

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER*INNEN, TEIL 1
SOMMERSEMESTER 2021

VERSUCH 14 AM 17.09.2021

Streuversuch

18.09.2021

Assistent:

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	2
2 Aufbau und Durchführung	2
3 Auswertung und Fehleranalyse	4
3.1 Bestimmung der Ablenkwinkel aus den Messdaten	4
3.2 Lineare Regression und Bestimmung des Targetradius	5
4 Diskussion der Ergebnisse	8
4.1 Vergleich mit gemessenem Wert	8
4.2 Zusammenstellung der Ergebnisse	8
4.3 Fehlerdiskussion	8
4.4 Verbesserte Messmethoden	9
5 Literatur	10
6 Anhang	11
6.1 Grafiken	11
6.2 Laborbuch	13
6.3 Tabellenverzeichnis	19
6.4 Abbildungsverzeichnis	19

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wird mit Hilfe der Streuung von Metallkugeln an einem Target der Targetradius r_2 ermittelt. Dafür werden die Ablenkwinkel von den am Target gestreuten Metallkugeln bei verschiedenen Stoßparametern B untersucht. Der Stoßparameter B beschreibt dabei den kleinsten Abstand der Flugbahn der Kugeln zu einer dazu parallelen Bahn durch den Mittelpunkt des Targets.

2 Aufbau und Durchführung

Um das oben genannte Ziel zu erreichen, werden kleine Stahlkugeln mit Durchmesser d_1 auf das Target mit Durchmesser d geschossen. Die Ablenkungen der Kugeln werden durch ein druckempfindliches Papier aufgezeichnet, das an einem kreisförmigen Messschirm mit Durchmesser D angebracht ist.

Der Stoßparameter b wird um die Ausgangslage b_0 variiert und der zugehörige Wert für x wie in [Abbildung 1](#) dargestellt abgelesen. Für jeden Stoßparameter werden 10 Messungen durchgeführt.

Die Ablenkungen s werden vom Papier abgemessen, der Ausgangspunkt s_0 wurde vor den Messungen abgeschätzt und eingezeichnet. Aus s wird später der Auslenkwinkel θ berechnet, wobei s und θ im Uhrzeigersinn gemessen werden und Werte links von der Ausgangslage damit ein negatives Vorzeichen erhalten.

Der Versuchsaufbau für den Streuversuch ist hier in [Abbildung 1](#) skizziert.

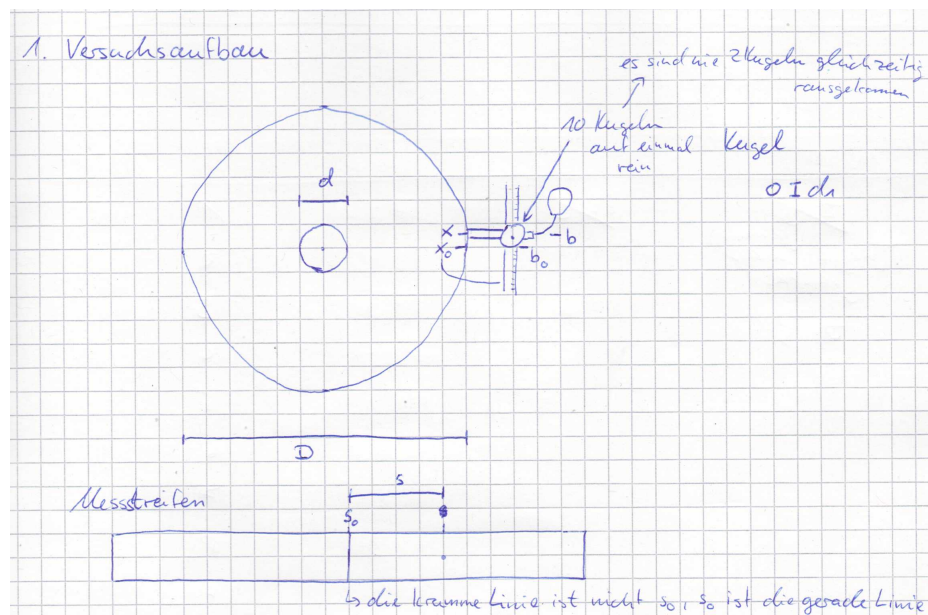


Abb. 1: Skizze aus dem Laborbuch ([Abbildung 8](#)) für den Versuchsaufbau

Vor dem Versuch werden folgende Werte ermittelt:

$$D = (64,30 \pm 0,08) \text{ cm} \quad \Rightarrow R = (32,15 \pm 0,04) \text{ cm} \quad (1)$$

$$d_1 = (4,40 \pm 0,04) \text{ mm} \quad \Rightarrow r_1 = (2,20 \pm 0,02) \text{ mm} \quad (2)$$

$$b_0 = (10,00 \pm 0,04) \text{ cm} \quad (3)$$

$$x_0 = (89,90 \pm 0,04) \text{ cm}. \quad (4)$$

Der Target-Durchmesser d wird hier nicht aufgeführt, da dieser rechnerisch ermittelt werden soll. Alle Werte werden durch Messgeräte mit analogen Skalen bestimmt, weshalb überall eine Dreiecksverteilung angenommen wird. Der Wert für d_1 wird mit einem Messschieber bestimmt und die Werte b_0 , b , x_0 und x werden von einer angebrachten Skala abgelesen. Mit einem Maßband wird D bestimmt, wobei dabei von einer höheren Unsicherheit auszugehen ist, da zusätzlich zur Ableseunsicherheit das Ermitteln der breitesten Stelle fehlerbehaftet ist.

Um die tatsächlichen Werte B und X zu bestimmen, ziehen wir von den gemessenen Werten b und x die Werte der Ausgangslagen b_0 und x_0 ab und berechnen die Unsicherheiten durch Fehlerfortpflanzung.

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Bestimmung der Ablenkungswinkel aus den Messdaten

Die nach der Streuung abgelesenen Abstände s , die in [Abbildung 8](#) bis [Abbildung 13](#) dokumentiert sind, sind noch nicht die tatsächliche Entfernungen S vom Auftreffpunkt der Kugeln bei einer geraden Flugbahn. Der Grund dafür ist die Verschiebung der Einschusseinrichtung um den Stoßparameter B , was eine Verschiebung von $X = x - x_0$ auf dem kreisförmigen Messschirm bewirkt. Von s muss daher noch die Strecke X abgezogen werden:

$$S = s - X. \quad (5)$$

Die Ablenkungswinkel θ werden aus S berechnet, indem man den Anteil von S am Gesamtumfang mit 2π multipliziert:

$$\theta = 2\pi \cdot \frac{S}{2\pi R}, \quad (6)$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{S}{R}. \quad (7)$$

Nun wird für jedes B aus den jeweiligen 10 Werten für θ der Mittelwert, die Streuung und die Standardabweichung des Mittelwerts mit Formeln aus [\[2\]](#) berechnet. Die Werte befinden sich zusammengefasst in [Tabelle 1](#).

Stoßparameter B in cm mit Unsicherheit $\Delta B = 0,06$ cm	Mittlerer Ablenkungswinkel $\bar{\theta}$ in rad	Streuung S_θ in rad	Standardabweichung vom Mittelwert $S_{\bar{\theta}}$ in rad
-3,50	0,019	0,007	0,002
-2,50	-1,22	0,24	0,08
-2,00	-1,703	0,023	0,007
-1,50	-2,133	0,059	0,019
-1,00	-2,493	0,026	0,008
-0,50	-2,756	0,008	0,002
0,75	2,710	0,054	0,017
1,25	2,421	0,014	0,004
1,75	2,044	0,032	0,010
2,25	1,63	0,09	0,03
2,75	1,002	0,045	0,014
3,25	0,13	0,19	0,06

Tab. 1: Aufgelistet sind die zu den jeweiligen Stoßparametern B gehörenden mittleren Ablenkungswinkel $\bar{\theta}$ mit Streuung S_θ und Standardabweichung vom Mittelwert $S_{\bar{\theta}}$.

Die Mittelwerte $\bar{\theta}$ sind in [Abbildung 2](#) gegen die Stoßparameter B aufgetragen. Als Fehlerbalken sind hierbei die Standardabweichungen vom Mittelwert und die durch Fehlerfortpflanzung mit

$$\Delta B = \sqrt{(\Delta b_0)^2 + (\Delta b)^2} \quad (8)$$

bestimmte Unsicherheit ΔB eingezeichnet.

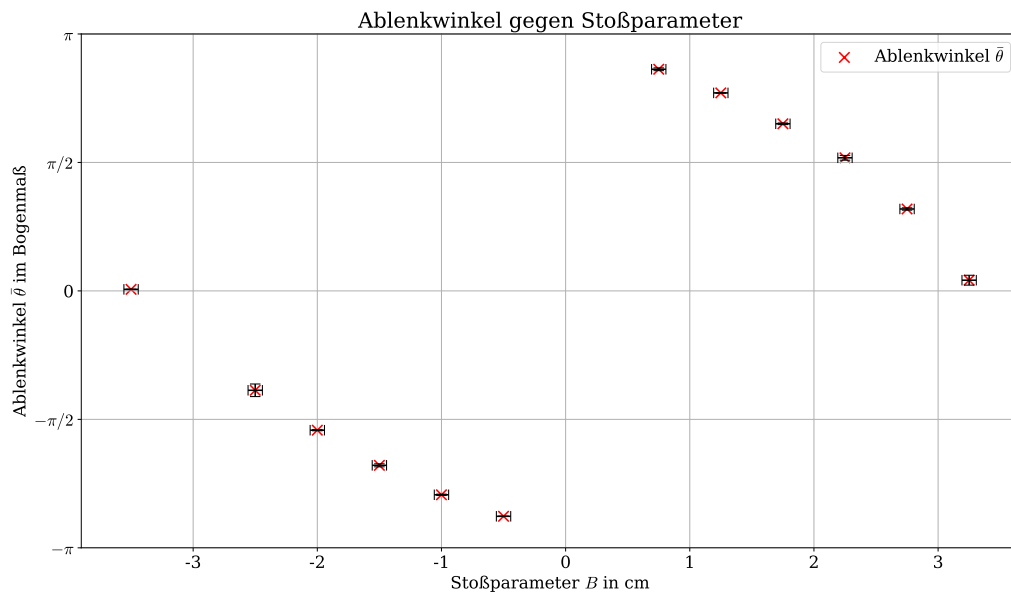


Abb. 2: Aufgetragen sind die berechneten Winkel θ im Bogenmaß gegen den jeweiligen Stoßparameter B in cm.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Ablenkung um b_0 stark zunimmt und an beiden Seiten gleichmäßig mit dem Stoßparameter B abnimmt. Im Anhang befinden sich zwei weitere Grafiken die den Zusammenhang zwischen B und θ veranschaulichen. In [Abbildung 5](#) ist dabei der Absolutbetrag von θ gegen B aufgetragen. In [Abbildung 6](#), in der sowohl θ als auch B betragsmäßig aufgetragen sind, ist jedoch zu erkennen, dass die an der y-Achse gespiegelten Werte (blau) leicht versetzt zu den nicht-gespiegelten Werten (rot) liegen. Mögliche Gründe hierfür werden in der Diskussion besprochen.

3.2 Lineare Regression und Bestimmung des Targetradius

Nach [1] ist der Zusammenhang von θ und b bei elastischen Stößen von zwei harten Kugeln durch

$$\theta(B) = 2 \arccos \frac{B}{r_1 + r_2} \quad (9)$$

gegeben. Um durch diese Formel r_2 zu bestimmen, ist es sinnvoll, den Kosinus auf θ anzuwenden. In [Abbildung 3](#) ist $\cos \theta/2$ nach B aufgetragen. Dabei ist ein deutlicher linearer Zusammenhang zu erkennen.

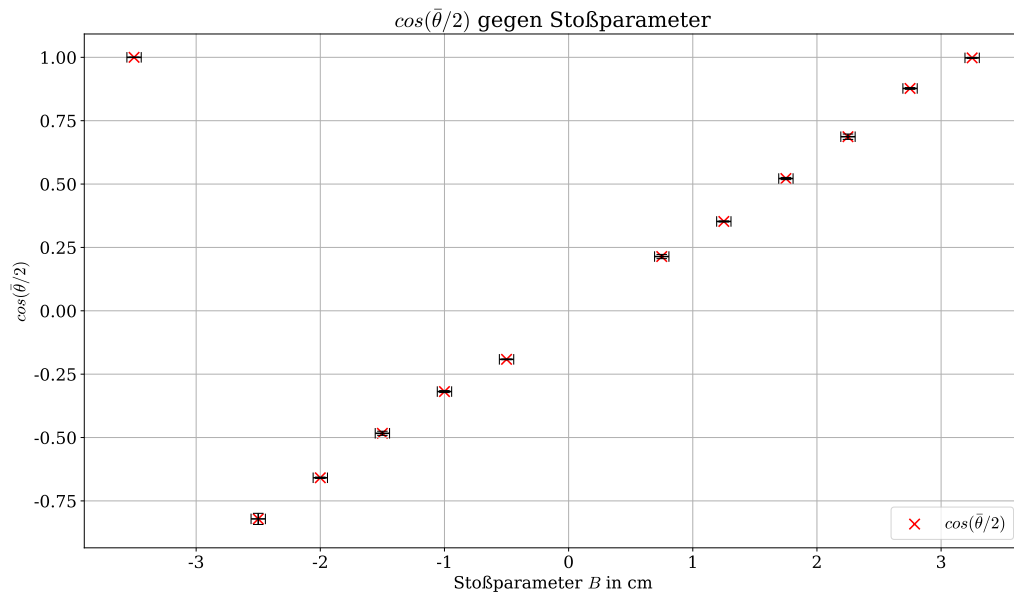


Abb. 3: Aufgetragen ist $\pm \cos(\theta/2)$ gegen den Stoßparameter B in cm.

Der Wert für $B = -3,5$ cm ist dabei positiv. Das liegt daran, dass wie bereits oben erwähnt der Ausgangspunkt s_0 nicht genau gewählt werden kann. Man könnte das mit einer Spiegelung des Punktes ausgleichen. Da jedoch bei dieser Messreihe zusätzlich das Target nicht getroffen wird und somit kein Stoß stattfindet, berücksichtigen wir sie nicht bei der linearen Regression.

Mithilfe von linearer Regression findet man eine Ausgleichsgerade, der Form

$$y = m \cdot x + c \quad \text{mit } m = \frac{1}{r_1 + r_2} \text{ und } c = 0, \quad (10)$$

$$\text{da } \cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{r_1 + r_2} \cdot B. \quad (11)$$

Die Messwerte und die lineare Regression sind in [Abbildung 4](#) zu sehen.

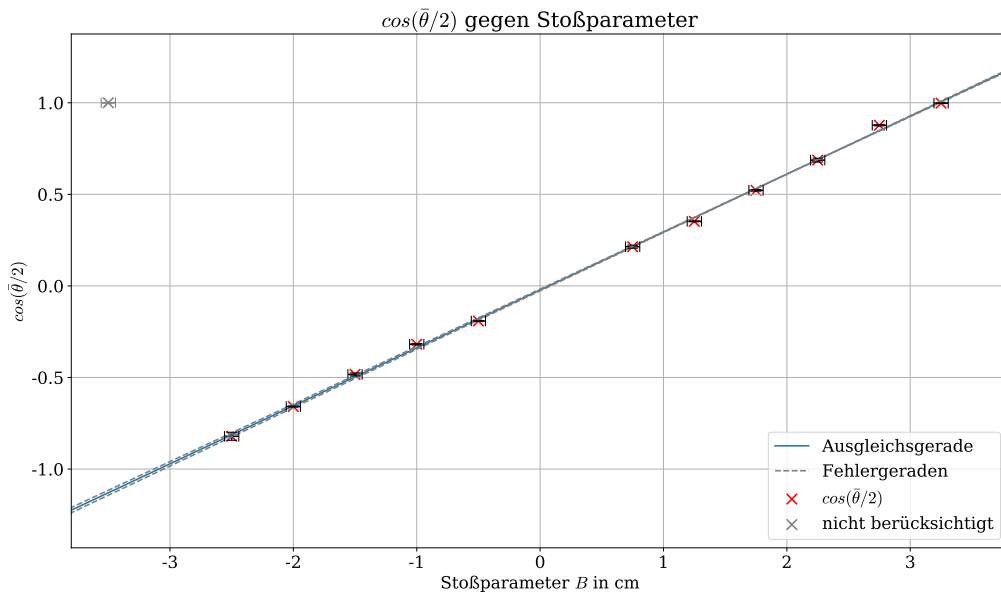


Abb. 4: Aufgetragen ist $\pm \cos(\theta/2)$ gegen den Stoßparameter B in cm mit linearer Regression. Der erste Wert wird nicht berücksichtigt.

Für die Steigung m und den y-Achsenabschnitt c ermitteln wir

$$m = (31,6 \pm 0,2) \text{ m}^{-1} \quad (12)$$

$$c = -0,022 \pm 0,005. \quad (13)$$

Hieraus ist es mit [Gleichung 10](#) möglich den Targetradius r_2 und seine Unsicherheit Δr_2 zu bestimmen. Es gilt

$$r_2 = \frac{1}{m} - r_1 \quad (14)$$

$$\Delta r_2 = \sqrt{\left(\frac{-\Delta m}{m^2}\right)^2 + (-\Delta r_1)^2}. \quad (15)$$

Das ergibt:

$$r_2 = (29,4 \pm 0,3) \text{ mm} \quad (16)$$

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Vergleich mit gemessenem Wert

Vor dem Versuch wurde der Targetradius r_2 durch einen Messschieber bestimmt um diesen mit dem errechneten Wert vergleichen zu können:

$$d_{2,\text{mess}} = (58,30 \pm 0,04) \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad r_{2,\text{mess}} = (29,15 \pm 0,02) \text{ mm.} \quad (17)$$

Vergleicht man den errechneten Wert $r_{2,\text{rechnen}} = (29,4 \pm 0,3) \text{ mm}$ mit $r_{2,\text{mess}}$ ergibt sich ein t -Wert von $t = 1,0$. Damit ist der errechnete Wert sehr gut mit dem gemessenen Wert verträglich.

4.2 Zusammenstellung der Ergebnisse

Dieser Versuch bestätigt den Zusammenhang aus [Gleichung 9](#), weil der gemessene r_2 Wert mit dem errechneten verträglich ist:

	Wert
$r_{2,\text{rechnen}}$	$(29,4 \pm 0,3) \text{ mm}$
$r_{2,\text{mess}}$	$(29,15 \pm 0,02) \text{ mm}$
t -Wert	1,0

Tab. 2: Zusammenstellung der Ergebnisse

Da die Ergebnisse verträglich sind, kann der Stoß der Metallkugeln mit dem Target gut durch das Modell des elastischen Stoßes zweier harter Kugeln beschrieben werden.

4.3 Fehlerdiskussion

Bereits bei der Versuchsdurchführung fallen zwei Messreihen auf, in denen einige Werte deutlich vom später errechneten Mittelwert abweichen: Das ist zum einen die Messreihe mit $B = -2,5 \text{ cm}$ ([Abbildung 9](#)), bei der zwei Werte mit $\theta_1 = -0,87$ und $\theta_2 = -1,85$ stark vom Mittelwert $\bar{\theta} = -1,22$ abweichen und die Messreihe mit $B = 3,25 \text{ cm}$ ([Abbildung 13](#)) in der es ähnlich große Abweichungen gibt. Beide Messreihen haben deshalb auch die mit Abstand stärksten Streuungen. Grund dafür ist vermutlich, dass beide B -Werte nah am Targetradius $r_{2,\text{mess}} = (29,15 \pm 0,02) \text{ mm}$ liegen und damit eine hohe Wahrscheinlichkeit für grobe Messfehler vorliegt, da einige Kugeln das Target treffen und andere nicht.

An mehreren Stellen der Auswertung ist bereits aufgefallen, dass der Ausgangspunkt s_0 nicht richtig eingezeichnet ist. In [Abbildung 6](#) im Anhang sind die Ablenkwinkel θ gegen die Stoßparameter B dargestellt. Dabei sind die Ablenkwinkel der links vorbeigeschossenen Kugeln blau dargestellt und gespiegelt. In dieser Abbildung fällt auf, dass die jeweiligen Wertepaare nicht wie erwartet auf einer Kurve liegen. Stattdessen liegen die Wertepaare der links vorbeigeschossenen Kugeln auf einer zu den Wertepaaren der rechts vorbeigeschossenen Kugeln verschobenen Kurve.

Die Ursache ist wahrscheinlich die falsche Markierung des Nullpunktes, die zu einer Verschiebung der Kurve entlang der x-Achse führt, was man ebenfalls in [Abbildung 7](#) erkennen kann. Der Sprung in der Mitte des Grafen kommt dort durch diese Verschiebung zustande. Dieser Effekt hat bei der linearen Regression allerdings keine Auswirkung auf die Steigung, denn dieser systematische Fehler wirkt sich nur auf den y-Achsenabschnitt c aus. Die Vermutung wird durch einen c -Wert von $c = -0,022 \pm 0,005$, der mit einem t -Wert von $t = 4,6$ mit der 0 unverträglich ist, bestätigt.

Bei der ersten Messreihe mit $B = -3,5$ cm ist während dem Versuch aufgefallen, dass alle Kugeln das Target verfehlt haben. Dadurch werden die Kugeln nicht abgelenkt und [Gleichung 9](#) gilt nicht, da es sich nicht mehr um einen Stoß handelt. Außerdem fällt in [Abbildung 7](#) auf, dass der Wert der ersten Messreihe außerhalb des Definitionsbereichs des Arkuskosinus liegt und deshalb kein Teil der Kurve ist. Da dieser Fehler bereits während der Versuchsdurchführung bemerkt wurde, wurde diese Messreihe nicht bei der linearen Regression in [Abbildung 4](#) berücksichtigt. Bei der letzten Messreihe mit $B = 3,25$ cm ist während der Versuchsdurchführung aufgefallen, dass nicht alle Kugeln das Target getroffen haben. Dadurch liegt auch dieser Wert außerhalb der Arkuskosinuskurve, jedoch ist er aufgrund einiger Treffer näher an der Kurve.

4.4 Verbesserte Messmethoden

Um die eben diskutierten Unsicherheiten zu verringern, kann man versuchen den Nullgradpunkt s_0 besser zu setzen und den Durchmesser D des Messschirms genauer zu bestimmen. Eine Möglichkeit hierfür ist, nicht den Durchmesser, sondern den Umfang mit einer Schnur zu messen. Daraus können Radius und Durchmesser bestimmt werden und das Problem, an der breitesten Stelle zu messen kann umgangen werden. Halbiert man nun die Schnur, kann durch erneutes Anlegen an den Messschirm auch der Nullpunkt exakter bestimmt werden.

Um Messreihen zu erkennen, die nicht das Target treffen, kann es sinnvoll sein, den Stoßparameter B langsam zu erhöhen, anstatt mit einem hohen Stoßparameter zu beginnen. So kann ein Treffen des Targets sichergestellt werden und das Messen beendet werden, sobald das Target nicht mehr getroffen wird. Andernfalls müssen solche Messreihen erkannt und in der Auswertung gesondert behandelt werden.

Gegebenenfalls könnte man außerdem die Stahlkugeln während des Versuchs einzeln nachladen um eventuelle Beeinflussungen oder Schüsse mit mehreren Kugeln zu vermeiden. Durch eine genaue Beobachtung der einzelnen Schüsse ist es jedoch auch ohne Probleme möglich, solche Fehler schnell zu erkennen und nicht in die Messdaten mit einfließen zu lassen. Bei unserer Versuchsdurchführung sind in diesem Zusammenhang keine Probleme aufgetreten.

Literatur

- [1] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 14 - Streuversuch, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (2021)
- [2] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (2021)

6 Anhang

6.1 Grafiken

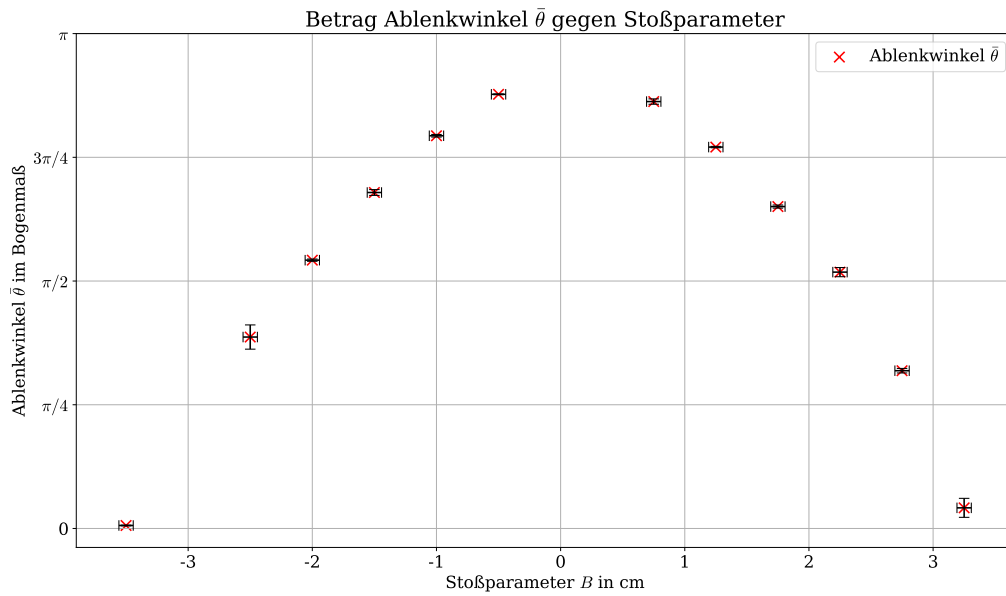


Abb. 5: Aufgetragen ist der Winkel θ im Bogenmaß gegen den Stoßparameter B in cm. Dabei wird der Winkel nur betragsmäßig aufgetragen.

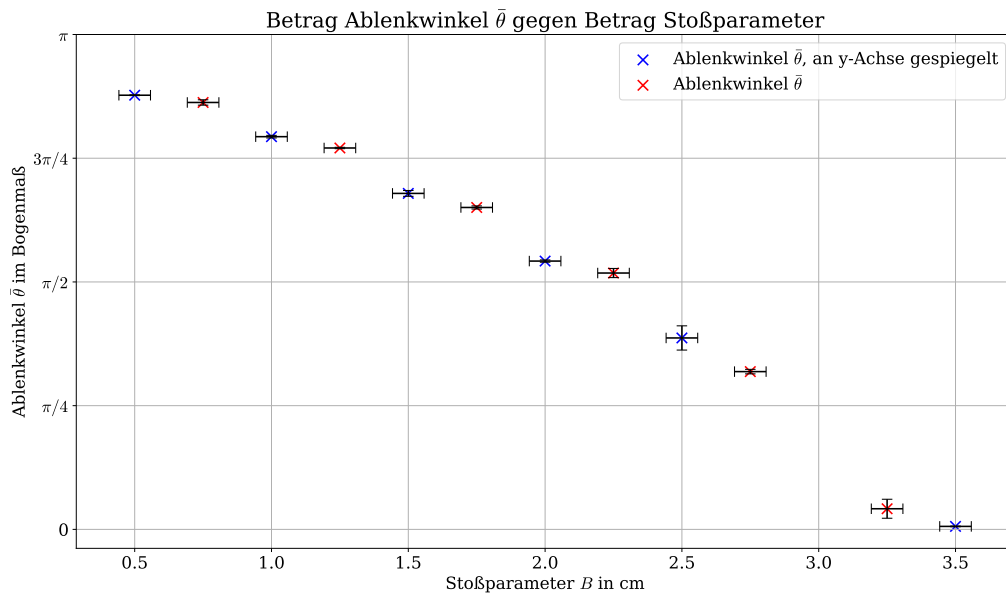


Abb. 6: Aufgetragen ist der Winkel θ im Bogenmaß gegen den Stoßparameter B in cm. Dabei werden sowohl der Winkel als auch der Stoßparameter nur betragsmäßig aufgetragen.

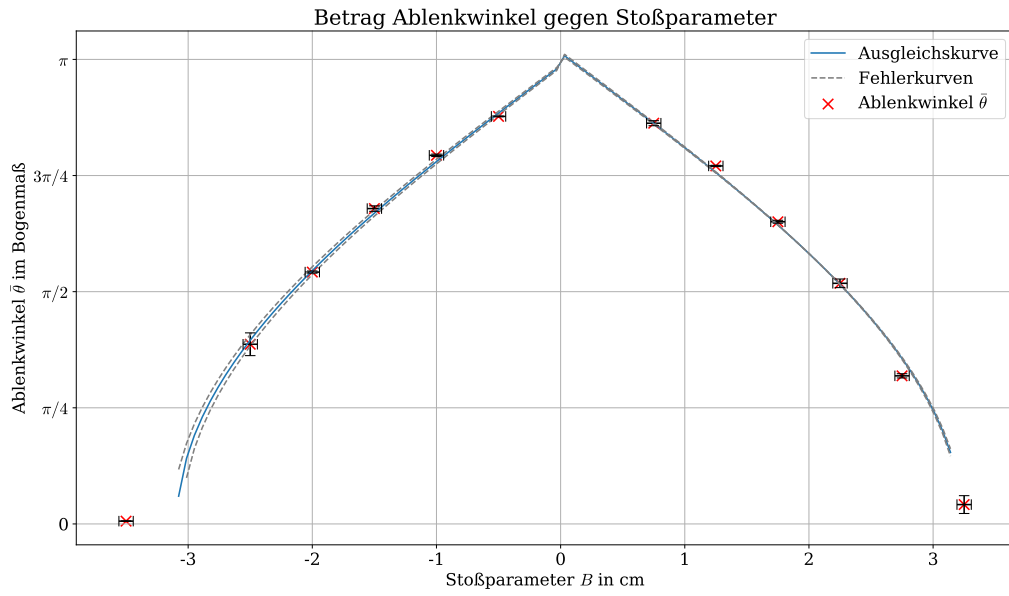


Abb. 7: Winkel θ aufgetragen gegen Stoßparameter B mit den Ausgleichskurven aus der linearen Regression. Dabei wird der Winkel nur betragsmäßig aufgetragen.

6.2 Laborbuch

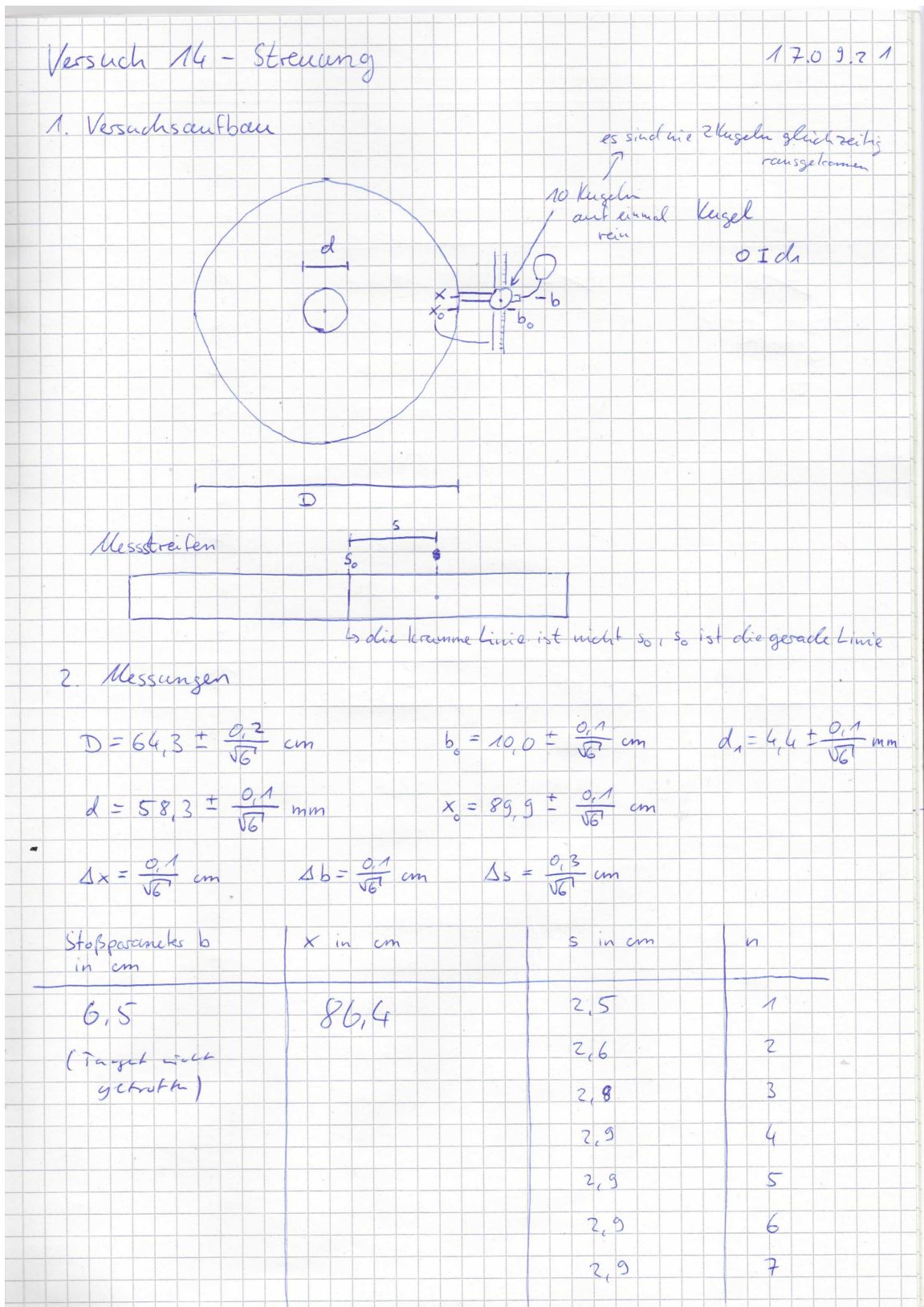


Abb. 8: Laborbuch, Seite 1

Stoßparameter b_0 in cm	x in cm	s in cm	n
		2,8	8
		3,0	9
		3,1	10
		3,4	11
7,0 (Cement) Target nicht schonke 7,5	86,9 87,3	30,7	1
		39,9	2
		39,9	3
		40,0	4
		40,5	5
		40,6	6
		40,8	7
		41,0	8
		41,2	9
		62,1	10
8	87,8	55,9	1
8	87,8	56,4	2
		56,5	3
		56,6	4
		56,7	5
		56,7	6
		56,8	7
		57,1	8
		57,2	9
		58,7	10

Abb. 9: Laborbuch, Seite 2

Stoßparameter b in cm	x in cm	s in cm	n
8,5	88,3	65,9	1
		68,4	2
		70,4	3
		70,6	4
		70,9	5
		71,1	6
		71,8	7
		72,6	8
		69,6	9
		70,4	10
9	88,9	80,5	1
		80,6	2
		80,7	3
		80,7	4
		80,9	5
		81,0	6
		81,1	7
		81,3	8
		81,3 80,9	9
		83,4	10
9,5	89,4	88,7	1
		88,8	2
		89,0	3
		89,1	4
		89,1	5
		89,1	6
		89,3	7

Abb. 10: Laborbuch, Seite 3

b in cm	x in cm	s in cm	n
		89,4	8
		89,5	9
		89,1	10
10,75	90,6	83,0	1
		87,9	2
		88,1	3
		88,2	4
		88,2	5
		88,3	6
		88,3	7
		88,5	8
		88,6	9
		89,2	10
11,25	91,1	78,3	1
		78,5	2
		78,7	3
		79,0	4
		79,1	5
		79,1	6
		79,2	7
		79,3	8
		79,4	9
		79,8	10
11,75	91,6	65,9	1
		66,5	2
		66,7	3
		66,7	4

Abb. 11: Laborbuch, Seite 4

b in cm	x in cm	s in cm	n
		67,3	5
		67,4	6
		68,0	7
		68,0	8
		68,1	9
		69,4	10
12,25	92,1	51,1	1
		53,3	2
		53,8	3
		53,4	4
		53,5	5
		54,1	6
		54,2	7
		54,3	8
		55,1	9
		62,4	10
12,75	92,6	31,7	1
		33,5	2
		34,1	3
		34,5	4
		35,1	5
		35,2	6
		35,8	7
		36,0	8
		36,2	9
		36,5	10

Abb. 12: Laborbuch, Seite 5

Tabellenverzeichnis

1	Ablenkwinkel mit Streuung und Standardabweichung vom Mittelwert	4
2	Zusammenstellung der Ergebnisse	8

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	2
2	Winkel gegen Stoßparameter aufgetragen	5
3	$\pm \cos(\theta/2)$ aufgetragen gegen den Stoßparameter	6
4	$\pm \cos(\theta/2)$ aufgetragen gegen den Stoßparameter mit linearer Regression	7
5	Winkel betragsmäßig gegen Stoßparameter aufgetragen	11
6	Winkel betragsmäßig gegen Betrag des Stoßparameters aufgetragen	11
7	Ausgleichskurven nach Resubstitution	12
8	Laborbuch, Seite 1	13
9	Laborbuch, Seite 2	14
10	Laborbuch, Seite 3	15
11	Laborbuch, Seite 4	16
12	Laborbuch, Seite 5	17
13	Laborbuch, Seite 6	18