

Universität Freiburg
Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum nach dem Sommersemester 2023

Versuch 22 Kreisel



28. September 2023

Datum der Durchführung: 26. September 2023

Assistent:



Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	1
2 Versuchsaufbau	1
3 Versuchsdurchführung	1
4 Auswertung und Fehleranalyse	2
4.1 Generelle Fehler	2
4.2 Abhängigkeit Präzessionsfrequenz ω_P von x	3
4.3 Abhängigkeit Präzessionsfrequenz ω_P von Kreisfrequenz ω	5
4.4 Überprüfung des theoretischen Zusammenhangs	6
4.4.1 Bestimmung des Schwerpunktes des Kreisels	6
4.4.2 Bestimmung des Verhältnisses I/m	7
5 Diskussion	7
5.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse	7
5.2 Vergleich mit dem Literaturwert	8
5.3 Fehlerquellen und Verbesserungsvorschläge	8
6 Anhang	9
6.1 Tabellen	9
6.2 Diagramme	10
6.3 Bilder Versuchsaufbau	12
6.4 Laborheft	13
6.5 Verzeichnisse	16

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wird die Präzessionsfrequenz ω_P eines Kreisels untersucht. Wir beschäftigen uns vor allem mit dem Zusammenhang von ω_P zu einer Position x des Kreisels, sowie mit dem Zusammenhang zur Kreiselfrequenz ω . Zuletzt wollen wir die Position des Masseschwerpunktes x_s des Kreisels, sowie einen Zusammenhang zwischen dem Trägheitsmoment I und der Kreiselmasse m bestimmen.

2 Versuchsaufbau

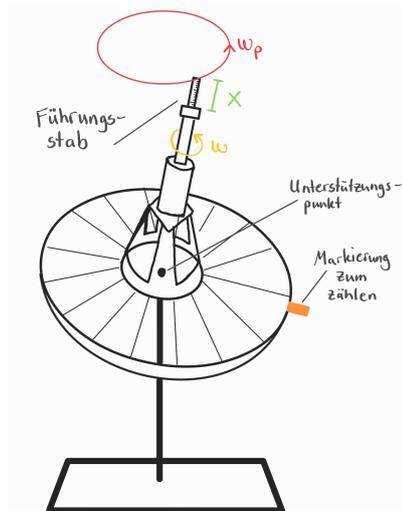


Abbildung 1: Versuchsaufbau symmetrischer Kreisel

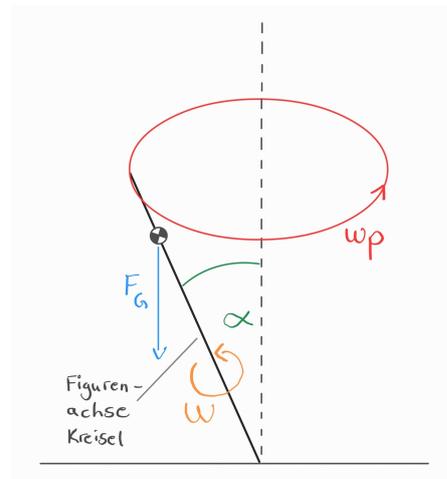


Abbildung 2: Skizze Präzessionsbewegung Kreisel

Wir verwenden einen schweren, symmetrischen Kreisel (Abb. 7) der auf einer Halterung (Abb. 6) gelagert ist. Der Versuchsaufbau ist in Abb. 1 zu sehen. Der Kreisel kann um einen Winkel α gekippt werden und so eine Präzessionsbewegung erzeugt werden (siehe Abb. 2). Am Führungsstab kann die Position x eingestellt werden (Abb. 8). Diesen x -Wert lesen wir an einer Skala ab, welche in 0,5 cm-Schritten skaliert ist. Wir befestigen an der Seite des Kreisels eine Markierung, welche uns bei der Zählung der Perioden einen Anhaltspunkt zum zählen gibt. Wir bestimmen mit zwei digitalen Stoppuhren die Messzeiten.

3 Versuchsdurchführung

Für den ersten Teil des Versuchs, stellen wir $n = 11$ verschiedene x -Abstände ein. Anschließend wird der Kreisel angedreht und gekippt. Mit einer Stoppuhr messen wir für $\eta = 5$ Perioden die Zeit t_ω . Wir versuchen dabei den Kreisel immer möglichst gleich anzudrehen, so dass unser ω konstant ist. Mit der zweiten Stoppuhr, messen wir die Zeit t_{ω_P} für $\eta = 1$ Periode einer Präzessionsbewegung.

Im zweiten Teil wählen wir $x = 8 \text{ cm} = \text{const.}$ Wir verändern nun die Kreiselfrequenz ω und messen über einen möglichst großen Bereich die Zeiten t_ω für $\eta = 1$ Präzessionsbewegung. Die Kreisfrequenz ermitteln wir aus Messungen von t_ω für $\eta = 5$ Perioden des Kreisels.

Im letzten Teil des Versuches führen wir weitere Messungen durch. Diesesmal variieren wir parallel sowohl die eingestellte Positionen x als auch die Zeit t_ω für $\eta = 5$ Perioden. Wir messen t_ω für $\eta = 5$ und t_{ω_P} für $\eta = 1$ mit den Stoppuhren.

4 Auswertung und Fehleranalyse

Der Abstand des Massemittelpunktes zum Auflagepunkt kann durch eine Verstellung des x -Wertes am Führungsstab verändert werden. Wir definieren uns den Vektor \vec{r}_s . Dieser beschreibt den Vektor zwischen Auflagepunkt des Kreisels zum Schwerpunkt x_s . Es gilt somit $r_s = x_s - x$. Eine Präzessionsbewegung kommt dadurch zustande, dass die Figurenachse gegenüber der Vertikalen geneigt ist. Dann wirkt auf den Kreisel die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$. Dadurch wirkt ein Drehimpuls M und sorgt wegen

$$M = \frac{dL}{dt} = \vec{r}_s \times \vec{F}_G \quad (1)$$

für eine Änderung des Drehimpuls L . Es gilt $r_s \perp F_G$. Deshalb erfolgt nur eine Änderung der Richtung und nicht des Betrages, wenn sich der Drehimpuls ändert. Als Folge entsteht eine Präzessionsbewegung. Die Frequenz der Präzession wird in [Tip] hergeleitet und berechnet sich wie folgt

$$\omega_P = \frac{r_s m g}{I \omega} \quad (2)$$

wobei ω die Kreisfrequenz, I das Trägheitsmoment und m die Masse des Kreisels ist.

4.1 Generelle Fehler

Bei unseren Messungen treten an einigen Stellen Messunsicherheiten auf. Die unterschiedlichen Fehler bei der Bestimmung verschiedener Größen sind in Tabelle 1 aufgelistet. Die Formeln zur Berechnung von dreiecks- und rechtecksverteilten Unsicherheiten haben wir [Datenana] entnommen.

Tabelle 1: Allgemeine Fehler der Messungen

Messgröße	Messinstrument	Art des Fehlers
Position x	Skala auf Achse	Statistischer Fehler
Periodenanzahl η_{ω_P}	Augenmaß	Statistischer Fehler
Periodenanzahl η_{ω}	Augenmaß	Statistischer Fehler
Zeit t	Stoppuhr	Systematischer Fehler
Zeit t	Stoppuhr	Statistischer Fehler
festgelegtes Intervall	Wahrscheinlichkeitsverteilung	Unsicherheit
$2a = 0,2 \text{ cm}$	Dreiecksverteilt	$\Delta x = 0,04 \text{ cm}$
$2a = 10^\circ$	Dreiecksverteilt	$\Delta \eta_{\omega_P} = 2,0^\circ = 0,04 \text{ rad}$
$2a = 30^\circ$	Dreiecksverteilt	$\Delta \eta_{\omega} = 6,1^\circ = 0,10 \text{ rad}$
$2a = 0,01 \text{ s}$	Rechtecksverteilt	$\Delta t_{sys} = 0,003 \text{ s}$
$2a = 0,4 \text{ s}$	Dreiecksverteilt	$\Delta t_{stat} = 0,08 \text{ s}$

Wie man in der Tabelle sieht, ist der systematische Fehler der Zeitmessung durch die Anzeige der digitalen Messuhr gegenüber dem statistischen Fehler durch die menschliche Reaktionszeit vernachlässigbar gering, sodass wir diesen bei unseren Fehlerrechnung ignorieren werden.

Im Folgenden wird ω als Kreisfrequenz und ω_P als Präzisionsfrequenz verwendet. Als t_{ω} werden Messzeiten bezeichnet, die zur Berechnung von ω erfasst werden, als t_{ω_P} Messzeiten, die zur Berechnung von ω_P erfasst werden.

4.2 Abhängigkeit Präzessionsfrequenz ω_P von x

Im ersten Experiment überprüfen wir die Abhängigkeit der Präzessionsfrequenz ω_P von der eingestellten Position x auf dem Führungsstab. Hierzu machen wir eine Messreihe bei $n = 11$ verschiedenen Positionen zwischen $x = 0 \text{ cm}$ und $x = 10 \text{ cm}$. Gemessen wird jeweils die Zeit t_{ω} für $\eta = 5$ Perioden und t_{ω_P} für $\eta = 1$.

Aus t_{ω} lässt sich ω mit dem Zusammenhang

$$\omega = \frac{2\pi}{t_{\omega}} \cdot \eta \quad (3)$$

bestimmen. Analog kann aus t_{ω_P} die Kreisfrequenz der Präzission ω_P berechnet werden.

Der zugehörige Fehler der Winkelgeschwindigkeiten berechnet sich mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung als

$$\Delta\omega = 2\pi \cdot \sqrt{\left(-\frac{\eta}{t_\omega^2} \cdot \Delta t_\omega\right)^2 + \left(\frac{1}{t_\omega} \cdot \Delta\eta_\omega\right)^2} \quad (4)$$

Wir berechnen beispielhaft für $x = 1,0$ cm die Fehlerbeiträge durch die Unsicherheiten $\Delta\eta_\omega$ und Δt_ω in der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung für ω in Gleichung (4).

$$\begin{aligned} \left(-\frac{\eta}{t_\omega^2} \cdot \Delta t_\omega\right) &= 0,08 \text{ s}^{-1} \\ \left(\frac{1}{t_\omega} \cdot \Delta\eta_\omega\right) &= 0,04 \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (5)$$

Man erkennt, dass der Beitrag des Fehlers von der Zeitmessung größer ist als der Fehler bei der Zählung der Perioden.

Identisch berechnen wir für $x = 1,0$ cm die Fehlerbeiträge durch die Unsicherheiten $\Delta\eta_{\omega_P}$ und Δt_{ω_P} in der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung für ω_P

$$\begin{aligned} \left(-\frac{\eta}{t_\omega^2} \cdot \Delta t_\omega\right) &= 0,001 \text{ s}^{-1} \\ \left(\frac{1}{t_\omega} \cdot \Delta\eta_\omega\right) &= 0,006 \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (6)$$

Bei der Präzisionsfrequenz resultiert die Unsicherheit $\Delta\omega_P$ somit vorrangig aus dem Fehler bei der Bestimmung der Periodenanzahl η .

Die Messergebnisse t_ω und t_{ω_P} der Messreihe sowie die jeweiligen errechneten Kreisfrequenzen ω und ω_P sind mit ihren Fehlern in Tabelle 2 eingetragen. Da wir den Zusammenhang zwischen ω_P und x erkennen wollen, haben wir versucht, die Kreisfrequenz ω für alle x konstant zu wählen. In Tabelle 2 ist zu erkennen, dass bei unserer Messung die Kreisfrequenz um $\pm 1,5 \text{ s}^{-1}$ um den Wert $\omega = 13,5 \text{ s}^{-1}$ schwankt. Wir erachten dies im Rahmen dieser Messung als ausreichend.

Bei unserer Messung stellen wir bei $x = 4$ cm fest, dass keine Präzisionsbewegung zu erkennen ist. Außerdem ändert sich zwischen $x = 3$ cm und $x = 5$ cm die Richtung der Präzisionsbewegung, was sich als Vorzeichenwechsel von t_{ω_P} in Tabelle 2 widerspiegelt. Wie später noch genauer ausgeführt liegt dies daran, dass bei dieser Einstellung der Kreisel Schwerpunkt in etwa mit dem Unterstützungspunkt übereinstimmt.

Wir tragen unsere Messwerte von ω_P gegen x in ein Diagramm ein (Abb. 3). Wir fügen in das Diagramm zusätzlich einen Fit 1. Ordnung ein. Die Fehler aller Messwerte berühren unsere Ausgleichsgerade. Wir können daher von einem linearen Zusammenhang zwischen ω_P und x ausgehen.

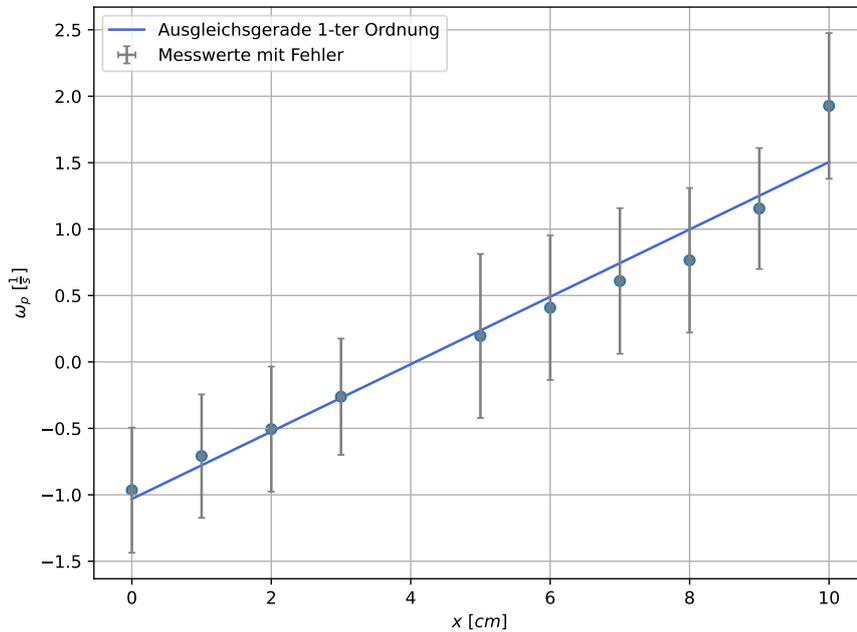


Abbildung 3: Zusammenhang zwischen der Position x und der Präzessionsfrequenz ω_P mit Fehlerbalken

Die festgestellte Proportionalität $\omega_P \propto x$ wird aufgrund von

$$\omega_P = \frac{r_s mg}{I\omega} = \frac{(x_s - x)mg}{I\omega} \quad (7)$$

erwartet, da bei unseren Messungen alle Größen außer ω_P und x konstant sind.

4.3 Abhängigkeit Präzessionsfrequenz ω_P von Kreisfrequenz ω

Als Nächstes untersuchen wir, wie die Präzessionsfrequenz ω_P von der Kreisfrequenz ω abhängt. Dazu stellen wir den x -Wert konstant auf $(8,00 \pm 0,04)$ cm ein und messen t_{ω_P} für $\eta = 1$, sowie t_ω für $\eta = 5$ Perioden (Tabelle 3). Mit Gleichung (3) lässt sich aus der Periodendauer $T_{\omega_P} = \frac{t_{\omega_P}}{\eta}$ die Präzessionsfrequenz ω_P bestimmen. Unsere Unsicherheit berechnen wir mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung aus Gleichung (4) und tragen die Werte ebenfalls in Tabelle 3 ein.

Die Kreisfrequenz ω berechnet sich ebenfalls mit Gleichung (3) und der Fehler mit Gleichung (4).

In Abb. 4 tragen wir die Präzessionsfrequenz ω_P gegen den Kehrwert der Kreisfrequenz $\frac{1}{\omega}$ auf. Durch eine lineare Regression bestimmen wir die Geradengleichung der Ausgleichsgerade

$$\omega_P = a \cdot \frac{1}{\omega} + c \quad (8)$$

wobei $a = (7,52 \pm 0,06) \frac{1}{s^2}$ und $c = (0,48 \pm 0,09) \frac{1}{s}$ ist. Wir erkennen einen linearen Zusammenhang in Abb. 4. Daraus schließen wir, dass der Kehrwert der Kreisfrequenz proportional zur Präzessionsfrequenz ist.

$$\frac{1}{\omega} \propto \omega_P \quad (9)$$

4.4 Überprüfung des theoretischen Zusammenhangs

Wie durch die Umformung von Gleichung (2)

$$x = x_s - \frac{I}{mg} \cdot \omega_P \cdot \omega \quad (10)$$

zu erkennen ist, erwarten wir einen linearen Zusammenhang zwischen x und $\omega_P \cdot \omega$.

4.4.1 Bestimmung des Schwerpunktes des Kreisels

Wenn der Kreiselschwerpunkt mit dem Unterstützungspunkt übereinstimmt, ist $r_s^* = 0$ und es findet keine Präzessionsbewegung statt. Wie in Tabelle 2 zu sehen ist, ist bei $x = 4$ cm keine Präzession zu erkennen. Daraus folgern wir, dass der Schwerpunkt in der Nähe von $x = 4$ cm liegen muss. Diesen Schwerpunkt bestimmen wir nun rechnerisch. Wir berechnen $\omega_P \cdot \omega$ und tragen die Auslenkung x gegen diesen Wert auf. Der Fehler berechnet sich mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung als

$$\begin{aligned} \Delta(\omega_P \cdot \omega) &= \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_P \cdot \omega}{\partial \omega_P} \cdot \Delta \omega_P\right)^2 + \left(\frac{\partial \omega_P \cdot \omega}{\partial \omega} \cdot \Delta \omega\right)^2} \\ &= \sqrt{(\omega \cdot \Delta \omega_P)^2 + (\omega_P \cdot \Delta \omega)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

Anhand Abb. 5 erkennen wir einen linearen Zusammenhang zwischen der Position x und dem Produkt aus Kreiselfrequenz und Präzessionsfrequenz. Unsere Ausgleichsgerade ist analog zu

$$x = a \cdot (\omega \omega_P) + c \quad (12)$$

wobei $a = (1,4 \pm 0,3) \text{ cm s}^2$ und $c = (4,6 \pm 0,3) \text{ cm}$. Wenn der Kreisel im Schwerpunkt ist gilt

$$\omega_P \stackrel{!}{=} 0 \text{ s}^{-1} = c \quad (13)$$

Wir betrachten deshalb den y-Achsenabschnitt der Gerade und bestimmen so unseren Schwerpunkt auf $x_s = (4,6 \pm 0,3) \text{ cm}$. Unser relativer Fehler beträgt

$$\frac{\Delta x_s}{x_s} = 6,5 \% \quad (14)$$

4.4.2 Bestimmung des Verhältnisses I/m

Aus Gleichung (10) und Gleichung (12) ergibt sich der Zusammenhang

$$\begin{aligned} a &= -\frac{I}{mg} \\ \Leftrightarrow \frac{I}{m} &= -a \cdot g \end{aligned} \quad (15)$$

Wobei I das Trägheitsmoment, und m die Kreiselmasse ist. Für die Erdbeschleunigung verwenden wir den Literaturwert $g = 9,81 \text{ m s}^{-1}$ aus [g].

Wir vernachlässigen den Fehler von g , da er sehr gering gegenüber der anderen Fehler ist.

Deshalb setzt sich der Fehler $\Delta I/m$ aus dem Einfluss von Δa zusammen als

$$\begin{aligned} \Delta \frac{I}{m} &= \frac{\partial I/m}{\partial a} \cdot \Delta a = g \cdot \Delta a \\ \Rightarrow \frac{I}{m} &= (0,0392 \pm 0,0003) \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (16)$$

Diese Größe ist also mit einem Relativen Fehler von

$$\frac{\Delta \frac{I}{m}}{\frac{I}{m}} = 0,75 \% \quad (17)$$

behaftet.

5 Diskussion

5.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Mit unseren Versuchen konnten wir sowohl den Zusammenhang $x \propto \omega_P$, als auch den Zusammenhang $\frac{1}{\omega} \propto \omega_P$ bestätigen.

Wir haben rechnerisch den Schwerpunkt des Kreisels an der Position

$$x = (4,6 \pm 0,3) \text{ cm} \quad (18)$$

bestimmt. Der relative Fehler beträgt

$$\Delta \frac{x_s}{x_s} = 6,5 \% . \quad (19)$$

Als Verhältnis zwischen Trägheitsmoment I und Masse m des Kreisels haben wir

$$\frac{I}{m} = (0,0392 \pm 0,0003) \text{ m}^2$$

mithilfe von Abb. 5 bestimmt. Der Relative Fehler beträgt

$$\frac{\Delta \frac{I}{m}}{\frac{I}{m}} = 0,75 \%$$

5.2 Vergleich mit dem Literaturwert

In Abschnitt 4.2 haben wir den Schwerpunkt experimentell bei

$$x_{s, \text{ beobachtet}} = (4,00 \pm 0,04) \text{ cm}$$

beobachtet. Vergleicht man unseren errechneten Wert $x = (4,6 \pm 0,3) \text{ cm}$ (Gleichung (18)) mit dem experimentell bestimmten erkennt man, dass unser gemessener Wert nicht signifikant vom berechneten Wert abweicht, was die Genauigkeit unserer Messungen bestätigt.

5.3 Fehlerquellen und Verbesserungsvorschläge

Um genauere Messergebnisse zu erzielen, könnte man die Anzahl der Messungen erhöhen. Bei mehr Messwerten würden die Ausgleichsgeraden exakter werden. Dies würde die Berechnungen in Gleichung (12) und Gleichung (15) verbessern.

An verschiedenen Stellen hat die Unsicherheit bei der optischen Periodenbestimmung großen Einfluss auf die Fehler unserer berechneten Werten. Man könnte diesen Messfehler durch das Verwenden von höheren Periodenanzahlen η verbessern. Je mehr Perioden gezählt werden desto geringer fällt der Ablesefehler ins Gewicht.

Eine weitere große Fehlerquelle entsteht durch die menschliche Reaktionszeit beim stoppen der Zeit mit den Messuhren. Durch die elektronische Erfassung eines festen Punktes auf dem Kreisel bei jedem Durchlauf, könnte die Zeit- und auch Periodenzahlmessung deutlich genauer werden.

Für den ersten Versuchsteil in Abschnitt 4.2, ist eine konstante Kreiselfrequenz ω sinnvoll. In Tabelle 2 sehen wir, dass uns das Andrehen des Kreisels mit identischer Geschwindigkeit nicht im vollen Umfang gelungen ist. Ein verbesserter Aufbau wäre, wenn man den Kreisel durch einen Motor mit konstanter Kreiselfrequenz ω antreibt. Dies würde zu einer Verringerung des Fehlers führen.

Wir vernachlässigen während dem gesamten Versuch Reibungseffekte. Durch Reibung, beispielsweise an der Aufhängung oder durch Luftwiderstand, wird der Kreisel abgebremst. Verbessert werden könnte dies beispielsweise durch eine Versuchsdurchführung in Vakuum werden. Dies ist allerdings schwieriger umsetzbar. Außerdem stufen wir den daraus resultierenden Fehler im Vergleich zu den Messfehlern bei der Zeit- und Periodenmessung als sehr gering ein.

6 Anhang

6.1 Tabellen

x [cm]	t_{ω_P} [s] ($\eta = 1$)	t_{ω} [s] ($\eta = 5$)	ω [$\frac{1}{s}$]	ω_P [$\frac{1}{s}$]
0	- 6,51±0,08	2,51±0,08	12,5 ± 0,5	- 0,97±0,04
1	- 8,87±0,08	2,53±0,08	12,4 ± 0,5	- 0,71±0,03
2	- 12,43±0,08	2,51±0,08	12,5 ± 0,5	- 0,51±0,02
3	- 24,01±0,08	2,62±0,08	12,0 ± 0,4	- 0,26±0,01
4		2,49±0,08	12,6 ± 0,4	
5	32,12±0,08	2,15±0,08	14,6 ± 0,6	0,20±0,01
6	15,40±0,08	2,31±0,08	13,6 ± 0,5	0,41±0,02
7	10,31±0,08	2,30±0,08	13,7 ± 0,6	0,61±0,03
8	8,21±0,08	2,31±0,08	13,6 ± 0,5	0,77±0,03
9	5,44±0,08	2,56±0,08	12,3 ± 0,5	1,15±0,05
10	3,26±0,08	2,30±0,08	13,7 ± 0,6	1,93±0,09

Tabelle 2: Messwerte t_{ω_P} und t_{ω} mit berechneten Kreisfrequenzen ω und ω_P bei verschiedenen Positionen x (alle Werte mit Fehlerangaben) (Für $x = 4$ cm war keine Präzessionsbewegung zu erkennen)

t_{ω_P} [s] ($\eta = 1$)	t_{ω} [s] ($\eta = 5$)	ω [$\frac{1}{s}$]	ω_P [$\frac{1}{s}$]
3,16±0,08	7,24±0,08	4,34±0,09	1,99±0,04
3,91±0,08	4,91±0,08	5,94±0,08	1,61±0,05
4,36±0,08	3,95±0,08	7,95±0,06	1,44±0,07
5,99±0,08	2,99±0,08	10,51±0,04	1,05±0,08
7,28±0,08	2,41±0,08	13,04±0,03	0,86±0,09
7,93±0,08	2,12±0,08	14,82±0,03	0,79±0,10
10,05±0,08	1,60±0,08	19,70±0,02	0,63±0,10
13,55±0,08	1,11±0,08	28,30±0,01	0,46±0,10
3,19±0,08	7,70±0,08	4,08±0,09	1,97±0,04
2,77±0,08	7,09±0,08	4,43±0,09	2,27±0,04
2,97±0,08	8,38±0,08	3,75±0,09	2,12±0,05
3,74±0,08	4,58±0,08	6,86±0,08	1,68±0,07
8,20±0,08	2,30±0,08	13,66±0,03	0,77±0,08
4,03±0,08	5,29±0,08	6,40±0,08	1,56±0,03

Tabelle 3: Werte bei konstantem Wert $x = 8$ cm, im unteren Teil zu sehen unsere Nachmessungen wie in Abschnitt 3 erwähnt

6.2 Diagramme

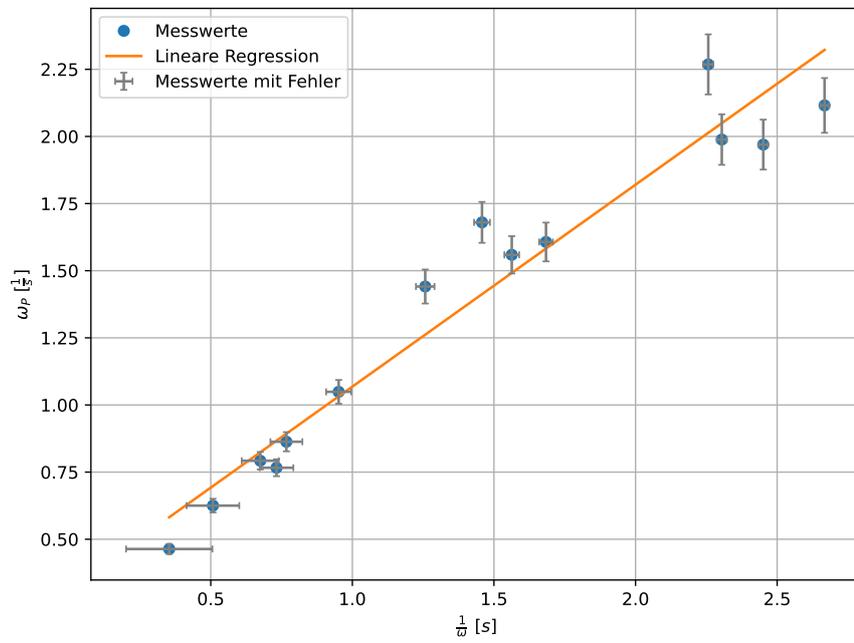


Abbildung 4: Kehrbuch der Kreisfrequenz $1/\omega$ in Abhängigkeit der Präzessionsfrequenz ω_P mit Fehlern und linearer Regression

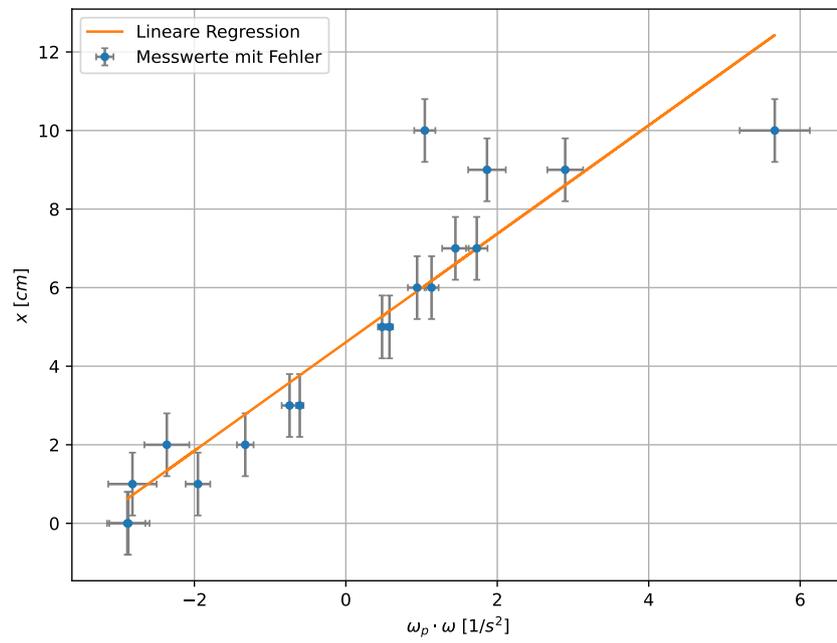


Abbildung 5: x in Abhängigkeit von $\omega \cdot \omega_P$ mit Fehlern und linearer Regression

6.3 Bilder Versuchsaufbau



Abbildung 6: Kerbe als Auflagepunkt des Kreisels



Abbildung 7: verwendeter Kreisel



Abbildung 8: Führungsstab mit Ablesteskala der x -Werte

6.4 Laborheft

26.03.2023

Versuch 22 - Kreisel

1) Abhängigkeit Präzessionsfrequenz ω_p von x

Messreihe $T_p(x)$, $\omega_p \approx \text{const.}$! Präzision ändert! Richtung

x [cm]	0	1	2	3	5	6	7	8	9	10	$\Delta = \text{vert.}$ $2 \sigma = 2 \Delta x$ $\Delta x = 0,4 \text{ cm}$
T_p [s]	6,5	8,8	12,4	24,1	32,2	15,4	10,3	8,2	5,4	3,2	$\Delta T_p = 0,2 \text{ s}$
$t (= 5T)$ [s]	2,5	2,5	2,5	2,6	2,1	2,3	2,3	2,3	2,5	2,3	$\Delta t = 0,2 \text{ s}$

$n = 5$
↑ Anzahl Perioden
Zeit für 5 Perioden (zum vergleichen ob ω ungefähr konst.)

$\Delta x = 0,4 \text{ cm}$
(Ablesung)

$\omega_p = \frac{2\pi}{T}$

bei $x = 4 \text{ cm}$ ist keine Präzision zu erkennen

Unsicherheit der Zeitmessung geschätzt auf ~~$\Delta T_p = 0,2 \text{ s}$~~
 ~~$\Delta t = 0,2 \text{ s}$~~

Abbildung 9: Laborheft Seite 1

Fehler:

x : Δ -verteilt mit $2a = 0,2 \text{ cm}$ (Ablesen)

n_p : $2a = 10^\circ$ Δ -vert.

T_p : systematischer Fehler Stoppuhr rechtecksvert. mit $2a = 0,01 \text{ s}$
 Statistischer Fehler Δ -verteilt mit $2a = 0,4 \text{ s}$

n : $2a = 30^\circ$ dreiecksverteilt (statistisch)

t : syst. Fehler rechtecksvert. mit $2a = 0,01 \text{ s}$
 stat. Fehler dreiecksverteilt $2a = 0,4 \text{ s}$

2) Abhängigkeit w_p von w

bei konstantem $x = 8 \text{ cm}$

T_p [s]	3,16	3,91	4,36	5,99	7,28	7,93	10,05	13,55
t [s]	7,24	4,91	3,95	2,99	2,41	4,24	3,19	2,22

für $n=5$

↑

! ab hier $n=10!$

Nachmessungen nach festgestellter Lücke im Diagramm

T_p [s]	3,19	2,77	2,97	3,74	8,2	4,03
t [s]	7,70	7,09	8,38	4,58	2,3	5,29

für $n=5$

Abbildung 10: Laborheft Seite 2

3) Überprüfen Abhängigkeit für $\omega_p = \omega_p(r, s, m, g, T, w)$

x [cm]	0	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6
T_p [s]	3,13	8,77	2,22	11,26	2,20	17,69	5,89	42,68	—	12,31	48,40	5,25
t [s]	4,39	3,12	6,31	3,59	7,59	3,36	9,02	3,04	—	6,20	2,83	7,93
für $n=5$	$n=5$	$n=10$	$n=5$	$n=10$	$n=5$	$n=10$	$n=5$	$n=10$	—	$n=5$	$n=10$	$n=5$
6	7	7	9	9	10	10						
23,72	3,82	15,02	2,53	10,73	4,49	5,24						
2,94	7,14	3,04	8,37	2,54	8,43	2,66						
($n=10$)	($n=5$)	($n=10$)	($n=5$)	($n=10$)	($n=5$)	($n=10$)						

\downarrow
 Richtungswechsel
 von Fräseisen

Radius \rightarrow ~~26,6~~ $r = 26,5$ cm Unsicherheit $\pm 2a = 2$ mm Dreiecksverteilung

86.09.2023
 VT XXXXXXXXXX

Abbildung 11: Laborheft Seite 3

6.5 Verzeichnisse

Tabellenverzeichnis

1	Allgemeine Fehler der Messungen	3
2	Messwerte t_{ω_P} , t_ω , ω und ω_P mit Fehlerangaben bei versch. x	9
3	Messwerte t_{ω_P} , t_ω , ω und ω_P mit Fehlerangaben bei konstantem x	9

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	1
2	Präzisionsbewegung	1
3	ω_P - x Diagramm	5
4	$1/\omega$ in Abhängigkeit von ω_P	10
5	x in Abhängigkeit von $\omega \cdot \omega_P$	11
6	Kerbe	12
7	Kreisel	12
8	Führungsstab	12
9	Laborheft Seite 1	13
10	Laborheft Seite 2	14
11	Laborheft Seite 3	15

Literatur

[Datenana] *Datenanalyse A*. https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file3207816_downloadclient_id=unifreiburg. 2023.

[g] *Gravitation*. www.ptb.de. 2023.

[Tip] *Tipler*. "<https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-642-54166-7.pdf?pdf=button>". 2008.