

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER*INNEN, TEIL 1
SOMMERSEMESTER 2021

VERSUCH 18 AM 01.10.21

Reversionspendel

04.10.21

Assistent:

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	2
2	Aufbau und Durchführung	2
3	Auswertung und Fehleranalyse	3
3.1	Bestimmung der Erdbeschleunigung g mithilfe des Reversionspendels	3
3.2	Korrektur der Kleinwinkelnäherung	6
3.3	Korrektur anderer systematischer Fehler	9
4	Diskussion der Ergebnisse	11
4.1	Zusammenstellung der Ergebnisse	11
4.2	Vergleich mit der WELMEC-Normalschwereformel	11
4.3	Fehlerdiskussion	12
4.4	Verbesserte Messmethoden	12
5	Literatur	14
6	Anhang	15
6.1	Tabellen und Grafiken	15
6.2	Laborbuch	17
6.3	Tabellenverzeichnis	20
6.4	Abbildungsverzeichnis	20

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll die Gravitationskonstante g mit einem Reversionspendel bestimmt werden. Angestrebt ist hierbei ein relativer Fehler, der kleiner als 10^{-3} ist. Es werden auch die Effekte von Kleinwinkelnäherung, Auftriebskraft und Reibung berücksichtigt.

2 Aufbau und Durchführung

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, wird der in [Abbildung 1](#) dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Die Ableseunsicherheiten werden bei analogen Skalen mit Dreiecks- und bei digitalen Skalen mit Rechtecksverteilung mit Formeln aus [\[2\]](#) ermittelt.

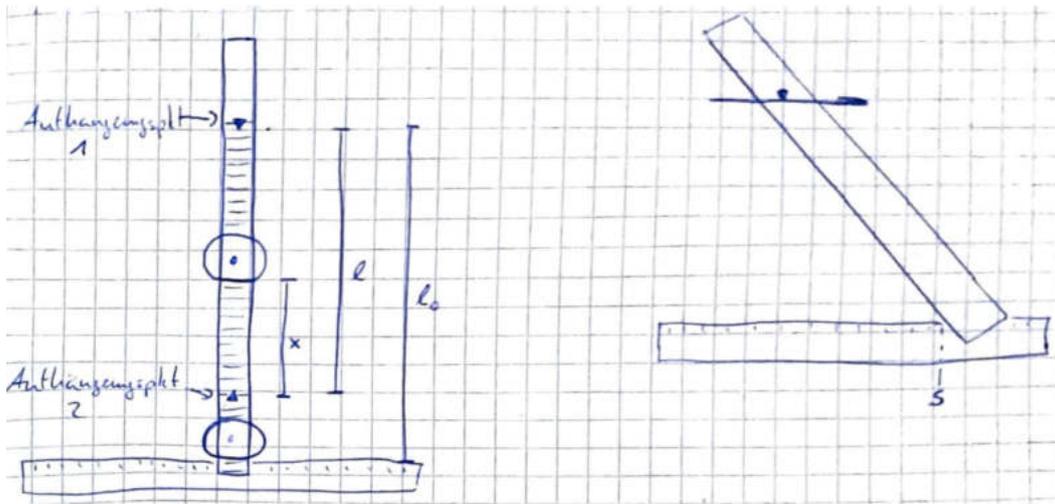


Abb. 1: Skizze des Versuchsaufbaus aus [Abbildung 9](#) mit allen relevanten Größen für die Messung.

Es wird ein Reversionspendel mit zwei Aufhängepunkten verwendet. Der Abstand x zwischen Aufhängepunkt 2 und Unterkante wird durch Verschieben der Masse variiert und mit einem Maßband gemessen. Es wird hierbei eine Unsicherheit von $\Delta x = 0,1/\sqrt{6}$ cm geschätzt.

Für jede Position x werden die Zeiten t_1 und t_2 für zehn Perioden bei Aufhängung am Punkt 1 beziehungsweise Punkt 2 mit einer Lichtschranke bestimmt. Ihre Unsicherheit wird mit $\Delta t = 0,01/\sqrt{3}$ s angenommen.

Um den Auslenkwinkel zu ermitteln, wird vor dem Versuch der Abstand l_0 des Aufhängepunktes zu einer hinter dem Pendel angebrachten Skala gemessen. An dieser Skala werden die Positionen des Pendels in Ruhelage s_0 und nach Auslenkung s abgelesen. Da das Ablesen dieser Auslenkungen durch den Abstand zwischen Pendel und Skala ungenau und je nach Blickwinkel leicht verschieden ist, wird das Laborbuch an die Skala gelegt und mit der Kante das Pendel ausgelenkt. Deswegen wird die Unsicherheit mit $\Delta s = 0,3/\sqrt{6}$ cm größer geschätzt.

Vor dem Versuch wird außerdem der Abstand l zwischen den Spitzen der Aufhängepunkte mit $\Delta l = 0,1/\sqrt{6}$ cm gemessen.

Hier sind alle vor der Versuchsdurchführung gemessenen Größen zusammengestellt:

$$l = (97,00 \pm 0,04) \text{ cm} \quad (1)$$

$$l_0 = (120,20 \pm 0,08) \text{ cm} \quad (2)$$

$$s_0 = (8,60 \pm 0,12) \text{ cm.} \quad (3)$$

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Bestimmung der Erdbeschleunigung g mithilfe des Reversionspendels

Zunächst sollen die Positionen x bestimmt werden, bei denen das Reversionspendel für beide Aufhängepunkte die gleiche Periodendauer T^* liefert. Für die Auswertung können dann die Formeln für das mathematische Pendel verwendet werden, die besonders bei kompliziert aufgebauten Pendeln deutlich einfacher sind als die Formeln für das physikalische Pendel [3]. Für die Länge l des Pendels wird dann der Abstand zwischen den Aufhängepunkten gewählt.

Um T^* zu bestimmen, werden zunächst die beiden Messreihen, die in [Abbildung 9](#) und [Abbildung 10](#) im Laborbuch zu finden sind, in einer gemeinsamen Grafik aufgetragen und die Schnittpunkte der beiden Kurven betrachtet. Die Zeiten werden dabei durch 10 geteilt, da jeweils 10 Perioden gemessen wurden. Bereits während des Versuchs werden um die Schnittpunkte zusätzliche Messwerte genommen, um eine spätere Auswertung zu erleichtern. In [Abbildung 2](#) sind alle Messwerte aufgetragen:

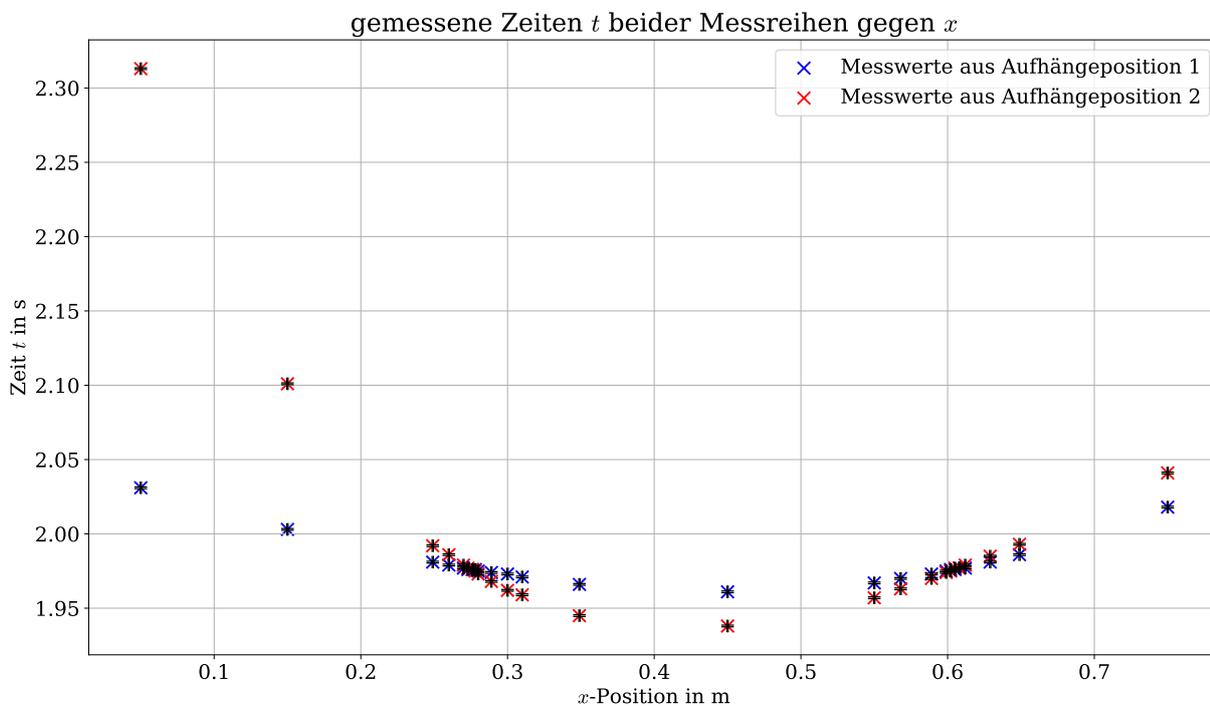


Abb. 2: Aufgetragen sind die gemessenen Zeiten t in s für eine Periode gegen die Positionen x in m mit den jeweiligen Unsicherheiten. Es sind beide Messreihen abgebildet, die bei der Verwendung unterschiedlicher Aufhängepunkte entstehen. Im Bereich der Schnittpunkte werden zusätzliche Messwerte genommen.

Der Wert für T^* soll im Folgenden exemplarisch anhand des ersten Schnittpunktes bestimmt werden. Dazu wird in [Abbildung 3](#) zunächst der Bereich um diesen Schnittpunkt genauer betrachtet:

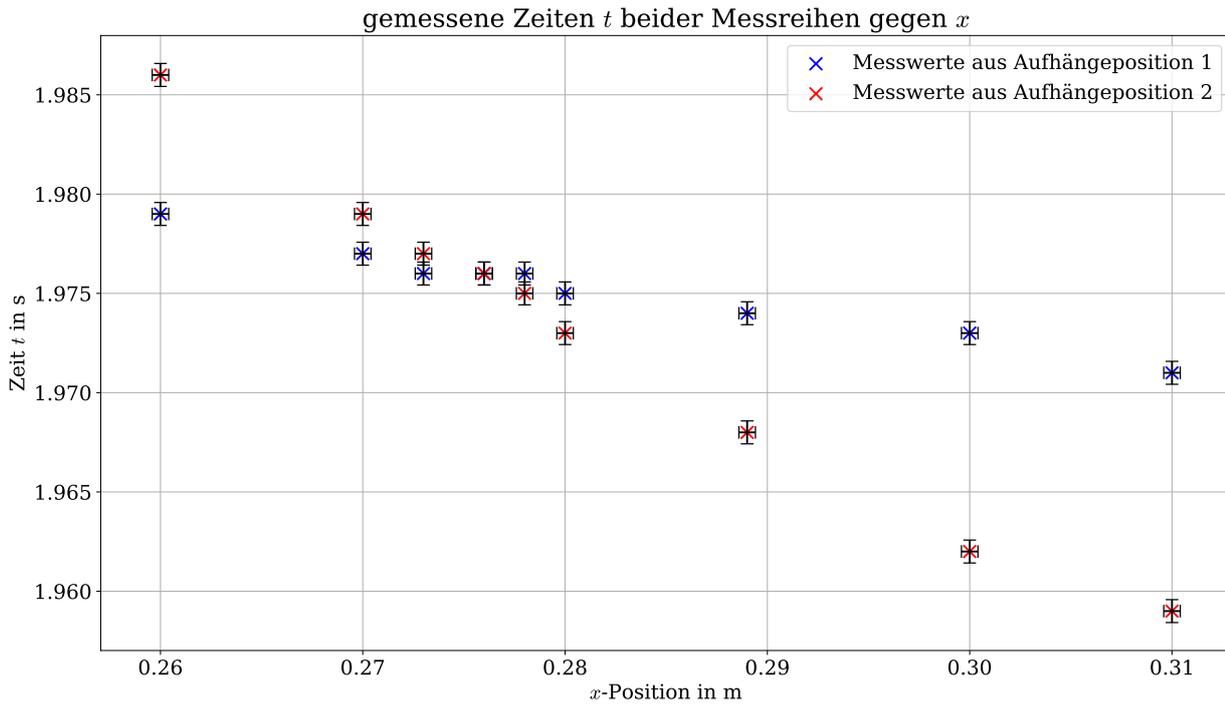


Abb. 3: Aufgetragen sind die gemessenen Zeiten t in s gegen die Position x in m mit den jeweiligen Unsicherheiten. Zu sehen ist ein Ausschnitt, in dem der erste Schnittpunkt der beiden Messreihen liegt.

Im Bereich um den Schnittpunkt können die Parabeln als weitestgehend linear angenähert werden. Mithilfe einer linearen Regression der in [Abbildung 3](#) dargestellten Werte kann dann der Schnittpunkt bestimmt werden:

$$t_1(x) = a_1 + b_1x \quad (4)$$

$$t_2(x) = a_2 + b_2x. \quad (5)$$

Mit Formeln aus [\[2\]](#) ergeben sich die folgenden Werte:

$$a_1 = (2,017 \pm 0,003) \text{ s} \quad (6)$$

$$b_1 = (-0,149 \pm 0,009) \text{ s m}^{-1} \quad (7)$$

$$a_2 = (2,126 \pm 0,006) \text{ s} \quad (8)$$

$$b_2 = (-0,54 \pm 0,02) \text{ s m}^{-1}. \quad (9)$$

Die lineare Regression ist in [Abbildung 4](#) dargestellt:

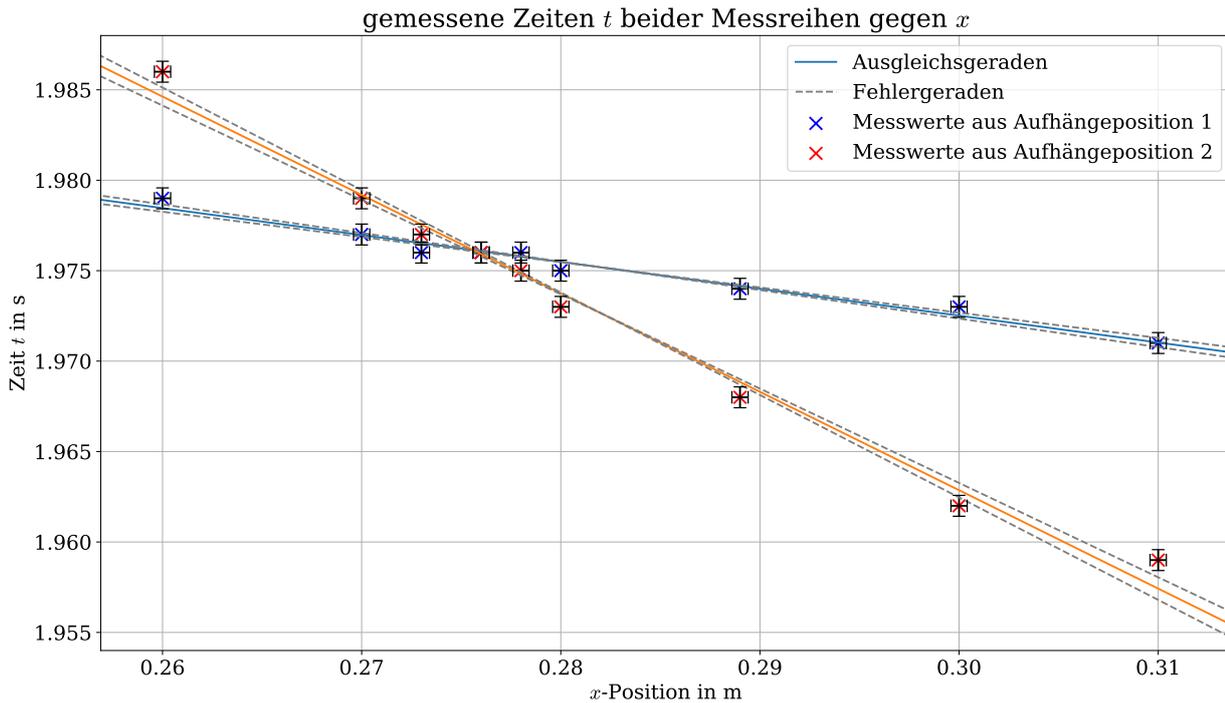


Abb. 4: Aufgetragen sind die gemessenen Zeiten t in s gegen die Position x in m mit den jeweiligen Unsicherheiten. Zu sehen ist ein Ausschnitt, in dem der erste Schnittpunkt der beiden Messreihen liegt. Zusätzlich sind die Ausgleichsgeraden und die Fehlergeraden der linearen Regression eingezeichnet.

Der Schnittpunkt (x^*, T^*) ergibt sich aus den folgenden Formeln. Die Unsicherheiten werden über Fehlerfortpflanzung mit Formeln aus [2] berechnet:

$$x^* = \frac{a_2 - a_1}{b_1 - b_2} \quad (10)$$

$$\Delta x^* = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_2}{b_1 - b_2}\right)^2 + \left(\frac{-\Delta a_1}{b_1 - b_2}\right)^2 + \left(\frac{-(a_2 - a_1)\Delta b_1}{(b_1 - b_2)^2}\right)^2 + \left(\frac{(a_2 - a_1)\Delta b_2}{(b_1 - b_2)^2}\right)^2} \quad (11)$$

$$\Rightarrow x^* = (0,28 \pm 0,02) \text{ m} \quad (12)$$

$$T^* = a_1 + b_1 x^* \quad (13)$$

$$\Delta T^* = \sqrt{(\Delta a_1)^2 + (b_1 \Delta x^*)^2 + (x^* \Delta b_1)^2} \quad (14)$$

$$\Rightarrow T^* = (1,976 \pm 0,005) \text{ s.} \quad (15)$$

Analog wird T^* aus dem zweiten Schnittpunkt berechnet. [Abbildung 7](#) und [Abbildung 8](#) im Anhang zeigen diesen zweiten Schnittpunkt und die zugehörige lineare Regression. Nach gleichem Vorgehen ergibt sich:

$$x_2^* = (0,60 \pm 0,05) \text{ m} \quad (16)$$

$$T_2^* = (1,976 \pm 0,012) \text{ s.} \quad (17)$$

Durch Verwenden der ungerundeten Werte, die in [Tabelle 4](#) im Anhang zu finden sind, ergibt sich ein t -Wert von $t = 0,007$. Ein t -Wert von unter 2 lässt auf eine gute, ein t -Wert über 2 auf eine

schlechtere Verträglichkeit schließen. Zur Berechnung von g soll im Folgenden der Mittelwert der beiden berechneten ungerundeten Werte verwendet werden. Die Unsicherheit ergibt sich aus der Standardabweichung des Mittelwerts. Es werden Formeln aus [2] verwendet:

$$\bar{T}^* = (1,976\ 19 \pm 0,000\ 04)\text{ s}. \quad (18)$$

Wie oben erläutert, kann zur Berechnung von g nun die Formel des mathematischen Pendels verwendet werden. Der Fehler wird erneut über Fehlerfortpflanzung berechnet [2]:

$$\omega = \frac{2\pi}{\bar{T}^*} = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (19)$$

$$\Rightarrow g = \left(\frac{2\pi}{\bar{T}^*}\right)^2 l \quad (20)$$

$$\Delta g = 4\pi^2 \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{\bar{T}^{*2}}\right)^2 + \left(\frac{-2l\Delta\bar{T}^*}{\bar{T}^{*3}}\right)^2}. \quad (21)$$

Damit ergibt sich ohne weitere Korrekturen zunächst folgender Wert für g :

$$g_1 = (9,806 \pm 0,004)\text{ m s}^{-2}. \quad (22)$$

3.2 Korrektur der Kleinwinkelnäherung

Da [Gleichung 20](#) nur bei sehr kleinen Auslenkwinkeln gilt, wird nun die Änderung der Periodendauer bei veränderter Anfangsauslenkung gemessen. Um diesen Effekt zu untersuchen, wird die Amplitude variiert und die Zeit für zehn Perioden erneut gemessen. Aus den Auslenkungen s , die in [Tabelle 3](#) aufgeführt sind, können die Auslenkwinkel φ und die Unsicherheiten mit Fehlerfortpflanzung [2] wie folgt berechnet werden:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{s - s_0}{l_0}\right) \quad (23)$$

$$\Delta\varphi = \sqrt{2 \left(\frac{l_0\Delta s}{(s - s_0)^2 + l_0^2}\right)^2 + \left(\frac{(s - s_0)\Delta l_0}{(s - s_0)^2 + l_0^2}\right)^2}. \quad (24)$$

Die Werte für φ sind ebenfalls in [Tabelle 3](#) zu sehen. Berücksichtigt man bei [Gleichung 20](#) auch die quadratischen Terme der Taylorentwicklung des Sinus, ergibt sich der Zusammenhang aus [3] zwischen der gemessenen Zeit t und der eigentlichen Periodendauer T für das Reversionspendel im Vakuum mit kleinem Winkel:

$$t = T \left(1 + \frac{1}{16}\varphi^2\right). \quad (25)$$

Somit müsste sich bei Auftragung von t gegen φ^2 ein linearer Zusammenhang ergeben mit Steigung b und y-Achsenabschnitt a :

$$t = b \cdot \varphi^2 + a \quad (26)$$

$$\text{mit } b = \frac{T}{16} \text{ und } a = T. \quad (27)$$

Um das zu überprüfen wird t gegen φ^2 in [Abbildung 5](#) dargestellt. Die Unsicherheit berechnet sich dabei durch Fehlerfortpflanzung wie folgt:

$$\Delta(\varphi^2) = 2\varphi\Delta(\varphi). \quad (28)$$

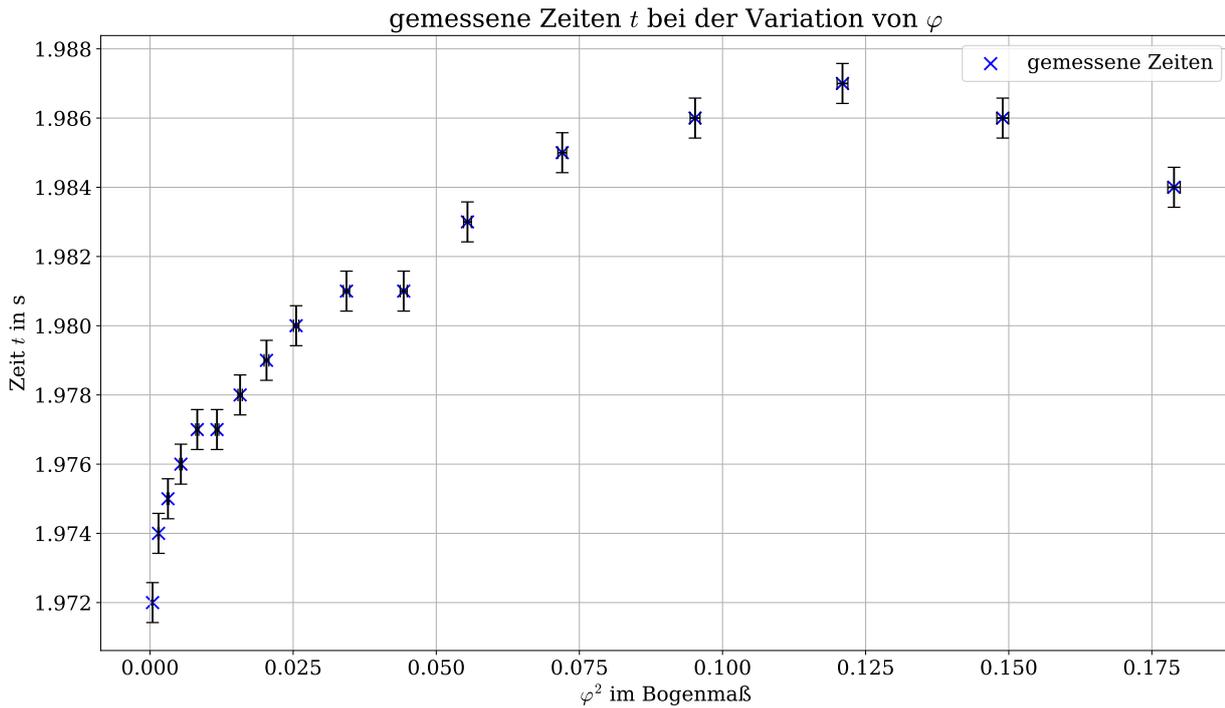


Abb. 5: Aufgetragen sind die gemessenen Zeiten t in s gegen die bereits quadrierten Winkel φ^2 im Bogenmaß mit den jeweiligen Unsicherheiten.

Man sieht deutlich einen Anstieg der Periodendauer bei zunehmendem φ^2 . Eine Ausnahme hiervon stellen die beiden letzten Werte dar. Gründe hierfür werden in der Diskussion erörtert.

Um den vermuteten linearen Zusammenhang zu untersuchen, wird eine lineare Regression durchgeführt. Die letzten beiden Werte werden dabei nicht berücksichtigt, da sie offensichtlich von einer Linearität abweichen. Mit Formeln aus [2] ergeben sich für die Steigung b , den y-Achsenabschnitt a und ihre Unsicherheiten:

$$a = (1,9755 \pm 0,0006) \text{ s} \quad (29)$$

$$b = (0,114 \pm 0,011) \text{ s.} \quad (30)$$

Die lineare Regression ist in [Abbildung 6](#) dargestellt.

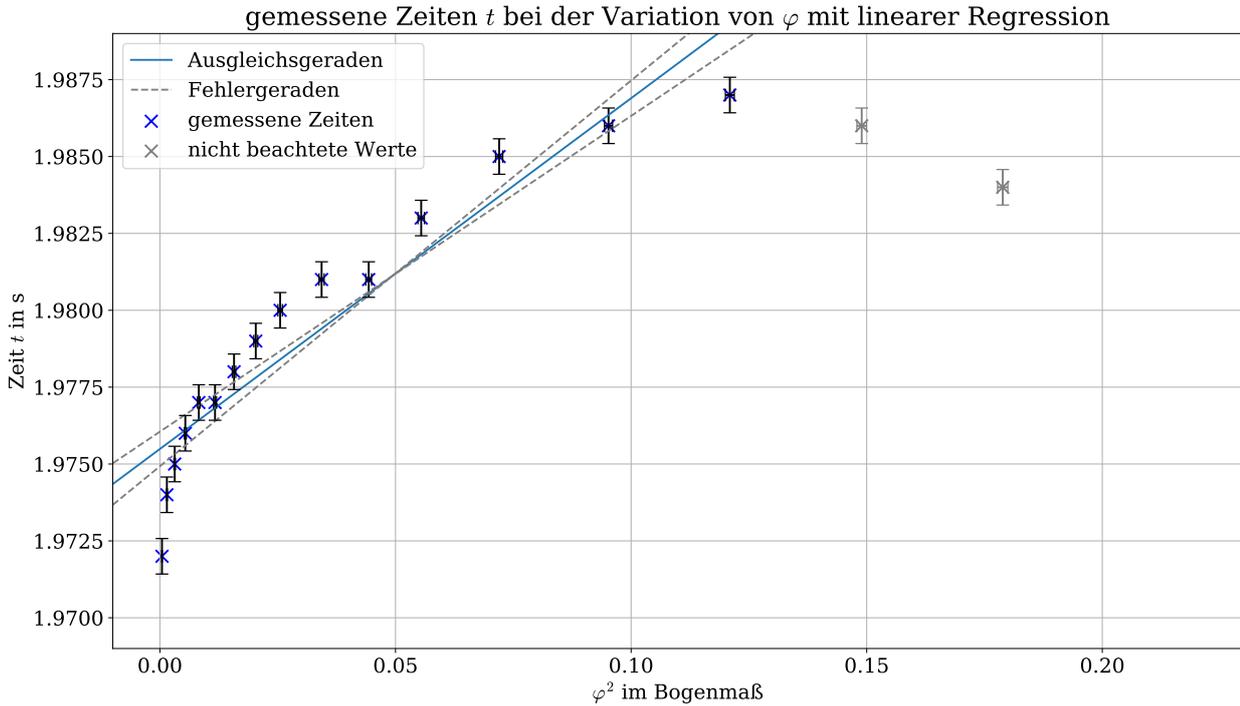


Abb. 6: Aufgetragen sind die gemessenen Zeiten t in s gegen die bereits quadrierten Winkel φ^2 im Bogenmaß mit den jeweiligen Unsicherheiten. Ein-gezeichnet sind außerdem die Ausgleichsgerade und die Fehlergeraden aus der linearen Regression. Die dabei nicht berücksichtigten Werte sind grau eingetragen.

Der y-Achsenabschnitt a entspricht dabei dem Grenzwert für $\varphi \rightarrow 0$ für den [Gleichung 20](#) gilt. Berechnet man daraus den Ortsfaktor g , ergibt sich:

$$g_2 = (9,813 \pm 0,007) \text{ m s}^{-2}. \quad (31)$$

Um zu überprüfen, ob die Steigung der Erwartung aus [Gleichung 27](#) entspricht, wird zunächst der erwartete Wert mit folgender Formel berechnet:

$$b_{\text{erwartet}} = \frac{a}{16} = (0,12347 \pm 0,00004) \text{ s}. \quad (32)$$

Im Vergleich mit b ergibt sich ein t -Wert von $t = 0,8$.

Außerdem wird der Wert von g mit einer aus [Gleichung 25](#) in [3] hergeleiteten Formel berechnet, in der die Kleinwinkelnäherung durch einen Korrekturterm ergänzt wird. Dabei werden nur quadratische Terme in φ berücksichtigt:

$$g = \left(\frac{2\pi}{T^*}\right)^2 l \left(1 + \frac{1}{8}\varphi_0^2\right) \quad (33)$$

$$\Delta g = \left(\frac{2\pi}{T^*}\right)^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{-2\Delta T^*}{T^*} l \left(1 + \frac{1}{8}\varphi_0^2\right)\right)^2 + \left(\Delta l \left(1 + \frac{1}{8}\varphi_0^2\right)\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\varphi_0 \Delta\varphi_0\right)^2}. \quad (34)$$

Die Anfangsauslenkung bei der ersten Messreihe war konstant bei $s - s_0 = (6,40 \pm 0,17) \text{ cm}$, was einem Winkel von $\varphi = 0,0560 \pm 0,0015$ im Bogenmaß entspricht. Es ergibt sich folgender Wert

für den Ortsfaktor:

$$g_3 = (9,809 \pm 0,004) \text{ m s}^{-2}. \quad (35)$$

3.3 Korrektur anderer systematischer Fehler

Im Folgenden sollen weitere systematische Fehler untersucht werden, die einen Einfluss auf die Messung haben könnten. Zunächst soll untersucht werden, wie sich die Dämpfung auf die Periodendauer und damit auf die Gravitationsbeschleunigung auswirkt. Dazu wird folgende Formel aus [1] verwendet:

$$\omega^2 - \gamma^2 = \omega_\gamma^2 \quad (36)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{T_\gamma}\right)^2 + \gamma^2 \quad (37)$$

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2}{\left(\frac{2\pi}{T_\gamma}\right)^2 + \gamma^2} \quad (38)$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\gamma}\right)^2 + \gamma^2}} \quad (39)$$

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{8\pi^3 \Delta T_\gamma}{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} + \gamma^2\right)^{3/2} T_\gamma^3}\right)^2 + \left(\frac{2\pi\gamma \Delta\gamma}{\left(\gamma^2 + \frac{4\pi^2}{T^2}\right)^{3/2}}\right)^2}. \quad (40)$$

Der Dämpfungsfaktor γ wird über die Halbwertszeit T_H berechnet, die die Amplitude benötigt, um sich zu halbieren:

$$\frac{1}{2}A = Ae^{-\gamma T_H} \quad (41)$$

$$\Rightarrow -\ln(2) = -\gamma T_H \quad (42)$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{\ln(2)}{T_H}. \quad (43)$$

Mit $T_H = (402 \pm 3) \text{ s}$ ergibt sich damit für γ :

$$\gamma = (1,724 \pm 0,012) \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}. \quad (44)$$

Für T ergibt sich damit:

$$T = (1,976\ 19 \pm 0,000\ 04) \text{ s}. \quad (45)$$

Da dieser Wert gerundet dem in [Gleichung 18](#) bestimmten Wert entspricht und sich erst an der siebten Nachkommastelle eine Änderung bemerkbar macht, kann der durch Reibung entstehende Effekt hier vernachlässigt werden.

Weiter soll nun der Einfluss des Auftriebes in Luft beachtet werden. Dazu muss ein zusätzlicher Korrekturterm in [Gleichung 33](#) angefügt werden. Wie in [3] beschrieben, ergibt sich damit folgende Gleichung, deren Fehler erneut mit Fehlerfortpflanzung [2] berechnet wird:

$$g = \left(\frac{2\pi}{T^*}\right)^2 l \left(1 + \frac{1}{8}\varphi_0^2 + \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Pendel}}}\right) \quad (46)$$

$$\Delta g = \left(\frac{2\pi}{T^*}\right)^2 \quad (47)$$

$$\cdot \sqrt{\left(\frac{-2\Delta T^*}{T^*} l \left(1 + \frac{1}{8}\varphi_0^2 + \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Pendel}}}\right)\right)^2 + \left(\Delta l \left(1 + \frac{1}{8}\varphi_0^2 + \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Pendel}}}\right)\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\varphi_0 \Delta\varphi_0\right)^2}.$$

Da die genaue Zusammensetzung des Pendels unbekannt ist, wird für ρ_{Pendel} eine durchschnittliche Dichte von Messing verwendet, da die Massen aus einer Messinglegierung bestehen und die Größenordnung des Korrekturterms damit gut genähert werden kann. Die Dichten von Luft und Messing werden aus [5] genommen:

$$\rho_{\text{Luft}} = 1,29 \text{ kg m}^{-3} \quad (48)$$

$$\rho_{\text{Messing}} = 8500 \text{ kg m}^{-3}. \quad (49)$$

Insgesamt ergibt sich unter Berücksichtigung aller Korrekturterme folgender Wert für den Ortsfaktor g :

$$\Rightarrow g_4 = (9,811 \pm 0,004) \text{ m s}^{-2}. \quad (50)$$

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Zusammenstellung der Ergebnisse

Mit den durchgeführten Versuchen konnten vier Werte für den Ortsfaktor g ermittelt werden. Dabei wurden mit unterschiedlichen Methoden verschiedene Korrekturen berücksichtigt. Die Werte sind in [Tabelle 1](#) zusammengefasst.

Tab. 1: Zusammengestellt sind die mit verschiedenen Korrekturen ermittelten Werte für den Ortsfaktor g in m s^{-2} . Außerdem sind die relativen Fehler eingetragen.

Methode	g -Wert in m s^{-2}	Relativer Fehler
Bestimmung ohne Korrekturterme	$9,806 \pm 0,004$	0,04%
Bestimmung aus linearer Regression der Auslenkwinkel	$9,813 \pm 0,007$	0,07%
Bestimmung mit Korrekturterm für Auslenkwinkel	$9,809 \pm 0,004$	0,04%
Bestimmung mit Korrekturtermen für Auslenkwinkel und Auftrieb	$9,811 \pm 0,004$	0,04%

Der relative Fehler liegt bei allen Werten unter 10^{-3} , womit die gewünschte Genauigkeit erreicht werden konnte.

4.2 Vergleich mit der WELMEC-Normalschwereformel

Um das Ergebnis mit einem Literaturwert zu vergleichen, wird die WELMEC-Formel für den Ortsfaktor aus [\[4\]](#) verwendet:

$$g_R = 9,780318(1 + 0,0053024 \sin^2(\varphi_{\text{Breite}}) - 0,0000058 \sin^2(2\varphi_{\text{Breite}})) - 0,000003085h. \quad (51)$$

Es werden dafür die Daten für die Höhe über dem Meeresspiegel und geografische Breite für den Versuchsort benötigt. Diese werden aus [\[6\]](#) genommen:

$$h = 274 \text{ m} \quad (52)$$

$$\varphi_{\text{Breite}} = 48,00^\circ. \quad (53)$$

Von der Höhe werden 2m abgezogen, da der Versuch im Untergeschoss stattfindet. Aus der Formel ergibt sich folgender Literaturwert für den Ortsfaktor g :

$$g_R = 9,808 \text{ m s}^{-2}. \quad (54)$$

Um die Verträglichkeit des mit der WELMEC-Formel berechneten Wertes und der im Versuch ermittelten Werte für g zu untersuchen, werden die t -Werte ermittelt. Diese sind in [Tabelle 2](#) zu finden.

Tab. 2: Zusammengestellt sind die mit verschiedenen Korrekturen ermittelten Werte für den Ortsfaktor g in m s^{-2} . Eingetragen ist außerdem der errechnete t -Wert im Vergleich mit dem aus der WELMEC-Formel [\[4\]](#) für Freiburg im Breisgau errechnete Ortsfaktor $g_R = 9,808 \text{ m s}^{-2}$.

Methode	g -Wert in m s^{-2}	t -Werte
Bestimmung ohne Korrekturterme	$9,806 \pm 0,004$	0,6
Bestimmung aus linearer Regression der Auslenkwinkel	$9,813 \pm 0,007$	0,6
Bestimmung mit Korrekturterm für Auslenkwinkel	$9,809 \pm 0,004$	0,3
Bestimmung mit Korrekturtermen für Auslenkwinkel und Auftrieb	$9,811 \pm 0,004$	0,7

Alle Werte sind mit einem t -Wert unter 1 gut mit dem Literaturwert verträglich. Besonders gut verträglich ist der mit Winkelkorrektur ermittelte Wert, wohingegen bei zusätzlicher Berücksichtigung der Auftriebskraft der t -Wert bei gleicher Unsicherheit schlechter wird. Mögliche Gründe hierfür werden in der Fehlerdiskussion aufgegriffen.

4.3 Fehlerdiskussion

Auffällig bei der Versuchsauswertung ist der nicht sehr lineare Verlauf im Winkelquadrat-Zeit-Diagramm in [Abbildung 6](#). Die schlechte Näherung der linearen Regression spiegelt der relative Fehler von 10% in der Steigung b wieder. Zum einen fallen die letzten beiden Werte schon wieder ab, zum anderen sind die Messwerte davor zwar alle ansteigend aber es ist eher eine geschwungene Kurve und nicht ein linearer Zusammenhang zu erkennen. Dabei spielen vermutlich zwei verschiedene Effekte eine Rolle:

Eine Erklärung für das Abweichen der letzten beiden Werte könnte die Aufhängung sein. Die beiden spitzen Keile am Pendel werden in keilförmige Aussparungen gelegt. Es liegt die Vermutung nahe, dass die Auslenkung bei den beiden letzten Werten schon so groß war, dass die Keile am Pendel an die Ränder der Aussparung stoßen. So kann das Pendel nicht mehr frei schwingen, was die Periodendauer beeinflusst. Deswegen wurden diese Werte bei der linearen Regression nicht berücksichtigt.

Für den nicht linearen Verlauf schon von Beginn an sollen nun einige mögliche Fehlerquellen diskutiert werden. Eine Erklärung könnte in der Zeitmessung durch die Lichtschranke liegen. Die Lichtschranke startet, wenn die linke Kante des Pendels die Lichtschranke passiert. Gestoppt wird die Zeit beim Durchgang der rechten Kante des Pendels. Somit werden nicht genau zehn Perioden sondern etwas weniger gemessen. Dieser Effekt spielt vorallem bei kleinen Auslenkungen eine große Rolle, was die Verschiebung der ersten Messwerte unter die Ausgleichsgerade erklärt.

Eine weitere Erklärung könnte sein, dass auch die Berücksichtigung der φ^2 -Terme der Taylorentwicklung nur eine Näherung ist. Eventuell spielt bei den größeren Auslenkungen schon der φ^4 -Term eine Rolle.

Da die lineare Regression keine sehr gute Näherung der Winkel darstellt, ist es verständlich, dass der daraus ermittelte Wert für g nicht der bestverträgliche ist.

Eine weitere Auffälligkeit, die bei dem Vergleich mit dem Literaturwert erkennbar ist, ist die größere Unverträglichkeit des Wertes, bei dem der Lufttrieb berücksichtigt wurde und der damit eigentlich den besten Wert für den Ortsfaktor g liefern sollte. Es ist jedoch zunächst zu bedenken, dass die genaue Dichte des Pendels unbekannt und damit die Genauigkeit des Korrekturterms ohnehin nicht besonders gut ist. Dass der Wert trotzdem noch recht gut mit dem Literaturwert verträglich ist, lässt darauf schließen, dass bereits der nicht-korrigierte Wert etwas zu groß ist und sich die höhere Unverträglichkeit vor allem aus Messungenauigkeiten ergibt.

4.4 Verbesserte Messmethoden

Die größte Fehlerquelle bei der Bestimmung des Ortsfaktors g ist die Längenmessung l zwischen den beiden Aufhängepunkten. Deren Beitrag zur Unsicherheit ist etwa zehn mal größer als der Beitrag der Zeitmessung. Eine Möglichkeit die Längenmessung genauer zu machen ist, ein Lasermessgerät oder den zur Verfügung stehenden Riesennessschieber zu verwenden.

Bei der Bestimmung der Zeiten ist eine mögliche Verbesserung einen dünneren Stab zu nutzen. Durch einen dünneren Stab wären die Auslösepunkte bei Durchläufen von rechts und links der Lichtschranke näher beieinander, wodurch die Zeitbestimmung exakter wäre. Dies gilt besonders für kleine Auslenkwinkel, da die Periodendauer kürzer ist und diese Unsicherheit damit eine größere Rolle spielt.

Um die Winkelbestimmung zu verbessern, wäre es sinnvoll ein digitales Winkelmessgerät zu verwenden, anstatt den Winkel über die fehlerbehaftete Längenmessung und geometrische Eigenschaften zu bestimmen. Falls man trotzdem den Winkel über geometrische Eigenschaften bestimmen will, wäre ein Spiegel mit Skala hinter dem Pendel sinnvoll, da dieser ein parallaxefreies Ablesen ermöglichen würde. Dadurch wäre die Messung der Auslenkung nicht mehr vom Blickwinkel abhängig. Mit Hilfe einer Auslösevorrichtung ließe sich außerdem das Anlegen des Laborbuchs vermeiden und man hätte eine immer gleiche Auslösung des Pendels.

Um den Effekt des Auftriebs besser verrechnen zu können, wäre es sinnvoll, dass das Pendel aus einem einheitlichen Material mit bekannter Dichte besteht.

Außerdem sollte darauf geachtet werden, ob die Keile in der Aufhängung anschlagen. So kann beurteilt werden, ob bei größeren Auslenkungen noch eine ungehinderte Schwingung ablaufen kann.

Literatur

- [1] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 18 - Reversionspendel, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (2021)
- [2] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (2021)
- [3] Hans Joachim Eichler, Heinz-Detlev Kronfeldt, Jürgen Sahn: *Das neue Physikalische Praktikum - Schwingungen*, (2016), <https://link-springer-com.ezproxy-unifr-2.redi-bw.de/book/10.1007%2F978-3-658-00666-2> (aufgerufen am: 03.10.21)
- [4] Roman Schwartz, Andreas Lindau: *Das europäische Gravitationszonenkonzept nach WELMEC für eichpflichtige Waagen*, https://www.ptb.de/cms/fileadmin/internet/fachabteilungen/abteilung_1/1.1_masse/1.15/gravzonen.pdf (aufgerufen am: 03.10.21)
- [5] Prof. Dr.-Ing. Harald Meerkamm: *Technisches Taschenbuch, 2.Auflage*, (2014), S.102ff
- [6] Yamazaki D., D. Ikeshima u.A.: *Topographic Map*, <https://de-de.topographic-map.com/maps/6454/Freiburg-im-Breisgau/> (aufgerufen am: 03.10.21)

6 Anhang

6.1 Tabellen und Grafiken

Tab. 3: Aufgelistet sind alle aus den Auslenkungen s in cm errechneten Winkel φ sowie φ^2 im Bogenmaß. Zusätzlich sind die jeweiligen gemessenen Zeiten t in s für eine Schwingungsperiode aus [Abbildung 9](#) und [Abbildung 11](#) aus dem Laborbuch angegeben.

Auslenkung s in cm mit $\Delta s = 0,02$ cm	Zeit t für eine Periode mit $\Delta t = 0,0006$	Winkel φ in rad	Winkel φ^2 in rad
11,0	1,972	$0,0210 \pm 0,0015$	$0,00044 \pm 0,00006$
13,0	1,974	$0,0385 \pm 0,0015$	$0,00148 \pm 0,00012$
15,0	1,975	$0,0560 \pm 0,0015$	$0,00313 \pm 0,00017$
17,0	1,976	$0,0734 \pm 0,0015$	$0,0054 \pm 0,0002$
19,0	1,977	$0,0908 \pm 0,0015$	$0,0082 \pm 0,0003$
21,0	1,977	$0,1082 \pm 0,0015$	$0,0117 \pm 0,0003$
23,0	1,978	$0,1254 \pm 0,0015$	$0,0157 \pm 0,0004$
25,0	1,979	$0,1426 \pm 0,0015$	$0,0203 \pm 0,0004$
27,0	1,980	$0,1597 \pm 0,0015$	$0,0255 \pm 0,0005$
30,0	1,981	$0,1852 \pm 0,0015$	$0,0343 \pm 0,0005$
33,0	1,981	$0,2105 \pm 0,0015$	$0,0443 \pm 0,0006$
36,0	1,983	$0,2355 \pm 0,0014$	$0,0555 \pm 0,0007$
40,0	1,985	$0,2683 \pm 0,0014$	$0,0720 \pm 0,0008$
45,0	1,986	$0,3086 \pm 0,0014$	$0,0952 \pm 0,0009$
50,0	1,987	$0,3478 \pm 0,0014$	$0,1210 \pm 0,0009$
55,0	1,986	$0,3859 \pm 0,0013$	$0,1489 \pm 0,0010$
60,0	1,984	$0,4229 \pm 0,0013$	$0,1789 \pm 0,0011$

Tab. 4: Zusammengestellt sind die aus den beiden Schnittpunkten errechneten, ungerundeten Werte T_1^* und T_2^* in s, sowie der gemeinsame Mittelwert \bar{T}^* . Die Unsicherheit des Mittelwerts ergibt sich aus der Standardabweichung des Mittelwerts [2]. Es sind alle Stellen angegeben, die bei der Berechnung des Mittelwerts von Relevanz sind.

Schnittpunkt T_1^* in s	Schnittpunkt T_2^* in s	Mittelwert \bar{T}^* in s
$1,97614 \pm 0,00508$	$1,97623 \pm 0,01238$	$1,97619 \pm 0,00004$

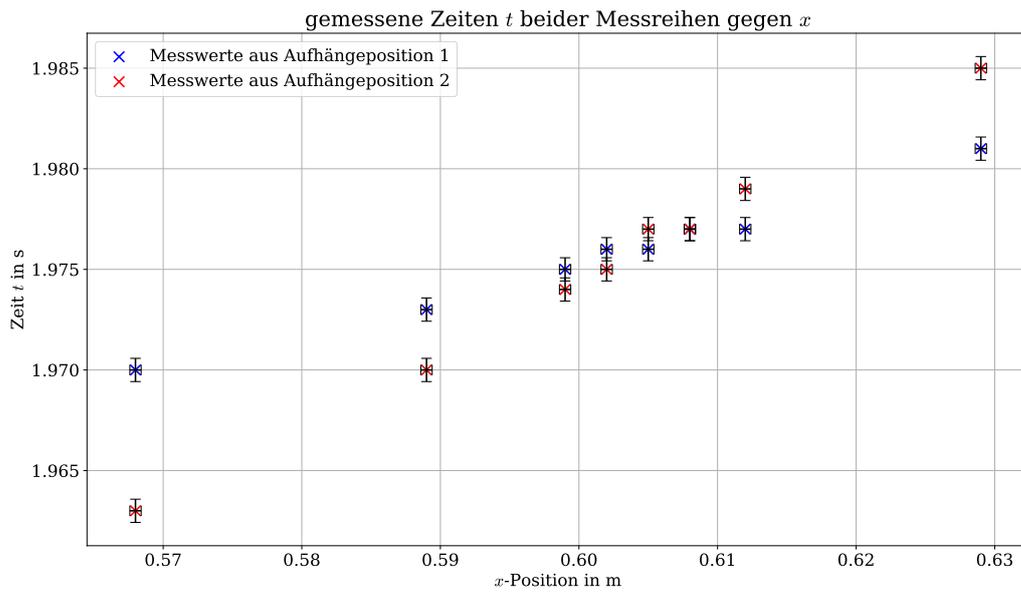


Abb. 7: Aufgetragen sind die gemessenen Zeiten t in s gegen die Position x in m mit den jeweiligen Unsicherheiten. Zu sehen ist ein Ausschnitt, in dem der zweite Schnittpunkt der beiden Messreihen liegt.

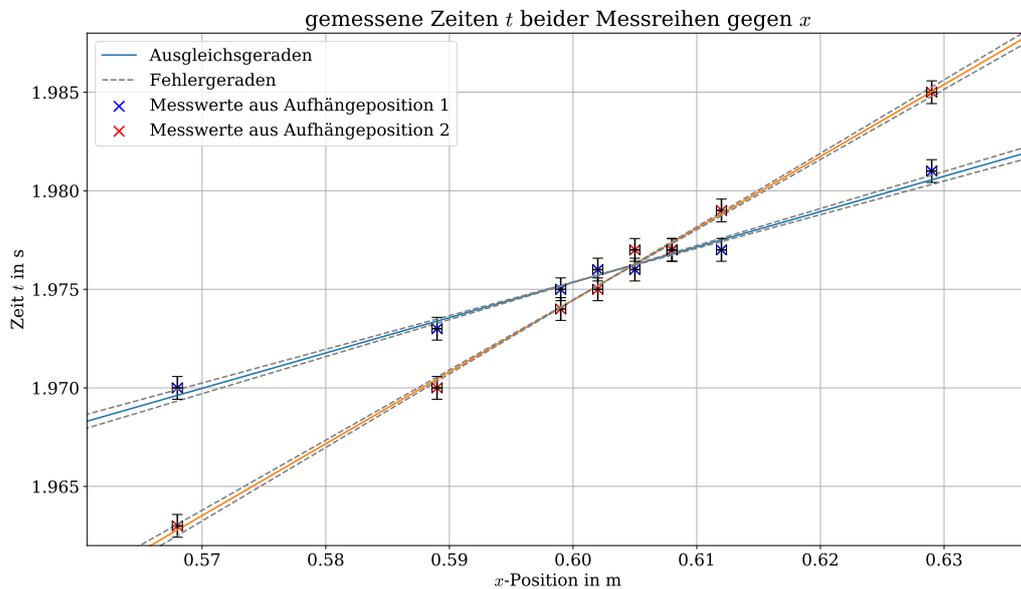


Abb. 8: Aufgetragen sind die gemessenen Zeiten t in s gegen die Position x in m mit den jeweiligen Unsicherheiten. Zu sehen ist ein Ausschnitt, in dem der zweite Schnittpunkt der beiden Messreihen liegt. Zusätzlich sind die Ausgleichsgeraden und die Fehlergeraden der linearen Regression eingezeichnet.

6.2 Laborbuch

01.10.21

Versuch 18 - Reversionspendel

1. Versuchsaufbau

x wird von flacher Seite des Gewichts zu Markierung beim Aufhängepunkt gemessen

l wird von Spitzen der Aufhängepunkte gemessen (mit Lineal)

2. Messung

$l = (97,0 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$ $\Delta t = \frac{0,01}{\sqrt{3}} \text{ s}$ $\Delta s_0 = \frac{0,3}{\sqrt{6}} \text{ cm}$
 $l_0 = \left[(120,2 \pm \frac{0,3}{\sqrt{6}}) \text{ cm} \right]$ Winkel falsch angesetzt $s_0 = (8,6 \pm \frac{0,3}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$
 $(114,2 \pm \frac{0,3}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$

2.1 Verschiebung der Masse mit konst. Winkel $\varphi_0 = (3 \pm \frac{1}{\sqrt{6}})^\circ$ Auslenkung $s = 15,0 \text{ cm}$

x in cm mit $\Delta x = (\frac{0,1}{\sqrt{6}}) \text{ cm}$	t_1 für 10 Perioden bei Aufhängung 1 mit Δt in s	t_2 für 10 Perioden Aufh. pkte mit Δt in s
5,0	20,30	23,14
15,0	20,03	21,30
→ Winkelmessung war zu ungenau		
5,0	20,31	23,13
15,0	20,03	23,13
24,9	19,81	21,01
34,9	19,66	19,92
		19,45

Abb. 9: Laborbuch, Seite 1

x in cm mit $\Delta x = \frac{0,1}{\sqrt{6}}$ cm	t_1 in s mit Δt	t_2 in s mit Δt	x in cm mit $\Delta x = \frac{0,1}{\sqrt{2}}$ cm	t_1 in s mit Δt	t_2 in s mit Δt
45,0	19,61	19,38	75,0	20,18	20,61
55,0	19,67	19,57	56,8	19,70	19,63
64,9	19,86	19,93	58,9	19,73	19,70
26,0	19,79	19,86	60,8	19,77	19,77
27,0	19,77	19,79	62,9	19,81	19,85
28,0	19,75	19,73	59,5	19,75	19,74
28,9	19,74	19,68	60,2	19,76	19,75
30,0	19,73	19,62	60,5	19,76	19,77
31,0	19,71	19,59	61,2	19,77	19,79
27,3	19,76	19,77			
27,6	19,76	19,76			
27,8	19,76	19,75			

2.2 Messung in Abhängigkeit des Winkels
 f für 10. Perioden bei
 Konstante mit T^* in s mit Δt

Auslenkung s in cm \sqrt{V} mit Δs	f in s mit Δt
11,0 cm	19,72
13,0	19,74
15,0	19,75
17,0	19,76
19,0	19,77
21,0	19,77
23,0	19,78
25,0	19,79
27,0	19,80
30,0	19,81
33,0	19,81

Abb. 10: Laborbuch, Seite 2

s in cm mit Δs	t in s mit Δt
36,0	19,83
40,0	19,85
45,0	19,86
50,0	19,87
55,0	19,86
60,0	19,84

2.3 Dämpfung

Anfangsauslenkung: ~~$A = 48,6 \text{ cm} \pm 1 \text{ s}$~~ $A = 38,6 \text{ cm} \pm 1 \text{ s}$

Halbierte auslenkung: $A_{\frac{1}{2}} = 23,6 \text{ cm} \pm 1 \text{ s}$

$$T_{\frac{1}{2}} = \left(402 \pm \frac{5}{\sqrt{3}}\right) \text{ s} \quad 405 \text{ Durchgänge}$$

2.4 Materialien

Gewichte: Messing

Zust: Stahl

VT 01.10

Tabellenverzeichnis

1	g -Werte mit relativem Fehler	11
2	g -Werte mit t -Wert im Vergleich mit dem Literaturwert	11
3	Zusammenstellung der errechneten Winkel φ aus den Auslenkungen s	15
4	Vergleich der ungerundeten Werte für T^*	15

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	2
2	Zeiten t beider Messreihen gegen x aufgetragen	3
3	Zeiten t beider Messreihen am ersten Schnittpunkt gegen x aufgetragen	4
4	Zeiten t beider Messreihen am ersten Schnittpunkt gegen x aufgetragen mit linearer Regression	5
5	Zeiten t gegen φ^2 aufgetragen	7
6	Zeiten t gegen φ^2 aufgetragen mit linearer Regression	8
7	Zeiten t beider Messreihen am zweiten Schnittpunkt gegen x aufgetragen	16
8	Zeiten t beider Messreihen am zweiten Schnittpunkt gegen x aufgetragen mit linearer Regression	16
9	Laborbuch, Seite 1	17
10	Laborbuch, Seite 2	18
11	Laborbuch, Seite 3	19