

(**Abstract**)

Bräuchel ist eigentlich nicht

Anhand eines mechanischen Modellexperimentes wird die Schwingdauer T_A bei gegensinniger Schwingung und die Schwingdauer T_B bei gleichsinniger Schwingung für vier verschiedene Kopplungsgrade berechnet. Diese Messwerte stellen sich als konsistent heraus und bestätigen somit die Messmethode.

Die Schwebedauer wird für jeden Kopplungsgrad experimentell bestimmt T_{SE} und durch theoretische Zusammenhänge T_{ST} aus T_A und T_B berechnet. Bei dem Vergleich dieser beiden Werte für die Schwebedauer lässt sich kein Rückschluss auf die Qualität der jeweiligen Methoden schließen, da die Ergebnisse inkonsistent ausfallen.

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuches und Aufgabenstellung	4
2 Versuchsaufbau	4
3 Herleitung Eigenfrequenzen ω_A und ω_B gekoppelter Pendel	5
4 Durchführung und Messdaten	7
5 Auswertung der Ergebnisse	12
5.1 Schwingungsperiode T_A , T_B und T_S	12
5.2 Bestimmung von T_S aus theoretischem Zusammenhang	14
5.3 Kopplungsgrade aus theoretischem Zusammenhang	15
5.4 Zusammenhang Kopplungsgrad K und Länge l^2	16
6 Zusammenfassung und Fehlerdiskussion	17
7 Verzeichnis	19
7.1 Quellenverzeichnis	19
7.2 Abbildungsverzeichnis	19
7.3 Tabellenverzeichnis	19

1 Ziel des Versuches und Aufgabenstellung

Pidasos: 48!

In diesem Versuch soll man sich experimentell mit den verschiedenen Schwingungsmoden eines gekoppelten Pendels auseinandersetzen und durch theoretische Zusammenhänge (seine Kenntnisse vertiefen.) Dabei sind für verschiedene Kopplungsgrade die Schwingdauern für gegensinnige Schwingung T_A und gleichsinnige Schwingung T_B , so wie die Schwebedauer T_{SE} zu messen. Außerdem soll die Schwebedauer T_{ST} aus T_A und T_B berechnet werden und mit dem Messergebnis für T_{SE} verglichen werden. Aus dem Messergebnissen sollen die Kopplungsgrade quantitativ bestimmt werden. Anhand der Messergebnisse lassen sich Rückschlüsse auf die Qualität der verwendeten Methoden schließen.

2 Versuchsaufbau

An einem Gestell hängen zwei gleich lange Pendel mit (etwas Abstand) nebeneinander. Das Gestell verfügt über drei Füße, die in der Höhe verstellbar sind, sodass man sicher gehen kann, dass das Gestell genau senkrecht steht. Die Pendel bestehen je aus einer langen dünnen Stange, an der unten ein Zylinder angebracht ist. Die Zylinder lassen sich an der Stange hoch und runter bewegen. Obwohl es sich hier um physikalische Pendel handelt, werden die Messdaten so ausgewertet, als ob es sich um mathematische Pendel handeln würde. Die Pendel schwingen in der selben Schwingungsebene. Zwischen den Pendeln lässt sich eine Feder anbringen, die in der Höhe verstellbar ist. Somit lässt sich der Kopplungsgrad der Pendel variieren. Mit Hilfe einer Stange, an der drei Arretierungshebel befestigt sind, können die Pendel in ausgelenkter Stellung festgehalten werden und gleichzeitig losgelassen werden. Zum Messen der Schwingungsdauer wird eine handbetätigte Stoppuhr genutzt. Zum Messen der Längen wird ein Maßband genutzt.

In der nachfolgenden Abbildung 1 ist eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus zu sehen. Diese Graphik ist der Versuchsanleitung zum Physikkolabor für Anfänger*innen, Teil 1, Seite 47, Stand 08/2018 entnommen und wurde geringfügig verändert, um die Abbildung stimmiger mit dem tatsächlichen Versuchsaufbau zu machen. Dabei ist zu beachten, dass es sich bei den Gewichten an den unteren Enden der Pendel in Abbildung 1 um Kugeln handelt. Beim tatsächlichen Versuch wurden allerdings Zylinder verwendet.

(Zylinder)
[1]

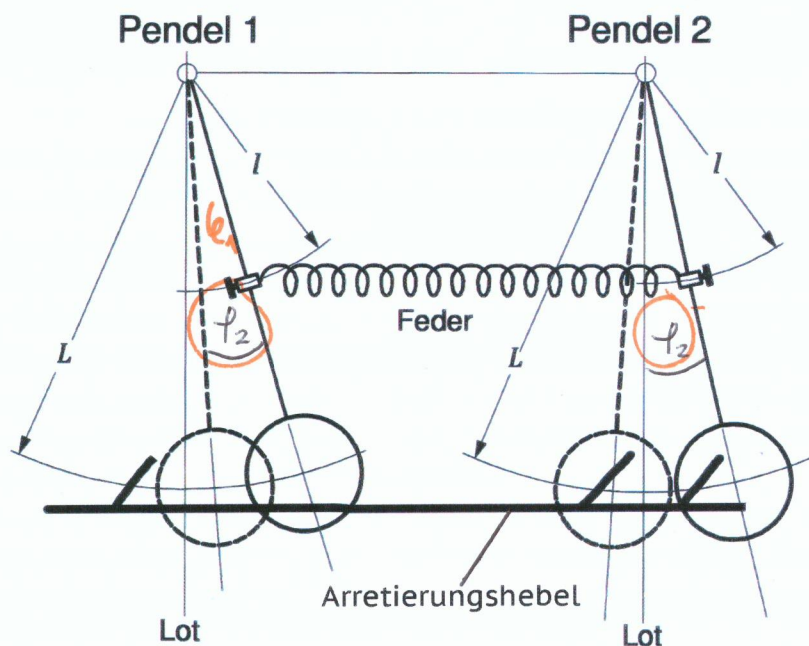


Abbildung 1: Versuchsaufbau

3 Herleitung Eigenfrequenzen ω_A und ω_B gekoppelter Pendel

Bei gekoppelten Pendel besteht die Rückstellkraft aus zwei Komponenten. Zum Einen der *tangentiellen* Komponente der Schwerkraft (abhängig von der Auslenkung des jeweiligen Pendels), zum Anderen der Kraft, die durch die Kopplungsfeder auf das Pendel wirkt (Abhängig von der Differenz der Auslenkungen der Pendel). Das Gesamtdrehmoment M_1 von Pendel 1 und das Gesamtdrehmoment M_2 von Pendel 2 setzen sich also je aus zwei Komponenten zusammen. m beschreibt die Masse eines Zylinders am unteren Ende des Pendels, welche für beide Pendel identisch ist, g ist die Erdbeschleunigung, D entspricht der Federkonstante und l (wie in Abbildung 1 zu sehen) der Länge von Aufhängepunkt des Pendels bis Befestigungspunkt der Feder. ϕ_1 ist als der Auslenkungswinkel des ersten Pendels nach rechts positiv definiert und ϕ_2 als Auslenkung des zweiten Pendels nach rechts.

$$M_1 = -mgL \sin \phi_1 + Dl^2 (\sin \phi_2 - \sin \phi_1) \quad (1)$$

$$M_2 = -mgL \sin \phi_2 - Dl^2 (\sin \phi_2 - \sin \phi_1) \quad (2)$$

Mit der Anwendung der Kleinwinkelnäherung $\sin \phi \approx \phi$ und der Formel für das Gesamtdrehmoment $M = I\ddot{\phi}$, wobei I das Trägheitsmoment eines Pendels beschreibt, ergibt sich:

$$I\ddot{\phi}_1 = -mgL\phi_1 + Dl^2(\phi_2 - \phi_1) \quad (3)$$

$$I\ddot{\phi}_2 = -mgL\phi_2 - Dl^2(\phi_2 - \phi_1) \quad (4)$$

Das Trägheitsmoment I beträgt $I = mL^2$, da wir die Pendel als mathematische Pendel betrachten und es sich somit um eine Punktmasse handelt. L beschreibt (wie in Abbildung 1 zu sehen) die Länge von Aufhängepunkt des Pendels bis zur Mitte der unten angebrachten Masse. Durch Einsetzen von I ergeben sich folgende Formeln:

$$\ddot{\phi}_1 = -\frac{g}{L}\phi_1 + \frac{Dl^2}{mL^2}(\phi_2 - \phi_1) \quad (5)$$

$$\ddot{\phi}_2 = -\frac{g}{L}\phi_2 - \frac{Dl^2}{mL^2}(\phi_2 - \phi_1) \quad (6)$$

Die Addition von Formel (5) und (6) ergibt:

$$\ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_2 = -\frac{g}{L}\phi_1 - \frac{g}{L}\phi_2 \quad (7)$$

Formel (7) lässt sich umformen zu:

$$(\ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_2) + \frac{g}{L}(\phi_1 + \phi_2) = 0 \quad (8)$$

Es wird die neue Variabel $\theta_A = (\phi_1 + \phi_2)$ eingeführt. Es ergibt sich eine Gleichung, die der einer Schwingungsgleichung des harmonischen Oszillators entspricht.

$$\ddot{\theta}_A + \frac{g}{L}\theta_A = 0 \quad (9)$$

Nach der Formel $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ eines harmonischen Oszillators ergibt sich für θ_A die Eigenfrequenz ω_A :

$$\omega_A = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (10)$$

Das Vorgehen zum Finden der Eigenfrequenz ω_B findet analog statt. Hierbei werden die Formeln (5) und (6) subtrahiert:

$$\ddot{\phi}_1 - \ddot{\phi}_2 = -\frac{g}{L}(\phi_1 - \phi_2) - \frac{2Dl^2}{mL^2}(\phi_1 - \phi_2) \quad (11)$$

Es wird die neue Variabel $\theta_B = (\phi_1 - \phi_2)$ eingeführt. Es ergibt sich eine Gleichung, die der einer Schwingungsgleichung des harmonischen Oszillators ähnelt.

$$\ddot{\theta}_B + \left(\frac{g}{L} + \frac{2Dl^2}{mL^2}\right)\theta_B = 0 \quad (12)$$

Nach der Formel $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ eines harmonischen Oszillators ergibt sich für θ_B die Eigenfrequenz ω_B :

$$\omega_B = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{2Dl^2}{mL^2}} \quad (13)$$

Hierbei entspricht ω_A der Eigenfrequenz bei gleichsinniger Schwingung und ω_B der Eigenfrequenz bei gegensinniger Schwingung.

4 Durchführung und Messdaten

Zuerst wird sicher gestellt, dass das Gestell eine saubere vertikale Ausrichtung besitzt, sodass die Schwingungsebene der Pendel senkrecht ausgerichtet ist.

Anschließend wird eine Messreihe durchgeführt, in der die Schwingdauern der beiden Pendel ungekoppelt bestimmt werden. Damit vergewissert man sich, dass die beiden Pendel die gleiche Schwingdauer haben. Die Schwingdauer des ersten Pendels ist mit T_1 bezeichnet und die Schwingdauer des zweiten Pendels ist mit T_2 bezeichnet. T_1 und T_2 wurden hintereinander je fünf mal mit der Stoppuhr gemessen. Die je fünf gemessenen Werte wurden gemittelt, sodass man einen besseren Vergleich hat. In Tabelle 1 sind die Messergebnisse für T_1 und T_2 , so wie die Mittelwerte $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ zu sehen. Außerdem werden die Standardabweichungen

$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ und die Standardabweichung der Mittelwerte $s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$ bestimmt, um herauszufinden, ob die Länge der Pendel zufriedenstellend eingestellt ist.

Tabelle 1: Messdaten Schwingdauer Pendel ungekoppelt

	T₁	T₂
	in s	in s
	1,78	1,84
	1,90	1,71
	1,84	1,78
	1,87	1,78
	1,81	1,81
\bar{x}	1,84	1,78
s_x	0,05	0,05
$s_{\bar{x}}$	0,02	0,02

Durch dieses Messergebnis wird ersichtlich, dass innerhalb einem Bereich von zwei Sigma die beiden Werte übereinstimmen. Dieser Bereich erscheint ausreichend, um die Pendellänge nicht neu einzustellen. Die Länge L von Aufhängepunkt bis Mittelpunkt des Zylinders wird gemessen. Wir nehmen an, dass der Zylinder homogen ist und somit seine geometrische Mitte den Schwerpunkt darstellt. Die Länge L beträgt je für beide Pendel $L = (93,0 \pm 0,3)\text{cm}$.

Der Fehler kommt durch Ableseungenauigkeiten, eventuelles ungenaues Anlegen des Maßbandes und eventuelle Kalibrierungenauigkeiten des Maßbandes zustande. Auch ist die geometrische Mitte des Zylinders nicht markiert, was ebenfalls für Ungenauigkeiten des Wertes sorgt und in die Fehlereinschätzung

Zu Lang!

eingeht.

Den Kopplungsgrad der beiden Pendel kann man einstellen, indem man die Feder in unterschiedlichen Höhen zwischen den Pendeln anbringt. Es werden Messreihen für vier verschiedene Kopplungsgrade durchgeführt. Für jeden Kopplungsgrad wird über fünf Perioden die Schwingdauer gemessen für je gegensinnige und gleichsinnige Schwingung. Dann wird die Dauer von 0,5 Schwebungsperioden gemessen.

Die Standardunsicherheiten ergeben sich in den nachfolgenden Messungen Tabelle 2 bis 13 durch die aufgerundete letzte Nachkommastelle der Stoppuhr und die eigene Reaktionszeit.

Bei den Messungen für den ersten Kopplungsgrad K_1 beträgt die Länge zwischen Aufhängepunkt des Pendels und Aufhängepunkt der Feder $l_1 = (40,0 \pm 0,3) \text{cm}$. Die Feder wird in gleicher Höhe an den beiden Pendeln angebracht. Der Fehler kommt wieder durch Ablesungenauigkeiten, eventuelles ungenaues Anlegen des Maßbandes und eventuelle Kalibrierungenauigkeiten des Maßbandes zustande. Außerdem muss bis zur Mitte der Aufhängung der Feder gemessen werden, welche eventuell nicht exakt getroffen wird. Dies fließt ebenfalls in die Fehlereinschätzung ein.

Für die Messung der Schwingdauer bei gegensinniger Schwingung werden die Pendel mit den Arretierungshebeln in entgegengesetzte Richtung gleich weit ausgelenkt und im selben Moment losgelassen. Die Messung wird gestartet, wenn die Pendel nach dem Loslassen wieder in maximaler Auslenkung sind. Die Schwingdauer wurde je über 5 Perioden gemessen und dann auf eine Schwingungsperiode T_A umgerechnet. T_{A5} entspricht der Zeitmessung über fünf Schwingungsperioden. Die Ergebnisse zur Messung der Schwingdauer der gegensinnigen Schwingung sind in Tabelle 2 zu sehen.

V.d
zu
v.de
Details!

Tabelle 2: Messwerte T_{A5} und T_A gegensinnige Schwingung erster Kopplungsgrad

T_{A5} in s	$u_{T_{A5}}$ in s	T_A in s	u_{T_A} in s
8,78	0,02	1,756	0,004
8,96	0,02	1,792	0,004
8,56	0,02	1,712	0,004
8,90	0,02	1,780	0,004
9,00	0,02	1,800	0,004

Sensitiv: Statt 1., 2., 3., 4. Kopplungsgrad: $l = \dots$

Neu ein mal

Keine dreifachen Subskripte!

Für die Messung der Schwingdauer bei gleichsinniger Schwingung werden die Pendel mit den Arretierungshebeln in gleiche Richtung gleich weit ausgelenkt und im selben Moment losgelassen. Die Messung wird gestartet, wenn die Pendel nach dem Loslassen wieder in maximaler Auslenkung sind. Die Ergebnisse zur Messung der Schwingdauer der gegensinnigen Schwingung sind in Tabelle 3 zu sehen. T_{B5} entspricht der Zeitmessung über fünf Schwingungsperioden und T_B entspricht der Zeit für eine Schwingungsperiode.

Tabelle 3: Messwerte T_{B_5} und T_B gleichsinnige Schwingung erster Kopplungsgrad

T_{B_5} in s	$u_{T_{B_5}}$ in s	T_B in s	u_{T_B} in s
9,25	0,02	1,850	0,004
9,34	0,02	1,868	0,004
9,31	0,02	1,862	0,004
9,25	0,02	1,850	0,004
9,28	0,02	1,856	0,004

Die Schwebung wird gemessen, indem ein Pendel ausgelenkt wird, während das andere in Ruhe ist. Die Messung wird gestartet, wenn ein Pendel in Ruhe ist und wird beendet, wenn das selbe Pendel wieder in Ruhe ist. Dies entspricht einer halben Schwebungsperiode T_{S_h} . Dies wird umgerechnet zu einer ganzen Schwebungsperiode T_S . Der Fehler ist hier etwas größer abgeschätzt, als bei der Messung von T_A und T_B , da der Zeitpunkt, in dem das Pendel in Ruhe ist, nur ungenau einschätzbar ist. In Tabelle 4 sind die Messergebnisse zur Messung der Schwebungsdauer mit den ersten Kopplungsgrad aufgeführt.

Tabelle 4: Messwerte T_{S_h} und T_S erster Kopplungsgrad

T_{S_h} in s	$u_{T_{S_h}}$ in s	T_S in s	u_{T_S} in s
35,34	0,03	70,68	0,06
34,18	0,03	68,36	0,06
34,62	0,03	69,24	0,06
33,78	0,03	67,56	0,06
33,90	0,03	67,70	0,06

Das Vorgehen für die weiteren Kopplungsgrade ist analog. Die Einschätzung der Fehler geschieht auf die selbe Weise, wie bei den Messungen mit dem ersten Kopplungsgrad.

Bei den Messungen für den zweiten Kopplungsgrad K_2 beträgt die Länge zwischen Aufhängepunkt des Pendels und Aufhängepunkt der Feder $l_2 = (25,1 \pm 0,3)\text{cm}$. Im folgenden sind die Tabellen 5, 6 und 7 zu sehen mit den gemessenen Zeiten der gegensinnige Schwingung, der gleichsinnige Schwingung und der Schwebung mit Kopplungsgrad zwei.

Tabellen besser in den Vorlesung!

Tabelle 5: Messwerte T_{A_5} und T_A gegensinnige Schwingung zweiter Kopplungsgrad

T_{A_5} in s	$u_{T_{A_5}}$ in s	T_A in s	u_{T_A} in s
9,12	0,02	1,824	0,004
8,90	0,02	1,780	0,004
8,90	0,02	1,780	0,004
9,00	0,02	1,800	0,004
9,25	0,02	1,850	0,004

Tabelle 6: Messwerte T_{B_5} und T_B gleichsinnige Schwingung zweiter Kopplungsgrad

T_{B_5} in s	$u_{T_{B_5}}$ in s	T_B in s	u_{T_B} in s
9,09	0,02	1,818	0,004
9,28	0,02	1,856	0,004
9,18	0,02	1,836	0,004
9,06	0,02	1,812	0,004
9,09	0,02	1,818	0,004

Tabelle 7: Messwerte T_{S_h} und T_S zweiter Kopplungsgrad

T_{S_h} in s	$u_{T_{S_h}}$ in s	T_S in s	u_{T_S} in s
78,05	0,03	156,10	0,06
78,84	0,03	157,68	0,06
78,75	0,03	157,50	0,06
80,03	0,03	160,06	0,06
78,31	0,03	156,62	0,06

Bei den Messungen für den dritten Kopplungsgrad K_3 beträgt die Länge zwischen Aufhängepunkt des Pendels und Aufhängepunkt der Feder $l_3 = (50,0 \pm 0,3)\text{cm}$. Im folgenden sind die Tabellen 8, 9 und 10 zu sehen mit den gemessenen Zeiten der gegensinnige Schwingung, der gleichsinnige Schwingung und der Schwebung mit Kopplungsgrad drei.

Tabelle 8: Messwerte T_{A_5} und T_A gegensinnige Schwingung dritter Kopplungsgrad

T_{A_5} in s	$u_{T_{A_5}}$ in s	T_A in s	u_{T_A} in s
8,46	0,02	1,692	0,004
8,53	0,02	1,706	0,004
8,56	0,02	1,712	0,004
8,51	0,02	1,702	0,004
8,75	0,02	1,750	0,004

Tabelle 9: Messwerte T_{B_5} und T_B gleichsinnige Schwingung dritter Kopplungsgrad

T_{B_5} in s	$u_{T_{B_5}}$ in s	T_B in s	u_{T_B} in s
9,37	0,02	1,874	0,004
9,53	0,02	1,906	0,004
9,09	0,02	1,818	0,004
9,53	0,02	1,906	0,004
9,28	0,02	1,856	0,004

Tabelle 10: Messwerte T_{S_h} und T_S dritter Kopplungsgrad

T_{S_h} in s	$u_{T_{S_h}}$ in s	T_S in s	u_{T_S} in s
22,59	0,03	45,18	0,06
22,40	0,03	44,80	0,06
22,34	0,03	44,68	0,06
22,81	0,03	45,62	0,06
22,50	0,03	45,00	0,06

Bei den Messungen für den vierten Kopplungsgrad K_4 beträgt die Länge zwischen Aufhängepunkt des Pendels und Aufhängepunkt der Feder $l_4 = (70,1 \pm 0,3)$ cm. Im folgenden sind die Tabellen 11, 12 und 13 zu sehen mit den gemessenen Zeiten der gegensinnige Schwingung, der gleichsinnige Schwingung und der Schwebung mit Kopplungsgrad vier.

Tabelle 11: Messwerte T_{A_5} und T_A gegensinnige Schwingung vierter Kopplungsgrad

T_{A_5} in s	$u_{T_{A_5}}$ in s	T_A in s	u_{T_A} in s
8,00	0,02	1,600	0,004
8,06	0,02	1,612	0,004
8,15	0,02	1,630	0,004
8,12	0,02	1,624	0,004
8,12	0,02	1,624	0,004

Tabelle 12: Messwerte T_{B_5} und T_B gleichsinnige Schwingung vierter Kopplungsgrad

T_{B_5} in s	$u_{T_{B_5}}$ in s	T_B in s	u_{T_B} in s
9,50	0,02	1,900	0,004
9,34	0,02	1,868	0,004
9,78	0,02	1,956	0,004
9,50	0,02	1,900	0,004
9,68	0,02	1,936	0,004

Tabelle 13: Messwerte T_{S_h} und T_S vierter Kopplungsgrad

T_{S_h} in s	$u_{T_{S_h}}$ in s	T_S in s	u_{T_S} in s
12,00	0,03	24,00	0,06
12,12	0,03	24,24	0,06
12,62	0,03	25,24	0,06
12,03	0,03	24,06	0,06
12,43	0,03	24,86	0,06

5 Auswertung der Ergebnisse

5.1 Schwingungsperiode T_A , T_B und T_S

In den folgenden Tabellen 14 bis 17 sind die Mittelwerte $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ der Periodendauern T_A , T_B und T_S zu sehen. Außerdem werden die Standardabweichungen $s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ und die Standardabweichung der Mittelwerte $s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$ bestimmt.

Einheiten

Nicht mit Zahlen rechnen!

Die Unsicherheit des Mittelwertes auf T_A und T_B berechnet sich durch die Formel $u_{\bar{x}} = \sqrt{(\frac{1}{5} \cdot 0,004)^2 \cdot 5}$. Die Unsicherheit des Mittelwertes auf T_S berechnet sich nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung durch die Formel $u_{\bar{x}} = \sqrt{(\frac{1}{5} \cdot 0,06)^2 \cdot 5}$.

9,2

Tabelle 14: Messergebnisse erste Kopplung

	T_A	T_B	T_S
\bar{x} in s	1,768	1,857	68,73
s_x in s	0,035	0,008	1,27
$s_{\bar{x}}$ in s	0,016	0,003	0,57
$u_{\bar{x}}$ in s	0,002	0,002	0,03

Tabelle 15: Messergebnisse zweite Kopplung

	T_A	T_B	T_S
\bar{x} in s	1,807	1,828	157,59
s_x in s	0,030	0,018	1,52
$s_{\bar{x}}$ in s	0,013	0,008	0,68
$u_{\bar{x}}$ in s	0,002	0,002	0,03

Tabelle 16: Messergebnisse dritte Kopplung

	T_A	T_B	T_S
\bar{x} in s	1,712	1,872	45,06
s_x in s	0,022	0,037	0,37
$s_{\bar{x}}$ in s	0,010	0,017	0,17
$u_{\bar{x}}$ in s	0,002	0,002	0,03

Tabelle 17: Messergebnisse vierte Kopplung

	T_A	T_B	T_S
\bar{x} in s	1,618	1,912	24,48
s_x in s	0,012	0,034	0,54
$s_{\bar{x}}$ in s	0,005	0,015	0,24
$u_{\bar{x}}$ in s	0,002	0,002	0,03

→ Pass Evtl eine kompakte Tabelle

Das hat keine Informationsgehalt

Es ist zu erkennen, dass die durchschnittlichen Periodendauern T_B bei allen Kopplungsgraden größer sind als T_A . Die Standardunsicherheiten $u_{\bar{x}}$ sind durch alle Kopplungsgrade hinweg die selben, da für alle Kopplungsgrade die selbe Messmethode angewandt wird und die selben Fehlerquellen abgeschätzt werden. Die Streuungen der Messwerte für T_A und T_B sind über die Messreihen hinweg als kontinuierlich einzustufen, was auf eine Konsistenz der Messwerte hindeutet. Die Streuwerte für T_S sind für den ersten und zweiten Kopplungsgrad sind mehr als doppelt so groß ausgefallen, als für den dritten oder vierten Kopplungsgrad. Dies deutet darauf hin, dass die Messungen von T_S für den ersten und zweiten Kopplungsgrad mit weniger Präzision ausgeführt wurden, was auch den Wert für T_S ungenauer macht.

Recht verwendet werden!;-)

5.2 Bestimmung von T_S aus theoretischem Zusammenhang

Die Kreisfrequenzen ω werden durch den theoretischen Zusammenhang $\omega = \frac{2\pi}{T}$ [1] ermittelt, wobei T der Periodendauer einer Schwingung entspricht. Die Standardunsicherheiten der Kreisfrequenzen u_{ω_A} und u_{ω_B} ermittelt man nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung durch $u_{\omega} = \sqrt{(\frac{2\pi}{T^2} \cdot u_T)^2}$.

In der folgenden Tabelle 18 sind die Kreisfrequenzen ω_A (bei gegensinniger Schwingung) und ω_B (bei gleichsinniger Schwingung) zu den jeweiligen Schwingungsdauern T_A und T_B für jeden Kopplungsgrad K_1 , K_2 , K_3 und K_4 angegeben.

Tabelle 18: Kreisfrequenzen zu T_A und T_B für jeden Kopplungsgrad

	K_1	K_2	K_3	K_4
ω_A in $\frac{1}{s}$	3,554	3,477	3,670	3,883
u_{ω_A} in $\frac{1}{s}$	0,004	0,004	0,004	0,005
ω_B in $\frac{1}{s}$	3,384	3,437	3,356	3,286
u_{ω_B} in $\frac{1}{s}$	0,004	0,004	0,004	0,003

Aus den Kreisfrequenzen ω_A und ω_B lässt sich $\omega_S = \frac{1}{2}(\omega_A - \omega_B)$ [2] berechnen. Die Standardunsicherheit u_{ω_S} berechnet man nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung durch $u_{\omega_S} = \sqrt{(\frac{1}{2}u_{\omega_A})^2 + (-\frac{1}{2}u_{\omega_B})^2}$. In der folgenden Tabelle 19 sind die Kreisfrequenzen ω_S und ihre Standardunsicherheiten u_{ω_S} für K_1 , K_2 , K_3 und K_4 angegeben.

Tabelle 19: Kreisfrequenz ω_S (aus ω_A und ω_B berechnet)

	K_1	K_2	K_3	K_4
ω_S in $\frac{1}{s}$	0,085	0,020	0,157	0,299
u_{ω_S} in $\frac{1}{s}$	0,003	0,003	0,003	0,003

Um die Kreisfrequenzen ω_S wieder auf Schwingungsperioden T_S umzurechnen, nutzen wir die Formel $T_S = \frac{2\pi}{\omega_S}$ [3]. Die Standardunsicherheit u_{T_S} wird nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung durch $u_{T_S} = \sqrt{(\frac{-2\pi}{\omega^2} \cdot u_{\omega})^2}$ berechnet.

Das ist alles schon umständlich. Ihr müsst nicht jeden Rechen-Schritt protokollieren!

In der nachfolgenden Tabelle 20 sind die durch den theoretischen Zusammenhang errechneten Schwingungsperioden T_{ST} mit Standardunsicherheit $u_{T_{ST}}$ zu sehen. Außerdem sind die Ergebnisse von den experimentell direkt gemessenen Werten T_{SE} und $u_{T_{SE}}$ (aus Tabellen 14 - 17) zu sehen.

Tabelle 20: Schwingungsdauer T_{ST} aus ^{von u_A & u_B ?} theoretischem Zusammenhang und Schwingungsdauer T_{SE} aus direkter Messung

	K_1	K_2	K_3	K_4
T_{ST} in s	74	314	40,0	21,0
$u_{T_{ST}}$ in s	2	42	0,7	0,2
T_{SE} in s	68,73	157,59	45,06	24,48
$u_{T_{SE}}$ in s	0,03	0,03	0,03	0,03

Die Werte T_{ST} und T_{SE} stimmen nur in Bereichen von mehreren Sigma überein. Die genaueste Korrelation ist für die Werte vom ersten Kopplungsgrad mit drei Sigma. Die ungenaueste Korrelation ist für die Werte vom vierten Kopplungsgrad mit 18 Sigma. Generell liegen die Werte T_{ST} alle in der selben Größenordnung wie die Werte T_{SE} , außer der Wert für K_2 . Es fällt auf, dass der Wert T_{SE} etwa halb so groß ist, wie der Wert T_{ST} für K_2 . Dies erweckt die Vermutung, dass bei der Messung der Schwebungsdauer mit dem zweiten Kopplungsgrad versehentlich eine falsche Messmethode angewandt wurde. Es ist denkbar, dass anstatt einer halben nur eine viertel Periode gemessen wurde. Dies ist ein grober Fehler, der den experimentell gemessenen Wert T_{SE} für die zweite Kopplung stark verfälscht. Da alle anderen berechneten Werte T_{ST} mit den dazugehörigen Werten T_{SE} ^{im Einklang} sind, ist anzunehmen, dass T_{SE} für K_2 wirklich aus einer falschen Messmethode entstanden ist und somit nicht verwertbar ist. ^(v)

Die Standardunsicherheiten $u_{T_{SE}}$ entstehen durch Fehlereinschätzung beim Messen von T_S und fallen im Allgemeinen kleiner aus als $u_{T_{ST}}$. Die Werte $u_{T_{ST}}$ werden durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung aus den Standardunsicherheiten der Messungen von T_A und T_B ermittelt. Im Allgemeinen hätten die Fehler von T_A , T_B und T_S größer abgeschätzt werden können, da die Werte T_{ST} und T_{SE} nur sehr ungenau in Korrelation sind und die darauf angegebenen Fehler einen genaueren Wert implizieren. Aus den in Tabelle 20 angegebenen Werten ist nicht ersichtlich, ob die Bestimmung von T_S durch den theoretischen Zusammenhang oder direktes Messen genauer ist. Die Standardunsicherheiten $u_{T_{ST}}$ sind zwar im Allgemeinen größer als $u_{T_{SE}}$, aber das ist nicht sehr aussagekräftig, da die Standardunsicherheiten von der individuellen Einschätzung der Fehler abhängig sind, welche auch ungenau eingeschätzt sein können.

5.3 Kopplungsgrade aus theoretischem Zusammenhang

Die in den Messungen von T_A , T_B , T_S verwendeten Kopplungsgrade K_1 , K_2 , K_3 und K_4 lassen sich durch den theoretischen Zusammenhang $K = \frac{T_B^2 - T_A^2}{T_B^2 + T_A^2}$ [4] ermitteln. In der folgenden Tabelle 21 sind die berechneten Werte K und die durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung berechneten Standardunsicherheiten

$u_K = \sqrt{\left(\frac{-4T_B^2 T_A}{(T_B^2 + T_A^2)^2} u_{T_A}\right)^2 + \left(\frac{4T_A^2 T_B}{(T_B^2 + T_A^2)^2} u_{T_B}\right)^2}$ zu sehen. Die zur Berechnung genutzten Werte T_A , T_B , u_{T_A} , u_{T_B} befinden sich in Tabellen 14 bis 17.

Tabelle 21: aus theoretischem Zusammenhang berechnete Kopplungsgrade K

	K_1	K_2	K_3	K_4
K	0,049	0,012	0,089	0,165
u_K	0,002	0,002	0,002	0,002

Es ist ersichtlich, dass $K \ll 1$. Dies ist ein erwünschtes Ergebnis, was für die Qualität der Messwerte T_A und T_B spricht.

5.4 Zusammenhang Kopplungsgrad K und Länge l^2

Die Länge l beschreibt den Abstand zwischen Aufhängepunkt des Pendels am Gestell und Befestigungspunkt der Feder an dem Pendel. Somit beeinflusst die Länge l den Kopplungsgrad K der beiden Pendel. In der folgenden Abbildung 2 ist die Länge l im Quadrat gegen den Kopplungsgrad K aufgetragen. In der Abbildung sind ebenfalls die Fehlerbalken für die Größen K und l^2 aufgetragen, allerdings ist die Standardunsicherheit u_{l^2} so klein, dass die Fehlerbalken nicht sichtbar sind.

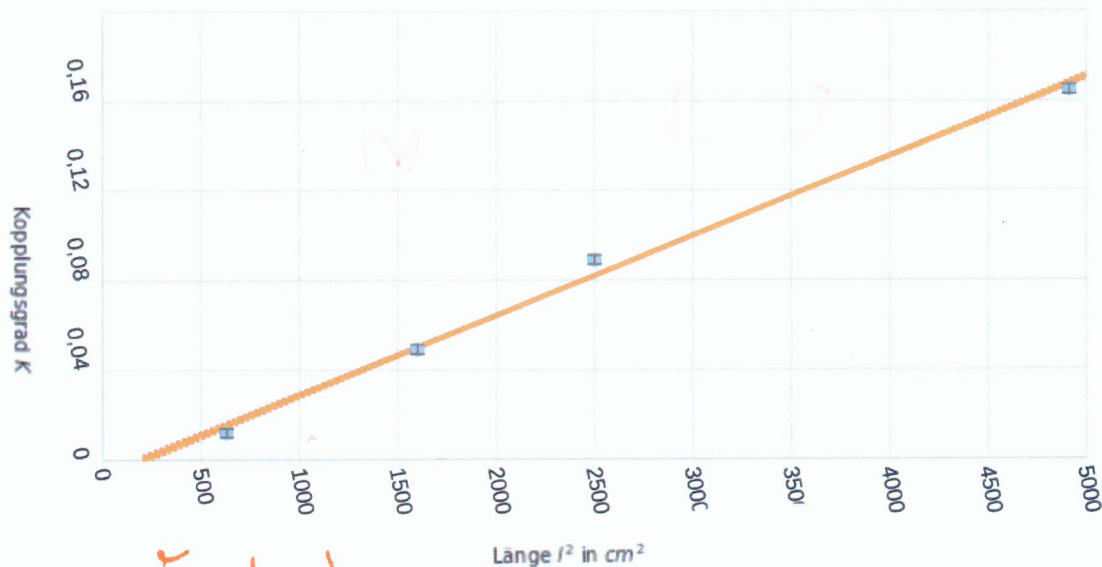


Abbildung 2: Eine Ausgleichsgerade ist durch die Wertepaare l^2 und K gelegt, wodurch der lineare Zusammenhang dieser beiden Größen ersichtlich wird.

Es wird ersichtlich, dass in guter Näherung ein linearer Zusammenhang zwischen K und l^2 besteht, was für die Konsistenz der Messwerte spricht. Das Wertepaar für den dritten Kopplungsgrad fällt am meisten aus dem linearen Zusammenhang von K und l^2 raus. Die Steigung der Ausgleichsgeraden beträgt $b = 0,0000356$ und die Standardunsicherheit $u_b = 0,0000006$.

6 Zusammenfassung und Fehlerdiskussion

Folgende Messergebnisse werden ermittelt:

erste Kopplung $K_1 = 0,049 \pm 0,002$:

$$T_A = (1,768 \pm 0,002)\text{s}$$

$$T_B = (1,857 \pm 0,002)\text{s}$$

$$T_{SE} = (68,73 \pm 0,03)\text{s}$$

$$T_{ST} = (74 \pm 2)\text{s}$$

zweite Kopplung $K_2 = 0,012 \pm 0,002$:

$$T_A = (1,807 \pm 0,002)\text{s}$$

$$T_B = (1,828 \pm 0,002)\text{s}$$

$$T_{SE} = (157,59 \pm 0,03)\text{s}$$

$$T_{ST} = (314 \pm 42)\text{s}$$

dritte Kopplung $K_3 = 0,089 \pm 0,002$:

$$T_A = (1,712 \pm 0,002)\text{s}$$

$$T_B = (1,872 \pm 0,002)\text{s}$$

$$T_{SE} = (45,06 \pm 0,03)\text{s}$$

$$T_{ST} = (40 \pm 0,7)\text{s}$$

vierte Kopplung $K_4 = 0,165 \pm 0,002$:

$$T_A = (1,618 \pm 0,002)\text{s}$$

$$T_B = (1,912 \pm 0,002)\text{s}$$

$$T_{SE} = (24,48 \pm 0,03)\text{s}$$

$$T_{ST} = (21 \pm 0,03)\text{s}$$

Die Periodendauern der ungekoppelten Pendel am Anfang des Versuches stimmen nur in einem zwei Sigma Bereich überein. Die gemessene Länge L von Pendelaufhängung bis Mitte des Zylinder ist jedoch für beide Pendel gleich lang. Andere Faktoren, als die Pendellänge können die gemessene Periodendauer beeinflussen. Zum Beispiel die Auslenkung, die eigene Reaktionszeit oder Reibungseffekte an der Pendelaufhängung. Bei der Messung wurde darauf geachtet, dass beide Pendel gleich weit ausgelenkt werden, dennoch können Ablesungenauigkeiten passieren. Die Pendel hätte man genauer justieren können und mehr Daten erheben können, indem mehr als fünf Schwingdauern pro Pendel gemessen werden, um zu sehen, ob sie die selbe Schwingdauer besitzen. Somit wären alle nachfolgenden Messergebnisse mit geringerem Fehlerpotential ausgefallen.

Bei Längenmessung mit dem Maßband und Zeitmessung mit der digitalen Stoppuhr passieren treten wenig Fehlerquellen auf. Alle Ergebnisse, die durch diese Messweisen entstanden sind, sind als relativ genau einzuschätzen.

Da die Messergebnisse T_A , T_B und T_{SE} durch Messungen mit der digitalen Stoppuhr zustande gekommen sind, befinden sich auf diesen Werten wenige Fehler. Es ist allerdings möglich, dass durch die Konstruktion, an der die Pendel hängen, systematische Fehler auftreten. Dies kann durch ungleiche Reibung an den Aufhängepunkten geschehen oder dadurch, dass die Pendel neben der gewünschten seitlichen Pendelbewegung

auch kleine Bewegungen nach vorne und hinten ausführen können, was die Schwingdauer beeinflussen würde. Wie schon im Eingangstext erwähnt, handelt es sich bei dem Messaufbau um physikalische Pendel und keine mathematischen. Der Zylinder unten an der Stange ist ein ausgedehnter Körper, keine Punktmasse, und der dünne Metallstab hat eine Masse. Durch inhomogene Dichtenverteilungen von Stab und Zylinder der je beiden Pendel, können mehr Messungenauigkeiten aufgetreten sein. Die verwendete Feder ist nicht homogen in ihren Windungen. Es ist mit dem bloßen Auge zu erkennen, dass einige Windungen weiter auseinander liegen, was wahrscheinlich durch grobe manuelle Dehnung geschehen ist. Die unhomogene Anatomie der Feder kann eine Quelle von systematischen Fehlern sein. T_A , T_B und T_{SE} wurden durch eine Messung über fünf Perioden bestimmt. Durch eine Messung über mehrere Perioden wäre das Ergebnis genau geworden. Auch hätte die Durchführung von mehr Messvorgängen das Ergebnis genauer gemacht. Allerdings sind die Werte von T_A , T_B und T_{SE} sehr konsistent ausgefallen, was die gewählte Messmethode bestätigt und als ausreichend genau einstufen lässt.

→ Qualität
tuo Einfluss?
| Macht das
was?

Das stimmt
immer!!

Bei der Bestimmung von T_{ST} aus dem theoretischen Zusammenhang kommt zu tragen, dass die verwendeten Formeln für ein mathematisches Pendel ausgelegt sind. Diese verwendete Näherung trägt systematische Fehler mit sich. Das selbe ist für die Bestimmung des Kopplungsgrades K gültig. An den Ergebnissen für T_{ST} ist allerdings nicht ersichtlich, in welche Richtung dieser systematische Fehler die Ergebnisse beeinflusst. Beim dritten und beim vierten Kopplungsgrad ist T_{ST} kleiner als T_{SE} und bei ersten Kopplungsgrad ist T_{ST} größer als T_{SE} . Da bei dem zweiten Kopplungsgrad ein Fehler in der Messmethode geschehen ist, kann über die Korrelation der Werte T_{ST} und T_{SE} für den zweiten Kopplungsgrad keine Aussage getroffen werden. Da K gegen l^2 aufgetragen einen linearen Zusammenhang von K und l^2 ersichtlich macht (siehe Abbildung 2), ist anzunehmen, dass die Messwerte T_A und T_B von Qualität sind.

welche?

Das ist
nicht an
den Ergebnis
zu sehen!

Was?

7 Verzeichnis

7.1 Quellenverzeichnis

- Quelle 1: <https://learnattack.de/physik/winkelgeschwindigkeit-und-kreisfrequenz>, Stand 15.09.18
Quelle 2: Versuchsanleitung zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Seite 48, Standt 08.2018
Quelle 3: <https://learnattack.de/physik/winkelgeschwindigkeit-und-kreisfrequenz>, Stand 15.09.18
Quelle 4: Versuchsanleitung zum Physiklabor für Anfänger*innen, Teil 1, Seite 46, Formel 2.49, Stand 08.2018

7.2 Abbildungsverzeichnis

- Abbildung 1: Versuchsaufbau
Abbildung 2: Zusammenhang K und l^2

7.3 Tabellenverzeichnis

- Tabelle 1: Messdaten Schwingdauer Pendel ungekoppelt
Tabelle 2: Messwerte T_{A_5} und T_A gegensinnige Schwingung erster Kopplungsgrad
Tabelle 3: Messwerte T_{B_5} und T_B gleichsinnige Schwingung erster Kopplungsgrad
Tabelle 4: Messwerte T_{S_h} und T_S erster Kopplungsgrad
Tabelle 5: Messwerte T_{A_5} und T_A gegensinnige Schwingung zweiter Kopplungsgrad
Tabelle 6: Messwerte T_{B_5} und T_B gleichsinnige Schwingung zweiter Kopplungsgrad
Tabelle 7: Messwerte T_{S_h} und T_S zweiter Kopplungsgrad
Tabelle 8: Messwerte T_{A_5} und T_A gegensinnige Schwingung dritter Kopplungsgrad
Tabelle 9: Messwerte T_{B_5} und T_B gleichsinnige Schwingung dritter Kopplungsgrad
Tabelle 10: Messwerte T_{S_h} und T_S dritter Kopplungsgrad
Tabelle 11: Messwerte T_{A_5} und T_A gegensinnige Schwingung vierter Kopplungsgrad
Tabelle 12: Messwerte T_{B_5} und T_B gleichsinnige Schwingung vierter Kopplungsgrad
Tabelle 13: Messwerte T_{S_h} und T_S vierter Kopplungsgrad
Tabelle 14: Messergebnisse erste Kopplung
Tabelle 15: Messergebnisse zweite Kopplung
Tabelle 16: Messergebnisse dritte Kopplung
Tabelle 17: Messergebnisse vierte Kopplung
Tabelle 18: Kreisfrequenzen zu T_A und T_B für jeden Kopplungsgrad
Tabelle 19: Kreisfrequenz ω_S (aus ω_A und ω_B berechnet)
Tabelle 20: Schwingungsdauer T_{ST} aus theoretischem Zusammenhang und Schwingungsdauer T_{SE} aus direkter Messung
Tabelle 21: aus theoretischem Zusammenhang berechnete Kopplungsgrade K

Sehr gut!

Für die weiteren Protokolle:

-) Fast auch kürzer! (Bei Beschreibung von Auswertung etc.) Vermindert Wiederholung von Aussagen!

Denkzettel

HIER könnte

• IHRE Note stehen!

Angabe Vorbereitung

Suche 19, 14.09.18
 Pendel umgehoppelt → sichergehen, dass Schwingungsdauer gleich

T ₁	T ₂
1,785	1,845
1,905	1,775
1,845	1,785
1,875	1,785
1,875	1,875

gleiches T, natürlich mit Fehler

ca. 90 cm ausgelegt

L = Abstand von Aufhängung bis Schwerpunkt des Zusatzkörpers an Pendel

$$L = 93,06 \text{ cm} \pm 0,3 \text{ cm}$$

- Feder unhomogen
- wackeln in 2D → vor und zurück
- Zylinder (keine Dichtmasse)
- Stab hat Masse

Kopplungsgrad K₁
 l = 90,16 cm ± 0,3 cm
 (gleichsinnige Schwingung)
 über 5 Perioden

l = Abstand von Aufhängepunkt bis Befestigungspunkt der Feder

Zeit in s	Fehler in s
9,25	± 0,02 s
9,34	
9,31	
9,25	
9,28	

L Stopper
 C Reaktionszeit

T_S (Schwebung)
 über 0,5 Schwebungen

Zeit in s	Fehler in s
35,34	± 0,03 s
34,18	
34,62	
33,78	
33,90	

L Stopper
 C Reaktionszeit
 L nicht genau
 Schwebung in 1/2

Kopplungsgrad K₂
 l = 25,1 cm ± 0,3 cm
 TA (gleichsinnige Schwingung)
 über 5 Perioden

Zeit in s	Fehler in s
9,09	± 0,02 s
9,28	
9,18	
9,06	
9,09	

T_B (gesensinnige Schwingung)
 über 5 Perioden

Zeit in s	Fehler in s
8,78	± 0,02 s
8,96	
8,56	
8,90	
8,90	

T_B (gesensinnige Schwingung)
 über 5 Perioden

Zeit in s	Fehler in s
9,12	± 0,02 s
8,90	
8,90	
9,00	
9,25	

T_S (Schwebung)
 über 0,5 Schwebungen

Zeit in s	Fehler in s
78,05	± 0,03 s
78,84	
78,75	
80,03	
78,31	

K₃ gleichsinnig über 5 Perioden $t = 50,0 \text{ cm} \pm 0,3 \text{ cm}$

$l = 50,0 \text{ cm} \pm 0,3 \text{ cm}$

T in s	Fehler in s
9,37	
9,53	$\pm 0,16$
9,09	
9,53	
9,28	

K₄ $l = 70,1 \text{ cm} \pm 0,3 \text{ cm}$
gleichsinnig über 5 Perioden

T in s	Fehler in s
9,50	
9,34	$\pm 0,16$
9,78	
9,50	
9,68	

gleichsinnig über 5 Perioden

T in s	Fehler in s
8,46	$\pm 0,02$
8,53	
8,56	
8,51	
8,75	

gleichsinnig über 5 Perioden

T in s	Fehler in s
8,60	
8,06	
8,75	$\pm 0,02$
8,72	
8,72	

Schwabung über 65 Schwabung

T in s	Fehler in s
22,59	
22,40	
22,34	$\pm 0,03$
22,81	
22,50	

Schwabung über 65 Schwabung

T in s	Fehler in s
12,10	
12,72	$\pm 0,13$
12,62	
12,03	
12,43	

VI 14.09.18
SL