

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG  
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER\*INNEN, TEIL 1  
SOMMERSEMESTER 2021

VERSUCH 22 AM 27.09.2021

## **Kreisel**

28.09.2021

Assistent:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel des Versuchs</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung und Fehleranalyse</b>	<b>4</b>
3.1	Untersuchung der Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in Abhängigkeit von $x$ . . . . .	4
3.2	Untersuchung der Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in Abhängigkeit von $\omega$ . . . . .	6
3.3	Bestimmung der beiden Größen $x_s$ und $I/m$ . . . . .	7
3.4	Überprüfung der Antiproportionalität der zweiten Messreihe . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>10</b>
4.1	Zusammenstellung der Ergebnisse . . . . .	10
4.2	Vergleich der errechneten Werte mit gemessenen Werten . . . . .	10
4.3	Fehlerdiskussion . . . . .	10
4.4	Verbesserte Messmethoden . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Literatur</b>	<b>13</b>
<b>6</b>	<b>Anhang</b>	<b>14</b>
6.1	Tabellen . . . . .	14
6.2	Laborbuch . . . . .	16
6.3	Tabellenverzeichnis . . . . .	20
6.4	Abbildungsverzeichnis . . . . .	20

## 1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wird die Präzessionsfrequenz  $\omega_p$  eines schweren Kreisels untersucht. Insbesondere soll hierbei der Zusammenhang von  $\omega_p$  zur Kreiselfrequenz  $\omega$  und zum Abstand  $r_s$  zwischen Unterstützungspunkt und Schwerpunkt, der in [1] erläutert ist, bestätigt werden. Zudem wird die Position des Kreiselschwerpunktes und das Verhältnis zwischen Trägheitsmoment  $I$  und Masse  $m$  ermittelt.

## 2 Aufbau und Durchführung

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, wird der in [Abbildung 1](#) dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Die Ableseunsicherheiten werden bei analogen Skalen mit Dreiecks- und bei digitalen Skalen mit Rechtecksverteilung mit Formeln aus [3] ermittelt. Es werden zwei Messreihen durchgeführt, wobei in der ersten Messreihe der Unterstützungspunkt variiert und die Kreiselfrequenz  $\omega$  möglichst konstant gehalten wird. In der zweiten Messreihe ist der Unterstützungspunkt konstant und die Kreiselfrequenz  $\omega$  wird variiert.

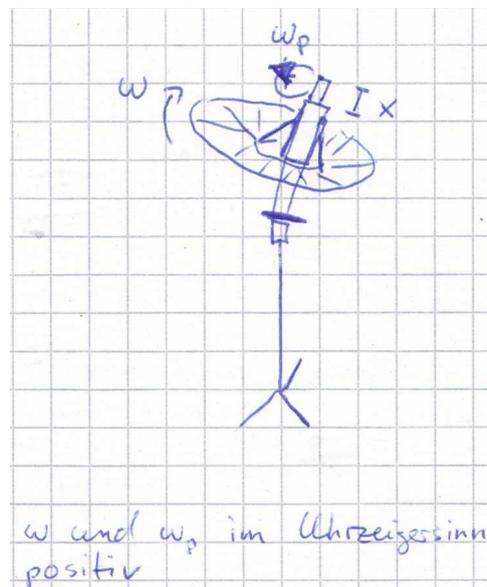


Abb. 1: Versuchsaufbau aus [Abbildung 9](#) mit allen relevanten Größen

Um den Unterstützungspunkt zu messen, wird die Position  $x$  auf der Führungsstange wie in [Abbildung 1](#) zu sehen, mit einem Maßband gemessen. Es wird dabei eine Unsicherheit von  $\Delta x = 0,1/\sqrt{6}$  cm angenommen.

Die Bestimmung der Kreiselfrequenz  $\omega$  erfolgt über das Messen der Zeit  $t$  von 10 Perioden mit Hilfe einer digitalen Stoppuhr und einer geschätzten Unsicherheit von  $\Delta t = 0,3/\sqrt{3}$  s. Vor Beginn der ersten Messreihe wird untersucht welche Zeit  $t$  für 10 Perioden geeignet ist, da die Kreiselfrequenz  $\omega$  in der Messreihe möglichst konstant gehalten werden soll. Dabei wird versucht eine Zeit von  $t = 8,0 \pm 0,5$  s zu erreichen. Zeiten außerhalb dieses Rahmens werden nicht notiert.

Die Präzessionsfrequenz  $\omega_p$  wird über das Messen der Zeit  $T$  von mehreren Perioden bestimmt. Die Anzahl der gemessenen Perioden  $n$  variiert hier, was in [Abbildung 10](#) und [Abbildung 11](#) des Laborbuchs zu sehen ist. Auch hier wird eine digitale Stoppuhr mit einer geschätzten Unsicherheit von  $\Delta T = 0,3/\sqrt{3}$  s verwendet. Zusätzlich wird notiert in welcher Richtung die Präzessionsbewegung stattfindet.

In der zweiten Messreihe wird der Unterstützungspunkt konstant bei  $x = 0,0 \pm 0,1/\sqrt{6}$  cm gelassen und versucht, ein möglichst großes Spektrum an verschiedenen Kreisfrequenzen  $\omega$  abzudecken. Diese werden analog zur ersten Versuchsreihe über das Messen der Zeit  $t$  von 10 Perioden bestimmt. Die Präzessionsfrequenz  $\omega_p$  wird über das Messen der Zeit  $T$  von drei Perioden festgestellt.

Da durch die schnelle Rotation des Kreisels zusätzliche Unsicherheiten beim Messen auftreten können, wird für die Anzahl an gemessenen Perioden bei der Kreisfrequenz eine Unsicherheit von  $\Delta n = 1/4$  und bei der Präzessionsfrequenz eine Unsicherheit von  $\Delta n = 1/10$  geschätzt.

### 3 Auswertung und Fehleranalyse

#### 3.1 Untersuchung der Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in Abhängigkeit von $x$

In der ersten Versuchsreihe soll der Zusammenhang zwischen  $\omega_p$  und  $x$  untersucht werden. Die genaue Position des Schwerpunktes und somit auch der Abstand  $r_s$  zwischen Unterstützungspunkt und Schwerpunkt ist unbekannt. Deshalb wird  $r_s$  durch den Abstand von  $x$  zur Position  $x_s$ , bei der der Unterstützungspunkt mit dem Schwerpunkt zusammenfällt, ersetzt. In den folgenden Gleichungen sind die erwarteten linearen Zusammenhänge dargestellt:

$$r_s = x_s - x \quad (1)$$

$$\omega_p = \frac{r_s mg}{I\omega} = \frac{(x_s - x)mg}{I\omega} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \omega_p \sim -x. \quad (3)$$

Um aus den gemessenen Zeiten  $T$  die jeweiligen Präzessionsfrequenzen zu erhalten, werden zunächst die Mittelwerte und Standardabweichungen der Werte aus [Abbildung 10](#) und [Abbildung 11](#) des Laborbuchs mit Formeln aus [\[3\]](#) bestimmt. Um die Präzessionsfrequenzen aus den gemessenen Zeiten zu erhalten, wird [Gleichung 4](#) benutzt und die Unsicherheit wird durch Fehlerfortpflanzung [\[3\]](#) berechnet:

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T}n \quad \text{mit } n \text{ als Anzahl der gemessenen Perioden}$$

$$\Delta\omega_p = 2\pi\sqrt{\left(\frac{\Delta n}{T}\right)^2 + \left(\frac{-n\Delta T}{T^2}\right)^2}. \quad (4)$$

Wenn die Präzessionsfrequenz in zur Kreisfrequenz entgegengesetzter Richtung abläuft, wird  $n$  negativ gewählt. Die erhaltenen Werte sind in [Tabelle 1](#) im Anhang aufgelistet und in der folgenden [Abbildung 2](#) gegeneinander aufgetragen:

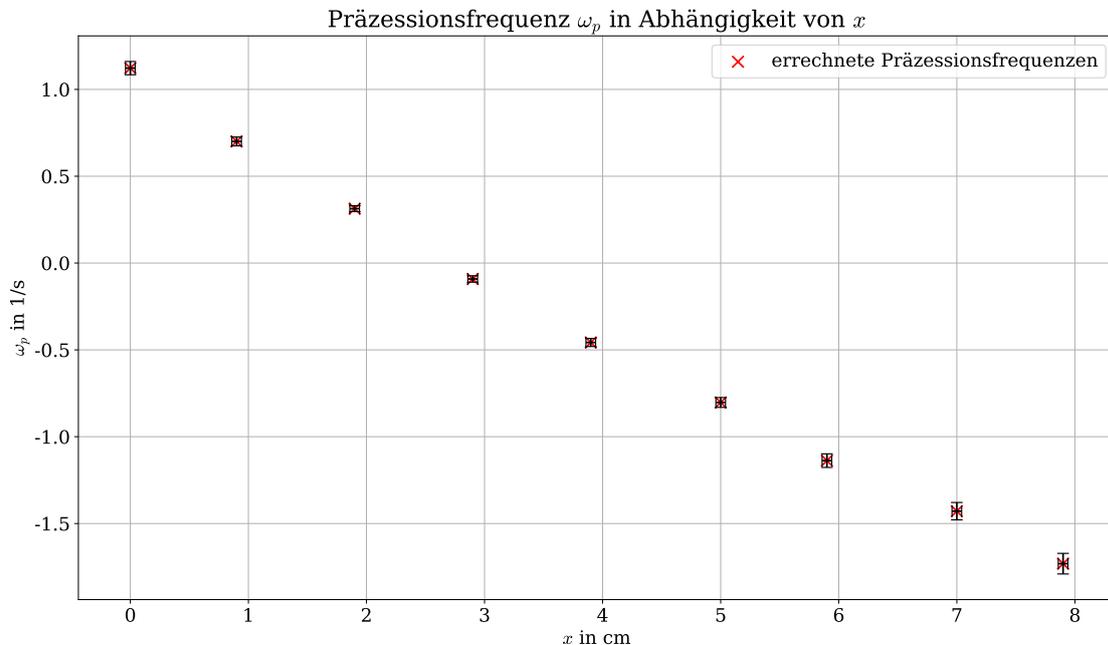


Abb. 2: Aufgetragen sind die Präzessionsfrequenzen  $\omega_p$  in  $\text{s}^{-1}$  gegen die Positionen  $x$  in cm auf dem Führungsstab.

Man kann bereits erkennen, dass die Werte linear sind und die Steigung negativ ist. Dies stimmt mit der Erwartung überein, dass der Schwerpunkt zunächst oberhalb des Unterstützungspunktes liegt und sich mit zunehmendem  $x$  dem Unterstützungspunkt von oben nähert. Bei einem Wert zwischen  $x = 2\text{ cm}$  und  $x = 3\text{ cm}$  passiert der Schwerpunkt den Unterstützungspunkt und entfernt sich im Folgenden wieder. Ab diesem Moment treten Präzessionsbewegungen entgegen der Kreisbewegung auf. Der lineare Zusammenhang wird durch eine lineare Regression hervorgehoben, bei der Formeln für  $a$  und  $b$  aus [3] verwendet werden:

$$\omega_p = bx + a \quad (5)$$

$$\text{mit } b = -\frac{mg}{I\omega} \text{ und } a = \frac{x_s mg}{I\omega}. \quad (6)$$

In [Abbildung 3](#) ist die lineare Regression eingezeichnet:

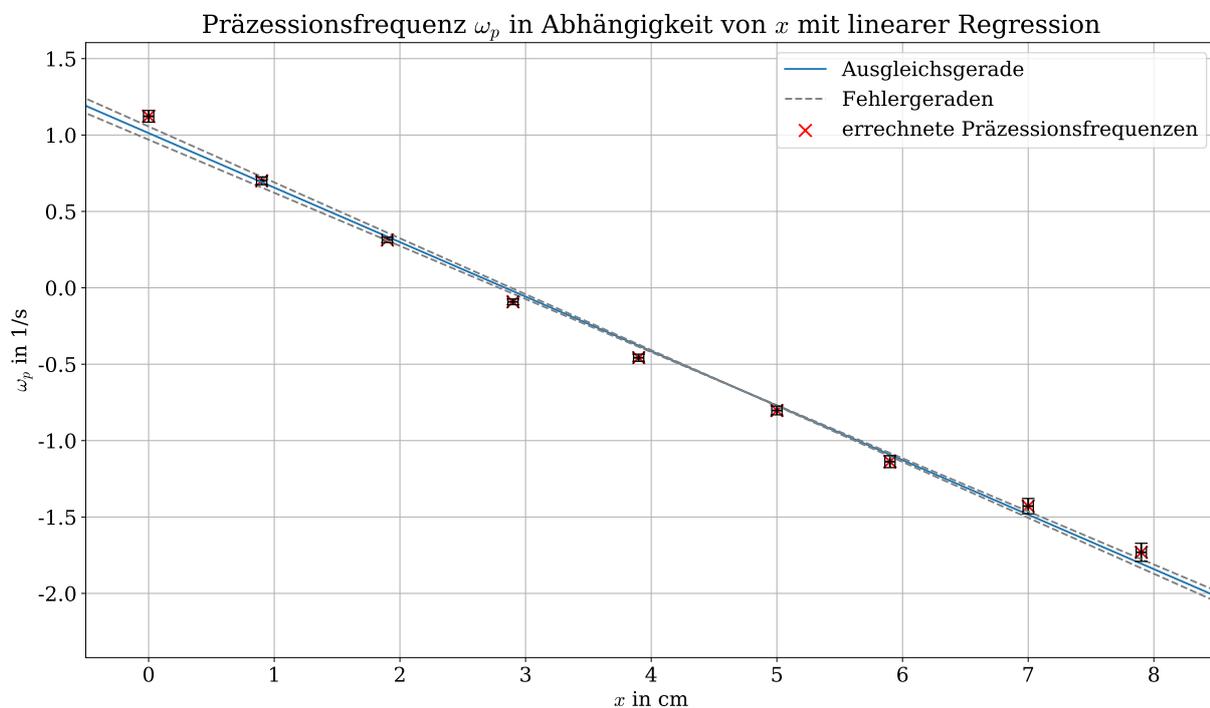


Abb. 3: Aufgetragen sind die Präzessionsfrequenzen  $\omega_p$  in  $\text{s}^{-1}$  gegen die Positionen  $x$  in cm auf dem Führungsstab. Eingezeichnet ist die lineare Regression mit Fehlergeraden.

Für  $a$  und  $b$  erhält man aus der linearen Regression:

$$a = (1,01 \pm 0,04) \text{ s}^{-1} \quad (7)$$

$$b = (-0,357 \pm 0,009) \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-1}. \quad (8)$$

Die relativen Unsicherheiten sind mit  $\Delta a_{\text{rel}} = 3,96\%$  beziehungsweise  $\Delta b_{\text{rel}} = 2,52\%$  klein, was die erwartete Linearität bestätigt.

Es bleibt zu überprüfen, ob die Kreisfrequenz in den vorangegangenen Untersuchungen nahezu konstant war. Dazu werden erneut die Mittelwerte und daraus die Kreisfrequenzen sowie

ihre Unsicherheiten analog zu [Gleichung 4](#) berechnet. Die berechneten Werte sind ebenfalls in [Tabelle 1](#) zusammengestellt. Alle Werte sind in einem Bereich zwischen  $(7,9 \pm 0,2) \text{ s}^{-1}$  und  $(8,2 \pm 0,2) \text{ s}^{-1}$ , wodurch sogar die kleinste Kreiselfrequenz mit einem  $t$ -Wert von  $t = 1,6$  mit der größten verträglich ist. Ein  $t$ -Wert unter 2 steht dabei für eine gute, ein  $t$ -Wert über 2 für eine schlechte Verträglichkeit.

### 3.2 Untersuchung der Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in Abhängigkeit von $\omega$

Mithilfe der zweiten Versuchsreihe soll im Folgenden der antiproportionale Zusammenhang  $\omega_p \sim 1/\omega$  aus [Gleichung 2](#) untersucht werden. Dazu wird wie im Versuchsaufbau erläutert ein breites Spektrum an Kreiselfrequenzen und die zugehörigen Präzessionsfrequenzen betrachtet. Aus den in [Abbildung 12](#) zu findenden Messwerten werden die Kreiselfrequenzen und deren Unsicherheiten analog zu [Gleichung 4](#) berechnet. Die Werte finden sich in [Tabelle 2](#) im Anhang und sind im Folgenden in [Abbildung 4](#) gegeneinander aufgetragen. Wie zu erwarten nehmen die Fehlerbalken mit zunehmenden Frequenzen  $\omega$  und  $\omega_p$  zu, da die Messungenauigkeiten bei schnellen Umdrehungen deutlich höher ausfallen:

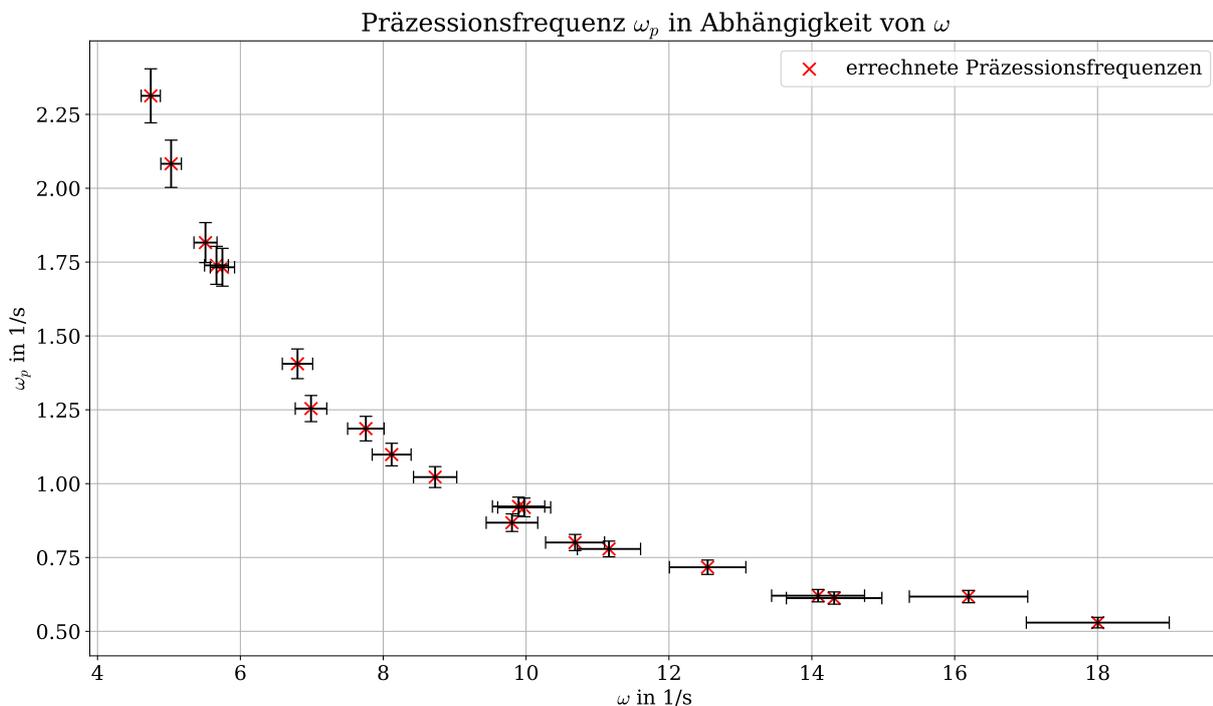


Abb. 4: Aufgetragen sind die Präzessionsfrequenzen  $\omega_p$  in  $\text{s}^{-1}$  gegen die Kreiselfrequenz  $\omega$  in  $\text{s}^{-1}$ .

Bereits durch die Betrachtung von [Abbildung 4](#) liegt ein antiproportionaler Zusammenhang nahe. Ob es sich tatsächlich um den gewünschten Zusammenhang  $\omega_p \sim 1/\omega$  handelt, soll jedoch in [Unterabschnitt 3.4](#) überprüft werden, da bisher noch nicht alle notwendigen Größen aus [Gleichung 2](#) bestimmt sind.

### 3.3 Bestimmung der beiden Größen $x_s$ und $I/m$

Im Folgenden wird mithilfe der Formel aus [1] die Position des Schwerpunktes und das Verhältnis von Trägheitsmoment zu Masse  $I/m$  des Kreisels bestimmt. Hierfür wird die Position auf dem Führungsstab  $x$  gegen das Produkt von Kreiselfrequenz und Präzessionsfrequenz aufgetragen. Aus Gleichung 2 ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\omega_p = \frac{r_s mg}{I \omega} \quad (9)$$

$$\omega_p \omega = \frac{r_s mg}{I} \text{ mit } r_s = x_s - x \quad (10)$$

$$\omega_p \omega = \frac{(x_s - x) mg}{I} \quad (11)$$

$$\frac{I}{mg} \cdot \omega_p \omega = x_s - x \quad (12)$$

$$x = x_s - \frac{I}{mg} \cdot \omega_p \omega. \quad (13)$$

Um diesen Zusammenhang zu bestätigen, werden die Produkte der Frequenzen berechnet, die in Tabelle 3 im Anhang zu finden sind. Die Unsicherheiten sind dort ebenfalls angegeben und werden durch Fehlerfortpflanzung [3] wie folgt berechnet:

$$\Delta(\omega_p \omega) = \sqrt{(\omega \Delta \omega_p)^2 + (\omega_p \Delta \omega)^2}. \quad (14)$$

Die Ergebnisse sind in Abbildung 5 aufgetragen.

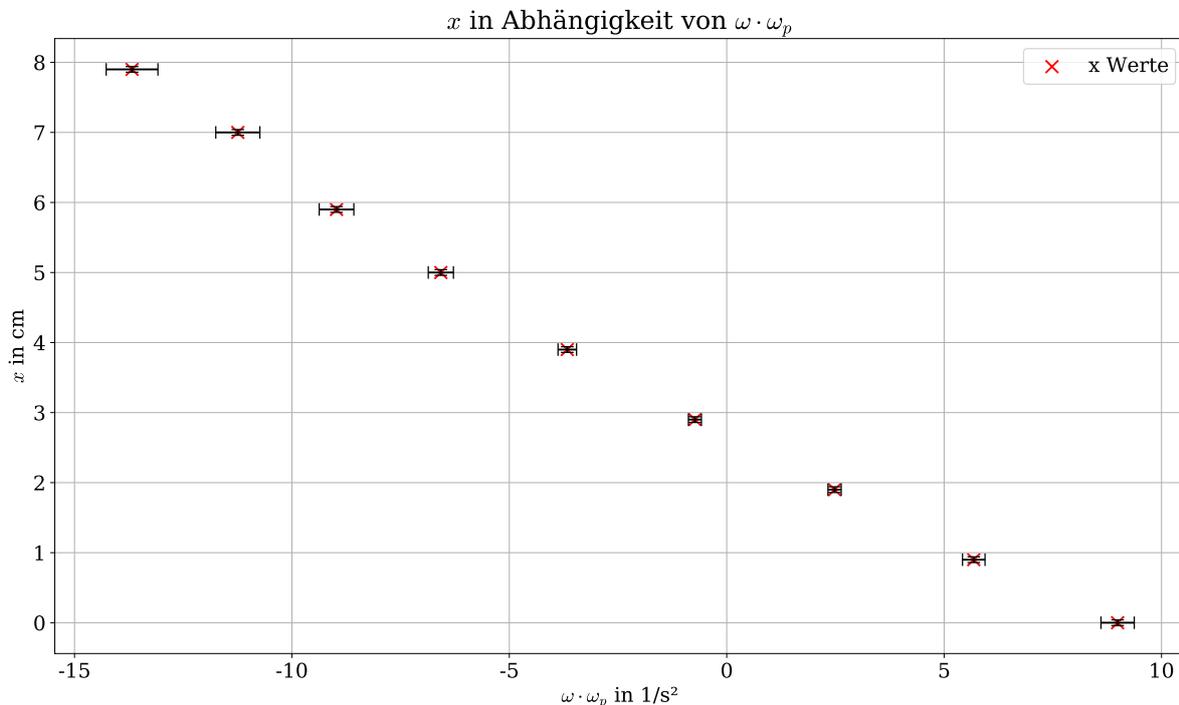


Abb. 5: Aufgetragen sind die Positionen  $x$  in cm auf der Führungsstange gegen das Produkt aus der Kreiselfrequenz  $\omega$  in  $s^{-1}$  und der Präzessionsfrequenz  $\omega_p$  in  $s^{-1}$ .

Bereits hier ist ein linearer Zusammenhang mit negativer Steigung zu erkennen, was aus der soeben aufgestellten Formel zu erwarten ist. Um diesen Zusammenhang genauer untersuchen zu können, wird erneut eine lineare Regression mit Formeln aus [3] durchgeführt. Es wird eine Gerade mit folgender Steigung  $b$  und y-Achsenabschnitt  $a$  erwartet:

$$x = b \cdot \omega_p \omega + a \quad (15)$$

$$\text{mit } b = -\frac{I}{mg} \text{ und } a = x_s. \quad (16)$$

Die lineare Regression ist in [Abbildung 6](#) abgebildet.

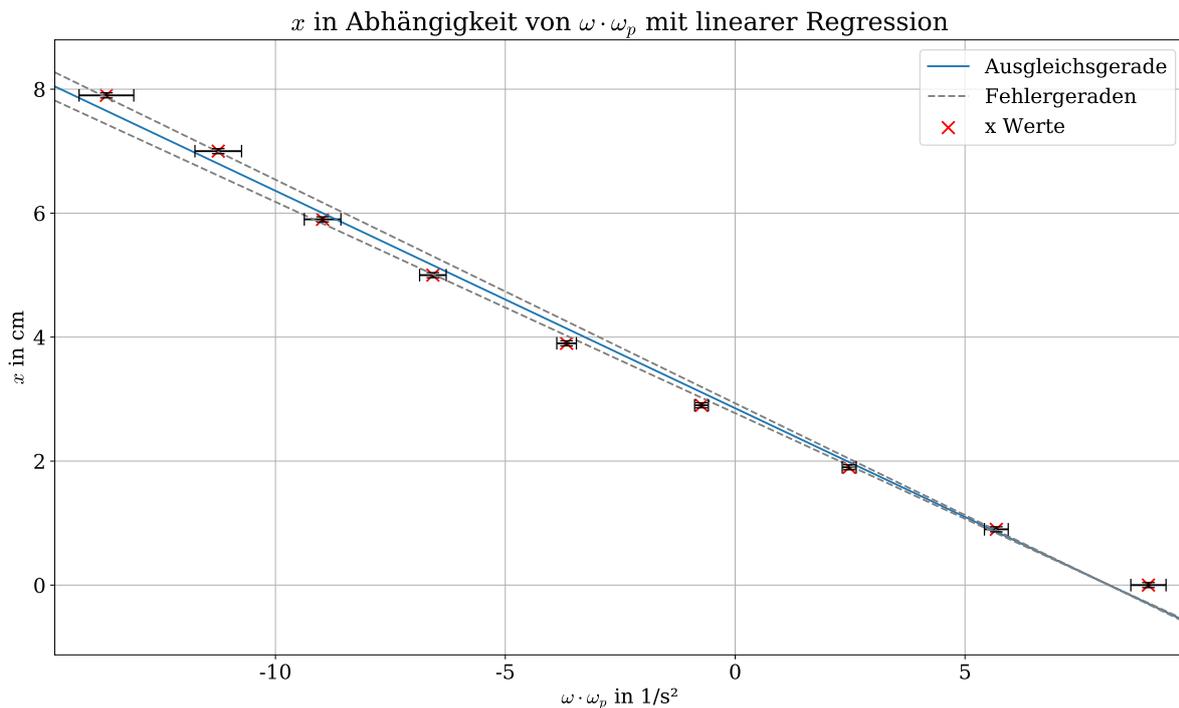


Abb. 6: Aufgetragen sind die Positionen  $x$  in cm auf der Führungsstange gegen das Produkt aus der Kreisfrequenz  $\omega$  in  $s^{-1}$  und der Präzessionsfrequenz  $\omega_p$  in  $s^{-1}$ . Eingetragen ist außerdem die lineare Regression mit Fehlergeraden.

Für die Steigung  $b$ , den y-Achsenabschnitt  $a$  der linearen Regression und ihre Unsicherheiten ergeben sich folgende Werte:

$$b = (-0,351 \pm 0,010) s^2 \text{ cm} \quad (17)$$

$$a = (2,85 \pm 0,08) \text{ cm} = x_s. \quad (18)$$

Somit erhält man einen berechneten Wert für  $x_s$ , da  $x_s$  dem y-Achsenabschnitt entspricht. Aus der Steigung  $b$  kann nun außerdem das Verhältnis  $I/m$  ermittelt werden. Es wird der Wert  $g = 9,808 \text{ m s}^{-2}$  für den Ortsfaktor  $g$  aus [4] verwendet:

$$b = -\frac{I}{mg} \quad (19)$$

$$\frac{I}{m} = -bg = (0,0344 \pm 0,0010) \text{ m}^2. \quad (20)$$

### 3.4 Überprüfung der Antiproportionalität der zweiten Messreihe

Zuletzt soll mit der soeben bestimmten Steigung  $b$  und dem  $y$ -Achsenabschnitt  $a$  untersucht werden, ob sich bei der zweiten Messreihe mit diesen Werten eine passende Ausgleichskurve ergibt. Durch Umstellen von [Gleichung 16](#) erhält man:

$$\omega_p = \frac{a - x}{-b\omega} = \frac{a}{-b\omega}. \quad (21)$$

In [Abbildung 7](#) ist die Kurve mit dieser Funktionsgleichung zusammen mit den Messwerten aus der zweiten Messreihe aufgetragen.

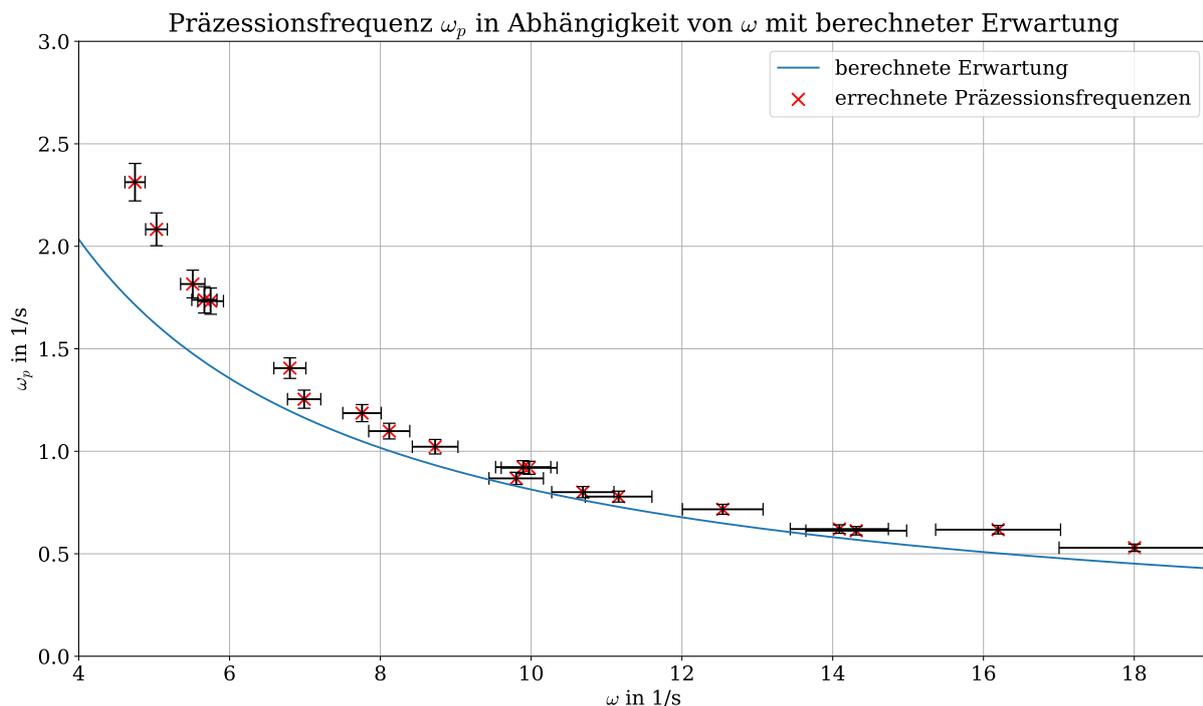


Abb. 7: Aufgetragen sind die Präzessionsfrequenzen  $\omega_p$  in  $s^{-1}$  gegen die Kreisfrequenz  $\omega$  in  $s^{-1}$ . Eingetragen ist außerdem der erwartete Zusammenhang der aus Werten der linearen Regression aus [Gleichung 21](#) berechnet wird.

Der Verlauf der Kurve ist annähernd parallel zu den eingezeichneten Messwerten, was eine Antiproportionalität zwischen den Frequenzen nicht ausschließt. Allerdings ist die Kurve leicht zu den Messwerten verschoben. Gründe hierfür werden in der Diskussion aufgegriffen und ihre Bedeutung erörtert.

## 4 Diskussion der Ergebnisse

### 4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse

Mit den durchgeführten Versuchen konnte die Proportionalität zwischen der Position  $x$  auf dem Führungsstab und der Präzessionsfrequenz  $\omega_p$  durch die kleine Streuung um die Ausgleichsgerade bestätigt werden. Außerdem ist zwischen  $\omega_p$  und  $\omega$  ein Zusammenhang zu erkennen, der dem einer Antiproportionalität ähnelt. Zudem wurde die Position des Schwerpunktes  $x_s$  bestimmt:

$$x_s = (2,85 \pm 0,08) \text{ cm.} \quad (22)$$

Für das Verhältnis von Trägheitsmoment zu Masse ergibt sich:

$$I/m = (0,0344 \pm 0,0010) \text{ m}^2. \quad (23)$$

### 4.2 Vergleich der errechneten Werte mit gemessenen Werten

Um für den berechneten Wert  $x_s = (2,85 \pm 0,08) \text{ cm}$  einen Vergleichswert zu haben, wurde während des Versuchs ein Wert für  $x_s$  experimentell bestimmt. Dazu wurde die Position für  $x$  gesucht, in der der Kreisel ohne umzukippen schräg auf dem Unterstützungspunkt ruhen kann. Außerdem wurde für diese Position überprüft, ob keine Präzessionsbewegung stattfindet. Es wurde folgender Wert ermittelt:

$$x_{s,\text{experimentell}} = (2,60 \pm 0,04) \text{ cm} \quad (24)$$

Mit einem  $t$ -Wert von  $t = 2,8$  ist dieser Wert nicht besonders gut mit dem berechneten Wert verträglich. Gründe hierfür werden in der Fehlerdiskussion aufgegriffen.

Einen Vergleichswert für  $I/m$  zu bestimmen ist generell schwierig, da der genaue Aufbau des Kreisels unbekannt ist und damit das Trägheitsmoment nicht bestimmt werden kann. Um eine Vorstellung der Größenordnung zu bekommen, wird der Kreisel als Ring mit Radius  $R = (26,15 \pm 0,08) \text{ cm}$  angenähert. Der Radius wurde vor dem Versuch gemessen. Die Formel für das Trägheitsmoment wird aus [5] genommen. Da ein großer Teil der Masse näher an der Drehachse liegt, sollte dabei ein deutlich höherer Wert berechnet werden, als das zuvor aus den Messwerten ermittelte Ergebnis für  $I/m$ :

$$\frac{I}{m} = \frac{mR^2}{m} = R^2 = (0,0684 \pm 0,0004) \text{ m}^2. \quad (25)$$

Damit ergibt sich wie erwartet ein deutlich höherer Wert, die Größenordnung des zuvor ermittelten Ergebnisses ist jedoch durchaus realistisch.

### 4.3 Fehlerdiskussion

Bei der Überprüfung des antiproportionalen Zusammenhangs in [Abbildung 7](#) fällt eine Verschiebung der erwarteten Kurve zu den Messwerten auf. Dafür sind zwei Erklärungen möglich: Ein systematischer Fehler bei der Messung der Frequenzen oder die eingezeichnete Kurve ist nicht optimal, da sie ebenfalls aus Messergebnissen erstellt wurde.

Ein systematischer Fehler ist hier unwahrscheinlich, da die Frequenzen immer zu hoch, die Perioden also jeweils zu kurz gemessen worden sein müssten. Dies ist unwahrscheinlich, da die Zeitmessungen durch die Reaktionszeit tendenziell zu lang und nicht zu kurz sind. Außerdem

wäre bei einer ungenauen Zeitmessung eine Streuung um die Kurve zu erwarten und nicht die im Diagramm zu sehende Verschiebung nach oben.

Eine plausible Erklärung zeigt sich, wenn man auf  $b$  in der Kurvengleichung die Unsicherheit von  $b$  aufaddiert. Dies ist in [Abbildung 8](#) zu sehen.

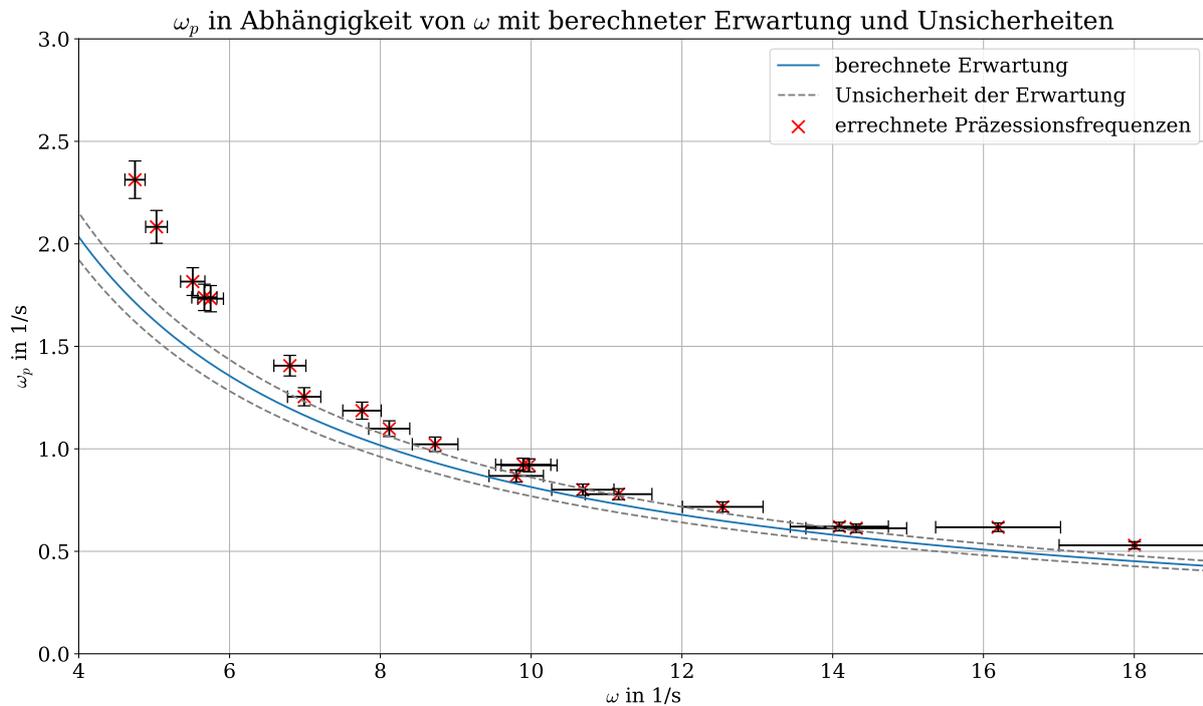


Abb. 8: Aufgetragen sind die Präzessionsfrequenzen  $\omega_p$  in  $s^{-1}$  gegen die Kreiselfrequenz  $\omega$  in  $s^{-1}$ . Eingezeichnet ist außerdem der erwartete Zusammenhang der aus Werten der linearen Regression aus [Gleichung 21](#) berechnet wird und die zugehörigen Unsicherheiten.

Man sieht, dass bereits die kleine Änderung von  $b$  die Kurve näher an die Messwerte verschiebt. Betrachtet man nun die lineare Regression in [Abbildung 6](#), aus der  $b$  und  $a$  ermittelt wurden, sieht man besonders an den Rändern Abweichungen einiger Werte. Ein möglicher Grund für solche Abweichungen könnte sein, dass die Kreiselfrequenzen doch zu große Schwankungen hatten, um als konstant angenommen werden zu können. Diese Schwankungen können eine Veränderung der  $a$ - und  $b$ -Werte bewirken, weshalb die abgebildete Kurve die Messwerte eventuell nicht optimal annähert.

Für die hohe Unverträglichkeit zwischen dem berechneten und dem experimentell bestimmten Wert für  $x_s$  gibt es vermutlich zwei Gründe: Zum einen wurde die Unsicherheit des experimentell bestimmten Wertes für  $x_s$  deutlich zu klein geschätzt. Beim Ablesen von der sichtlich abgenutzten Skala des Maßbandes ist eine Unsicherheit von 0,04 cm etwas zu optimistisch, zumal der berechnete Wert eine Unsicherheit von 0,08 cm besitzt und die Unsicherheiten eigentlich in etwa gleich groß sein sollten.

Zum anderen ist auch die Methode, den Schwerpunkt aus dem Ausbalancieren des Kreisel direkt zu bestimmen, nicht sehr genau. Aufgrund von Reibung kann es durchaus sein, dass der

Kreisel auch bei Werten, die um ein paar Millimeter größer oder kleiner als der wahre Wert sind, ausbalanciert scheint.

#### 4.4 Verbesserte Messmethoden

Zunächst wäre es wichtig, für die erste Versuchsreihe eine möglichst einheitliche Kreiselfrequenz  $\omega$  zu erreichen, da ansonsten große Schwankungen bei den Messungen auftreten können. Hierfür könnte beispielsweise ein Elektromotor verwendet werden, der den Kreisel auf eine feste Frequenz beschleunigt. Alternativ kann ein Fahrradtacho oder Ähnliches angebracht werden, um eine präzisere Kreiselfrequenz  $\omega$  zu erhalten.

Auch bei der Messung der einzelnen Frequenzen wäre eine höhere Genauigkeit wünschenswert. Auch hierfür könnte beispielsweise ein Fahrradtacho verwendet werden. Eine noch höhere Genauigkeit wäre durch das Stoppen der Frequenzen mittels einer Lichtschranke möglich.

Bei der Durchführung hätte die Periodenlänge durch die farbigen Markierungen auf dem Versuchsaufbau exakter bestimmt werden können und nicht Anfang beziehungsweise Ende der Periode abgeschätzt werden müssen.

Eine Messmethode, die die Messung zwar nicht genauer, aber effektiver macht, ist es, bei allen auftretenden Kreiselfrequenzen die Präzessionsfrequenz zu messen und nicht die Messungen, bei denen Kreiselfrequenzen außerhalb des Rahmens auftreten, sofort abubrechen. Anschließend kann man diese in Bereiche einteilen und jede der so entstehenden Gruppen getrennt auswerten. So muss nicht lange ausprobiert werden bis die richtige Kreiselfrequenz getroffen wird.

## Literatur

- [1] Paul A. Tipler, Gene Mosca: *Physik*, Kapitel 8.9 "Der Kreisel"[https://link-springer-com.ezproxy-unifr-2.redi-bw.de/chapter/10.1007/978-3-642-54166-7\\_8#Sec118](https://link-springer-com.ezproxy-unifr-2.redi-bw.de/chapter/10.1007/978-3-642-54166-7_8#Sec118) (aufgerufen am: 27.09.2021)
- [2] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 22 - Kreisel, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger\*innen*, (2021)
- [3] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (2021)
- [4] Dr. Dr. Jens Simon: *Normalschwereformel für Freiburg, Breitengrad 48°, Höhe 278 m, Physikalisch-Technische Bundesanstalt*, [www.ptb.de](http://www.ptb.de), (aufgerufen am: 27.09.2021)
- [5] Karl-Heinrich Grote, Jörg Feldhusen, Herausgeber: Dubbel. *Taschenbuch für den Maschinenbau.*, Springer Vieweg Verlag, Berlin, Heidelberg (2014)

## 6 Anhang

### 6.1 Tabellen

Tab. 1: Eingetragen sind die Mittelwerte der Präzessionsfrequenzen  $\omega_p$ , die bei variiertem Position auf dem Führungsstab  $x$  und annähernd konstanter Kreisfrequenz  $\omega$  gemessen werden. Die Mittelwerte der Kreisfrequenzen  $\omega$  sind ebenfalls eingetragen.

Position $x$ in cm mit $\Delta x = 0,04$ cm	Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in $s^{-1}$	Kreisfrequenz $\omega$ in $s^{-1}$ mit $\Delta\omega = 0,2$ $s^{-1}$
0,00	$1,12 \pm 0,04$	8,0
0,90	$0,70 \pm 0,03$	8,1
1,90	$0,313 \pm 0,017$	7,9
2,90	$-0,092 \pm 0,019$	8,0
3,90	$-0,46 \pm 0,02$	8,0
5,00	$-0,80 \pm 0,03$	8,2
5,90	$-1,14 \pm 0,04$	7,9
7,00	$-1,43 \pm 0,05$	7,9
7,90	$-1,73 \pm 0,06$	7,9

Tab. 2: Eingetragen sind die Mittelwerte der Präzessionsfrequenzen  $\omega_p$ , die bei variiertem Kreisfrequenz  $\omega$  und konstanter  $x$ -Position  $x = 0$  cm gemessen werden.

Kreisfrequenz $\omega$ in $s^{-1}$	Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in $s^{-1}$
$18,0 \pm 1,0$	$0,529 \pm 0,018$
$16,2 \pm 0,8$	$0,62 \pm 0,02$
$14,3 \pm 0,7$	$0,61 \pm 0,02$
$14,1 \pm 0,7$	$0,62 \pm 0,02$
$12,5 \pm 0,5$	$0,72 \pm 0,02$
$11,2 \pm 0,4$	$0,78 \pm 0,03$
$10,7 \pm 0,4$	$0,80 \pm 0,03$
$10,0 \pm 0,4$	$0,92 \pm 0,03$
$9,9 \pm 0,4$	$0,92 \pm 0,03$
$9,8 \pm 0,4$	$0,87 \pm 0,03$
$8,7 \pm 0,3$	$1,02 \pm 0,04$
$8,1 \pm 0,3$	$1,10 \pm 0,04$
$7,8 \pm 0,3$	$1,19 \pm 0,04$
$7,0 \pm 0,2$	$1,25 \pm 0,04$
$6,8 \pm 0,2$	$1,41 \pm 0,05$
$5,75 \pm 0,17$	$1,73 \pm 0,06$
$7,67 \pm 0,17$	$1,74 \pm 0,06$
$5,51 \pm 0,16$	$1,82 \pm 0,07$
$5,03 \pm 0,14$	$2,08 \pm 0,08$
$4,75 \pm 0,13$	$2,31 \pm 0,09$

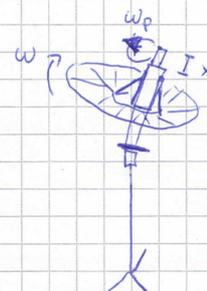
Tab. 3: Eingetragen sind die Produkte der Präzessionsfrequenzen  $\omega_p$  und der Kreisfrequenzen  $\omega$  bei variiertes Position auf dem Führungsstab  $x$  aus der ersten Messreihe.

Position $x$ in cm mit $\Delta x = 0,04$ cm	$\omega_p \cdot \omega$ in $\text{s}^{-2}$
0,00	$9,0 \pm 0,4$
0,90	$5,7 \pm 0,3$
1,90	$2,48 \pm 0,15$
2,90	$-0,73 \pm 0,15$
3,90	$-3,7 \pm 0,2$
5,00	$-6,6 \pm 0,3$
5,90	$-9,0 \pm 0,4$
7,00	$-11,2 \pm 0,5$
7,90	$-13,7 \pm 0,6$

## 6.2 Laborbuch

Versuch 22 - Kreisel 27.09.21

1. Versuchsaufbau

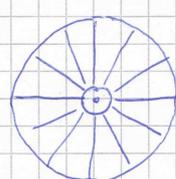


$\omega$  und  $\omega_p$  im Uhrzeigersinn positiv

Auflagestab:



Kreisel von oben:



D wird entlang einer Speiche gemessen

2. Messungen

$l = (24,5 \pm \frac{0,2}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$   
 $D = (52,3 \pm \frac{0,4}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$

Unsicherheiten bei Perioden zählen:

$\omega: \Delta n_\omega = \frac{1}{4}$   
 $\omega_p: \Delta n_{\omega_p} = \frac{1}{10}$

2.1 Versuch, wie genau  $\omega$  angedreht werden kann

Platzzeit $t$ in s $\Delta t = \frac{0,3}{\sqrt{3}} \text{ s}$	Anzahl gemessener Perioden	daraus ermittelte $\omega$ in $\frac{1}{s}$
7,87	10	0,080
9,40		0,067
8,38		0,075
7,84		0,080
8,26		0,076
7,99		0,079

→ Es werden nur Werte aufgenommen, bei denen die Zeit für 10 Perioden im Intervall  $[(8-0,5) \text{ s}, (8+0,5) \text{ s}]$  liegen

Abb. 9: Laborbuch, Seite 1

2.2 Bei konst.  $\omega$  wird  $x$  variiert und  $\omega_p$  gemessen

Zeit von 10 Perioden des Drehung in s $\Delta t = \frac{2\pi}{\omega}$ s	Zeit von 3 Präzessionsperioden in s $\Delta T = \frac{2\pi}{\omega_p}$ s	$x$ in cm $\Delta x = \frac{g \cdot l}{\omega^2}$ cm
7,16	/	/
6,53	/	/
6,93	/	/
7,51	/	/
ab jetzt werden Messungen außerhalb des Bereichs nicht mehr dokumentiert		
7,70	17,06	0
7,73	17,07	0
7,81	17,53	0
7,99	16,38	0
7,75	16,74	0
7,99	16,63	0
7,98	16,34	0
8,07	16,70	0
7,69	16,61	0
7,75	16,85	0
<hr/>		
7,53	27,19	0,9
8,24	24,87	0,9
7,62	26,99	0,9
7,77	26,70	0,9
7,65	27,57	0,9
7,99	25,87	0,9
7,58	27,79	0,9
7,59	28,30	0,9
<hr/>		
7,50	* ab 2 Präzessions- hier perioden 38,99	1,9
8,19	40,87	1,9
7,89	39,49	1,9
8,13	38,39	1,9
7,50	44,59	1,9
8,45	36,95	1,9
8,06	39,74	1,9
7,81	42,05	1,9
<hr/>		
7,98	* 1/2 Präzessions- periode 31,39	2,9
7,58	33,68	2,9
7,96	39,84	2,9
7,68	34,95	2,9
<del>8,13</del> 7,77	35,29	2,9
<del>7,98</del> 8,05	37,08	2,9
7,53	31,43	2,9
8,46	30,40	2,9
<hr/>		
		Präzession in negative Richtung!

Abb. 10: Laborbuch, Seite 2

f in s (10 Perioden)	T in s	Anzahl T	x in cm	Präzessions- richtung
7,99	28,52	2	3,9	negativ
8,41	26,22	2	3,9	
7,63	28,30	2	3,9	
7,87	26,75	2	3,9	
7,94	27,05	2	3,9	
<del>7,69</del>	<del>28,17</del>	<del>2</del>	<del>3,9</del>	
<del>7,54</del>	<del>27,56</del>	<del>2</del>	<del>3,9</del>	
7,70	27,39	2	3,9	
		2	3,9	
		2	3,9	
7,52	21,93	3	5,0	negativ
7,82	22,83	3	5,0	
7,71	23,77	3	5,0	
7,59	23,90	3	5,0	
7,63	24,16	3	5,0	
7,58	24,20	3	5,0	
8,00	23,13	3	5,0	
7,53	23,95	3	5,0	
		3	5,0	
		3	5,0	
8,37	15,80	3	5,9	negativ
7,67	16,75	3	5,9	
7,76	16,69	3	5,9	
7,77	16,73	3	5,9	
7,86	16,84	3	5,9	
7,80	17,03	3	5,9	
8,13	16,56	2	5,9	
8,37	16,13	3	5,9	
		3	5,9	
		3	5,9	
8,20	13,02	3	7,0	negativ
7,60	13,88	3	7,0	
8,03	13,03	3	7,0	
7,69	13,72	3	7,0	
8,26	12,88	3	7,0	
8,29	13,01	3	7,0	
7,60	13,24	3	7,0	
8,23	12,75	3	7,0	
		3	7,0	
		3	7,0	
7,78	11,45	3	7,9	negativ
8,24	10,66	3	7,9	
7,69	11,13	3	7,9	
7,81	10,98	3	7,9	
8,02	10,97	3	7,9	
7,81	11,03	3	7,9	
8,01	10,70	3	7,9	
8,27	10,48	3	7,9	
		3	7,9	
		3	7,9	

Abb. 11: Laborbuch, Seite 3

2.3. Bei konst  $x=0\text{cm}$  wird  $w$  variiert und  $v_p$  gemessen, Präzession in positive Richtung

Zeit  $t$  von 10 Perioden der Drehung in s  $\Delta t = \frac{0,1}{\sqrt{3}}\text{ s}$

Zeit  $T$  der Präzessionsperioden in s  $\Delta T = \frac{0,1^2}{\sqrt{2}}\text{ s}$

Anzahl Präzessionsperioden

3,88	30,52	3
5,01	26,79	3
5,88	23,54	3
6,30	20,50	3
6,35	20,43	3
7,20	18,44	3
8,10	15,89	3
7,74	17,16	3
9,24	13,41	3
8,98	15,03	3
10,93	10,88	3
13,24	8,15	3
3,49	35,60	3
5,63	24,20	3
4,46	30,37	3
4,39	30,77	3
12,49	9,05	3
11,40	10,38	3
6,41	21,72	3
11,09	10,84	3

*83f. Ausreißer, statisch falsch ausgelegt*

2.4 Schwerpunkt gemessen durch Ausbalancieren

$x_s = 2,6\text{ cm} \pm \frac{0,1\text{ cm}}{\sqrt{6}}$

VT 27.03.21

*Lorenz*

Abb. 12: Laborbuch, Seite 4

## Tabellenverzeichnis

1	Errechnete Winkelgeschwindigkeiten aus Messreihe 1 . . . . .	14
2	Errechnete Winkelgeschwindigkeiten aus Messreihe 2 . . . . .	14
3	Produkte der Winkelgeschwindigkeiten aus Messreihe 1 . . . . .	15

## Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau . . . . .	2
2	Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in Abhängigkeit von $x$ . . . . .	4
3	Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in Abhängigkeit von $x$ mit linearer Regression . . . . .	5
4	Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in Abhängigkeit von $\omega$ . . . . .	6
5	$x$ in Abhängigkeit von $\omega \cdot \omega_p$ . . . . .	7
6	$x$ in Abhängigkeit von $\omega \cdot \omega_p$ mit linearer Regression . . . . .	8
7	Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in Abhängigkeit von $\omega$ mit berechneter Erwartung . . . . .	9
8	Präzessionsfrequenz $\omega_p$ in Abhängigkeit von $\omega$ mit berechneter Erwartung und Unsicherheiten . . . . .	11
9	Laborbuch, Seite 1 . . . . .	16
10	Laborbuch, Seite 2 . . . . .	17
11	Laborbuch, Seite 3 . . . . .	18
12	Laborbuch, Seite 4 . . . . .	19