch gewählt!

### 3.1.2 Regression $\nu_2 = 4000 Hz$

Analog zu den obigen Ergebnissen erhalten wir für diese Messreihe für den Achsenabschnitt den Wert

$$a = (7.83 \pm 0.04) \text{ cm}$$

Wir erhalten für die Steigung einen Wert von

$$b = (4.30 \pm 0.01) \text{ cm}$$

Auf die Wellenlänge erhalten wir einen Wert von

$$\lambda_2 = (8.60 \pm 0.02) \text{ cm}$$

Sodass die Schallwellengeschwindigkeit einen Wert von

$$c_{L_2} = 344 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

↑  
daher eig. immer  
kommentare zur Konsistenz/  
Sinn einer Lin. Regression  
(zu Graphik!)

### 3.1.3 Regression $\nu_3 = 3000 Hz$

Ebenfalls analog zu den obigen beiden Messreihen erhalten wir mittels der linearen Regression den folgenden Wert für den Achsenabschnitt

$$a = (8.72 \pm 0.09) \text{ cm}$$

Auf den Wert der Steigung erhalten wir den Wert

$$b = (5.71 \pm 0.02) \text{ cm}$$

Dadurch erhalten wir unseren Wert für die Wellenlänge

$$2b = \lambda_3 = (11.42 \pm 0.04) \text{ cm}$$

Mit diesen Werten können wir auch wie oben die Schallgeschwindigkeit bestimmen

$$c_{L_3} = 342.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mittels dieser Werte plotten wir nun den entstehenden Graphen samt Linearer Regression

Ausschnitt Kl.  
 ⇒ Teil des besseren Bismarck

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit im Quinckeschen Rohr

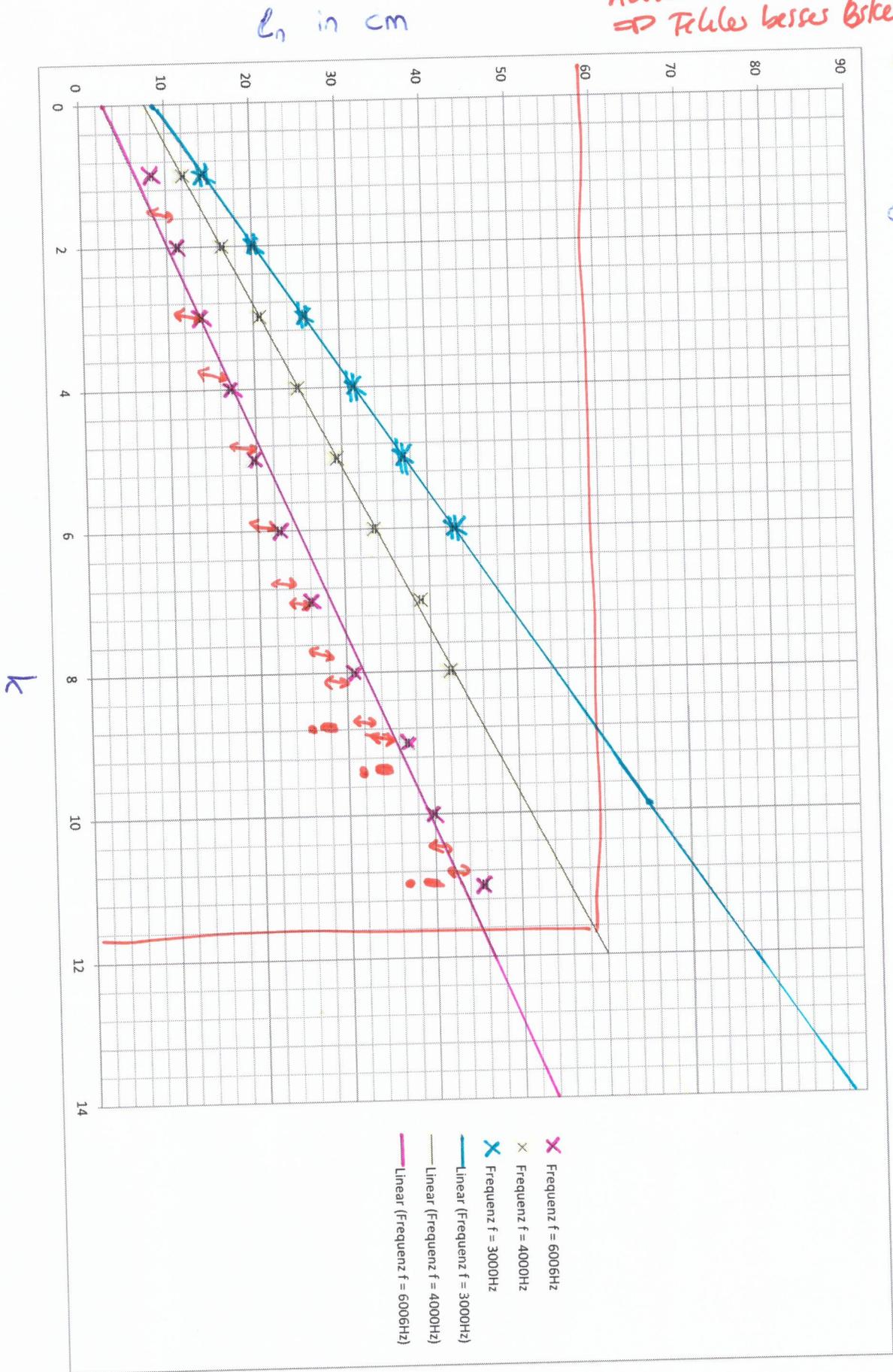


Abbildung 3.1: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit im Quinckeschen Rohr

### 3.1.4 Berechnung der Schallgeschwindigkeit

Basierend auf unsere obigen Ergebnisse berechnen wir nun den Mittelwert der Schallgeschwindigkeit über die verschiedenen Frequenzen. Aufgrund einer sehr starken Abweichung des ersten Werts belassen wir die Berechnung des Mittelwerts auf die beiden Wert der Frequenzen  $\nu_2 = 4000\text{Hz}$  und  $\nu_3 = 3000\text{Hz}$ . Mit der Streuung aus Gleichung (19) erhalten wir insgesamt für den Mittelwert der Schallgeschwindigkeit das Ergebnis

$$\bar{c}_L = (343 \pm 1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dabei haben wir beachtet, dass die folgende Gleichung für die Standardabweichung des Mittelwerts gilt

$$s_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (26)$$

Mit  $\sigma$  als Standardabweichung aus Gleichung (19)

Wir vergleichen nun diesen Wert mit einer exemplarischen Frequenz. Dafür berechnen wir mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung einen Fehler auf diese Frequenz

$$s_{c_L} = c_L \sqrt{\left(\frac{s_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{s_\nu}{\nu}\right)^2} \quad (27)$$

Für das Ergebnis der Frequenz  $\nu_2 = 4000\text{Hz}$  aus Messreihe 2 erhalten wir mit einem Fehler von  $s_\nu = 1\text{Hz}$  und dem bereits berechneten Fehler  $s_{\lambda_2} = 0.04\text{cm}$  auf die Schallgeschwindigkeit insgesamt einen exemplarischen Wert von

$$c_L = (344 \pm 1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

*← Fehlerfortpflanzung vs. Streuung  
(wird wie nicht ganz deutl.)*

Beide Werte stimmen im Rahmen ihrer Fehler miteinander überein. Jedoch ist es fragwürdig, ob die Streuung auf den Mittelwert, so wie es in der Versuchsanleitung verlangt war, aus zwei Werten überhaupt Sinn macht. *weil?*

### 3.2 Auswertung Ultraschall: Messung der Wellenlänge

Aus den verschiedenen Startpositionen  $d_i$  und den gemessenen Schlittenpositionen  $x_k$  können wir die relativen Schlittenpositionen  $x_{rel}$  berechnen. Diesen relativen Abstand berechnen wir durch

$$d_i - x_k = x_{rel} \quad (28)$$

*sd?*

Wir berechnen nun alle Wert und tragen diese tabellarisch auf:

k	1. Durchgang - $x_{rel}/\text{cm}$	2. Durchgang - $x_{rel}/\text{cm}$	3. Durchgang - $x_{rel}/\text{cm}$	4. Durchgang - $x_{rel}/\text{cm}$
1	72.793	53.467	40.953	27.349
2	71.944	52.639	40.116	26.499
3	71.133	51.806	39.282	25.698
4	70.216	50.994	38.401	24.861
5	69.449	50.155	37.55	24.046
6	68.695	49.331	36.721	23.247
7	67.796	48.465	35.854	22.348
8	66.948	47.639	35.04	21.509
9	66.113	46.768	34.227	20.537
10	65.259	45.904	33.342	19.804

Tabelle 3.1: Berechnung von  $x_{rel}$

Der Betrag der Steigung  $b$  entspricht in diesem Fall genau der Wellenlänge, da es sich in diesem Fall um stehende Wellen handelt.

### 3.2.1 Auswertung Durchgang 1

Für den 1. Durchgang berechnen wir nun für die lineare Regression den Wert des Achsenabschnitts mittels Gleichung (18) und (20). Wir erhalten den Wert und Fehler darauf. Dieser ergibt

$$a = (73.62 \pm 0.03) \text{ cm}$$

Für den Wert der Steigung erhalten wir ein Ergebnis von

$$b = (-0.834 \pm 0.004) \text{ cm}$$

Somit erhalten wir auf die Wellenlänge einen Wert von

$$\lambda_1 = (0.834 \text{ cm} \pm 0.004) \text{ cm}$$

### 3.2.2 Auswertung Durchgang 2

Aus dem zweiten Durchgang ergibt sich für den Achsenabschnitt der linearen Regression ein Ergebnis von

$$a = (54.33 \pm 0.02) \text{ cm}$$

Wir erhalten auch einen Wert für die Steigung, dieser ergibt sich zu

$$b = (-0.839 \pm 0.003) \text{ cm}$$

Daraus erhalten wir, aufgrund der obigen Begründung das folgende Ergebnis für die Wellenlänge

$$\lambda_2 = (0.839 \pm 0.003) \text{ cm}$$

### 3.2.3 Auswertung Durchgang 3

Analog zu den ersten beiden Teilauswertungen berechnen wir den Achsenabschnitt der linearen Regression. Wir erhalten folgendes Ergebnis

$$a = (41.80 \pm 0.01) \text{ cm}$$

Für die Steigung erhalten wir

$$b = (-0.845 \pm 0.002) \text{ cm}$$

Daraus kommen wir auf die Wellenlänge

$$\lambda_3 = (0.845 \pm 0.002) \text{ cm}$$

### 3.2.4 Auswertung Durchgang 4

Nun können wir die lineare Regression der letzten Messreihe berechnen. Wir erhalten für den Achsenabschnitt, samt Fehler, ein Ergebnis von

$$a = (28.221 \pm 0.036) \text{ cm}$$

Auf die Steigung der Regression erhalten wir somit ein Ergebnis von

$$b = (-0.842 \pm 0.006) \text{ cm}$$

Analog zu obigen Rechnungen erhalten wir somit auch einen Wert auf die Wellenlänge, welche zu ergibt zu

$$\lambda_4 = (0.842 \pm 0.006) \text{ cm}$$



Bestimmung der Wellenlänge als Funktion des Abstands des Senders und Empfängersignals

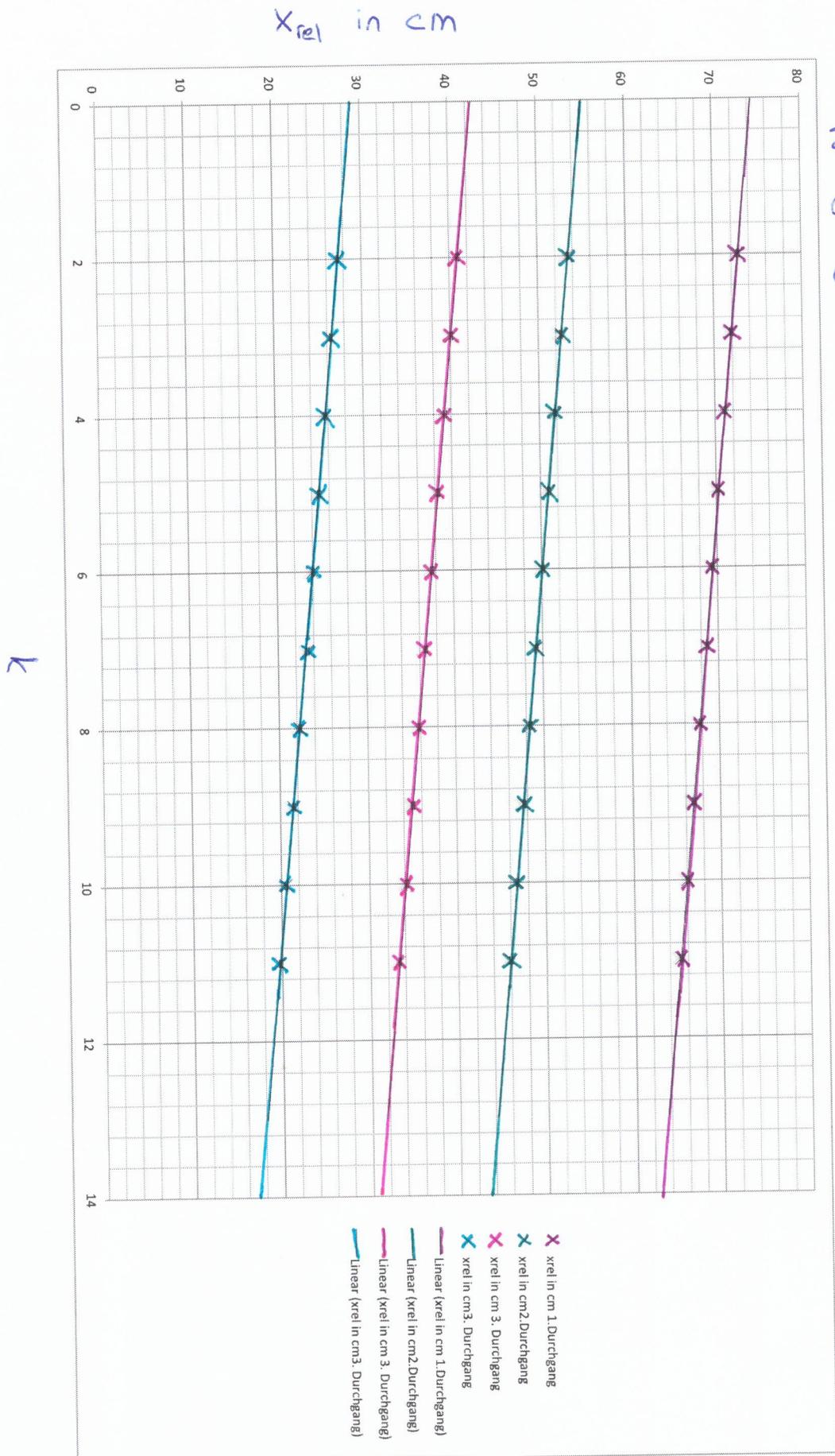


Abbildung 3.2: Bestimmung der Wellenlänge als Funktion des Abstands des Sender und Empfängersignals

### 3.2.5 Berechnung der Schallgeschwindigkeit

Aus den obigen Werten berechnen wir nun mit (25) das arithmetische Mittel der Wellenlängen. Wir erhalten ein Ergebnis von

$$\bar{\lambda} = 0.84 \text{ cm}$$

Wir können nun mittels der Streuung der Wellenlängen den Fehler auf den Mittelwert bestimmen. Dieses bekommen wir aus Gleichung (26). Die Wellenlänge wird somit zu

$$\bar{\lambda} = (0.840 \pm 0.002) \text{ cm} \quad \checkmark$$

Darauf bestimmen wir nun mit (24) die Schallgeschwindigkeit. Diese ergibt sich zu

$$c_L = 341.04 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Den Fehler auf diesen Wert bestimmen wir mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung auf die Schallgeschwindigkeit

$$s_{c_L} = c_L \cdot \sqrt{\left(\frac{s_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{s_\nu}{\nu}\right)^2} \quad (29)$$

Hierdurch erhalten wir ein entgültiges Ergebnis für die Schallgeschwindigkeit. Dieses lautet

$$c_L = (341 \pm 1) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \checkmark$$

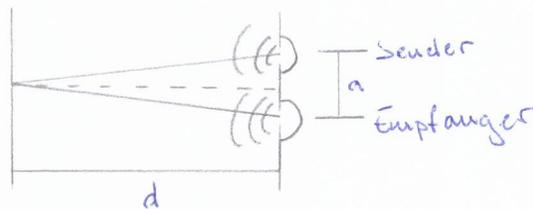
Dabei haben wir auf die Frequenz  $\nu = 40600 \text{ Hz}$  einen Fehler von  $s_\nu = 200 \text{ Hz}$ .

### 3.3 Auswertung Ultraschall: Messung der Laufzeit

Wir müssen das Wertepaar aus Abstand und Laufzeit gegeneinander auftragen. Aus dem Satz des Pythagoras erhalten wir für die Gesamtstrecke die die Schallwellen durchqueren die Gleichung

$$x = 2 \cdot \sqrt{d^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} \quad (30)$$

Aus der folgenden Zeichnung schließen wir auf diesen Zusammenhang



- a ... Abstand Sender und Empfänger
- d ... Schirmabstand
- x ... Laufstrecke

Auf diese Formel erhalten wir einen Fehler von

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{d^2 + \left(\frac{s_a}{2}\right)^2} \cdot (d \cdot s_d)^2 + \left(\frac{1}{4} \cdot a \cdot s_a\right)^2} \quad (31)$$

Wir stellen nun unsere Werte, die wir für das Diagramm und die daraus resultierende lineare Regression benötigen tabellarisch auf. Wir benutzen den gemessenen Wert von  $a = 0.055 \text{ m}$  für den Abstand vom Sender zum Empfänger (siehe Zeichnung).

Messung i	Schirmabstand d/m	x/m	$s_x/m$	Zeit t/s
1	0.291	0.5846	0.001	0.0011
2	0.424	0.8498	0.001	0.002
3	0.594	1.1893	0.001	0.003
4	0.748	1.4970	0.001	0.0038
5	1.017	2.0347	0.001	0.0054

Tabelle 3.2: Hilfstabelle für Berechnung von x und  $s_x$

Auf die Zeit erhalten wir einen Fehler von 3% pro Kastchen, was einem Wert von

$$s_t/\text{pro Kastchen} = (1.00 \pm 0.03) \text{ ms} \quad (32)$$

als Ergebnis hat. Wir erhalten auf die Lineare Regression, der Werte aus Abbildung 2. mittels Gleichung (18) bis (21) den folgenden Wert fur den Achsenabschnitt

$$a = (-0.00054 \pm 0.00008) \text{ s}$$

Auf die Steigung erhalten wir ein Ergebnis, samt Fehler, von

$$b = (0.00293 \pm 0.00006) \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

Aus der Steigung berechnen wir den Wert der Schallgeschwindigkeit. Dies ergibt sich aus

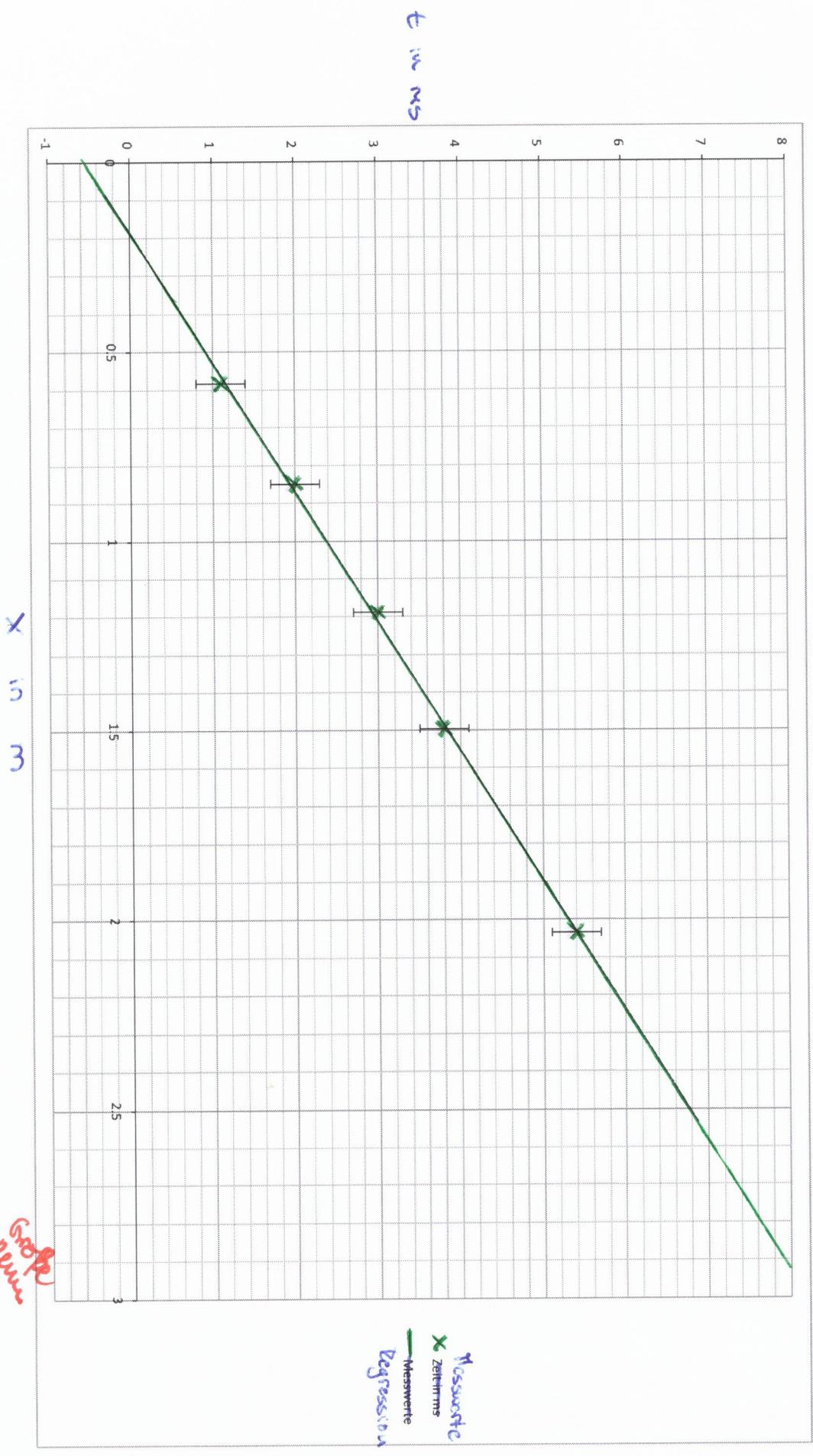
$$c_L = \frac{1}{b} = \frac{1}{0.00293} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 341.30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Den Fehler darauf berechnen wir mit der Fehlerfortpflanzung aus

$$s_{c_L} = c_L \cdot \frac{s_b}{b}$$

Somit erhalten wir auf die Schallgeschwindigkeit einen Wert von

$$c_L = (341 \pm 7) \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \checkmark$$



Die x-Fehlerbalken sind so klein, dass man sie in der Abbildung nicht richtig erkennen würde, wodurch wir sie in der Abbildung weggelassen haben.

Abbildung 3.3: Bestimmung der Laufzeit über die Strecke

### 3.4 Theoretische Bestimmung der Schallgeschwindigkeit

Die in der Versuchsdurchführung gemessene Temperatur variierte zwischen 23.2 und 23.3°C. Wir benutzen für den theoretischen Näherungswert der Schallgeschwindigkeit den Mittelwert  $\bar{T} = 23.25^\circ$  aus diesen beiden Formeln. Um auf dieses Ergebnis zu kommen verwendeten wir Gleichung (25). Umgerechnet in Kelvin ergibt sich für die Temperatur der Wert

$$\bar{T} = 23.25^\circ\text{C} + 273.15\text{K} = 296.4\text{K}$$

Auf den theoretischen Wert der Schallgeschwindigkeit bekommen wir somit einen Wert von

$$c_{L,theo} = 331 \cdot \sqrt{\frac{T}{273.15}} = 344.80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Den Fehler auf diesen Wert ergibt sich mit Fehlerfortpflanzung zu

$$s_{c_{L,theo}} = c_{L,theo} \cdot \frac{s_T}{T} = 0.12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{"}$$
 (33)

Somit erhalten wir auf die Schallgeschwindigkeit das Ergebnis

$$c_{L,theo} = (344.8 \pm 0.1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.5 Bestimmung des Drucks

Wir erhalten aus dem Zusammenhang der Höhe und des Drucks aus den physikalischen Grundlagen die Formel

$$\frac{\partial h}{\partial p} = -0.8 \frac{\text{m}}{\text{mbar}}$$

Darüber können wir nun den Luftdruck im Untergeschoss des Praktikumsgebäudes berechnen. Über den Zusammenhang

$$p_{UG} = \frac{\Delta h}{0.8} + p_{DG}$$

ergibt einen Druck von

$$p_{UG} = \frac{h_{DG} + h_{UG}}{0.8} + p_{DG} = 1000.7 \text{mbar} \quad \checkmark$$

- gut!
- Diskussion d. weicht. Eq.
- Abb. - unterschrieben & Ausschnitt d. Diagramme
- auf Formeln verweisen ok, aber etwas weniger übersichtlich...

## 4 Zusammenfassung und Fehlerdiskussion

### 4.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Auf die Temperatur gab es zwischen Anfang und Ende des Versuchs kaum Schwankungen. Es wurde ein Mittelwert von  $\bar{T} = 23.25^\circ\text{C}$  berechnet. Auf den Druck wurde ein Wert von  $p = 1000.7\text{mbar}$  berechnet.

Aufgabe i	Schallgeschwindigkeit
1	$(343 \pm 1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$
2	$(341 \pm 1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$
3	$(341 \pm 7) \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Abbildung 4.1: Zusammenfassung der Schallgeschwindigkeiten

Der theoretisch berechnete Wert von der Schallgeschwindigkeit liegt bei

$$c_{L,theo} = (344.8 \pm 0.1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Der Literaturwert<sup>3</sup> ergibt sich bei der gemessenen Temperatur von  $\bar{T} = 22.25^\circ$  zu

$$c_{L,Literatur} = 344.74 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Der theoretisch bestimmte Wert stimmt also sehr gut innerhalb des Fehlers mit dem Literaturwert überein. Allerdings haben die Werte der Schallgeschwindigkeit für die erste Messreihe eine  $2\sigma$  Abweichung und für die zweite eine  $4\sigma$  Abweichung vom theoretisch bestimmten Wert. Die Messreihe des dritten Versuchs entspricht innerhalb der  $1\sigma$  Abweichung dem theoretischen Wert, allerdings hat diese Messreihe auch den größten statistischen Fehler.

### 4.2 Fehleranalyse

#### 4.2.1 Versuch 1

Die hauptsächlichen Fehler im menschlichen Versagen lagen vor allem darin, dass während der Messung, obwohl die Werte ständig von "Testpersonen" überprüft wurden, eine derartige Schwankung der Amplitude auf dem Monitor es nie genau ermöglichte eine präzise Bestimmung der Resonanzfrequenz zu erhalten. Da das Ablesen des Wasserspiegels von der Bestimmung der Resonanzfrequenz abhing, trug dies zur stärkeren Ungenauigkeit in der Ablesung des Wasserspiegels zur Folge. Da die "Testpersonen" jedoch auf gleichmäßiges Ablesen der Werte achteten trägt dieser Wert größtenteils einer systematischen Fehlerquelle bei. Weiterhin ist wichtig zu bemerken, dass aufgrund einer starken Luftfeuchtigkeit innerhalb der Röhre, durch den Wasserspiegel, der Schall sich teilweise auch in Wasser ausbreitete. Hierdurch wurden die Messwerte der Schallgeschwindigkeiten systematisch verfälscht.

#### 4.2.2 Versuch 2

Aufgrund des simplen Versuchsaufbaus und der simplen Durchführung blieb eine größere Fehlerquelle aus. Dennoch ist eine mögliche Fehlerquelle das Flimmern des Oszilloskops, was die Ablesegenauigkeit erniedrigt hat. Dies ist ein Resultat äußerer Laute, die die Empfängerfrequenz empfangen. Verstärkt wurde dies, aufgrund vom Reflektiertem Ultraschall auch von anderen Versuchsaufbauten. Aufgrund des resultierenden Flimmerns des Monitors wurde dadurch die Ablesegenauigkeit erschwert, wodurch sich die  $4\sigma$  Abweichung erklären lässt. Eine weitere wichtige Fehlerquelle ist die Verwendung nicht idealer Bauteile des Senders und Empfängers, dies resultierte in einer weiteren Verfälschung der Messwerte, die auch für die Fehlerdiskussion von Versuch 3 gelten.

<sup>3</sup><http://www.sengpielaudio.com/Rechner-schallgeschw.htm>

← Daten ?

mehr: meiste Daten usw....

### 4.2.3 Versuch 3

Ähnlich wie bei der Fehlerdiskussion des Fehler von Versuch 2 wurde auch hier der statistische Fehler hauptsächlich auf das starke Flimmern der Empfängerfrequenz zurückgeführt. Verstärkt wurde dies, aufgrund vom Reflektiertem Ultraschall auch von anderen Versuchsaufbauten. Aufgrund des Resultierenden Flimmerns des Monitors wurde dadurch die Ablesegenauigkeit erschwert. Außerdem wurde die Parallelität der Reflektions- und Empfängerplatten nie garantiert, wodurch eine weitere Fehlerquelle zur Verfälschung der Messwerte beitrug.

*OSD*