Inhaltsverzeichnis

Abstract

In diesem Versuch haben wir mithilfe von drei verschiedenen Versuchsaufbauten jeweils die Schallgeschwindigkeit der Luft bestimmt: Mit dem Quinckesche Rohr haben wir $\bar{c}_L = (351 \pm 5)\frac{m}{s}$, über die Wellenlängenmessung von Ultraschall $\bar{c}_L = (342,\!8 \pm 3)\frac{m}{s}$ und über die Anregungsdauer einer reflektiert, kurzen Ultraschallimpulses $\bar{c}_L = (340 \pm 10)\frac{m}{s}$
Das Ziel war es, diese Werte mit dem Theoriewert von $c_{L,theo} = (344{,}5 \pm 0{,}6)\frac{m}{s}$ zu vergleichen und bei gelungenen Vergleich die Theorie des Versuchs zu verifizieren. Dies ist uns in der Tat geglückt, wobei sich das 2. Messverfahren als das Vielversprechendste entpuppt hat. ✓ sehr schön

Gliederung

auch sehr sorgfältig

Fehlerzeichen

A = Ausdruck
F = Form
f = falsch
Gr = Grammatikalischer Fehler
R = Rechtschreibung
r = richtig
St = Satzstellung
T = Zeit
Th = vom Thema abgewichen
V = ausgelassenes Wort
Z = Zeichensetzung

Schallwellen V23

7.10.2016

1. Versuchsbeschreibung / Einleitung

1.1 Ziel

Das Ziel des Versuches ist es, die Schallgeschwindigkeit von hörbaren und Ultraschallwellen in Luft zu bestimmen, sie mit der Theorie vergleichen und diese damit zu verifizieren.

1.2 Physikalische Grundlagen

Wenn sich eine Störung in einem elastischem Medium mit einer charakteristischen Geschwindigkeit c ausbreitet, so nennen wir dies eine Welle. Falls das Medium ein Festkörper ist, so kann die Schwingung parallel oder Senkrecht zur Ausbreitungsrichtung verlaufen. Bei senkrechter Schwingung spricht man von einer Transversalwelle und bei paralleler von einer Longitudinalwelle. Bei Flüssigkeiten können nur Longitudinalwellen entstehen, da bei diesen ein Schubmodul fehlt. Die charakteristische Größe c für die Schallgeschwindigkeit in Luft beträgt $c_l = 340 m/s$[1]. Betrachtet man als Beispiel eine Stimmgabel, so bemerkt man, das der Schall durch eine periodische Änderung des Drucks bzw. der Verdichtung der Luft entsteht, als Resultat der sinusförmigen Bewegung der Stimmgabel. Der enstehende Schall breitet sich dadurch als Longitudinalwelle im Medium Luft aus. Allgemein ist für jede Welle die Geschwindigkeit extrapolierbar aus der Formel ✓

$$c = \nu \cdot \lambda \tag{1}$$ ✓

Dabei ist ν die Frequenz und λ die Wellenlänge.

Bei einer Longitudinalwelle sind die Druckschwankungen δp proportional zu der relativen Volumenänderung des Mediums

$$\frac{\delta V}{V} = -\frac{1}{K} \cdot \delta p = -\kappa \cdot \delta p \tag{2}$$

Der Wert K ist hierbei das Kompressionsmodul und sein Kehrwert κ die Kompressibilität des Mediums. Es ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit in Medien mit der Dichte ρ

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\kappa\rho}} \tag{3}$$

Aus der Dimensionsanalyse ergibt sich mit den Dimensionen aus (2) für K

$$[c] = \sqrt{\frac{[Pa]}{[kg]/[m^3]}} = \sqrt{\frac{[N]\cdot[m]}{[kg]}} = \sqrt{\frac{[m^2]}{[s^2]}} = \left[\frac{m}{s}\right] \tag{4}$$ ✓

tatsächlich die Dimension der Geschwindigkeit. Da die Druckschwankungen bei Schallwellen sehr schnell vonstatten gehen, kann kein Temperaturausgleich mit der Umgebung stattfinden. Es handelt sich thermodynamisch von einem adiabatischen Prozess. Die Gleichgun für solche Prozesse ist

Wärme!!! ✓

$$pV^\gamma = const. \tag{5}$$ ✓

Aus der Ableitung folgt

$$\frac{\delta V}{V} = -\frac{\delta p}{\gamma \cdot p} \Rightarrow K = \gamma \cdot p \tag{6}$$

[1] Physiklabor für Anfänger*innen Teil 1 - Teil B Physikalische Grundlagen (S.34) ✓ sehr gut

Der letzte Schritt wurde dabei mit Gleichung (2) berechnet. Es folgt mit (3)

$$c = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p}{\rho}} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{R \cdot T}{M_{Mol}}} \tag{7}$$

Dies folgt aus der idealen Gasgleichung. R ist die allgemeine Gaskonstante und M_{Mol} die molare Masse des Gases.

$$\Rightarrow c_l = \left(\sqrt{\frac{T}{273.15K}}\right)\frac{m}{s} \approx \left(331 + 0.6\frac{\delta T}{K}\right)\frac{m}{s} \qquad (8)$$

Dabei ist T die absolute Temperatur, $\delta T = T - 273.15K$ ist dabei eine Näherung, die relativ gut beim Gefrierpunkt geeignet ist. ✓ (Sakbam...)

Stehende Wellen entstehen durch Interferenz zweier gegenläufiger gleicher Wellen. Bei geeigneter Anordnung kann dadurch die Resonanzeigenschaft beobachtet werden. Dabei wird die Amplitude verstärkt. Die dabei benutzte Frequenz nennt sich Eigenfrequenz. ✓

Qualitiativ ergibt sich bei einer stehenden Welle in etwa derselbe Verlauf für die Temperatur wie für den Druck. Im Abstand $\frac{1}{2}\lambda$ ist der Druck konstant. Diese Stellen nennt man Druckknoten, sie sind die Schwingungsbäuche der Welle. welcher? (explizit...)
Zwischen diesen befinden sich Stellen großer Druckänderung, die Druckbäuche, als Schwingungsknoten der Welle.

Die Schallgeschwindigkeit ändert sich nur sehr geringfügig mit der Frequenz, allerdings ist die Dispersion so gering, dass die Schallgeschwindigkeit im Bereich der Messungen in dieser Versuchsdurchführung als gleich angenommen werden können. Daher ist es erlaubt einen gemeinsamen Mittelwert zu berechnen und diesen dann als Endergebnis anzugeben.

Als Beispiel: In der Medizin benutzt man Ultraschallwellen um Objekte innerhalb eines Körpers auf ihre Größe zu untersuchen. Die verwendeten Schallwellen bedecken einen Frequenzbereich von 2-20 MHz, die Schallgeschwindigkeit im Wasser ist $c_w = 1500m/s^2$. Über (1) ist somit der verwendete Wellenlängenbereich berechenbar. Dieser erstreckt sich über

$$\lambda = 75\mu m - 750\mu m$$

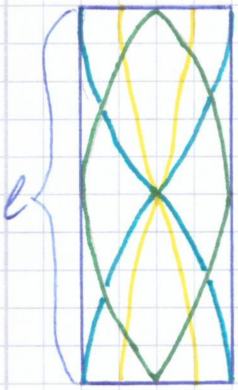
Zudem ist es auch erforderlich und trägt zur Konsistenz bei, wenn der Druck im Raum des Experiments errechnet wird. Dieser ergibt sich dann generell über

$$\frac{\partial h}{\partial p} = -0{,}8\,\frac{m}{mbar} \qquad (9)$$

[2]Physiklabor für Anfänger*innen Teil 1 - Teil A Hinsweise und Versuchsanleitung (S.92)

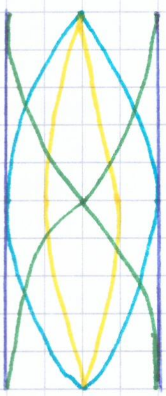
Resonazschwingungen in Rohren

– = Druck – = Schwingung – = Temperaturverlauf



1. Beidseitig geschlossenes Rohr

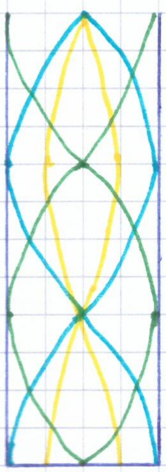
An den Enden können keine Luftmassen bewegt werden, deswegen ist dort immer ein Schwingungsknoten und dementsprechend ein Druckbauch. Da an beiden Enden der gleiche Zustand herrscht, muss für eine Resonanzlänge gelten, das eine ganzzahlige Menge von halben Wellenlängen in das Rohr passt: $l_k = k \cdot \frac{\lambda}{2}$ mit $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ ✓



2. Beidseitig offenes Rohr

An den offenen Enden ist der Druck durch die äußeren Luftmassen bestimmt und ändert sich somit nicht $\Rightarrow$ Druckknoten und Schwingungsbauch. Auch hier muss gelten, dass

$$l_k = k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{mit } k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$ ✓



3. Einseitig offenes Rohr

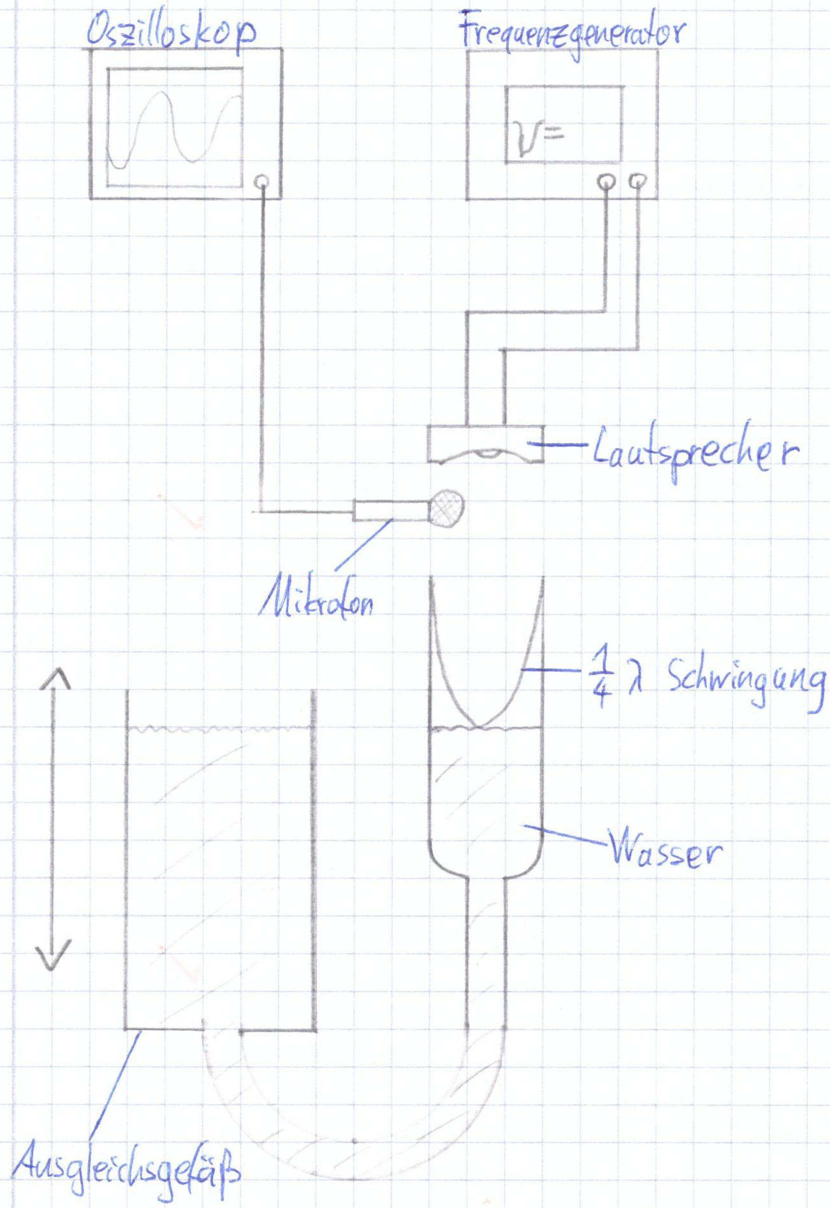
An den Enden müssen die jeweiligen Zustände der oben beschriebenen Fälle gelten. Daraus folgt, dass die Resonanzlänge immer einer ungeraden Anzahl an Vierteln von einer Wellenlänge entsprechen muss:

$$l_k = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \quad \text{mit } k \in \mathbb{N}$$ ✓

Der Druck und die Temperatur hängen linear zusammen, da eine (große) Druckänderung eine (große) Temperaturänderung bewirkt (gleiches Vorzeichen). ✓

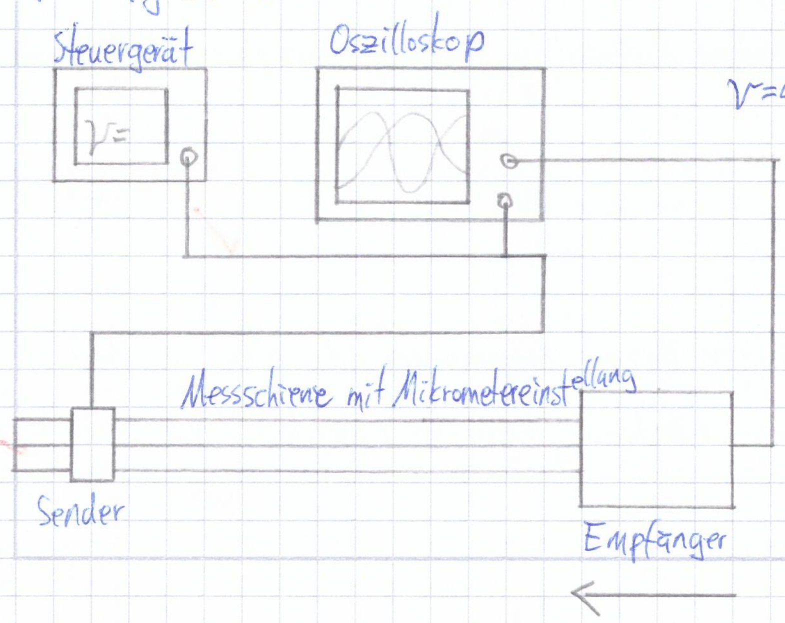
1.3 Versuchsaufbau

Teilaufgabe 1



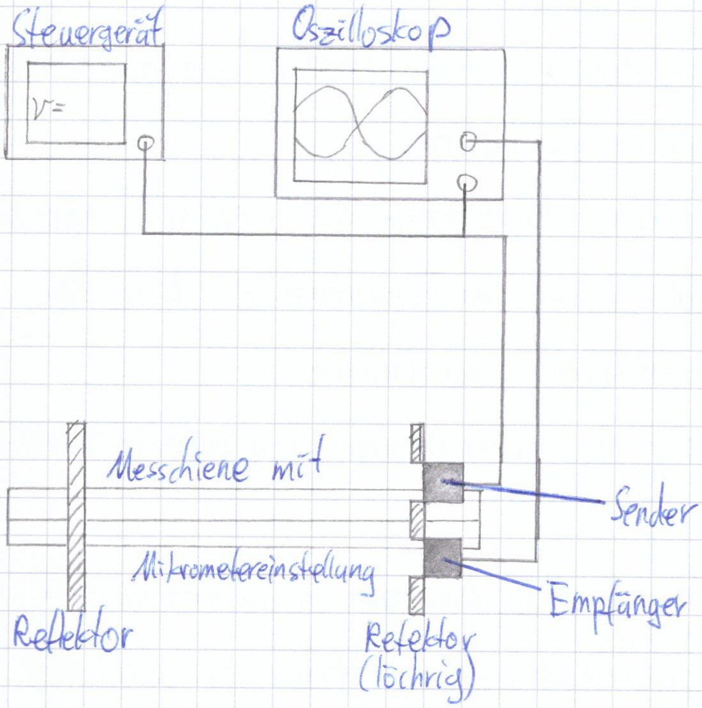
Ein Frequenzgenerator betreibt mit einstellbarer Frequenz einen Lautsprecher, der sich über dem Rechten Rohr befindet. Ein Mikrofon greift den Ton ab und das daran angeschlossene Oszilloskop zeigt die Schwingung an.
Mit dem Ausgleichsgefäß kann man die Höhe des Wasserspiegels verändern, um mithilfe des Oszilloskops die verschiedenen Resonanzlängen l_k zu bestimmen

Teilaufgabe 2



Das Steuergerät betreibt einen Sender mit $\nu = 40$ kHz. Dieser ist wie der Empfänger auf Einer Messchiene angebracht. Den Empfänger kann man entlang der Schiene verschieben mit Hilfe eine Millimeterschraube.
Von einem Oszilloskop werden jeweils die Sende-, als auch die Empfänger frequenz abgegriffen und beide ~~ebedas~~ gleichzeitig auf dem Bildschirm angezeigt

Teilaufgabe 3



Nun werden Sender und Empfänger nebeneinander senkrecht zur Messschiene ~~angebracht~~ und in die zwei Löcher des einen Reflektors angebracht. Auf der anderen Seite der Messschiene wird ein weiterer Reflektor senkrecht angebracht. Den Abstand kann man variieren, indem man Sender u. Empfänger mit der Mikrometerschraube bewegt.

Der Sender wird nun nur noch Pulsartig betrieben, allen 25 Schwingungen folgt eine Pause von ca. 50 ms. In dieser Zeit legt das Signal ca 3-4 mal die Strecke zwischen den Reflektoren zurück.

Der Sender sollte von der Hauswand wegstrahlen, um Verwaschungen zu mindern. ✓

1.4 Versuchsdurchführung

(A1) Dieser Versuch wurde von allen im Raum Anwesenden durchgeführt an nur einer Apparatur, um das Lärmpotential gering zu halten.
Die Messreihen wurden für 3 verschiedene Frequenzen durchgeführt, nämlich $\nu_1 = 5021\,Hz$, $\nu_2 = 4000\,Hz$, $\nu_3 = 2002\,Hz$. Wir haben pro Frequenz die Höhe der Luftsäule entlang des gesamten Einstellbereichs ~~ein~~ variiert.
Wir haben für ν_1 12, ν_2 10 und ν_3 4 verschiedene Eigenwerte ℓ_k messen können.
Wichtig war, dass wir die Einstellhöhe nur sehr langsam verändern sollten, da der Ausgleich der Wasserhöhen aufgrund des dünnen Verbindungsschlauches nur langsam von statten geht. ✓

(A2) Zur Messung der Wellenlänge haben wir im wesentlichen nur den Abstand zwischen Sender und Empfänger ~~ge~~ variiert.
Zuerst haben wir so lang die Mikrometerschraube betätigt, bis die beiden abgegriffenen Schwingungen deckungsgleich waren und haben die Position als x_0 markiert. Von dieser Position aus haben wir noch neun weitere Abstände gemessen, um die Messgenauigkeit zu erhöhen.
Diesen Vorgang haben wir ~~4~~ ? Mal von verschiedenen Startpositionen aus durchgeführt. ✓

(A3) Wir haben für mehrere Positionen die Laufzeit t bestimmt, indem wir zuerst die Länge d gemessen haben und diese dann verdoppelt, da diese Strecke $2d$ dem Laufweg entspricht. Der wirkliche Einsatzpunkt des Pulses war schwer zu erkennen, also sind wir auf einen markanten Punkt ausgewichen. Pro Position haben wir Mal die Laufzeit bestimmt.
~~Oszillo~~ Einstellung des Oszilloskops: 1. definierte Zeitablenkung einstellen
2. Grobeinstellung in 1-2-5 Schritten
3. Feineinstellung durchführen. Wichtig: "kalibrierte Endeinstellung" prüfen

2. Messungen

V23

Versuch 1

$\nu_1 = 5021$ Hz			$\nu_2 = 4000$ Hz			$\nu_3 = 2002$ Hz		
$S\nu$/Hz $= \pm 20$	k	$\frac{l}{cm}$	$S\nu$/Hz $= \pm 5$	k	$\frac{l}{cm}$	$S\nu$/Hz $= \pm 1$	k	$\frac{l}{cm}$
	1	9,2		1	7,6		1	10,6
	2	11,7		2	11,9		2	19,8
	3	16,0		3	16,4		3	29,2
	4	19,4		4	20,7		4	38,1
	5	22,2		5	25,0			
	6	26,4		6	29,3			
	7	29,4		7	33,8			
	8	33,2		8	38,1			
	9	36,0		9	42,3			
	10	39,8		10	46,4			
	11	42,7						
	12	45,8						

$s_l = \pm 0{,}2\,\text{cm}$ Ungenauigkeit wann die Resonanzfrequenz abgelesen wurde wird vernachlässigt.

Druck $p = (987{,}5 \pm 0{,}5)$ mbar (Dachgeschoss $\Delta h = 10{,}4\,m$)

$\Delta h = -0{,}25\,m$ AP-Gebäude: 268,6 m üb. NN $\frac{\partial h}{\partial p} = -9{,}8 \frac{m}{mbar}$

$\cancel{\Delta p}$

$T_1 = 22{,}5\,°C$
$T_2 = 22{,}5\,°C$

Einstellungen: Volts / Div: 2V CH₁
Time / Div: 5 µs
Volts / Div: 50 mV CH 2

Versuch 2

$\nu = (40{,}0 \pm 0{,}3)$ kHz

1. Durchgang

k	x_{1k}/mm
0	~~182,2~~ 181,045
1	172,91
2	164,26
3	156,30
4	148,06
5	139,44
6	130,64
7	122,20
8	113,74
9	105,07

d = 75,2 cm

2. Durchgang

k	x_{1k}/mm
0	105,07
1	96,37
2	87,69
3	78,92
4	70,51
5	62,00
6	53,34
7	44,46
8	35,99
9	27,37

d = 62,3 cm

3. Durchgang

k	x_{1k} mm
0	195,42
1	186,72
2	178,57
3	169,69
4	151,01
5	~~152,35~~ 143,06
6	134,13
7	125,75
8	117,01
9	108,36

d = 52 cm

Abstand zw. Sender und Empfängermembran
(d = 75,2 cm)

mit theo. Offset $\tilde{d}$ = 1 cm

s_d = 0,1 cm
s_x = 0,01 mm

4. Durchgang

k	x_{k1}/mm
0	114,02
1	105,68
2	96,92
3	88,43
4	79,84
5	71,20
6	62,60
7	54,36
8	45,45
9	36,96

d = 38,2

T_3 = 23,0 °C

Hameg-Oszi
Zeitbasis ± 3% ← DIV
Spannungsbasis ± 3%

1 Div ≙ 1 ms

Versuch 3 Einstellung Time/Div 1ms
Volts/Div CH1 2V
Frequenz Volts/Div CH2 5mV
$\nu = (40{,}4 \pm 0{,}1)$ kHz

N	Abstand d /cm	Verzögerung Δt /DIV
0	92,5	5,4
	~~80,0~~	~~4,7~~
1	~~70,5~~ 80,0	4,7
2	70,5	4,1
3	62,8	3,6
4	52,2	3,1

Bei d wurde bereits miteinbezogen, dass sich die Sender leicht hinterhalb der vorderen Oberfläche befinden.

7.10.16 VT
Julia Ortetey

$a = 5{,}25$ cm Abstand Sender-Empfänger
$s_a = 0{,}05$ cm
$s_d = 0{,}1$ cm

$s_{\Delta t} = 0{,}1$ /DIV

Abstand Sender-Empfänger

$s_T = 0{,}5$ K

$x = 2d$ Laufstrecke

$T_g = 23°C$

✓

3. Auswertung

3.1 Stehende Welle im Quinkeschen Resonanzrohr

Um die Wellenlänge λ und die und die Schallgeschwindigkeit in Luft zu bestimmen, ~~bestimmten man~~ durch lineare Regression die Steigung der Ausgleichsgeraden, dafür wenn man für jede Frequenz ν die Lagen l_k der Maxima über k aufträgt.
Dabei gilt $k = 1, .., N$.

In den folgenden Tabellen eins bis drei sind die Zwischenschritte der linearen Regression gezeigt.

Dabei wurde die Steigung über

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2} \qquad \text{mit } N \in \mathbb{N}$$

✓

und der Achsenabschnitt mit

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

✓

berechnet. Dabei entspricht $x \hat{=} k$ und $y \hat{=} l_k$.

Fehlerberechnung

Auch die Fehler wurden in den Tabellen bereits mit folgenden Formeln berechnet:

- Varianz $s^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^{N} (y_i - bx_i - a)^2$
- Standardabweichung $s = \sqrt{s^2}$
- Fehler s_b: $s_b = s \cdot \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}}$
- Fehler s_a: $s_a = s \cdot \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}}$

✓

Aus der Steigung b lässt sich dann die Wellenlänge λ mit

$$\lambda = 2 \cdot b$$

s_λ ? ✓

berechnen, ebenso wie darauffolgend die Schallgeschwindigkeit c_L durch Formel (1)

$$c_L = \lambda \cdot \nu$$

✓

s_c ?

Alle Fehler müssen dann!

Tabelle 1: Lineare Regression ν = 5021 Hz

	x_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})y_i$	$(y_i - a - bx_i)^2$
	1	9,2	-2,5	6,25	-23,00	13,83
	2	11,7	-1,5	2,25	-17,55	50,57
	3	16	-0,5	0,25	-8,00	75,76
	4	19,4	0,5	0,25	9,70	125,36
	5	22,2	1,5	2,25	33,30	204,17
	6	26,4	2,5	6,25	66,00	255,39
	7	29,4	3,5	12,25	102,90	356,21
	8	33,2	4,5	20,25	149,40	439,57
	9	36	5,5	30,25	198,00	578,81
	10	39,8	6,5	42,25	258,70	683,86
	11	42,7	7,5	56,25	320,25	849,33
	12	45,8	8,5	72,25	389,30	1019,89
Summe			Summe ≠ 0 !!	251	1479	4652,74
Mittelwert	6,5 ~~3,5~~	27,7				
Steigung	b =	5,9 cm				
Achsenabschnitt	a =	7 cm				
Varianz	s^2 =	465 cm				
Standardabweichung	s =	22 cm				
Fehler der Steigung	s_b =	1,4 cm				
Fehler des Achsenabschnittes	s_a =	7 cm				

Quelle des Übels

f =▷ ohne Fehler mit b=3,38 korrekt.

Tabelle 2: Lineare Regression ν = 4000 Hz

	x_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})y_i$	$(y_i - a - bx_i)^2$
	1	7,6	-4,5	20,25	-34,20	0,00556
	2	11,9	-3,5	12,25	-41,65	0,01049
	3	16,4	-2,5	6,25	-41,00	0,00486
	4	20,7	-1,5	2,25	-31,05	0,00175
	5	25	-0,5	0,25	-12,50	0,00019
	6	29,3	0,5	0,25	14,65	0,00019
	7	33,8	1,5	2,25	50,70	0,02502
	8	38,1	2,5	6,25	95,25	0,01698
	9	42,3	3,5	12,25	148,05	0,00001
	10	46,4	4,5	20,25	208,80	0,05083
Summe				82,50	357,05	0,11588
Mittelwert	5,5	27,15				
Steigung	b =	4,33 cm				
Achsenabschnitt	a =	3,3 cm				
Varianz	s^2 =	0,1 cm				
Standardabweichung	s =	0,2 cm				
Fehler der Steigung	s_b =	0,03 cm				
Fehler des Achsenabschnittes	s_a =	0,2 cm				

Tabelle 3: Lineare Regression ν = 2002 Hz

	x_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})y_i$	$(y_i - a - bx_i)^2$
	1	11,6	-1,5	2,25	-17,40	0,07
	2	19,8	-0,5	0,25	-9,90	0,18
	3	29,2	0,5	0,25	14,60	0,01
	4	38,1	1,5	2,25	57,15	0,01
Summe				5	44,45	0,27
Mittelwert	2,5	24,7				
Steigung	b =	8,89 cm				
Achsenabschnitt	a =	2,4 cm				
Varianz	s^2 =	0,13 cm				
Standardabweichung	s =	0,4 cm				
Fehler der Steigung	s_b =	0,16 cm				
Fehler des Achsenabschnittes	s_a =	0,4 cm				

Alle Tabellen und Diagramme wurden mit Excel 2013 erstellt.

Daraus folgt für die c_L & λ

$c_{L_1} = 591{,}7\ \frac{m}{s}$ $\lambda_1 = 11{,}8\,cm$

$c_{L_2} = 346{,}2\ \frac{m}{s}$ $\lambda_2 = 8{,}66\,cm$

$c_{L_3} = 356{,}0\ \frac{m}{s}$ $\lambda_3 = 17{,}8\,cm$

Um im Folgenden die Schallgeschwindigkeiten mitteln zu können verwirft man hier den Wert der ersten Messreihe, da dieser deutlich von den anderen abweicht und auch die Wellenlänge λ_1 nicht der Erwartung entspricht, dass die Wellenlänge mit steigender Frequenz sinkt. Zudem war Messung 1 erst als Probemessung gedacht, siehe Fehleranalyse. Fehlerursachen?

Für die allgemeine Berechnung des Mittelwerts und der Standardabweichungen verwendet man folgende Formeln

- Mittelwert $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$
- Standardabweichung $s_{x_i} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}$
- Standardabweichung des Mittelwerts $s_{\bar{x}} = \frac{s_{x_i}}{\sqrt{N}}$ ✓

$\Rightarrow \bar{c_L} = (351 \pm 5)\frac{m}{s}$ ✓

Vergleich mit exemplarischer Fehlerfortpflanzung

Zur ungefähren Abschätzung soll nun eine Gauß'sche Fehlerfortpflanzung exemplarisch für Messreihe 2 durchgeführt werden. ✓

$$s_{c_L} = c_L \sqrt{\left(\frac{s_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{s_\nu}{\nu}\right)^2} = c_{L_2} \sqrt{\left(\frac{s_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{s_\nu}{\nu}\right)^2} = 2{,}16\ \frac{m}{s} \text{ mit } s_\nu = 5\ Hz \text{ (aus Messungen)}$$

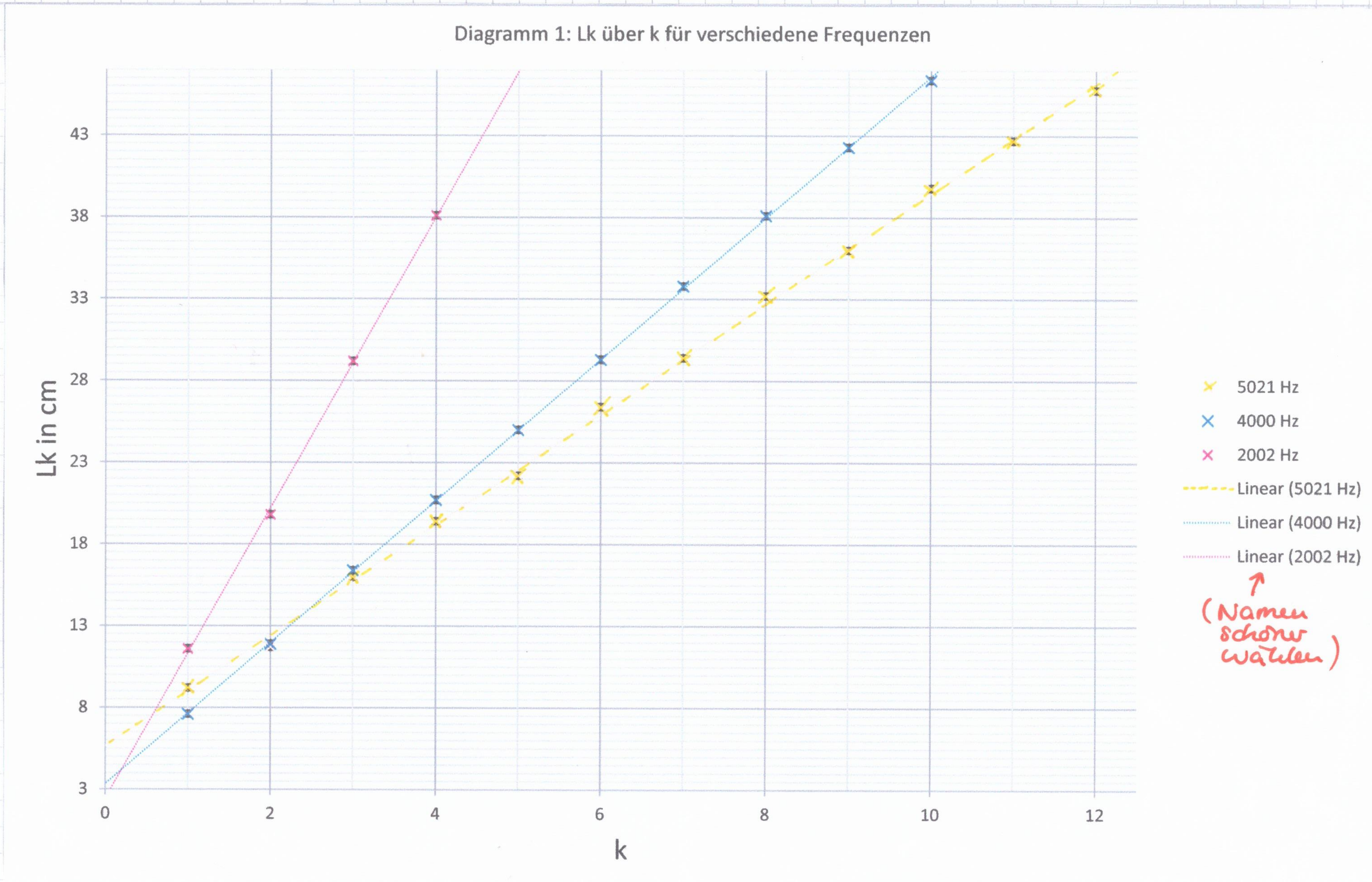
$\Rightarrow c_{L_2} = (346 \pm 2)\ \frac{m}{s}$

Somit ist der Fehler durch die Streuung etwas größer und beschreibt das vorliegende Experiment wohl besser. D.h. unsere Fehler für s_λ / s_ν zu klein?

Diagramm 1 dient zur Veranschaulichung der Tabellen und aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde ~~auch~~ Messung 1 nicht entfernt.

Als Fehler auf l_k dient s_l aus den Messungen. $s_l = 0{,}2\,cm$

14



sehr übersichtlich (Netz für y auch genauer + Abb.unterschrift...)
(Kommentar warum lin. Regression sinnvoll + angebracht?)

3.2 Messung der Wellenlänge mit Ultraschall

Um wiederum die verschiedenen Wellenlängen der Frequenzen bestimmen zu können, dieses Mal mit Hilfe von Ultraschallsignalen, werden aus ~~den~~ verschiedenen Startpositionen die relativen Schlittenpositionen als Funktion der Maxima k aus der Phasen-übereinstimmung aufgetragen.

Dafür wird wiederum eine lineare Regression durchgeführt, die in der Berechnung dem Beispiel des vorherigen folgt.
Dazu dienen vier verschiedene Startpositionen des Messschlittens, als Mittel um den relativen Abstand zwischen dem Sender- und dem Empfänger zu bestimmen:

$$d_i - x_k = x_{rel} \hat{=} y$$ (was ist di? was x_k?)

Diese Werte dienen uns als y_i-Werte in der linearen Regression.
Die Maxima entsprechen auch hier wieder x.

$$k \hat{=} x$$

In Tabellen vier bis sieben wurden die linearen Regressionen für diese Startpositionen des Schlittens mit der Empfängermembran berechnet

$d_1 = 75{,}2\,cm$
$d_2 = 62{,}3\,cm$
$d_3 = 52\,cm$
$d_4 = 38{,}2\,cm$ mit $s_d = 0{,}1\,cm$

Tabelle 4: Lineare Regression Messschlittenposition 1						
N =	10	Abstand Sender-Empfängermembran		d_1 =	75,2	cm
	x_i	yi	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})y_i$	$(y_i - a - bx)^2$
	0	57,055	-4,5	20,25	-256,75	0,00005
	1	57,909	-3,5	12,25	-202,68	0,00020
	2	58,774	-2,5	6,25	-146,94	0,00103
	3	59,57	1,5	2,25	89,36	0,00035
	4	60,394	-0,5	0,25	-30,20	0,00175
	5	61,256	0,5	0,25	30,63	0,00072
	6	62,136	1,5	2,25	93,20	0,00004
	7	62,98	2,5	6,25	157,45	0,00001
	8	63,826	3,5	12,25	223,39	0,00001
	9	64,693	4,5	20,25	291,12	0,00050
Summe				82,5	69,88	0,00466
Mittelwert	4,5	60,8593				
Steigung	b =	0,847 cm				
Achsenabschnitt	a =	57,048 cm				
Varianz	s^2 =	0,0006 cm^2				
Standardabweichung	s =	0,02 cm				
Fehler der Steigung	s_b =	0,003 cm				
Fehler des Achsenabschnittes	s_a =	0,014 cm				

Tabelle 5: Lineare Regression Messchlittenposition 2						
N =	10	Abstand Sender-Empfängermembran d_2 =			62,3	cm
	x_i	yi	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})y_i$	$(y_i - a - bx)^2$
	0	51,73	-4,5	20,25	-232,79	0,002597
	1	52,663	-3,5	12,25	-184,32	0,000305
	2	53,531	-2,5	6,25	-133,83	0,000437
	3	54,408	-1,5	2,25	-81,61	0,001112
	4	55,249	-0,5	0,25	-27,62	0,000096
	5	56,1	0,5	0,25	28,05	0,000014
	6	56,966	1,5	2,25	85,45	0,000006
	7	57,804	2,5	6,25	144,51	0,000836
	8	58,701	3,5	12,25	205,45	0,000012
	9	59,563	4,5	20,25	268,03	0,000001
Summe				82,5	71,33	0,005416
Mittelwert	4,5	55,6715				
Steigung	b =	0,865 cm				
Achsenabschnitt	a =	51,781 cm				
Varianz	s^2 =	0,001 cm²				
Standardabweichung	s =	0,03 cm				
Fehler der Steigung	s_b =	0,003 cm				
Fehler des Achsenabschnittes	s_a =	0,015 cm				

Tabelle 6: Lineare Regression Messschlittenposition 3						
N =	10	Abstand Sender-Empfängermembran d_3 =			52	cm
	x_i	yi	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})y_i$	$(y_i - a - bx)^2$
	0	32,458	-4,5	20,25	-146,06	0,0031
	1	33,328	-3,5	12,25	-116,65	0,0055
	2	34,143	-2,5	6,25	-85,36	0,0673
	3	35,031	-1,5	2,25	-52,55	0,1381
	4	36,899	-0,5	0,25	-18,45	0,2463
	5	37,694	0,5	0,25	18,85	0,0848
	6	38,587	1,5	2,25	57,88	0,0338
	7	39,425	2,5	6,25	98,56	0,0005
	8	40,299	3,5	12,25	141,05	0,0109
	9	41,164	4,5	20,25	185,24	0,0573
Summe				82,5	82,51	0,6476
Mittelwert	4,5	36,9028				
Steigung	b =	1,00 cm				
Achsenabschnitt	a =	32,40 cm				
Varianz	s^2 =	0,08 cm²				
Standardabweichung	s =	0,3 cm				
Fehler der Steigung	s_b =	0,03 cm				
Fehler des Achsenabschnittes	s_a =	0,17 cm				

Tabelle 7: Lineare Regression Messchlittenposition 4						
N =	10	Abstand Sender-Empfängermembran d_4 =			38,2	cm
	x_i	yi	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})y_i$	$(y_i - a - bx)^2$
	0	26,798	-4,5	20,25	-120,59	0,000146
	1	27,632	-3,5	12,25	-96,71	0,001049
	2	28,598	2,5	6,25	71,50	0,006293
	3	29,357	-1,5	2,25	-44,04	0,000255
	4	30,216	-0,5	0,25	-15,11	0,000127
	5	31,08	0,5	0,25	15,54	0,000002
	6	31,94	1,5	2,25	47,91	0,000017
	7	32,764	2,5	6,25	81,91	0,000683
	8	33,655	3,5	12,25	117,79	0,000112
	9	34,504	4,5	20,25	155,27	0,000028
Summe				82,5	70,48	0,008711
Mittelwert	4,5	30,6544				
Steigung	b =	0,854 cm				
Achsenabschnitt	a =	26,810 cm				
Varianz	s^2 =	0,0011 cm²				
Standardabweichung	s =	0,03 cm				
Fehler der Steigung	s_b =	0,004 cm				
Fehler des Achsenabschnittes	s_a =	0,019 cm				

Berechnung der Schallgeschwindigkeit

In diesem Fall entspricht die Wellenlänge λ der Steigung b, da es sich um keine stehenden Wellen handelt. Formulieren...

Somit entspricht die Schallgeschwindigkeit hier wiederum Formel (1)

$$c = \lambda \cdot \nu$$

die wir später über ein Mittel der Wellenlängen berechnen werden.

Für die λ_i folgt also

$$\lambda_1 = (0{,}847 \pm 0{,}003)\,\text{cm}$$

$$\lambda_2 = (0{,}865 \pm 0{,}003)\,\text{cm}$$

$$\left[\lambda_3 = (1{,}00 \pm 0{,}03)\,\text{cm}\right]$$ Aufgrund der starken Abweichung von den anderen Werten trotz kleinem Fehler, soll dieser Wert in der Mittelung vernachlässigt werden.

$$\lambda_4 = (0{,}854 \pm 0{,}004)\,\text{cm}$$

mögl. Ursache? konnte ja auch sein dass das der einzige richtige Wert ist...

und für den Mittelwert gilt somit $\bar{\lambda} = 0{,}855\,\text{cm}$ ✓

Dabei ist die Streuung nach der selben Formel wie zuvor (Standardabweichung)

$$s_\lambda = 0{,}009\,\text{cm}$$

und somit die Standardabweichung des Mittelwerts

$$s_{\bar{\lambda}} = 0{,}005\,\text{cm}$$

$$\Rightarrow \quad \bar{\lambda} = (0{,}855 \pm 0{,}005)\,\text{cm}$$ ✓

So folgt nach obiger Formel:

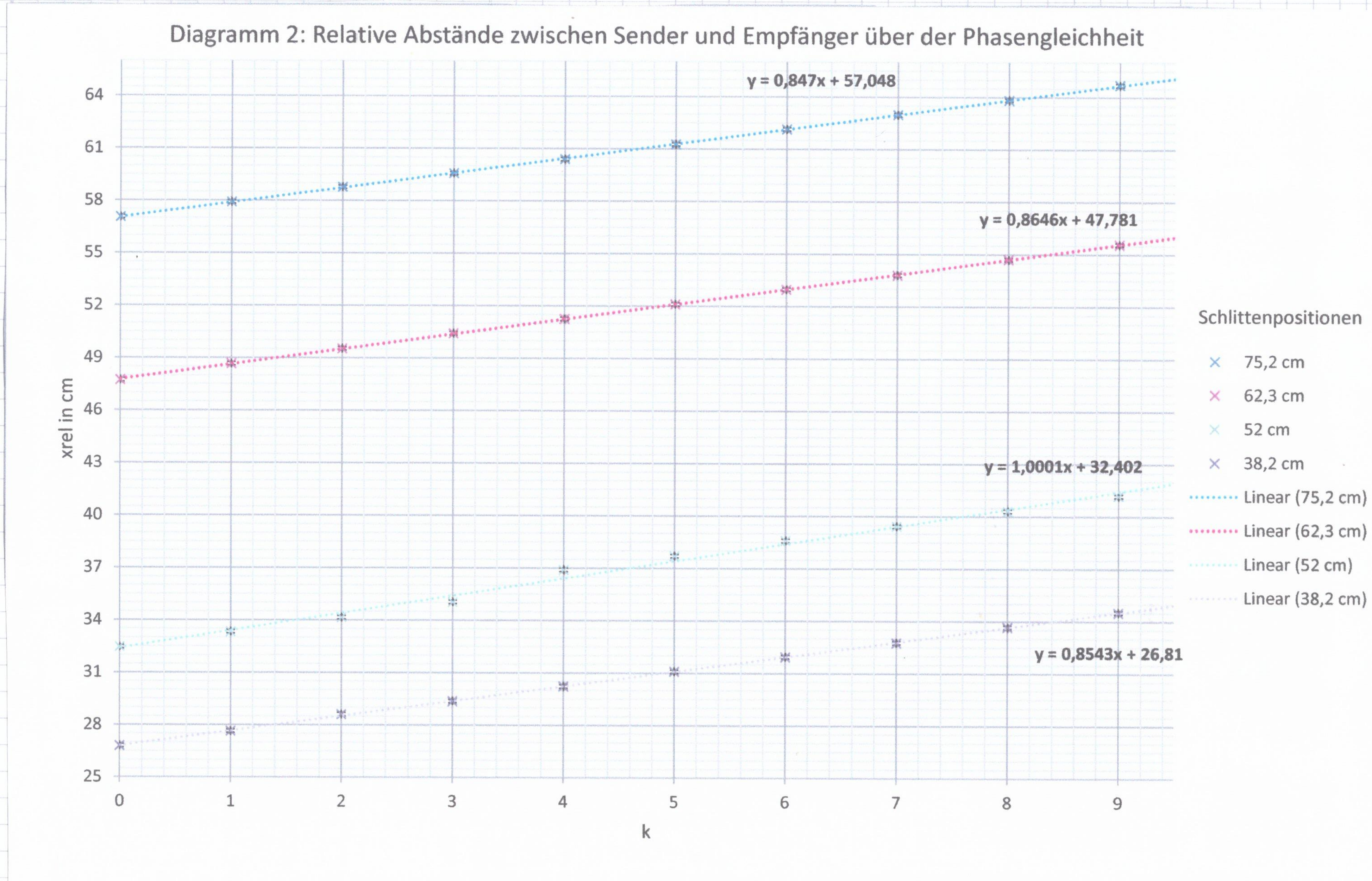
$$c_L = 342{,}11\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Fehlerberechnung

Nun soll aus dieser Unsicherheit von λ, $s_{\bar{\lambda}}$, und der in den Messungen geschätzten Unsicherheit der Frequenz $s_\nu = 0{,}3\,\text{kHz}$, eine Unsicherheit für die oben berechnete Schallgeschwindigkeit berechnet werden.

$$s_{c_L} = c_L \sqrt{\left(\frac{s_\nu}{\nu}\right)^2 + \left(\frac{s_{\bar{\lambda}}}{\bar{\lambda}}\right)^2} = 3{,}28\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ mit $\nu = (40{,}0 \pm 0{,}3)\,\text{kHz}$

$$\Rightarrow \quad c_L = (342 \pm 3)\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ ✓



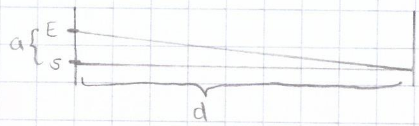
~~Die~~ Fehlerbalken wurden aus dem Fehler der Mikrometerschraube $s_{x_k} = 0{,}01\,mm$ und dem Ablesefehler der Schlittenposition $s_d = 0{,}1\,cm$.

$\Rightarrow s_{x_{rel}} = \sqrt{s_{x_k}^2 + s_d^2}$, Desweiteren ist die Linearität der Messreihen sofort erkennbar und auch die Parallelität sehr auffällig ✓ sehr schön!

3.3 Messung der Laufzeit mit Ultraschall

In Tabelle 8 wurde die Wegstrecke des Signals vom Sender bis zum Empfänger berechnet.

Über die Symmetrie



gelangt man zu folgender Formel: $x = 2\sqrt{d^2 + \left(a/2\right)^2}$ mit $a = 5{,}25\,cm$

✓ sehr schön

und deren Fehler

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{d^2 + \left(\frac{s_a}{2}\right)^2} \left(d \cdot s_d\right)^2 + \left(\frac{1}{4} \cdot a \cdot s_a\right)^2}$$ mit $s_a = 0{,}05\,cm$, $s_d = 0{,}1\,cm$

Tabelle 8 Wegberechnung v =			40400 Hz	
i	d/m	t/s	x/m	s_x /m
0	0,925	0,0054	1,85	0,001
1	0,8	0,0047	1,60	0,001
2	0,705	0,0041	1,41	0,001
3	0,628	0,0036	1,26	0,001
4	0,522	0,0031	1,05	0,001
Messungen	5			

Für Diagramm 3 soll später der Mittelwert der s_x als Fehlerbalken eingezeichnet werden. Aus eingangs erwähnter Formel folgt

$$\overline{s_x} = 0{,}0010\ m$$

Für den Zeitfehler des Oszilloskops nehmen wir den Anzeigefehler von 3% auf 1 Kästchen. Daraus erhalten wir

$$s_t = 0{,}00003\,s = 0{,}03\,ms$$

20

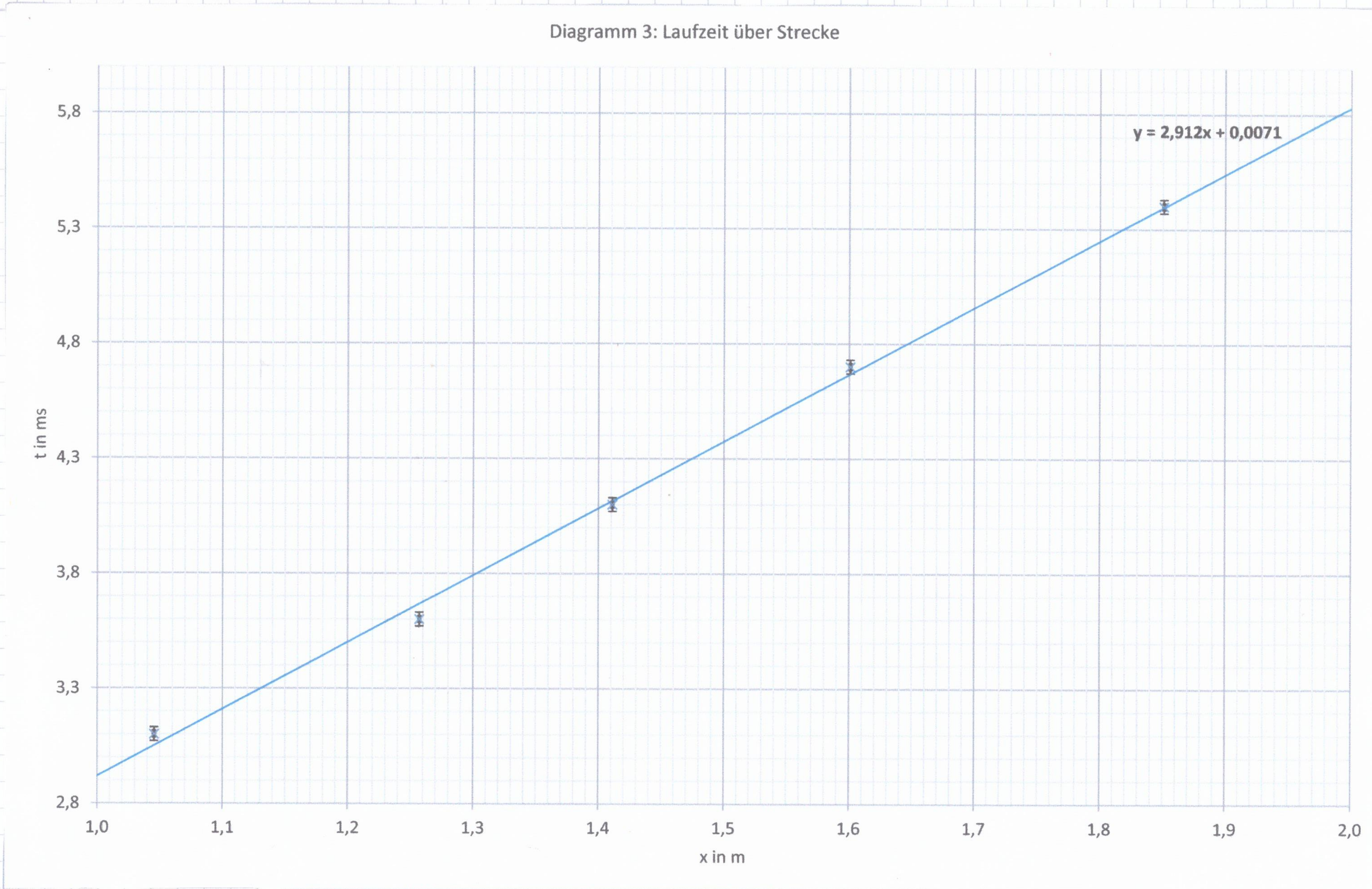


Diagramm 3: Laufzeit über Strecke
y = 2,912x + 0,0071
t in ms
5,8
5,3
4,8
4,3
3,8
3,3
2,8
1,0
1,1
1,2
1,3
1,4
1,5
1,6
1,7
1,8
1,9
2,0
x in m

Um die Schallgeschwindigkeit genaust möglich zu bestimmen, wird erneut, wiederum auf selbe Art und Weise, Lineare Regression durchgeführt. Dabei ist diesmal

$$x \hat{=} x$$

und $$t \hat{=} y$$

Tabelle 9: Lineare Regression

	x_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(xi - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})\, y_i$	$(y_i\text{-}a\text{-}bx_i)^2$
	1,85	0,0054	0,42	0,175	0,0023	1E-11
	1,60	0,0047	0,17	0,028	0,0008	1E-09
	1,41	0,0041	-0,02	0,000	-0,0001	3E-10
	1,26	0,0036	-0,18	0,031	-0,0006	5E-09
	1,05	0,0031	-0,39	0,150	-0,0012	2E-09
Summe	7,16	0,0209	0,00	0,384	0,0011	8E-09
Mittelwert	1,43	0,00418	0,00	0,077	0,0002	2E-09
Steigung	b=	0,00291 s/m				
Achsenabschnitt	a=	0,00001 s				
Varianz	s^2=	3E-09				
Standardabweichung	s =	0,00005 s/m				
Fehler der Steigung	s_b=	0,00008 s/m				
Fehler des Achsenabschnittes	s_a=	0,00012 s/m				

Mit dieser Konstellation gilt

$$c_{L_1} = \frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad c_L = 343{,}40 \,\frac{m}{s} \qquad \text{mit } b = 0{,}00291 \,\frac{s}{m}$$

Fehlerberechnung

$$s_{c_L} = \frac{s_b}{b} \cdot c = 9{,}96 \,\frac{m}{s} \qquad \text{mit } s_b = 0{,}00008 \,\frac{s}{m}$$

$$\Rightarrow \quad c_L = (340 \pm 10)\,\frac{m}{s}$$

Der lineare Zusammenhang war auch hier wieder recht gut aus der Grafik ersichtlich.

3.4 Bestimmung des theoretischen Wertes der Schallgeschwindigkeit

Die Raumtemperatur war während des Versuches relativ konstant und bewegte sich zwischen 22,5°C und 23°C.
Der theoretische Wert soll mit dem daraus resultierenden Mittelwert berechnet werden

$$\bar{T} = 22{,}75\,°C \qquad c_{L_{theo}} = 331 \sqrt{\frac{T}{273{,}15\,K}} \,\frac{m}{s} = 344{,}51 \,\frac{m}{s} \qquad (8)$$

$$\Rightarrow T = \bar{T} + 273{,}15\,K = 295{,}9\,K$$

Fehlerrechnung

Für die Fehlerrechnung soll der Ablesefehler $s_T = 0{,}5\,K$ verwendet werden, da dieser die statistischen Unsicherheiten übertrifft.

$$s_{c_{L_{theo}}} = c_{L_{theo}} \frac{s_T}{T} = 0{,}58\,\frac{m}{s}$$

Damit folgt für die Berechnung des theoretischen Wertes aus der Näherung

$$\Rightarrow \quad c_{L_{theo}} = (344{,}5 \pm 0{,}6)\,\frac{m}{s}$$

✓

3.5 Berechnung des Drucks

Aus dem Zusammenhang $\frac{\partial h}{\partial p} = -0{,}8\,\frac{m}{mbar}$ folgt für den Druck im Keller des AP Gebäudes aus (9):

$$\Delta p = \frac{\Delta h}{-0{,}8\,\frac{m}{mbar}}$$

$$\Leftrightarrow \quad p_{Keller} = \frac{\Delta h}{-0{,}8\,\frac{m}{mbar}} + p_{Dachgeschoss}$$

Der Druck im Dachgeschoss des Praktikumsgebäudes wurde während dem Versuch mit

$$p_D = (987{,}5 \pm 0{,}5)\,mbar$$

gemessen, und der Höhenunterschied zum Keller beträgt

$$\Delta h = 10{,}15\,m$$

$$\Rightarrow \quad \underline{p_{Keller} \approx 1000{,}2\,mbar}$$

✓

Ausnahmsweise soll hier kein Fehler berechnet werden, da wir die Unsicherheiten der Höhenangaben nicht kennen, diese jedoch sicherlich mehr ins Gewicht fallen würden als $s_p = 0{,}5\,mbar$.

↑

aber so Abschätzung der max. mögl. Genauigkeit

4. Zusammenfassung und Diskussion

für alle Teilaufg. ?

Teilaufgabe i	Schallgeschwindigkeit	berechneter Theoriewert	Literaturwert
1	$c_L = (351 \pm 5)\ \frac{m}{s}$		
2	$c_L = (342 \pm 3)\ \frac{m}{s}$	$c_L = (344{,}51 \pm 0{,}6)\frac{m}{s}$	(*) ? $c_L = 345{,}72\ \frac{m}{s}$ bei 50% Luftfeuchtigkeit !! *
3	$c_L = (340 \pm 10)\ \frac{m}{s}$		

Die oben genannten Werte wurden allesamt bei einer Durchschnittstemperatur von ca. $\overline{T} = 22{,}75\,^\circ C$ und einem ungefähren Druck von 1000,2 mbar gemessen.

Vergleicht man die gemessenen Werte mit dem Theoriewert, so stellt man fest, dass die Messungen mit Ultraschall innerhalb einer Standardabweichung mit dem Wert übereinstimmen, wobei es beim Quinkeschen Rohr eine 2σ-Abweichung ist. ✓
Auffällig ist zudem, dass beide Werte von Ultraschall trotz unterschiedlicher Fehler so nahe beeinander liegen, während der erste Versuchsaufbau deutlich davon abweicht.
Somit ist insgesamt das Quinkesche Rohr als die ungenaueste Messmethode zu beurteilen.

Fehlerdiskussion

Zum Quinkeschen Rohr:

Es ist vor allem deshalb als ungenaueste Methode zu beurteilen, da einfach zu viele „menschliche" Faktoren vorliegen, wie die Beurteilung durch Hörfähigkeit, sowie Ablesegenauigkeit und Reaktionsvermögen. ✓ Dadurch mussten man auch den ersten Wert verwerfen, da dort auch andere Personen die Messung durchgeführt haben und sie zuvor eigentlich als Probemessung angesetzt war. Somit musste man im Anschluss zwei Werte mitteln, was zu einer wenig verlässlichen Unsicherheit führt. ✓ Eigentlich wären sowieso mehrere Messungen angemessen gewesen, dies wäre aber nicht unbedingt gesundheitsfördernd gewesen. Zudem ist zu erwähnen, dass das Mikrofon und der Sender nicht exakt auf dem Nullpunkt der Skala lagen und zusätzlich herrscht in der Röhre wegen der Wassersäule eine größere Luftfeuchtigkeit, wodurch die Schallgeschwindigkeit beeinflusst werden kann.

* „versteckte" Argumentation :) => explizit ausführen, gut!

Zu Versuch 2:

Dieser besaß wohl die geringste Anzahl an Fehlerquellen. Dies liegt am einfachen Aufbau, mit nur wenigen Aufgaben, die in menschliches ermessen gelegt wurden. ✓ Auch das Ablesen der Überlagerung der beiden Signale gestaltete sich einfach. Lediglich die Schwankungen des Frequenzgenerators könnten das Ergebnis etwas verfälscht haben, weshalb es vermutlich nur ~~im~~ im 1σ-Bereich mit dem Literaturwert übereinstimmt. ✓ Rel. Fehler...

Zu Versuch 3:

Der verhältnismäßig große Fehler resultiert vermutlich zum einen aus der Ableseunsicherheit, da der flimmernde Bildschirm es den Augen sehr erschwert die Positionen immer korrekt abzulesen, zum anderen tragen auch die großen Verwaschungen des Signals, welche durch die nicht idealen Bauteile (s.u.) des Senders und Empfängers zustande kommen, zu großen Unsicherheiten bei. So etwa reagieren diese bei Ein- und Ausschaltvorgängen nicht sofort, sondern haben eine An- und Abschwellphase, die sich sogar noch auf dem Bildschirm überlagern. Zusätzlich war es nicht einfach die Parallelität der Platten immer zu garantieren und auch die mögliche Reflektion durch äußere Einflüsse ist nicht zu vernachlässigen. ✓ Damit einher geht auch die mögliche Mehrfachreflektion zwischen den beiden Platten.

aber unrelevant für unser Signal wg. zeitl. Abstand...

Einstellfehler...

http://www.sengpielaudio.com/Rechner-luftdruck.htm

Allg: mehr: Beste Methode? Effizienz?