

Mathematisches & physikalisches Pendel & Steinerscher Satz (Versuch 17)

29.09.2014

10

1. Beschreibung des Versuchs

1.1 Ziel des Versuchs

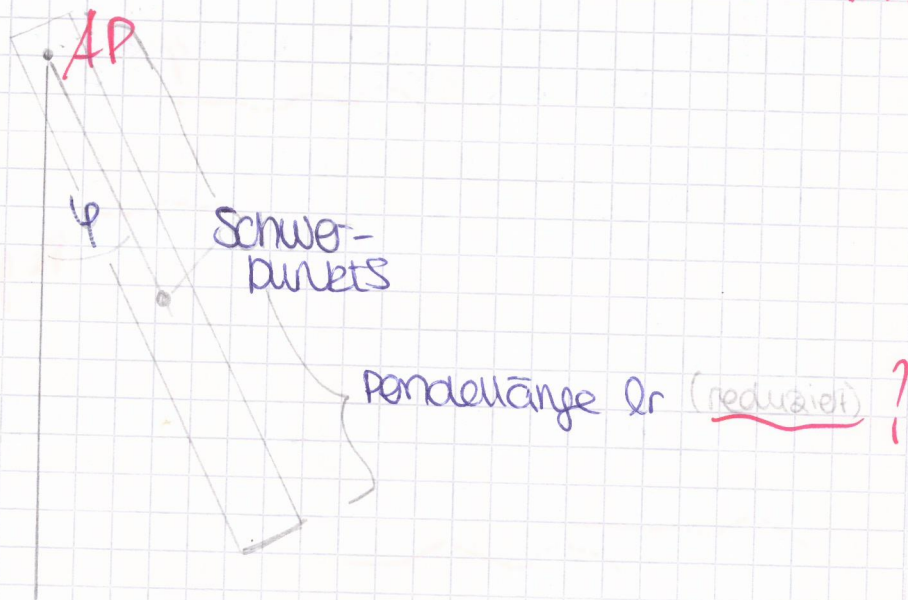
Durch verschiedene Messungen soll die Schwingungsdauer T_p und die Pendellänge l_r des physikalischen Pendels und die Schwingungsdauer T_m des mathematischen Pendels für mehrere Pendellängen gemessen werden.

Außerdem soll mit einem Drehpendel die Gültigkeit des Steinerschen Satz überprüft werden.

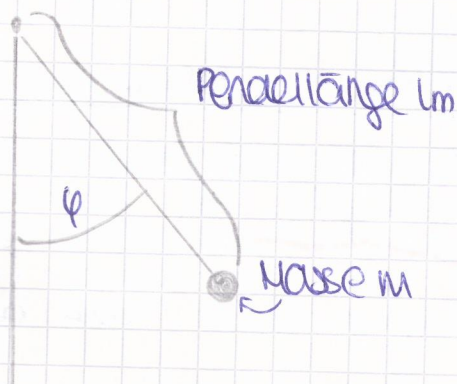
Abhängigkeit der Schwingungsdauer des math. Pendels von verschiedenen Parametern.

1.2 Versuchsaufbauten

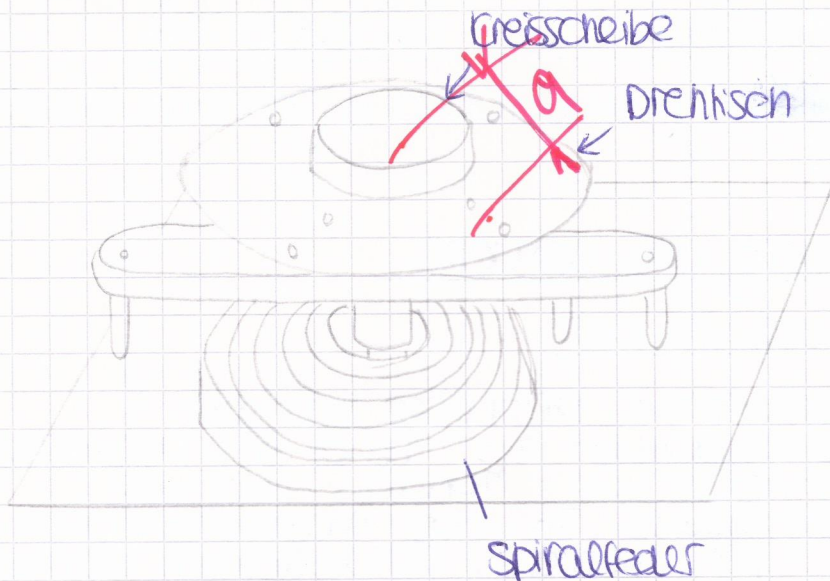
V1: phys. Pendel



V2: mathem. Pendel



V3 Drehpendel



1.3 Versuchsablauf & Erläuterung des Messverfahrens

1.3.1 V1 physic. Pendel

Nach der Dokumentation der Länge des Stabes und der reduzierten Pendellänge l_r bis zum Aufhängepunkt (durch Messen der Position des Aufhängepunkts) misst man die Schwingungsdauer des physikalischen Pendels etwa 6 mal mit der Stoppuhr. Zweckmäßigerweise misst man mehrere Schwingungsdauern (5/10 oder 20).

Ihr haben das gemessen! nicht "mal"

genau
z.B. was 10 mal gemessen

1.3.2 V2 Mathem. Pendel

1.3.2.1 Abhängigkeit von der Pendellänge

Man misst die Schwingungsdauer des math. Pendels bei mind. 5 verschiedenen Pendellängen, genau einmal.

Auch hier misst man am besten mehrere Schwingungsdauern und beachtet bei kleinen Pendellängen, dass der Auslenkwinkel φ nicht zu groß wird (da durch kl. Winkel-Näherung $\sin\varphi = \varphi$ Fehler sonst zu groß wird).

1.3.2.2 Bestimmung der Messgenauigkeit

Um die Unsicherheit der Zeitmessung bei der Messung der Pendellänge zu bestimmen misst man nun 6-8 mal für eine mittlere Pendellänge die Schwingungsdauer (am besten so viele Schwingungsdauern wie bei 1.3.2.1)

1.3.2.3 Amplitudenabhängigkeit

Bei der gleichen Pendellänge wie in 1.3.2.2 wird nun die Schwingungsdauer für verschiedene Amplituden gemessen. 8-10 Messungen sollten sinnvoll den Bereich zwischen 10° und 45° abdecken. Außerdem notiert man Anfangs- und Endamplitude, da diese mit der Zeit abnimmt. *welche*

1.3.1 V3 Steinerscher Satz

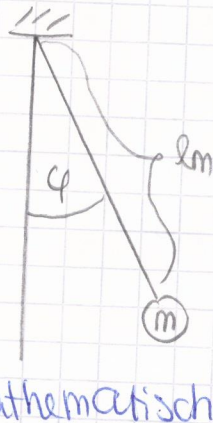
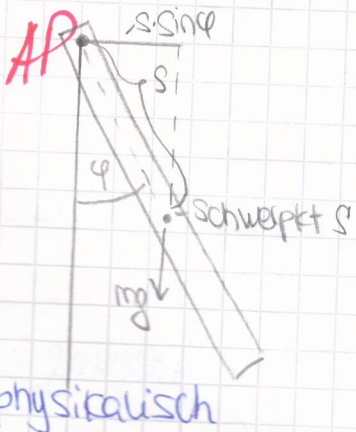
Zuerst werden Masse und Abmessungen der Kreisscheibe bestimmt. Nun wird die Schwingungsdauer des Drehtisches mit und ohne Metallscheibe gemessen.

Ohne Metallscheibe misst man ca. 6 mal die Schwingungsdauer für mehrere (5-10) Schwingungen.

welche Nach Berechnung des Trägheitsmoments der Kreisscheibe misst man die Schwingungsdauer des Tisches mit der Kreisscheibe für verschiedene Abstände a zwischen den Mittelpunkten der Scheibe und des Drehtisches.

1.4 Physikalische Grundlagen

Physikalisches & mathematisches Pendel:



Auf ein ^{um φ} aus der Ruhelage ausgelenktes phys. Pendel der Masse m wirkt das rücktreibende Drehmoment:

$$M = -mgs \cdot \sin \varphi$$

Außerdem gilt: $M = I \ddot{\varphi}$

Da für kleine Winkel $\sin \varphi \approx \varphi$, erhält man durch gleichsetzen diese Gleichungen:

$$\ddot{\varphi} + \left(\frac{mgs}{I}\right) \varphi = 0$$

Mit dem allgemeinen Lösungsansatz:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \sin(\omega t - \delta) \quad \text{mit } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

(φ_0 = Amplitude, δ = Phase, ω = Kreisfrequenz)

Daraus ergibt sich für die Schwingungsdauer

$$T_p: \quad T_p = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}} \quad *$$

Allgemein ist das Trägheitsmoment eines starren Körpers definiert als

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad \text{bzw.} \quad I = \int_V \rho r^2 dV$$

~~Es~~ Es ist immer bezüglich einer Drehachse *welche* anzugeben.

Für das Trägheitsmoment des Stabes ergibt sich:

$$I_{\text{stab}} = \frac{1}{3} ml^2 \quad (\text{Achse senkrecht zum Stab, am oberen Ende befestigt})$$

Beim mathematischen Pendel gilt: $I = ml_m^2$

(l_m = Abstand zw. Aufhängung & Masse)

Für die reduzierte Pendellänge l_r des phys. Pendels gilt:

$$T_p = T_m \quad (\Leftrightarrow) \quad \frac{I}{mgs} = l_r \quad \text{mit } I = \frac{1}{3} ml_p^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \frac{l_p^2}{s} = l_r \quad \text{mit } s = l_p/2$$

$$\Rightarrow l_r = \frac{2}{3} l_p$$

(Für die Schwingungsdauer des phys. Pendels ergibt sich also $T_{\text{stab}} = 2\pi \sqrt{\frac{2I}{mge}}$.)

Für große Winkel kann man die Näherung $\sin \varphi \approx \varphi$ nicht mehr verwenden. Die

Schwingungsdifferentialgleichung lässt sich dann in guter

Näherung für T lösen durch: $T \approx T_0 (1 + \frac{7}{16} \varphi_0^2)$
für welche Winkel

* Trägt man T_p als Funktion der Pendellänge auf, quadriert man T_p am besten, um einen linearen Zusammenhang sichtbar zu machen.

Für die Messung der Amplitudenabhängigkeit (2.2.3) sollte man für die Auslenkungen ~~die Wurzel aus den~~ gleichmäßige Abstände zwischen $\sqrt{100} = 10^\circ$ & $\sqrt{2000} \approx 45^\circ$ wählen um den linearen Zusammenhang gut sichtbar zu machen. Die Amplitudenabnahme durch die Luftreibung wird das Ergebnis leicht verfälschen.

6. Liederung

Beim Drehpendel ist nicht die Schwerkraft, sondern die Spiralfeder für das rücktreibende Moment verantwortlich:

$$M = -D\varphi \quad (D = \text{Richtmoment der Feder})$$

Für die Bew.gleichung der Drehschwingung gilt:

$$I\ddot{\varphi} = -D\varphi$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\varphi} + \left(\frac{D}{I}\right)\varphi = 0$$

mit dem Lösungsansatz $\varphi(t) = \sin(\omega t - \delta) \cdot \varphi_0$

$$\text{mit } \omega^2 = \frac{D}{I}, \text{ also } T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}$$

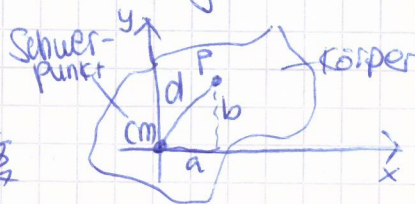
Steinerscher ~~Satz~~ Satz:

verläuft die Drehachse durch einen beliebigen Punkt P (a, b) eines Körpers gilt:

$$I_{cm} = \sum m_i r_i^2 = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2)$$

$$I_P = \sum m_i ((x_i - a)^2 + (y_i - b)^2)$$

$$= \underbrace{\sum m_i (x_i^2 + y_i^2)}_{I_{cm}} - 2a \sum m_i x_i - 2b \sum m_i y_i + (a^2 + b^2) \sum m_i$$



$$\Rightarrow I_P = I_{cm} + d^2 M \quad (M = \text{Gesamtmasse, } d = \text{Abstand zu cm})$$

Der Steinersche Satz gilt auch für inhomogene Körper, die Dichte steht im Integral.

Vergleich: Rotation & Translation:

φ	x
$\dot{\varphi} = \omega$	$v = \dot{x}$
$\ddot{\varphi}$	$a = \dot{v}$
I	m
$L = I\omega$	$p = mv$
$\frac{L}{I} = \omega$	$\frac{p}{m} = v$

2. Messdaten & Einstellparameter

2.1. phys. Pendel : V1

Länge d. phys. Pendels $l_p = (96,5 \pm 0,1) \text{ cm}$

Abstand d. Aufhängep. $x_A = (1,1 \pm 0,1) \text{ cm}$

tatsächlich schwingende
~~reduzierte~~ Länge $l = l_p - x_A = (95,4 \pm 0,1) \text{ cm}$

Auslenkung	10T/s	T/s
10°	14,48	1,448 1,61
10°	14,45	1,445 1,61
10°	14,45	1,445 1,61
10°	14,63	1,63
10°	14,50	1,61
10°	14,47	1,61

geschätzte Ungenauigkeit der Zeitmessung $\sigma_t = 0,1 \text{ s}$

2.2 math. Pendel : V2

2.2.4' Abhängigkeit von der Pendellänge

Pendellänge /cm	Auslenkung /°	10T/s	T/s
$32,0 \pm 0,2$	10	11,47	1,147
$36,5 \pm 0,2$	10	12,16	1,216
$41,5 \pm 0,2$	10	12,92	1,292
$51,5 \pm 0,2$	10	14,56	1,456
$60,0 \pm 0,2$	10	15,56	1,556
$71,5 \pm 0,2$	10	17,09	1,709
$78,0 \pm 0,2$	10	17,83	1,783

2.2.2 Bestimmung der Messgenauigkeit

Messung bei $l_m = 51,5 \text{ cm}$ $s_m = 0,2 \text{ cm}$

Messung i	10T/s	T/s
1	14,59	1,459
2	14,57	1,457
3	14,51	1,451
4	14,43	1,443
5	14,47	1,447
6	14,59	1,459

Auslenkung: $10^\circ \pm 1^\circ$

2.2.3 Amplitudenabhängigkeit

Messung bei $l_m = 51,5 \text{ cm}$ $s_m = 0,2 \text{ cm}$

10T/s	T/s	Anf. ampl. Y_A	End. ampl. Y_E	$\bar{Y} = \frac{1}{2}(Y_A + Y_E)$
14,45	1,445	$\sqrt{100} \approx 10$	9	9,5
14,32	1,432	$\sqrt{280} \approx 17$	16	16,5
14,45	1,445	$\sqrt{360} \approx 19$	18	18,5
14,61	1,461	$\sqrt{540} \approx 23$	22	22,5
14,61	1,461	$\sqrt{720} \approx 27$	26	26,5
14,70	1,470	$\sqrt{900} \approx 30$	28	29
14,70	1,470	$\sqrt{1080} \approx 33$	30	31,5
14,69	1,469	$\sqrt{1260} \approx 36$	36	36
14,74	1,474	$\sqrt{1440} \approx 38$	37	37,5
14,84	1,484	$\sqrt{1620} \approx 40$	39	39,5
14,91	1,491	$\sqrt{1800} \approx 42$	39	40,5
14,97	1,497	$\sqrt{1980} \approx 44$	40	42

$S_y = 1^\circ$

2.3 Steinesscher Satz: V3

Masse der Kreisscheibe $m_k = (1156 \pm 1) \text{ g}$

Durchmesser d. Kreisscheibe $d = (12,0 \pm 0,1) \text{ cm}$

2.3.1 Schwingungsdauer ohne Kreisscheibe

Auslenkung /°	10T /s	T /s
180	21,12	2,112
180	20,91	2,091
180	20,98	2,098
180	21,07	2,107
180	21,03	2,103
180	21,05	2,105

$$\sigma_{\text{Ausl}} = 5^\circ$$

$$\bar{T} = 2,103 \text{ s}$$

2.3.2 Schwingungsdauer mit Kreisscheibe

Abstand z. Spax / mm	10T /s	T /s
10	23,59	2,359
15	24,04	2,404
30	25,07	2,507
45	26,63	2,663
45	26,54	2,654
45	26,56	2,656
60	28,43	2,843
75	30,91	3,091
90	33,56	3,356

Auslenkung jew. $(180 \pm 5)^\circ$

29.09.2014
H. J. J.

3. AUSWERTUNG MIT FEHLERANALYSE

3.1. Physikalisches Pendel

Als Mittelwert für die Schwingungsdauern von Messung 2.1 ergibt sich

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = \frac{1}{6} \cdot 9,68 = 1,61 \text{ s}$$

$$s_T = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_i (T_i - \bar{T})^2} = \sqrt{\frac{1}{5} \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$s_{\bar{T}} = \frac{s_T}{\sqrt{n}} = \frac{8 \cdot 10^{-5} \text{ s}}{\sqrt{6}} = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Für den Fehler des verkürzten Stabes gilt:

$$I_{\text{stab}} = \frac{1}{3} m l^2$$

$$\Delta I_{X_A} = \frac{1}{3} m X_A^2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta I_{X_A}}{I_{\text{stab}}} = \frac{X_A^3}{l^3} = \frac{(1,1 \text{ cm})^3}{(96,5 \text{ cm})^3} = 1,48 \cdot 10^{-6} = s_l$$

→ Dieser Fehler ist vernachlässigbar klein.

Berechnung der Pendellänge über die Schwingungsdauer:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}} = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}} \quad \text{mit } s = l/2$$

$$\Rightarrow l = \frac{3gT^2}{8\pi^2} = 96,6 \text{ cm}$$

Fehler von l_T :

$$s_{l_T} = \sqrt{\left(\frac{\partial l_T}{\partial T} s_T\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3gT}{4\pi^2} \cdot 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}\right)^2} = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\Rightarrow l_T = (96,6 \pm 4 \cdot 10^{-3}) \text{ cm}$$

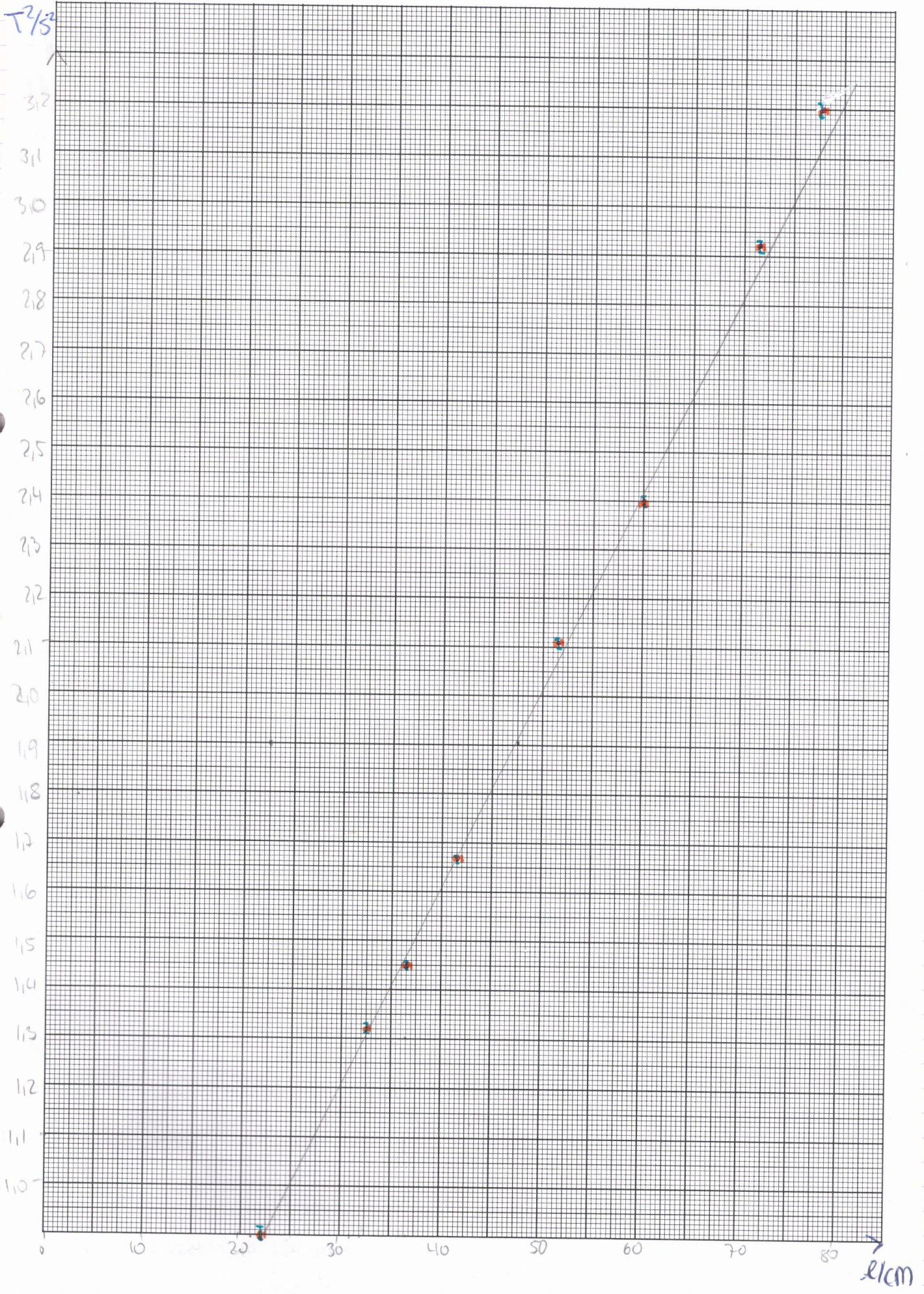
3.2. Mathematisches Pendel

3.2.1 Abhängigkeit von der Pendellänge

3.2.1.1. Hilfstabelle für $l - T^2$ - Abhängigkeit

l / cm	T / s	T^2 / s^2
32,0	1,147	1,316
36,5	1,216	1,480
41,5	1,292	1,670
51,5	1,456	2,120
60,0	1,556	2,421
71,5	1,709	2,921
78,0	1,783	3,180

3.2.1.2. Grafik: Abhängigkeit der Schwingungsdauer im Quadrat (T^2) von der Pendellänge l



~~Die Zeitdauer T ist umgekehrt proportional zur Wurzel der Pendellänge l .~~

3.2.1.3. Hilfstabelle für die analytische Auswertung

x l_i/cm	$l_i - \bar{l}_i/\text{cm}$	$(l_i - \bar{l}_i)^2/\text{cm}^2$	$(l_i - \bar{l}_i) \cdot \bar{T}^2/\text{cm} \cdot \text{s}^2$	T^2/s^2
32	-21	441	-27,636	1,316
36,5	-16,5	272,25	-24,42	1,480
41,5	-11,5	132,25	-19,205	1,670
51,5	-1,5	2,25	-3,18	2,120
60,0	7	49	16,947	2,421
71,5	18,5	342,25	54,0355	2,921
78,0	25	625	79,5	3,180
$\Sigma l_i = 371$ $\bar{l}_i = 53$		$\Sigma = 1864$	$\Sigma = 76,0445$	$\Sigma = 15,108$ $\bar{T}^2 = 2,158$

Steigung $b = \frac{\Sigma (l_i - \bar{l}_i) \cdot \bar{T}^2}{\Sigma (l_i - \bar{l}_i)^2} = 0,04 \frac{\text{s}^2}{\text{cm}}$

Achsenabschnitt $a = y - b \cdot x = -0,0044 \text{ s}^2$

Da der Achsenabschnitt in unserer Zeichnung nicht mehr zu sehen ist, werden wir den x -Wert an der Stelle $y = 0,9$ berechnen.

$$y = b \cdot x - a$$

$$0,9 = b \cdot x + a$$

$$\frac{0,9 - a}{b} = \frac{0,9 + 0,0044}{0,04} = \underline{\underline{22,2}}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-2} \Sigma (y_i - b \cdot x_i - a)^2} \stackrel{\text{hier}}{=} \sqrt{\frac{1}{n-2} \Sigma (T_i^2 - b \cdot l_i - a)^2}$$

$$\Sigma (T_i^2 - b \cdot l_i - a)^2 = 1,145 \cdot 10^{-2}$$

$$s_{T^2} = s_y = \sqrt{\frac{1}{5} \cdot 1,145 \cdot 10^{-2}} = 0,048 \text{ s}$$

$$s_b = s_y \cdot \frac{1}{\sqrt{\Sigma (l_i - \bar{l}_i)^2}} = 0,0011 \frac{\text{s}^2}{\text{cm}}$$

$$s_a = s_y \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}_i^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}} = 0,062 \text{ s}^2$$

$$a = \dots \pm \dots$$

$$b = \dots \pm \dots$$

3.2.1.4 Bestimmung der rekurrierten Pendellänge des phys. Pendels

In die Geradengleichung setzen wir $y = T_p^2 = (l/b \text{ s})^2$ ein:

$$y = b \cdot x - a$$

$$T_p^2 = l_r \cdot b - a$$

$$\Rightarrow l_r = \frac{T_p^2 - a}{b} = \frac{(1,16 \text{ s})^2 + 0,0044 \text{ s}^2}{0,04 \text{ s}^2 \cdot \text{cm}^{-1}}$$

$$= \frac{64,91}{33,59} \text{ cm}$$

Rechen von l_r :

$$s_{l_r} = \sqrt{\left(\frac{\partial l_r}{\partial T_p} s_{T_p}\right)^2 + \left(\frac{\partial l_r}{\partial a} s_a\right)^2 + \left(\frac{\partial l_r}{\partial b} s_b\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2T_p}{b} s_{T_p}\right)^2 + \left(-\frac{1}{b} s_a\right)^2 + \left(\frac{T_p^2 - a}{b^2} s_b\right)^2}$$

$$= 4,43 \text{ cm}$$

$$l_{r1} = \dots \pm \dots$$

mit $s_{T_p^2} = 2 \cdot T_p \cdot s_{T_p} = 0,15 \text{ s}$

Nach den Abmessungen des Stabes erwartet man:

$$l_r = \frac{2}{3} l_p = 64,33 \text{ cm}$$

$$l_{r2} = \dots \pm \dots$$

$$s_{l_r} = \frac{2}{3} s_{l_p} =$$

Übereinstimmung

3.2.15 Bestimmung der Erdbeschleunigung

$$g = \frac{4\pi^2}{b} = 986,96 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 9,87 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Fehler: } s_g = \frac{4\pi^2}{b^2} \cdot s_b = 27,14 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 0,27 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

3.2.2 Bestimmung der Messgenauigkeit

$$\bar{T} = 1,483 \text{ s}$$

$$s_T = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (T_i - \bar{T})^2} = 0,0345$$

$$s_{\bar{T}} = \frac{s_T}{\sqrt{n}} = 0,011 \text{ s}$$

T_i / s	T_i^2 / s^2	$s_{T2} = 2 \cdot T_i \cdot s_T / \text{s}^2$
1,147	1,316	0,08 0,0064
1,216	1,480	0,08 0,0068
1,292	1,670	0,09 0,0072
1,456	2,120	0,10 0,0082
1,556	2,420	0,11 0,0087
1,709	2,921	0,12 0,0096
1,783	3,180	0,12 0,0100

$$\bar{T} = 1,458 \text{ s}$$

$$s_T = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (T_i - \bar{T})^2} = 0,0028 \text{ s}$$

$$s_{\bar{T}} = \frac{s_T}{\sqrt{n}} = 0,0011 \text{ s}$$

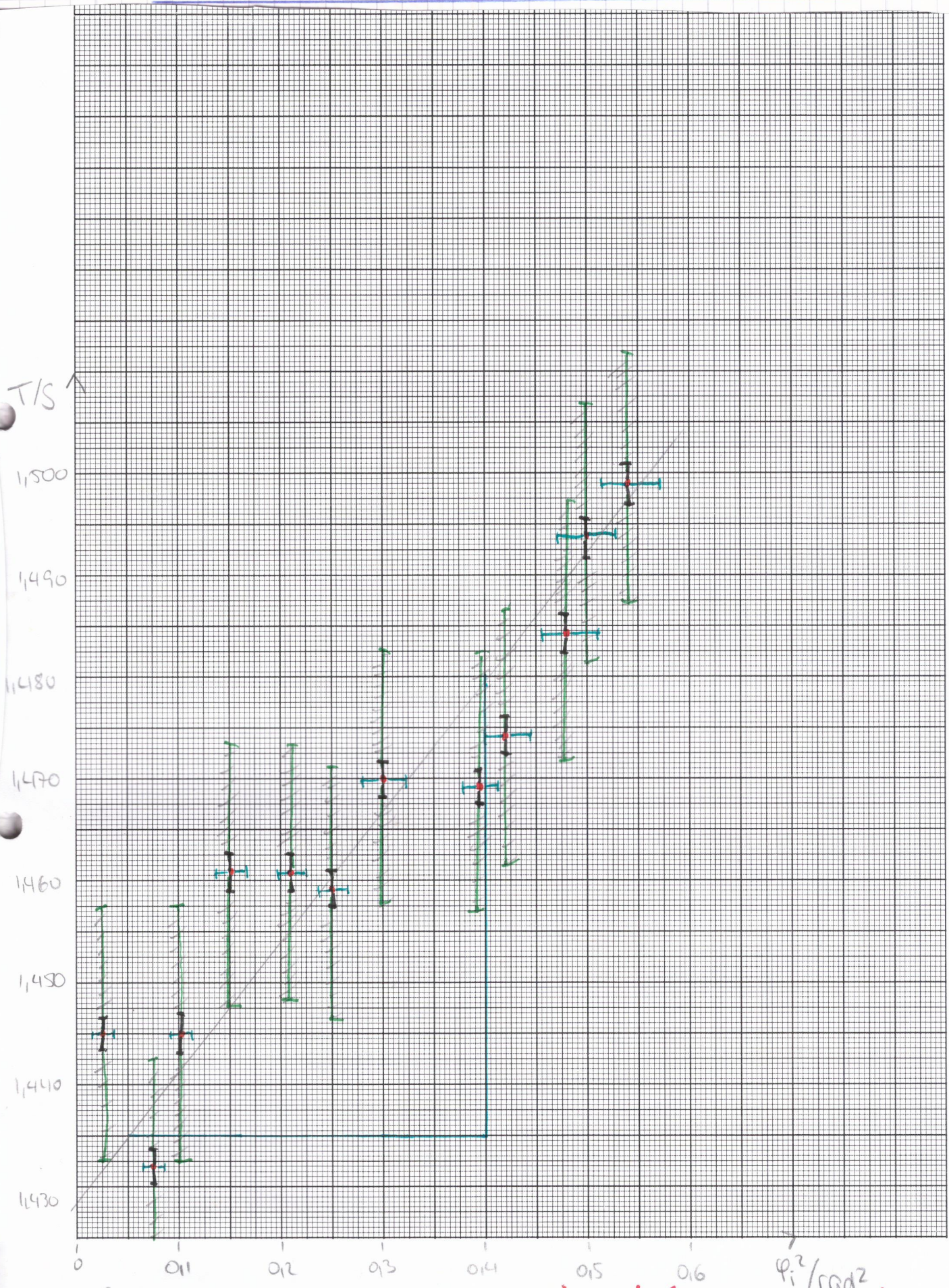
als Fehlerbalken für Grafik

Hilfstabelle:

T_i / s	$(T_i - \bar{T})^2 / \text{s}^2$	T_i^2 / s^2	$s_{T2} = 2 \cdot T_i \cdot s_T / \text{s}^2$
1,459	$0,36 \cdot 10^{-5}$		
1,457	$1,6 \cdot 10^{-5}$		
1,451	$0,4 \cdot 10^{-5}$		
1,443	$1,0 \cdot 10^{-5}$		
1,447	$3,6 \cdot 10^{-5}$		
1,459	$3,6 \cdot 10^{-5}$		
$\bar{T} = 1,453$	$\Sigma = 2,28 \cdot 10^{-4}$		

3.2.3 Amplitudenabhängigkeit

3.2.3.1 Grafik: Schwingungsdauer als Funktion des Quadrats der Amplitude



(grüne Fehlerbalken sind falsch) dann lieber neu platten

aus der Kreiszeit bestimmte Steigung: $b = \frac{0,045 \text{ s}}{0,35 \text{ rad}^2} = 0,129 \frac{\text{s}}{\text{rad}^2}$

geschätzter Fehler: $s_b = \frac{0,045 \text{ s}}{0,35 \text{ rad}^2} = 0,129 \frac{\text{s}}{\text{rad}^2}$

$$s_b = 0,010 \frac{\text{s}}{\text{rad}^2}$$

muss

analytisch berechnet

b; s_b
a; s_a

Hilfstabelle

φ / grad	φ / rad	φ^2 / rad^2	$S_{\varphi^2 \text{ rad}}$
9,5	0,166	0,027	0,009
16,5	0,288	0,083	0,010
18,5	0,323	0,104	0,011
22,5	0,393	0,154	0,013
26,5	0,463	0,214	0,016
29	0,506	0,256	0,017
31,5	0,550	0,303	0,019
36	0,628	0,394	0,022
37,5	0,654	0,428	0,023
39,5	0,689	0,474	0,024
40,5	0,707	0,500	0,025
42	0,733	0,537	0,026

Fehlerbalken von $\varphi = 1^\circ = 0,017 \text{ rad}$

$$\& S_{\varphi^2} = 2 \cdot s_{\varphi} \cdot \varphi$$

$$T = \bar{T} \left(1 + \frac{1}{16} \varphi^2 \right)_{\text{s}} \quad T_{\text{gemessen}} \left[\bar{T} = 1,453 \text{s} \right]$$

1,455

1,445

1,460

1,432

1,462

1,445

1,467

1,461

1,472

1,461

1,476

1,459

1,481

1,470

1,489

1,469

1,492

1,474

1,496

1,484

1,498

1,491

1,502

1,497

3.2.4 Steinerscher Satz

3.2.4.1 Trägheitsmoment der Kreisscheibe

$$I_k = \frac{mr^2}{2} = 0,002008 \text{ kgm}^2 = \cancel{20,08 \text{ kgcm}^2} \\ 20,08 \text{ kgcm}^2$$

$\Delta I_k = ?$

3.2.4.2 Hilfstabelle für $T^2 - a^2$ - Grafik

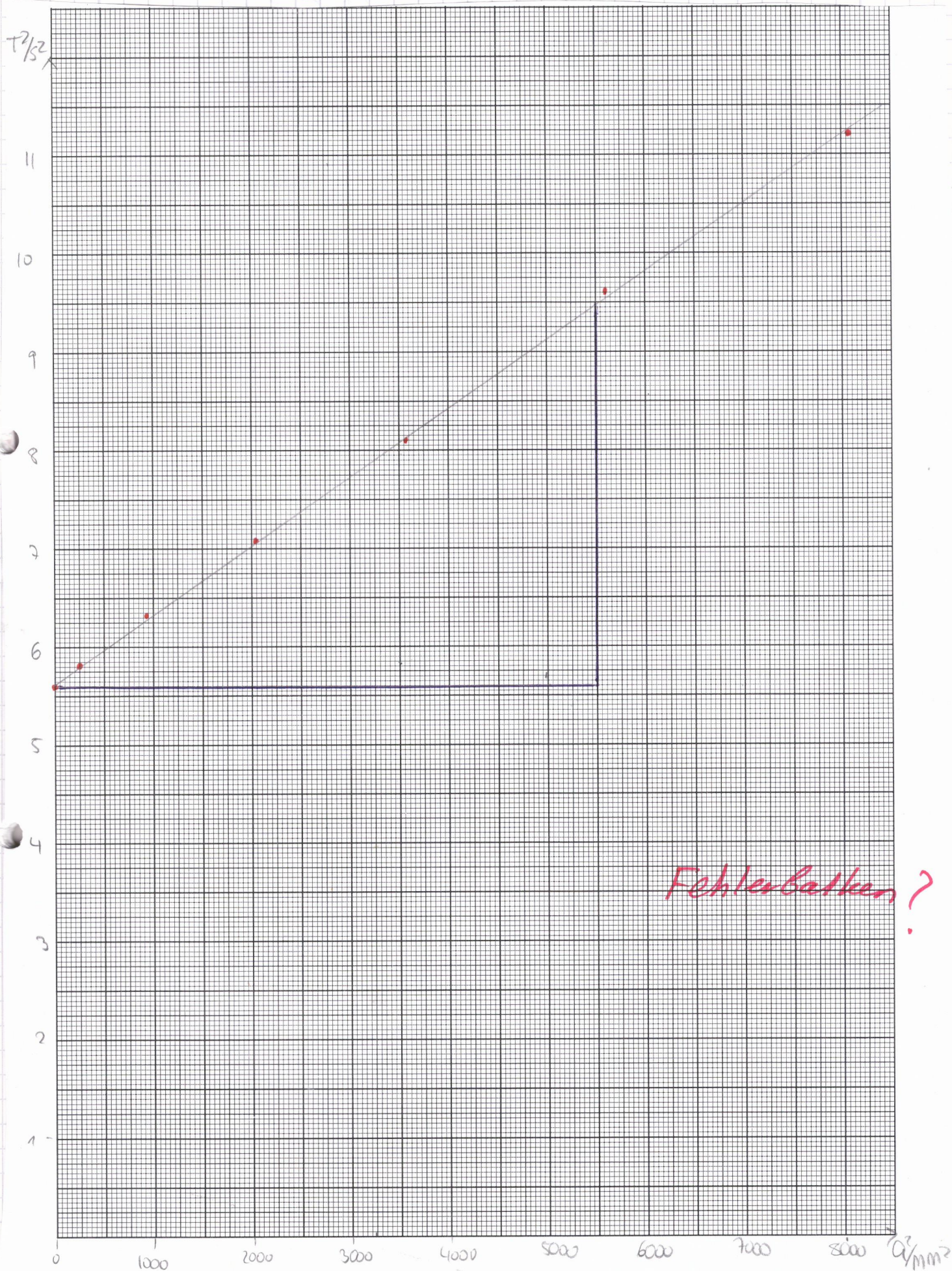
a^2/mm^2	T^2/s^2
0	5,565
225	5,780
900	6,280
2025	7,063
3600	8,082
5625	9,554
8100	11,262

$$\Sigma T^2 = 53,586 \text{ s}^2$$

$$\bar{T}^2 = 7,655 \text{ s}^2$$

3.2.4.3 Grafik: Überprüfung des Steinerschen Satzes

(Abhängigkeit ~~von~~ T^2 ~~von~~ a^2) **des Quadrat.. von a^2 Quadrat**



3.2.4.4: Berechnung der Richtkonstante des Fedel

abgelesene Steigung aus Grafik 3.2.4.3:

$$b = 7,09 \cdot 10^{-4} \frac{\text{s}^2}{\text{mm}^2} = 7,09 \cdot 10^2 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^2}$$

Masse des Kreisscheibe $m = 1,56 \text{ kg}$

$$\text{Richtkonstante } {}^{\circ}D := \frac{4\pi^2 M}{b} = 0,0644 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2}$$

$$= 6,44 \frac{\text{kgcm}^2}{\text{s}^2}$$

$$\text{mit } S_{\circ D} = {}^{\circ}D \sqrt{\left(\frac{S_M}{M}\right)^2 + \left(\frac{S_b}{b}\right)^2}$$

~~geschätztes~~ Fehler der Steigung b : $S_b = 2 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^2}$

$$\Rightarrow S_{\circ D} = 1,9 \frac{\text{kgcm}^2}{\text{s}^2}$$

$${}^{\circ}D = \dots \pm \dots$$

3.2.4.5 Berechnung des Gesamt-Trägheitsmoment

$$I_0 = \frac{{}^{\circ}D \cdot a}{4\pi^2} = 90,78 \text{ kgcm}^2$$

a : Achsenabschnitt (~~aus Grafik~~): $5,565 \text{ s}^2$

$$\text{mit } S_{I_0} = I_0 \sqrt{\left(\frac{S_{\circ D}}{{}^{\circ}D}\right)^2 + \left(\frac{S_a}{a}\right)^2}$$

geschätztes Fehler des Achsenabschnitts a : $S_a = 0,10 \text{ s}^2$

$$\Rightarrow S_{I_0} = 0,31 \text{ kgcm}^2$$

$$I_0 = \dots \pm \dots$$

3.2.4.6: Berechnung des Trägheitsmoments des Drehtisches

$$\text{Es gilt } \bar{T}^2 = 4\pi^2 \frac{I_D}{\omega_D} \Rightarrow I_D = \frac{\bar{T}^2}{4\pi^2} \cdot \omega_D$$

$$I_D = 72,14 \text{ kgcm}^2$$

mit $\bar{T} = 2,1035$ aus Messung 2.3.1

$$\text{und } s_{I_D} = I_D \sqrt{\left(\frac{s_{\bar{T}^2}}{\bar{T}^2}\right)^2 + \left(\frac{s_{\omega_D}}{\omega_D}\right)^2}$$

$$\text{mit } s_{\bar{T}^2} = ~~0,206~~ 0,11035$$

$$\Rightarrow s_{I_D} = ~~6,186~~ 3,44 \text{ kgcm}^2 \quad I_D = \dots \pm \dots$$

3.2.4.7 Berechnung des Trägheitsmoments der Kreisscheibe

- aus den Abmessungen (siehe 3.2.4.1)

$$I_{K_A} = 20,08 \text{ kgcm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{mit } s_{I_{K_A}} &= I_{K_A} \sqrt{\left(\frac{s_M}{M}\right)^2 + \left(2\frac{s_r}{r}\right)^2} \\ &= 0,17 \text{ kgcm}^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I_{K_A} = (20,08 \pm 0,17) \text{ kgcm}^2$$

- aus dem Trägheitsmoment $I_0 = I_K + I_D$

$$I_K = I_0 - I_D = 18,64 \text{ kgcm}^2$$

$$\text{mit } s_{I_K} = \sqrt{s_{I_0}^2 + s_{I_D}^2} = 3,45 \text{ kgcm}^2$$

$$\Rightarrow I_K = (18,64 \pm 3,45) \text{ kgcm}^2$$

4. ~~AT~~ ZUSAMMENFASSUNG & DISKUSSION DER ERGEBNISSE

4.2 Zusammenfassung:

4.1.1 Bei einer Länge von $L_p = (96,5 \pm 0,1) \text{ cm}$ ergab sich für die Schwingungsdauer des physikalischen Pendels

$$T_p = 1,61 \text{ s} \quad \text{mit } \sigma_{T_p} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Das überstehende Stabende kann vernachlässigt werden.

Die über die Schw. dauer berechnete Pendellänge beträgt $96,6 \text{ cm}$.

4.1.2 Der lineare Zusammenhang von T^2 und l beim mathematischen Pendel hat sich bestätigt. Für die Steigung des Ausgleichsgerade erhielten wir:

$$b = (0,040 \pm 0,001) \frac{\text{s}^2}{\text{cm}}$$

Daraus erhielten wir als Erdbeschleunigung:

$$g = (9,87 \pm 0,14) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Der Literaturwert für Freiburg beläuft sich auf

$$g_{\text{FR}} = 9,8091 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die reduzierte Pendellänge berechneten wir auf 2 unterschiedliche Weisen:


1. aus der Geraden:

$$l_r = (64,91 \pm 4,43) \text{ cm}$$

2. aus den Abmessungen des Stabes:

$$l_r = (64,33 \pm 0,07) \text{ cm}$$

→ Gute Übereinstimmung im Rahmen des Fehlers.

 Die Glg $T = T_0 \left(1 + \frac{1}{16} \varphi_0^2\right)$ beschreibt die Periodendauer in Abhängigkeit des Winkels gut, trotz deutlicher Abweichung zwischen

4.1.3

4.1.3

Die Linearität von T^2 & a^2 ist bestätigt worden. Damit wurde auch der Steiner'sche Satz bestätigt.

Für die Richtkonstante der Feder bekommen wir

$$D = (644,0 \pm 0,9) \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Das Trägheitsmoment der Kreisscheibe berechnete sich zu:

- aus Abmessungen:

$$I_{KA} = (20,08 \pm 0,17) \frac{\text{kg} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm}^2}$$

- aus Steiner'schem Satz:

$$I_K = (18,64 \pm 3,45) \text{kg} \cdot \text{cm}^2$$

Auch diese Werte stimmen im Rahmen ihrer Fehler überein.

4.1 Diskussion der Ergebnisse

4.2.1 kann man auch zusammen mit *Zusammenfassung schreiben oder vorher*

Die berechnete Pendellänge des phys. Pendels stimmt im Rahmen des Fehlers gut mit der gemessenen überein.

Die Zeitmessungen waren fast immer übereinstimmend was die gute Übereinstimmung bestätigt.

4.2.2

Die Abhängigkeit von T^2 & l hat sich gut bestätigt & die daraus berechnete Erdbeschleunigung liegt sehr nah am Literaturwert.

Der Fehler der berechneten Erdbeschleunigung scheint etwas klein zu sein, ~~was von falsch~~ ist jedoch im Rahmen.

Auch die reduzierten Pendellängen des phys. Pendels stimmen sehr gut überein.

Die Formel $T = \bar{T} \left(1 + \frac{1}{16} \varphi_0^2\right)$ ist grob bestätigt, zwischen durch ~~einigen kleineren Werten~~

was wohl an einem Messfehler liegt. Außerdem könnte es sein, dass die wir das Drehpendel doch nicht immer gleich aus gelenkt haben. Von den schlechten Werten der einzelnen Messungen abgesehen, liefert uns das Gesetz aber im Großen & Ganzen gute Werte.

4.2.3

Im letzten Versuchssteil ließ sich das Steinersche Gesetz gut bestätigen.

Die berechneten Trägheitsmomente stimmen im Rahmen ihrer Fehler auch überein.

Jedoch das Fehler des Trägheitsmoment aus der Formel des Steinerschen Satzes scheint sehr groß. Dies führt vermutlich auf ~~den~~ einen schlecht geschätzten Fehler des Steigung b zurück (die nur graphisch ermittelt wurde).

7.10.14 Note

Denkzettel

HIER könnte

IHRE Note stehen!