

Universität Freiburg

Kleines Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester 2022

Versuch 22

Kreisel

████████████████████
(Gruppe ██████████)

27. September 2022

Datum der Durchführung: 26. September 2022

Assistent: ██████████

braucht ihr im AP nicht ;)

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Ziel des Versuchs | 2 |
| 2 Versuch | 2 |
| 2.1 Aufbau | 2 |
| 2.2 Durchführung | 2 |
| 3 Auswertung und Fehleranalyse | 3 |
| 3.1 Zusammenhang x und ω_p und Bestimmung x_s | 3 |
| 3.2 Zusammenhang ω und ω_p | 5 |
| 3.3 Zusammenhang $\omega\omega_p$ und x | 8 |
| 4 Diskussion der Ergebnisse | 10 |
| 4.1 Verbesserungsmöglichkeiten Messung | 10 |
| 4.2 Zusammenhang ω und ω_p | 11 |
| A Abbildungsverzeichnis | 12 |
| B Tabellenverzeichnis | 12 |
| C Literaturverzeichnis | 12 |
| D Foto Versuchsaufbau | 13 |
| E Laborbucheintrag | 14 |

1 Ziel des Versuchs

Bei einem symmetrischen Kreisel werden die Zusammenhänge von Distanz des Auflagepunkts zum Masseschwerpunkt, Frequenz der Rotation des Kreisels um seine Figurenaxe und seine Präzessionsfrequenz untersucht. Hierbei werden Präzessionsfrequenzen für verschiedene Abstände und sowie für verschiedene Rotationsfrequenzen betrachtet. ✓

2 Versuch

2.1 Aufbau

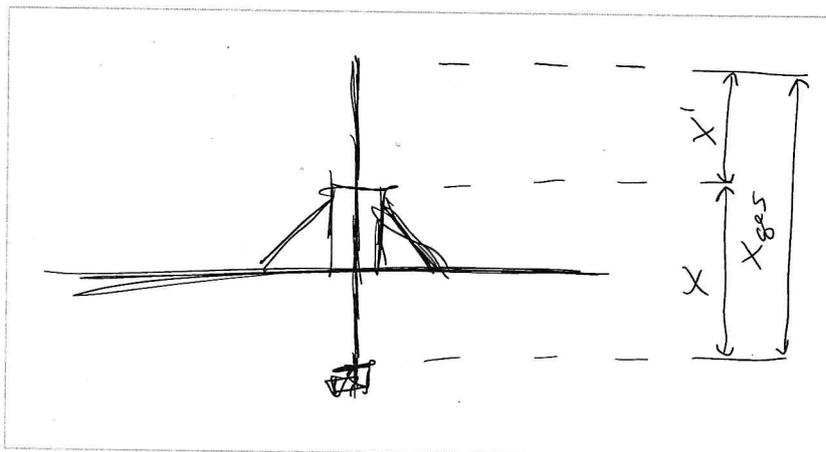


Abbildung 1: Skizze Versuchsaufbau und Definition der Variablen .

Ein symmetrischer Kreisel, dessen Figurenaxe an einem Auflagepunkt gekippt werden kann, lässt sich von Hand mit einer Winkelgeschwindigkeit ω andrehen und rotiert dann um seine Figurenaxe (Abb. 6). Durch eine Stellschraube, die sich in einer Distanz x vom Auflagepunkt befindet (Abb. 1), kann die Distanz von Masseschwerpunkt des Kreisels zum Auflagepunkt verändert werden. Die Länge x_{ges} der Achse, auf der der Kreisel verstellbar werden kann, beträgt 25 cm. Dies wird mit einem Maßband gemessen, was zu einer Ungenauigkeit $\Delta x_{ges} = 0.1$ cm führt.

2.2 Durchführung

Da x' genauer zu bestimmen ist als x , wurde die Distanz x' mit dem Maßband gemessen, wobei $x = x_{ges} - x'$ (Abb. 1) gilt. Die Ungenauigkeit $\Delta x'$ wird als 0.5 mm angenommen. Zunächst werden für neun verschiedene Distanzen x'_i im Bereich von 1 cm bis 9 cm jeweils mehrfach die Periodendauer $T(n = 10)$ für 10 Rotationen um die Figurenaxe und die zugehörige Präzessionsperiodendauer T_p mit einer Stoppuhr gemessen. Um einen Zusammenhang von x und Präzessionswinkelgeschwindigkeit ω_p untersuchen zu können, wird versucht für jeden Wert x' ein T_p bei einem konstanten Wert $T(n = 10) \approx 5.6$ s zu ermitteln. Bei jeder Messung von $T(n = 10)$ wird eine Ungenauigkeit von $\Delta T(n = 10) = 0.5$ s und somit $\Delta T = 0.05$ s angenommen. Da die Präzessionsfrequenz für einige Distanzen x' sehr klein wird, wird bei einigen Messungen $T_p(n = 2)$ und bei einigen Messungen $T_p(n = \frac{1}{2})$ gemessen, wobei pro Messung eine Ungenauigkeit von $\Delta T(n) = 0.5$ s angenommen wird. Damit das Verhältnis von Winkelgeschwindigkeit des Kreisels ω und seiner Präzessionswinkelgeschwindigkeit ω_p

hier reicht eine beschriftete Skizze

*ein wenig hilfreich formuliert
→ Tabelle*

betrachtet werden kann, werden für eine konstante Distanz $x' = 9$ cm zehn verschiedene T und zugehörige T_p gemessen.

3 Auswertung und Fehleranalyse

Im Folgenden werden die Zusammenhänge der Länge x und der Winkelgeschwindigkeiten ω und ω_p untersucht. Damit werden die Zusammenhänge aus der in der Theorie hergeleiteten Gleichung

$$\omega_p = \frac{mgr_s}{I\omega} \tag{1}$$

überprüft (s. Versuchsanleitung), wobei $r_s = x - x_s$ der Abstand vom Auflagepunkt des Kreisels zu dessen Schwerpunkt ist, m die Masse und I das Trägheitsmoment des Kreisels und $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ [1] die Erdbeschleunigung sind. Die Richtung der Winkelgeschwindigkeit ω_p zu den Werten $x' = 1$ cm bis 3 cm ist dieselbe wie die der Winkelgeschwindigkeit ω , für die Werte $x' = 5$ cm bis 9 cm sind diese entgegengesetzt. Deshalb werden die Werte der Präzessionsperiodendauer für die Werte $x' = 5$ cm bis 9 cm im Folgenden als negativ betrachtet. Bei $x' = 4$ cm war keine Präzession zu beobachten. Ob es keine gab, lässt sich dadurch allerdings nicht mit Sicherheit sagen, da eine sehr langsame Präzessionsfrequenz in der betrachteten Zeitspanne eventuell nicht sichtbar gewesen wäre. Aus diesem Grund konnte keine Periodendauer und folgend auch keine Winkelgeschwindigkeit bestimmt werden und dementsprechend werden diese Werte im Folgenden außenvorgelassen. Da dies zu beobachten ist, wenn Auflagepunkt und Schwerpunkt zusammenfallen wird vermutet, dass die Auswertung $x_s \approx x_{ges} - 0.04$ m = 0.21 m ergeben sollte.

unsicherheit?

(v)

3.1 Zusammenhang x und ω_p und Bestimmung x_s

Als Erstes wird der Zusammenhang zwischen der Länge x und der Präzessionswinkelgeschwindigkeit ω_p untersucht. Dazu werden diese aus den gemessenen Daten x' und T_p (s. Anhang E) wie in Gleichung (2) und Gleichung (3) berechnet. Da die Werte x' und x_{ges} mit Sicherheit im jeweiligen Unsicherheitsintervall liegen und angenommen werden kann, dass die Wahrscheinlichkeit ihrer Bestwerte maximal ist und zu den Intervallsgrenzen hin abnimmt, werden deren Unsicherheiten mit der Dreiecksverteilung betrachtet. Also $\Delta x' = \frac{0.5}{\sqrt{6}}$ mm und $\Delta x_{ges} = \frac{1}{\sqrt{6}}$ mm. Die Unsicherheiten werden mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet, die Werte sind in Tabelle 1 zu finden.

= ...

$$\hat{x} = \hat{x}_{ges} - \hat{x}'$$

$$\Delta x = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial x'} \Delta x'\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial x_{ges}} \Delta x_{ges}\right)^2} = \sqrt{(-\Delta x')^2 + \Delta x_{ges}^2} \tag{2}$$

~~= ...~~

$$\hat{\omega}_p = \frac{2\pi}{\hat{T}_p}$$

$$\Delta \omega_p = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_p}{\partial T_p} \Delta T_p\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{T_p^2} \Delta T_p\right)^2} \tag{3}$$

c ...

Tabelle 1: Werte für x und ω_p , sowie deren relative Unsicherheiten

| x' cm | x [m] → cm | $ \frac{\Delta x}{x} $ [%] | ω_p [$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$] | $ \frac{\Delta \omega_p}{\omega_p} $ [%] |
|------------|-----------------|----------------------------|--|--|
| 9 | 0.1600(6) | 0.38 | -1.09(5) | 5.00 |
| 8 | 0.1700(6) | 0.36 | -0.93(4) | 4.30 |
| 7 | 0.1800(6) | 0.34 | -0.75(3) | 3.44 |
| 6 | 0.1900(6) | 0.32 | -0.509(12) | 2.34 |
| 5 | 0.2000(6) | 0.31 | -0.235(3) | 1.08 |
| 3 | 0.2200(6) | 0.28 | 0.312(9) | 2.87 |
| 2 | 0.2300(6) | 0.27 | 0.534(13) | 2.45 |
| 1 | 0.2400(6) | 0.26 | 0.84(3) | 3.87 |

Plot hier zeigen

Die Werte ω_p werden auf x in ein Diagramm (s. Abb. 2) aufgetragen. Wie erwartet scheint der Zusammenhang linear zu sein. Mit linearer Regression werden die Steigung und der Achsenabschnitt für die Ausgleichsgerade $\omega_p = \hat{a} + \hat{b}x$ und das Konfidenzband wie im Dokument Datenanalyse Teil A (Ilias) aus der Einführung in Gleichung (4) berechnet.

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n \omega_{p,i} - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i \omega_{p,i}}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} = -5.14 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\hat{b} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i \omega_{p,i} - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n \omega_{p,i}}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} = 24.7 \frac{\text{rad}}{\text{sm}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\omega_{p,i} - (\hat{a} + \hat{b}x_i)]^2}{n-2}} \quad (4)$$

$$\Delta a = s \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}} = 0.16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Delta b = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n \sum_{i=1}^n x_i - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}} = 0.8 \frac{\text{rad}}{\text{sm}} \quad (\checkmark)$$

Zum Bestimmen von x_s betrachtet man nun $r_s = 0$, also derjenige Punkt an dem es keine Präzession gibt, und somit $\omega_p = 0$ gilt. Es gilt folglich $x = x_s$ und somit folgt:

$$0 = a + bx_s$$

$$\Rightarrow \hat{x}_s = -\frac{\hat{a}}{\hat{b}} \quad \text{und} \quad \Delta x_s = \sqrt{\left(\frac{\partial x_s}{\partial a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial x_s}{\partial b} \Delta b\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\hat{b}} \Delta a\right)^2 + \left(-\frac{a}{\hat{b}^2} \Delta b\right)^2}$$

Man erhält also:

$$x_s = (0.208 \pm 0.009) \text{ m}$$

Dies bestätigt unseren erwarteten Wert von 0.21 m. ✓

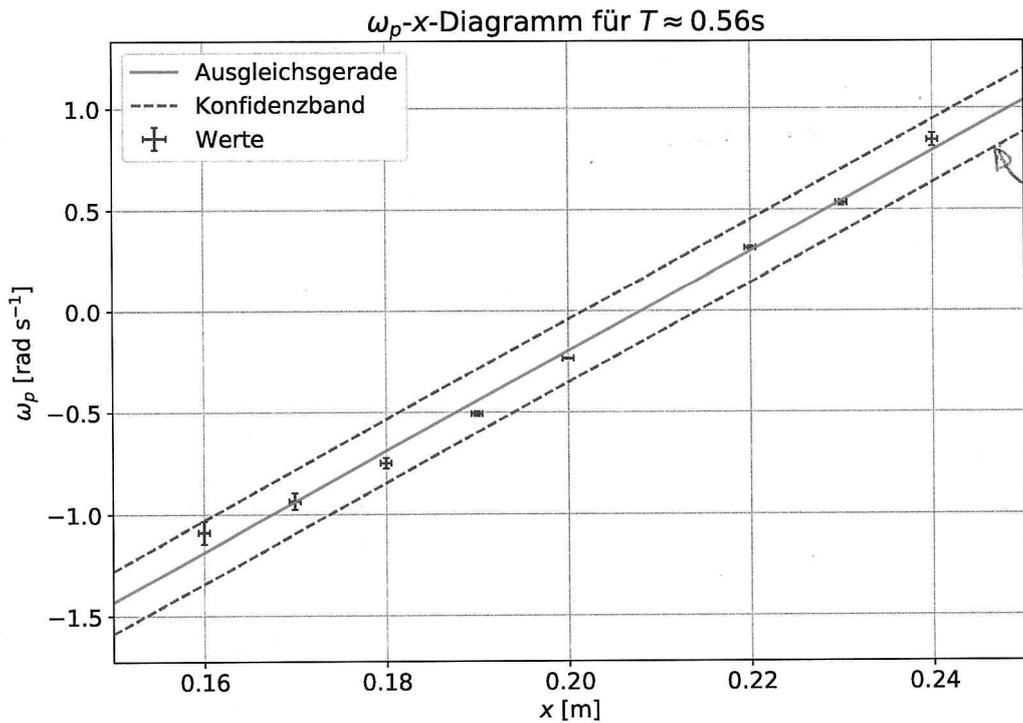


Abbildung 2: ω_p - x -Diagramm für $T \approx 0.56s$

3.2 Zusammenhang ω und ω_p

Nun wird der Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Präzessionswinkelschwindigkeit ω_p untersucht. Dazu wird $x' = 9 \text{ cm}$ fest gewählt und der Kreisel wird $n = 10$ mal verschieden stark angestoßen. Dabei wird ω durch

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{5}$$

berechnet. Analog wird auch ω_p bestimmt, hier wird die Zeit allerdings nur für zwei Umdrehungen gemessen. ω_p wird in diesem Abschnitt als positiv angenommen um die Auswertung zu vereinfachen. Die Unsicherheiten werden gewählt als $\Delta T_p = 0.25 \text{ s}$ und $\Delta T = 0.05 \text{ s}$, da pro Zeitmessung von einer Unsicherheit von 0.5 s ausgegangen wird. $\Delta\omega$ und $\Delta\omega_p$ lassen sich durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung bestimmen:

$$\Delta\omega = \sqrt{\left(\frac{\partial\omega}{\partial T}\Delta T\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{T^2}\right)^2} \tag{6}$$

$$\Delta\omega_p = \sqrt{\left(\frac{\partial\omega_p}{\partial T_p}\Delta T_p\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2\pi}{T_p^2}\right)^2} \tag{7}$$

Aus diesen Berechnungen ergeben sich die Werte, die in Tabelle 2 gelistet sind.

Die Werte für ω_p werden auf ω mit entsprechenden Fehlerbalken in einem Diagramm aufgetragen (Abb. 3). Hier kann kein linearer Zusammenhang erkannt werden. ✓

Tabelle 2: Werte für ω und ω_p , die entsprechenden Unsicherheiten sowie die realtiven Unsicherheiten

| $\omega [\frac{rad}{s}]$ | $ \frac{\Delta\omega}{\omega} [%]$ | $\omega_p [\frac{rad}{s}]$ | $ \frac{\Delta\omega_p}{\omega_p} [%]$ |
|--------------------------|-------------------------------------|----------------------------|---|
| 12.2(12) | 9.73 | 1.06(5) | 4.23 |
| 11.5(11) | 9.17 | 1.15(5) | 4.62 |
| 10.5(9) | 8.32 | 1.31(7) | 5.22 |
| 13.6(15) | 10.80 | 1.08(5) | 4.34 |
| 12.5(12) | 9.96 | 1.12(5) | 4.51 |
| 9.3(7) | 7.43 | 1.37(7) | 5.43 |
| 8.1(5) | 6.41 | 1.62(10) | 6.44 |
| 6.9(4) | 5.51 | 1.80(13) | 7.15 |
| 15.8(20) | 12.56 | 0.99(4) | 3.93 |
| 6.7(4) | 5.33 | 1.78(13) | 7.09 |

runden

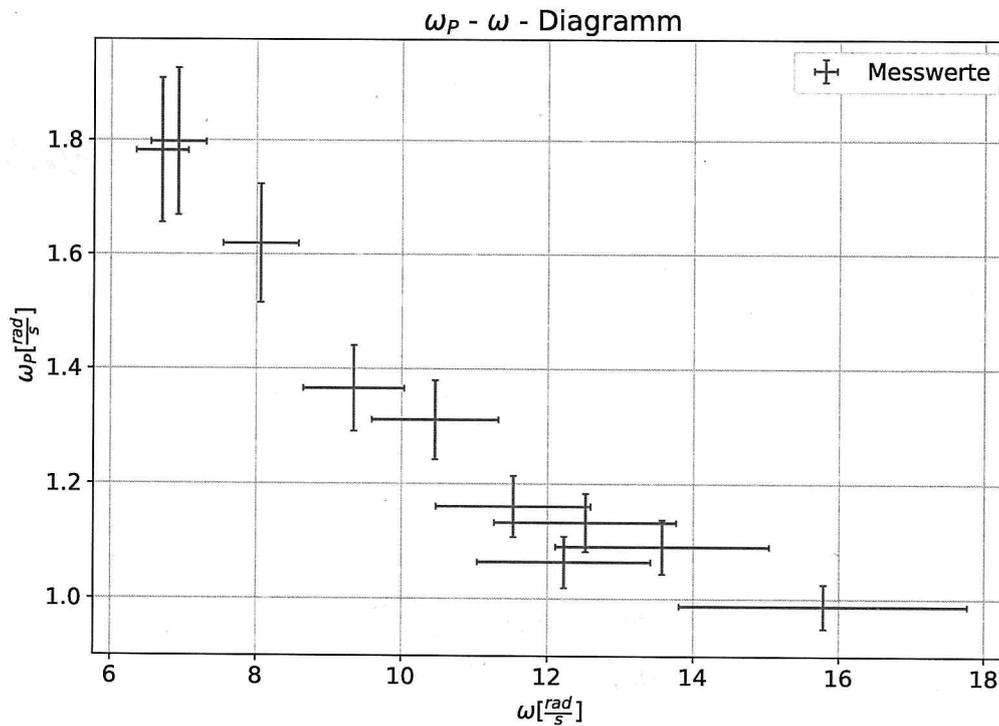


Abbildung 3: ω_p - ω -Diagramm für $x' = 9$ cm

In einem zweiten Diagramm (Abb. 4) wird deshalb ω_p auf $\frac{1}{\omega}$ aufgetragen, was einen linearen Zusammenhang ergibt. Über lineare Regression wird die Ausgleichsgerade $\omega_p = \hat{a} + \hat{b} \cdot \frac{1}{\omega}$ bestimmt mit

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_i}\right)^2 \sum_{i=1}^n \omega_{p,i} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_i}\right) \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega}\right) \omega_{p,i}}{n \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_i}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i}\right)^2} = 0.32 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad (8)$$

$$\hat{b} = \frac{n \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega}\right) \omega_{p,i} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_i}\right) \sum_{i=1}^n \omega_{p,i}}{n \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_i}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i}\right)^2} = 10.03 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}. \quad (9)$$

Die Fehlergeraden bestimmt man mithilfe folgenden Formeln:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left[\omega_{p,i} - \left(\hat{a} - \hat{b} \left(\frac{1}{\omega_i} \right) \right) \right]^2}{n-2}} = \dots$$

$$\Delta a = s \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_i}\right)^2}{n \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_i}\right) - \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i}\right)^2}} = 0.05 \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

$$\Delta b = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\omega_i}\right) - \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i}\right)^2}} = 0.49 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}. \quad \text{runden}$$

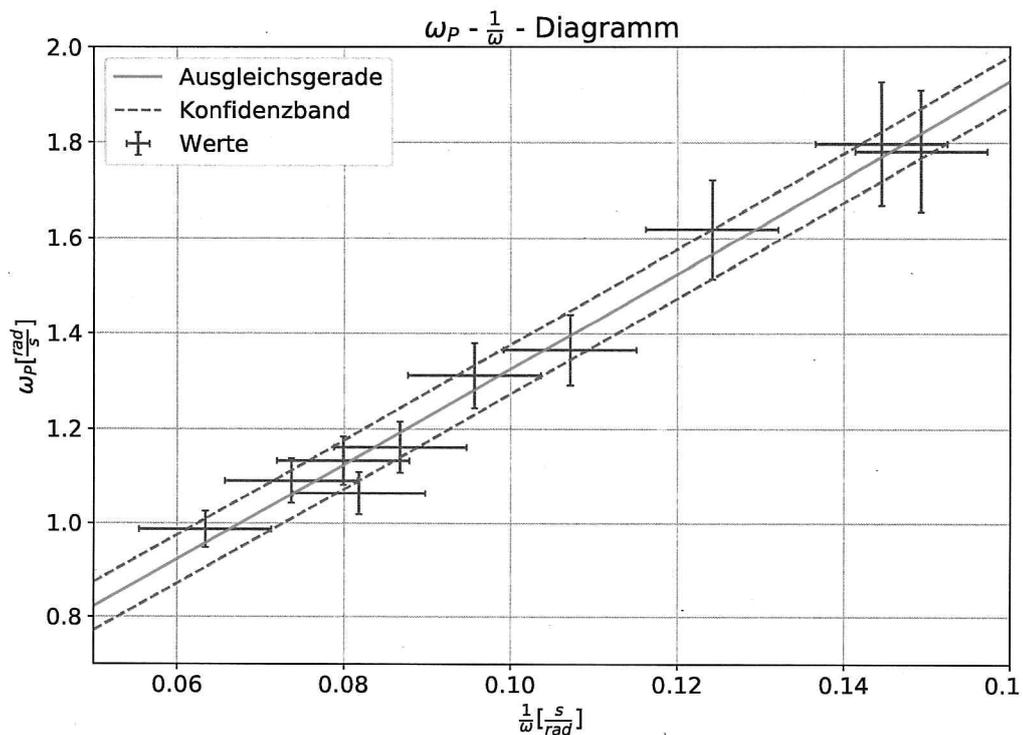
Trägt man nun alle vier Fehlergeraden in einem Diagramm auf erkennt man, dass die Geraden

$$\omega_{p,1} = \hat{b} \cdot \frac{1}{\omega_i} + \hat{a} + \Delta a,$$

$$\omega_{p,2} = \hat{b} \cdot \frac{1}{\omega_i} + \hat{a} - \Delta a$$

auch den Grenzen des Konfidenzbands entsprechen. Die berechneten Werte liegen bei Berücksichtigung ihrer Unsicherheiten alle im Konfidenzband (Abb. 4).

was ist mit der
unsicherheit auf b?



10.

Abbildung 4: $\omega_p - \frac{1}{\omega}$ -Diagramm für $x' = 9 \text{ m}$

3.3 Zusammenhang $\omega\omega_p$ und x

Für acht verschiedene Auflagepunkte wurden 23 verschiedene T und zugehörige T_p gemessen, sodass wir $\omega\omega_p$ berechnen können durch

$$\omega\omega_p = \frac{2\pi}{T} \frac{2\pi}{T_p} \quad (10)$$

Die Ungenauigkeit $\Delta\omega\omega_p$ ergibt sich über Gauß'sche Fehlerfortpflanzung durch

$$\Delta\omega\omega_p = \sqrt{\left(\frac{\partial\omega\omega_p}{\partial T} \Delta T\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega\omega_p}{\partial T_p} \Delta T_p\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2 T_p} \Delta\right)^2 + \left(\frac{4\pi^2}{T^2 T}\right)^2}$$

Die ermittelten Werte für $\omega\omega_p$, sowie die relativen Fehler sind in Tabelle 3 zu finden. Es ergeben sich relative Fehler zwischen 9 % und 13 %, was dadurch zu erklären ist, dass sowohl beim Messen von ω als auch beim Messen von ω_p Ungenauigkeiten durch langsame Reaktionszeit und Reibung bei der Rotation entstehen, die sich auf die Genauigkeit von $\omega\omega_p$ auswirken. ✓

Tabelle 3: Werte für x und ω_p , sowie deren relative Unsicherheiten

| | | | | | | | | |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| x [m] | 0.1600(6) | 0.1600(6) | 0.1600(6) | 0.1700(6) | 0.1700(6) | 0.1700(6) | 0.1700(6) | 0.1800(6) |
| $\omega\omega_p [(\frac{rad}{s})^2]$ | -13.3(15) | -13.7(13) | -15.3(18) | -11.3(10) | -11.1(12) | -9.7(9) | -10.5(10) | -8.5(8) |
| $ \frac{\Delta\omega\omega_p}{\omega\omega_p} $ [%] | 10.93 | 9.82 | 12.0 | 8.87 | 10.84 | 9.54 | 9.72 | 9.03 |
| x [m] | 0.1800(6) | 0.1800(6) | 0.1900(6) | 0.1900(6) | 0.1900(6) | 0.2000(6) | 0.2000(6) | 0.2000(6) |
| $\omega\omega_p [(\frac{rad}{s})^2]$ | -7.7(8) | -8.1(8) | -5.7(7) | -6.0(7) | -5.8(7) | -2.5(3) | -2.9(3) | -3.0(3) |
| $ \frac{\Delta\omega\omega_p}{\omega\omega_p} $ [%] | 9.88 | 10.46 | 12.28 | 12.33 | 12.19 | 9.66 | 9.13 | 9.2 |
| x [m] | 0.2200(6) | 0.2200(6) | 0.2200(6) | 0.2300(6) | 0.2300(6) | 0.2400(6) | 0.2400(6) | |
| $\omega\omega_p [(\frac{rad}{s})^2]$ | 4.3(4) | 3.7(4) | 3.4(3) | 5.8(6) | 5.9(6) | 9.5(11) | 8.8(10) | |
| $ \frac{\Delta\omega\omega_p}{\omega\omega_p} $ [%] | 9.61 | 9.69 | 9.13 | 9.7 | 9.82 | 11.2 | 10.96 | |

runden

(v)

In Abb. 5 werden die ermittelten Bestwerte für $\omega\omega_p$ mit ihren Ungenauigkeiten gegen x aufgetragen. Es ist ein linearer Zusammenhang erkennbar. Über lineare Regression wird eine Ausgleichsgerade mit Steigung \hat{b} und y-Achsenabschnitt \hat{a} bestimmt. Analog zu Gleichung (4) ergibt sich somit

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n \omega\omega_{p,i} - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i \omega\omega_{p,i}}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} = -59.98 \frac{rad^2}{s^2},$$

$$\hat{b} = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i) \omega\omega_{p,i} - \sum_{i=1}^n (x_i \sum_{i=1}^n \omega\omega_{p,i})}{n \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} = 288 \frac{rad^2}{s^2 m},$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\omega_i \omega_{p,i} - (\hat{a} - \hat{b} x_i)]^2}{n-2}},$$

$$\Delta a = s \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}} = 0.96 \frac{rad^2}{s^2},$$

$$\Delta b = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n \sum_{i=1}^n x_i - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}} = 5 \frac{rad^2}{s^2 m}.$$

runden

(v)

Dadurch ergibt sich ein Konfidenzband (s. Abb. 5), in dem nahezu alle ermittelten Wert für $\omega\omega_p$ liegen.

1-0.

Zur Bestimmung des Verhältnisses $\frac{I}{m}$ betrachtet man wieder Gleichung (1). Stellt man diese nach $\omega\omega_p$ um, so erkennt man, dass sich der proportionale Zusammenhang zu x auch in der theoretisch hergeleiteten Formel widerspiegelt. Daraus ergibt sich:

$$\omega\omega_p = \frac{mg}{I} \cdot (x - x_s)$$

$$\Rightarrow \hat{b} = \frac{mg}{I}$$

$$\Rightarrow \frac{g}{\hat{b}} = \frac{I}{m} = 0.0341 \frac{rad^2}{m^2}.$$

~~unsicherheit?~~
runden

Das Verhältniss von Trägheitsmoment und Masse berechnet sich also aus dem Bestwert der Steigung der Ausgleichsgeraden und der Erdbeschleunigung. Die Unsicherheit des Verhältnisses

berechnet sich über Gauß'sche Fehlerfortpflanzung wie folgt:

$$\Delta \frac{I}{m} = \sqrt{\left(\frac{\partial \frac{I}{m}}{\partial \hat{b}} \Delta b\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{g}{\hat{b}^2} \Delta b\right)^2} = 0.0006 \frac{\text{rad}^2}{\text{m}^2}.$$

Für das Verhältnis $\frac{I}{m}$ erhalten wir also

$$\frac{I}{m} = (0.0341 \pm 0.0006) \frac{\text{rad}^2}{\text{m}^2}. \quad \checkmark$$

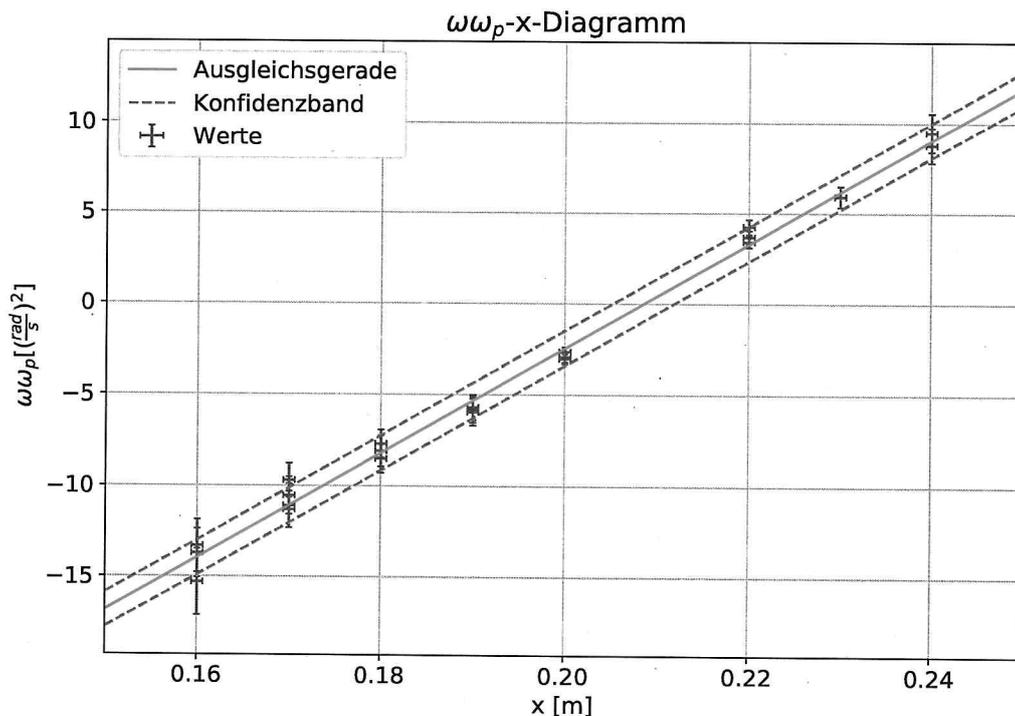


Abbildung 5: $\omega\omega_p$ -x-Diagramm

keine Ergebnisse dargestellt

4 Diskussion der Ergebnisse

Im Folgenden werden die Ergebnisse aus Abschnitt 3 diskutiert.

4.1 Verbesserungsmöglichkeiten Messung

Anhand der Diagramme, die sich aus den Messungen ergeben erkennt man, dass es bei der Messung einige zu berücksichtigende Unsicherheiten gibt. Dabei lassen sich statistische und systematische Unsicherheit unterscheiden. Bei eventuellen Unsicherheiten zur Berechnung von r_s handelt es sich um eine systematische Unsicherheit, da der Wert für x_{ges} über eine Einzelmessung gemessen wurde. Auch die Werte von x' wurden an den Makierungen des Stabes orientiert, welche mit dem Maßband überprüft wurden. Eine Abweichung würde hier

also immer in die gleiche Richtung zeigen. Bei den Unsicherheiten in der Zeitmessung handelt es sich dagegen um statistische Fehler, die aufgrund der Reaktionszeit zustande kommen können. Außerdem ist bei der Präzessionsbewegung zusätzlich oft noch eine Nutationsbewegung zu erkennen, die von der Stärke des Andrehens und des Schräglegens des Kreisels abhängt, was das Ablesen einer vollen Präzessionsumdrehung erschwert. Ein direkter mathematischer Zusammenhang zu ω oder x' lässt sich allerdings nicht erkennen. Ein weiterer Faktor, der berücksichtigt werden muss ist die Tatsache, dass der Kreisel sich nach einiger Zeit wieder aufrichtet, wodurch die Periodendauer der Präzession schwerer bestimmen lässt. Aufgrund all dieser Unsicherheiten lässt sich schließen, dass die systematische Unsicherheit von r_s im Vergleich zu den statistischen Unsicherheiten der Zeitmessung nicht mehr signifikant groß sind. Dies lässt sich auch an den relativen Unsicherheiten der berechneten Größen ablesen.

Um einige der Unsicherheiten zu minimieren könnte man die Messmethoden anpassen. Zum einen ließe sich die Messung der Zeit genauer durchführen, wenn man den Versuch filmen würde. Es wäre einfacher das Bild zu bestimmen bei dem der Kreisel eine Umdrehung bzw. eine Präzessionsumdrehung vollendet hat und anschließend kann man anhand der Bildrate die Periodendauer berechnen. Des weiteren wäre es sinnvoll die Kreiselachse in der Schräglage zu Beginn zu stabilisieren um eine Nutationsbewegung weitestgehend zu verhindern, was wiederum die Zeitnahme der Präzessionsbewegung erleichtern würde. Außerdem wäre es sinnvoll eine Vorrichtung zum Andrehen des Kreisels zu nutzen, um die Winkelgeschwindigkeit ω exakter einzustellen.

das ist
ein
guter Punkt →

habt ihr
das mal
ausprobiert?
Kreisel wahr-
scheinlich zu
schnell
→ Markierung
nicht
erkennbar;
hohe fps
nötig

4.2 Zusammenhang ω und ω_p

Aus Diagramm (Abb. 3) kann man auf einen antiproportionalen Zusammenhang zwischen ω und ω_p erkennen also

$$\omega_p \propto \frac{1}{\omega}.$$

Dies stimmt mit der Formel überein, die in der Versuchsanleitung gegeben ist (Gleichung (1)). Aus den berechneten Unsicherheiten und der sehr großen relativen Unsicherheit lässt sich schließen, dass die Messungen der Periodendauern ziemlich ungenau sind. Als festes x' wurden hier 9 cm gewählt. In Abb. 2 kann man erkennen, dass die Unsicherheiten für ω_p kleiner werden, je näher x' an dem Wert liegt, für den es keine Präzessionsbewegung des Kreisels mehr gibt. In dieser Messung ist die Entfernung zu diesem Wert maximal, die Unsicherheiten für ω_p sind also auch groß. Außerdem liegen die Werte für ω in einem ziemlich kleinen Bereich, sodass die Fehlerbalken im Diagramm entsprechend groß sind. Obwohl die Messung der Präzisionsgeschwindigkeit nach Augenmaß deutlich ungenauer zu sein scheint, sind die relativen Fehler hier im Vergleich zu den relativen Fehlern von ω recht klein. Daraus kann man schließen, dass die Messunsicherheiten für ω zu groß gewählt wurden und man bei einer Messung von zehn Umdrehungen von einer besseren Reaktionszeit ausgehen kann.

braucht ihr im AP nicht

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|---|---|----|
| 1 | Versuchsaufbau | 2 |
| 2 | ω_p - x -Diagramm | 5 |
| 3 | ω_p - ω -Diagramm | 6 |
| 4 | ω_p - $\frac{1}{\omega}$ -Diagramm | 8 |
| 5 | $\omega\omega_p$ - x -Diagramm | 10 |
| 6 | Foto Versuchsaufbau | 13 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Werte x und ω_p | 4 |
| 2 | Werte ω und ω_p | 6 |
| 3 | Werte x und ω_p | 9 |

Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme (9. Auflage)*. Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, 2021.

D Foto Versuchsaufbau

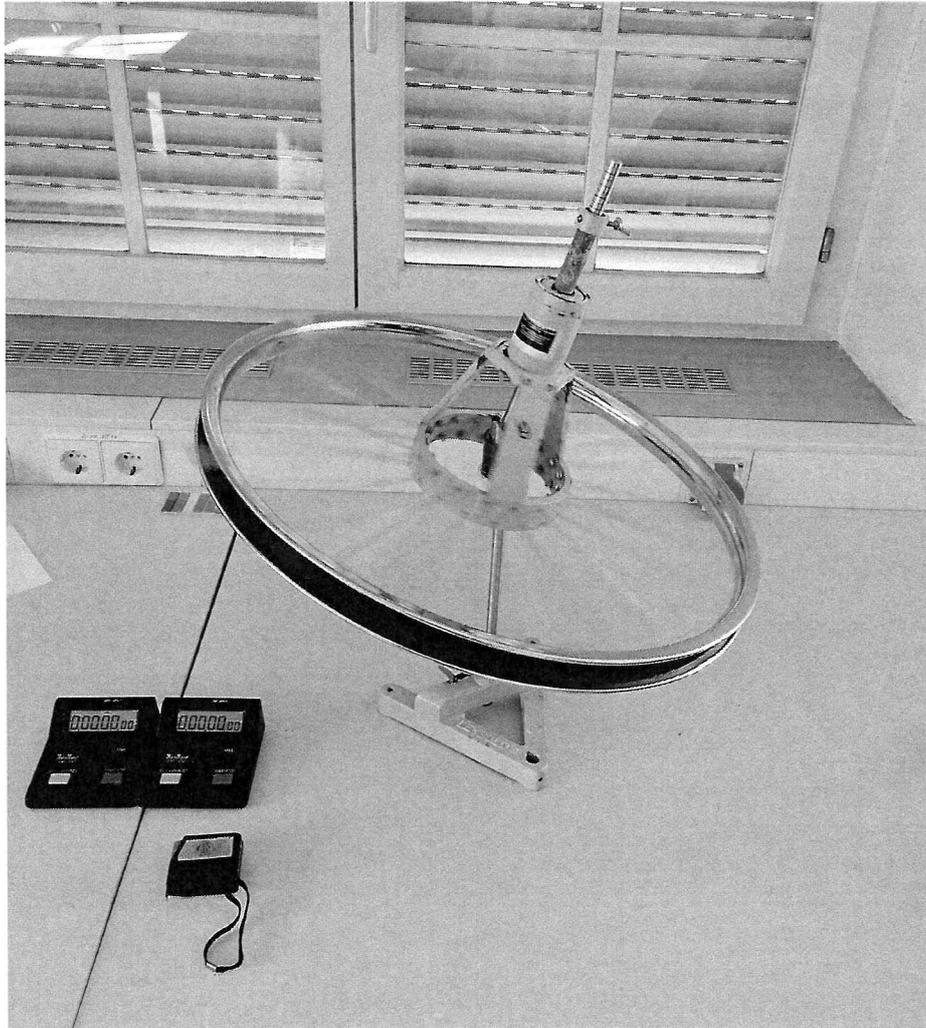
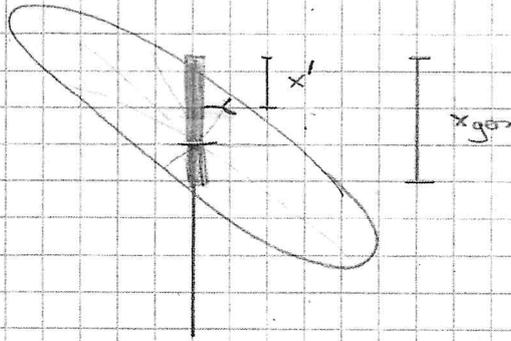


Abbildung 6: Foto Versuchsaufbau

E Laborbucheintrag

Unsicherheiten

$\Delta x' = 0,5 \text{ mm}$



$x_{ges} = 0,25 \text{ m}$

$\Delta x_{ges} = 1 \text{ mm}$

$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (Demtröder)

↳ Rech. techn. / Bräutig?

1. Messung

| $x' [\text{cm}]$ | 10 · T_w [s] | 2 · T_p [s] | |
|------------------|----------------|---------------|---|
| 9 | 4,95 | 11,38 | |
| | 6,01 | 9,58 | |
| 8 | 6,71 | 10,41 | → starke Notation |
| | 4,86 | 14,64 | |
| | 5,62 | 14,47 | |
| 7 | 5,92 | 15,66 | |
| | 7,02 | 14,61 | |
| 6 | 5,07 | 27,34 | → fast schon keine Präzision nach 2 Umdrehungen |
| | 6,13 | 2 · 10,81 | ↳ ab hier nur noch eine Präzisionsum-drehung |
| 5 | 5,61 | 2 · 26,78 | |
| | 6,42 | 10,49 | |
| | 5,58 | 11,68 | ↳ halbe Umdrehung |
| 4 | 5,49 | | dreht sich nicht |
| | 7,95 | | ↳ immer noch nicht → Schwerpunkt? |
| 3 | 5,47 | 8,45 | → dreht sich ab hier |
| | 5,34 | 9,99 | halbe Umdrehungen |
| | 5,69 | 10,07 | anderstern |
| 2 | 5,76 | 11,57 | ganze Umdrehungen |
| | 5,65 | 11,77 | |
| 1 | 5,57 | 7,46 | } wenig Notation |
| | 5,50 | 8,16 | |

$\Delta(10 \cdot T_w) = 0,5 \text{ s}$

$\Delta(T_p) = \frac{0,5 \text{ s}}{2}$ (pro Messung)
 (also wenn $\frac{1}{2} T_p$ gemessen durch \times Ungenauigkeit)

2.

$x' = 9\text{cm}$ fest

$10 \cdot T_w$ [s]

$2 \cdot T_{wp}$ [s]

5,14

11,81

5,45

10,82

6,01

9,58

4,63

11,52

5,02

11,09

6,73

9,20

7,80

7,76

9,09

6,99

3,98

12,73

9,38

7,05

$\Delta(10T_w) = 0,5\text{s}$

$\Delta(2T_{wp}) = \text{---}$

Wir beobachten zusätzlich eine Nutation, können aber keinen Zusammenhang zwischen ω und der Nutation erkennen

Wenn der Kreisel nicht stark genug gekippt wird, richtet sich der Kreisel schnell wieder auf ($2 \cdot T_{wp}$ nicht messbar)

↳ Effekt vor allem sichtbar bei sehr großem ω ~~bei~~ T_{wp}

=> erster Plot Ergebnisse => einige Werte nochmal messen

| x' [cm] | T_w [s] | T_{wp} [s] | |
|-----------|-----------|--------------|-------------------|
| 8 | 5,57 | 6,72 | Fehler wie vorher |
| 7 | 5,82 | 8,38 | |
| 6 | 5,49 | 12,35 | |
| 9 | 5,47 | 5,77 | |