Inhaltsverzeichnis

1 Versuchsziel

das messt ihr nicht

Mit Hilfe der Messungen von Streuwinkel θ und Stoßparameter b soll der Durchmesser des zylindrischen Streuers (Target) berechnet werden.

2 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einem zentralen, fest fixierten Zylinder, auf den kleinere Kugeln geschossen werden. Hier wird anstelle einer Kugel ein Zylinder verwendet, da die Querschnittsfläche eines Zylinders der einer Kugel entspricht. Bei der Verwendung einer Kugel könnte zwar durch Veränderung der Perspektive, mit der man auf die Kugel sieht, immer wieder den Zylinderquerschnitt gefunden werden. Allerdings wäre dafür eine Koordinatentransformation nötig gewesen, auf die man durch die Verwendung eines Zylinders hier verzichten kann.

Des Weiteren gibt es eine verschiebbare Vorrichtung, aus der mit Hilfe von Luftdruck die Projektile beschleunigt werden. Die kleinen Kugeln werden durch den großen Zylinder in der Mitte gestreut und der Ort des Auftreffens am Rand der Versuchsanordnung durch Punkte auf einem Papierstreifen markiert.
Mit der verschiebbaren Vorrichtung kann die Position der Einschussvorrichtung variiert werden. Durch diese Verschiebung wird auch der Stoßparameter b verändert.
Die Versuchsanordnung kann in Abbildung 1 nachvollzogen werden.

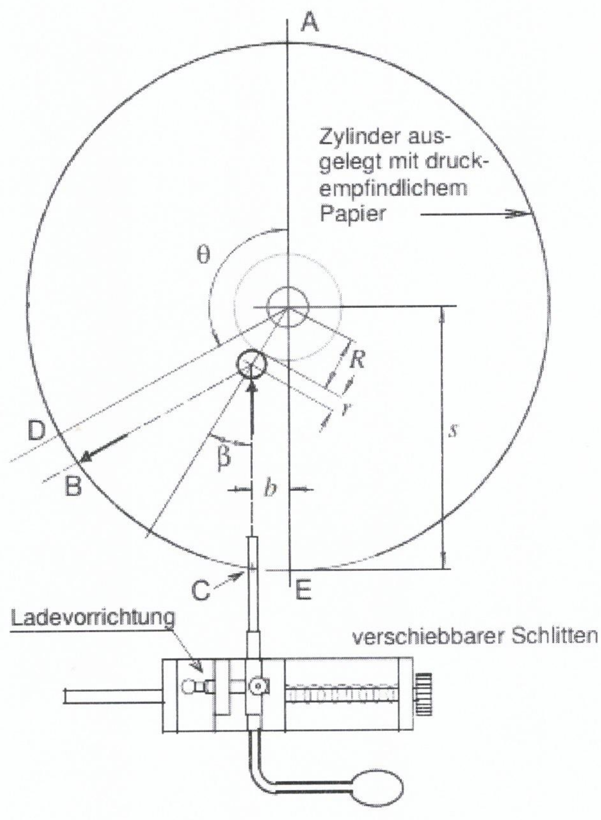


Abbildung 2.8: Versuchsaufbau

Abbildung 1: Versuchsanordnung mit Zylinder in der Mitte, Auffangschirm mit Papierstreifen und Einschussvorrichtung [1]

Dabei werden die kleinen Kugeln bei C eingeschossen und treffen bei B auf den Schirm auf.

Die Stelle A entspricht dem Punkt $\theta = 0$, wobei θ den Steuwinkel bezeichnet. Des Weiteren bezeichnet b den Stoßparameter, r den Radius des Projektils und R den Radius des Zylinders. Zuletzt steht s für den Abstand zwischen dem Mittelpunt des Zylinders und dem Schirm und β für den Einfalls- bzw. Ausfallswinkel.

3 Physikalischer Hintergrund

Der hier verwendete Versuchsaufbau zeigt grundsätzlich einige Analogien zu Streuversuchen in der Atom- und Kernphysik, wie z.B.dem Rutherfordschen Experiment. Allerdings gibt zwischen dem hier verwendeten Versuchsaufbau und dem Experiment von Rutherford einige gravierende Unterschiede.

Da er geladene α-Teilchen auf Goldfolie schießt, kommt es im Gegensatz zu diesem Versuch zu Wechselwirkungen zwischen den Teilchen und es sind deutlich komplizierte Gleichungen mit mehr relevanten Parametern nötig als in dem hier verwendeten Versuchsaufbau.

Aus Abbildung 1 im Versuchsaufbau lassen sich verschiedene Formeln ableiten.

Zunächst folgt für den Streuwinkel θ

$$\overset{\frown}{\mathrm{CE}} = \overset{\frown}{BD} = s \arcsin \frac{b}{s} \overset{b<<s}{\approx} b \tag{3.1}$$

$$\theta = \frac{\overset{\frown}{AD}}{s} \approx \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{BD}}{s} \overset{b<<s}{\approx} \frac{\overset{\frown}{AB} - b}{s}. \tag{3.2}$$

Dabei stehen $\overset{\frown}{CE}$, $\overset{\frown}{BD}$, $\overset{\frown}{AD}$ und $\overset{\frown}{AC}$ für die Verbindungswege zwischen A, B, C, und D stehen. Diese Näherungen werden mit Hilfe der Taylor-Entwicklung genähert. Dies ist allerdings nur möglich, da $b << s$ gilt.

Außerdem gilt der trigonometrische Zusammenhang

$$\sin\beta = \sin\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right) = \cos\left(\frac{-\theta}{2}\right) = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{b}{r+R}. \tag{3.3}$$

Stellt man diese Formel nach dem Stoßparameter b um erhält man

$$b = (R+r)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right). \tag{3.4}$$

Aus diesem Zusammenhang geht hervor, dass es bei diesem Versuch sinnvoll ist, den Stoßparameter b gegen $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ aufzutragen.

Zuletzt kann, um den Radius des Zylinders zu bestimmen, die Formel nach R umgestellt werden:

$$R = \frac{b}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} - r. \tag{3.5}$$

4 Versuchsdurchführung

Zu Beginn werden der Durchmesser der Versuchsanordnung und der des Zylinders gemessen. Der gemessene Wert des Zylinders soll am Ende als Vergleichswert für den berechneten Wert verwendet werden.
Zunächst gilt es einen möglichst genauen Wert für b_0 herauszufinden. b_0 entspricht dabei dem Punkt, an dem die Kügelchen ohne Streuung vom Target reflektiert werden, in Abbildung 1 auch E genannt. Dafür werden mit der verstellbaren Schießvorrichtung an verschiedenen Stellen Probeschüsse durchgeführt, bis der Punkt so genau wie möglich lokalisiert werden kann. Die Kügelchen werden mittels Luftdruck abgeschossen.
Danach bringt man das druckempfindliche Papier am Rand des Versuchsaufbaus an und fixiert es unten mit einem Klemmring, der einmal um den gesamten Ring des Versuchsaufbaus reicht. Im Anschluss stellt man die Schießvorrichtung etwas weiter nach links und gibt 20 Schüsse bei gleichbleibendem b ab. Dies führt man für fünf Stoßparameter links von b_0 und fünf rechts davon durch. Es werden jedes mal ca. 20 Schüsse abgegeben.
Wichtig ist es zum Einen darauf zu achten, dass man die kleinen Kugeln schnell genug schießt, damit sie auf dem druckempfindlichen Papier und nicht auf dem Klemmring landen. Zum Anderen ist überaus wichtig, dass der Stoßparameter nicht zu groß eingestellt wird, so dass die Kügelchen das Target gar nicht mehr berühren und ohne Ablenkung und Streuung auf der andere Seite der Versuchsanordnung aufkommen.

Das druckempfindliche Papier mit den Abdrücken der Kugeln ist im Anhang zu finden.

5 Auswertung

Zuerst wird Punkt A, an dem die Kugeln bei einem zentralen Stoß ohne Target in der Mitte auftreffen würden, auf dem druckempfindlichen Papier markiert. Der Fehler wird dabei auf $s_A = 0,2\text{cm}$ abgeschätzt.
Danach wird die Position der Schussvorrichtung gesucht, in der die Kugeln ohne Streuung zurückreflektiert werden. Dieser Punkt liegt gemessen an der angebrachten Skala bei $b_0 = 10,35\text{cm}$ und der Stoßparameter b ist hier somit Null
Als Nächstes werden die verschiedenen Stellungen der Schussvorrichtung benötigt, die während des Versuchs variiert werden. Diese entsprechen dem jeweiligen Punkt C im Versuchsaufbau und sind bezüglich der angebrachten Skala angegeben. Um Verwechslungen mit der Variablen b zu vermeiden, werden die Positionen der Vorrichtung im Folgenden mit c bezeichnet.

Alle im Folgenden berechneten Werte können Tabelle 1 entnommen werden.

Messung	c /cm	AB	s_B	s_A	s_{AB}	b /cm	s_b	AD /cm	s_{AD} /cm	θ /rad	s_θ /rad	θ/°	s_θ /°	cos(θ/2)	$s_{\cos(\theta/2)}$
1	9,5	81,2	0,65	0,2	0,7	0,85	0,07	80,4	0,7	2,51	0,02	143,9	1,2	0,310	0,003
2	8,7	71,9	0,7	0,2	0,7	1,65	0,07	70,3	0,7	2,20	0,02	125,8	1,3	0,456	0,005
3	8,2	62,4	0,8	0,2	0,8	2,15	0,07	60,3	0,8	1,88	0,03	107,9	1,5	0,589	0,008
4	7,7	47,2	0,7	0,2	0,7	2,65	0,07	44,6	0,7	1,39	0,02	79,8	1,3	0,767	0,013
5	9,1	28,5	0,8	0,2	0,8	1,25	0,07	27,3	0,8	0,85	0,03	48,8	1,5	0,911	0,028
6	11,3	86,2	0,3	0,2	0,4	-0,95	0,07	87,2	0,4	2,72	0,01	156,1	0,7	0,208	0,001
7	11,6	80	0,4	0,2	0,4	-1,25	0,07	81,3	0,5	2,54	0,01	145,6	0,8	0,297	0,002
8	11,9	73,1	0,45	0,2	0,5	-1,55	0,07	74,7	0,5	2,33	0,02	133,7	0,9	0,393	0,003
9	12,3	63,4	0,45	0,2	0,5	-1,95	0,07	65,4	0,5	2,04	0,02	117,1	0,9	0,522	0,004
10	12,7	51,3	0,5	0,2	0,5	-2,35	0,07	53,7	0,5	1,68	0,02	96,1	1,0	0,669	0,007

Tabelle 1: gemessene Werte mit allen Ergebnissen der hier erläuterten Berechnungen

Als nächstes gilt es, die Abdrücke der geschossenen Kugeln auf dem druckempfindlichen Papier abzulesen. Dafür werden die einzelnen Messreihen, bei denen der Abschusspunkt variiert wurde, separiert und jeweils die 20 Abdrücke der Kugeln betrachtet, die Punkt B entsprechen. Um diese sinnvoll zu mitteln, wird ein Intervall festgelegt, in dem jeweils zwei Drittel der Kugelabdrücke liegen und mittig innerhalb des Intervalls der Mittelwert festgelegt. Beim Abstand vom Mittelpunkt zu den Intervallgrenzen handelt es sich dabei um den Fehler s_B, der mithilfe eines Lineals abgemessen wurde.
Um den Wert von B zu erhalten, wird anschließend die Distanz von Punkt A und dem vorher bestimmten Mittelwert der Streuung mithilfe eines Maßbands gemessen. Bei diesem Wert handelt es sich um die Strecke AB.
Der Fehler darauf wird über

$$s_{AB} = \sqrt{s_A^2 + s_B^2} \tag{5.1}$$

bestimmt.
Die Strecke b, die den Abstand zwischen E und C angibt, kann über den Zusammenhang

$$b = b_0 - c \tag{5.2}$$

berechnet werden, wobei der Fehler s_b nur der Fehler auf die einzelnen Punkte c ist, da b_0 als exakt angenommen wird. b wird hier so definiert, dass eine Verschiebung der Schussvorrichtung nach links positiv und nach rechts negativ ist.

nein

$s_b = \sqrt{2}\, s_c$

Um nun die den Kreisabschnitt AD zu erhalten, der zur Berechnung des Winkels θ benötigt wird, rechnet man

$$AD = AB - b \tag{5.3}$$

mit dem Fehler

$$s_{AD} = \sqrt{s_{AB}^2 + s_b^2}. \tag{5.4}$$

Den Winkel θ erhält man nun, indem man AD durch den Radius der Schale teilt, wobei $s = (64 \pm 0,1)$cm, also gilt

$$\theta = \frac{AD}{s}. \tag{5.5}$$

Der Fehler setzt sich dabei zusammen aus

$$s_\theta = \theta \cdot \sqrt{\left(\frac{s_{AD}}{AD}\right)^2 + \left(\frac{s_s}{s}\right)}. \tag{5.6}$$

Durch Gleichung 5.5 wird ein Winkel in Radiant erhalten, der anschließend über

$$\theta' = \frac{180°}{\pi} \cdot \theta \tag{5.7}$$

Warum

in Grad umgerechnet wird. Mit dem dazugehörigen Fehler wird analog verfahren. Anschließend wird mithilfe der hier berechneten Winkel der Wert $\cos(\frac{\theta}{2})$ berechnet, wobei man den Fehler über

$\alpha = \cos(\frac{\theta}{2})$ $\not\Rightarrow$

$$s_{\cos(\frac{\theta}{2})} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \frac{s_\theta}{\theta} \tag{5.8}$$

$s_{\cos\theta/2} =$

bestimmen kann.

Im Folgenden werden die Werte in ein Diagramm eingezeichnet, wobei $cos(\theta/s)$ (2) auf die x-Achse und b auf die y-Achse aufgetragen wird, jeweils mit Fehlern. Dabei wird die Messreihe in zwei Teile aufgeteilt, einmal in die Stoßparameter, bei denen die Kugeln links von A aufkommen, bei denen b also positiv ist und einmal die, bei denen sie rechts aufkommen und b negativ ist. Zur Ermittlung der Ausgleichsgerade wird jeweils eine lineare Regression durchgeführt, zu sehen in Abbildung 2 für die positiven Werte von b und in Tabelle 3 für die negativen Werte.

lineare Regression						
x_i = cos	y_i =b /cm	x_i-x_m	$(x_i$-$x_m)^2$	$(x_i$-$x_m)$*y_i	v	v^2
0,310	0,85	-0,295	0,087	-0,251	0,006	0,000
0,450	1,25	-0,155	0,024	-0,194	-0,005	0,000
0,582	1,65	-0,023	0,001	-0,038	0,007	0,000
0,762	2,15	0,157	0,025	0,338	-0,022	0,000
0,920	2,65	0,315	0,099	0,835	0,014	0,000
Summe	Summe	Summe	Summe	Summe	Summe	Summe
3,02	8,55	0,000	0,235	0,692	0,000	0,001
Mittelwert x_m	Mittelwert y_m					
0,60	1,71		Varianz	0,0002617		
			Standard.	0,02		
b /cm	2,94		s_b /cm	0,03		
a /cm	-0,07		s_a /cm	0,02		

Tabelle 2: lineare Regression der Werte links von A

lineare Regression						
x_i = cos	y_i =b /cm	x_i-x_m	$(x_i-x_m)^2$	$(x_i-x_m)*y_i$	v	v^2
0,21	-0,95	-0,21	0,04	0,20	0,02	0,001
0,30	-1,25	-0,12	0,01	0,15	-0,01	0,000
0,39	-1,55	-0,02	0,00	0,04	-0,02	0,000
0,52	-1,95	0,10	0,01	-0,20	-0,02	0,001
0,67	-2,35	0,25	0,06	-0,59	0,02	0,001
Summe	Summe	Summe	Summe	Summe	Summe	Summe
2,09	-8,05	0,000	0,133	-0,405	0,000	0,002
Mittelwert x_m	Mittelwert y_m					
0,42	-1,61		Varianz	0,0006		
			Standard.	0,03		
b /cm	-3,04		s_b /cm	0,07		
a /cm	-0,34		s_a /cm	0,03		

Tabelle 3: lineare Regression der Werte rechts von A

Die eingetragenen Werte mit Ausgleichsgerade können in Abbildung 2 eingesehen werden.

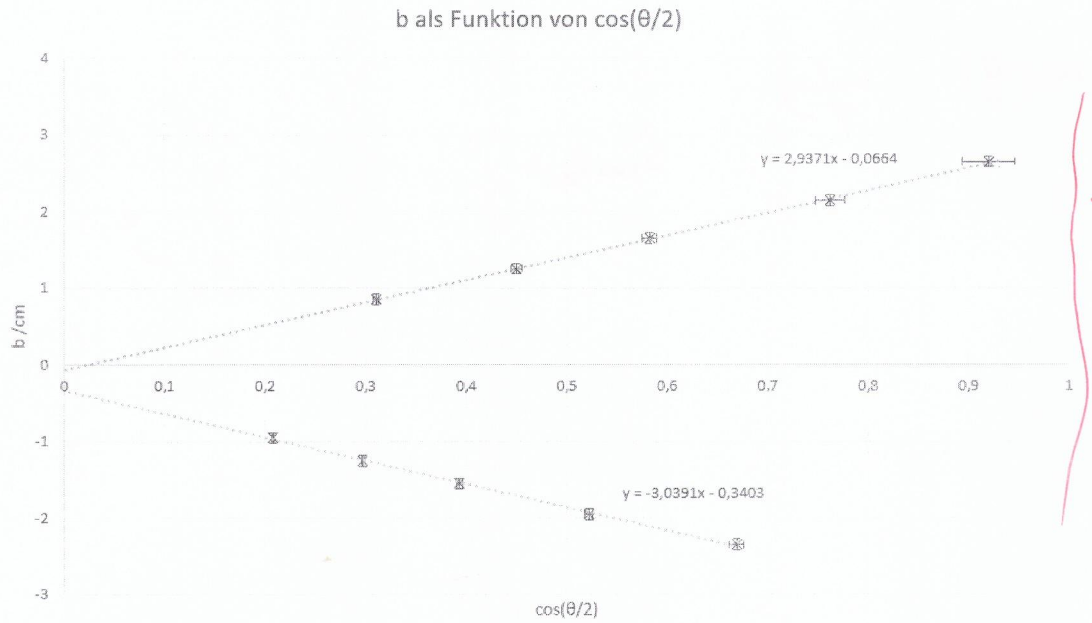


Abbildung 2: b als Funktion von $\cos(\theta/2)$ mit eingezeichneten Fehlerbalken und Ausgleichsgerade

Um den anfangs abgemessenen Wert von b_0 zu überprüfen, wird das arithmetische Mittel der beiden Achsenabschnitte mit Fehler berechnet. Den Fehler erhält man dabei über

$$s_a = \frac{1}{2}\sqrt{s_{a_1}^2 + s_{a_2}^2}. \tag{5.9}$$

Der mittlere Achsenabschnitt ist hier

$$a_m = -0,20 \pm 0,02. \tag{5.10}$$

Wie in den physikalischen Grundlagen erläutert kann der Radius des Zylinders aus der Steigung der Geraden erhalten werden, da der Zusammenhang

$$b = \underbrace{(R+r)}_{g} cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + a_m \tag{5.11}$$

gilt. Da die Geradengleichung hier durch

$$b = g\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + a_m \tag{5.12}$$

gegeben ist, handelt es sich bei $(R+r)$ somit um die Steigung, hier mit g bezeichnet. Um nun R zu erhalten, wird der Radius der Kugel vom Betrag der Steigung abgezogen. Dabei bilden wir das arithmetische Mittel der Steigung der Messwerte links und rechts von A, sodass die Steigung den Wert

$$g = 3,0\text{cm} \tag{5.13}$$

hat. Den Fehler erhält man über

$$s_g = \sqrt{s_{g_1}^2 + s_{g_2}^2} = 0,1\text{cm}\ , \tag{5.14}$$

sodass sich für die Steigung

$$g = (3,0 \pm 0,1)\ \text{cm} \tag{5.15}$$

ergibt.
Der Radius des Zylinders lässt sich nun über

$$R = g - r = 2,8\ \text{cm} \tag{5.16}$$

berechnen, wobei der Fehler hier der Fehler auf die Steigung ist und r der Radius der Kugel mit $r = 0,2$cm. Somit erhält man für den Radius des Zylinders einen Wert von

$$\boxed{R = (2,8 \pm 0,1)\text{cm}} \tag{5.17}$$

6 Zusammenfassung und Diskussion

Da der mittlere Achsenabschnitt der beiden Messteile nicht bei Null liegt, sondern bei

$$a_m = -0,20 \pm 0,02. \tag{6.1}$$

lässt sich daraus schließen, dass die Nullstellung nicht richtig justiert war, sondern etwas zu weit rechts lag. Dies führt zu einer Verschiebung der Ausgleichsgeraden, hat aber auf die Berechnung
* des Radius keinen Einfluss.

Der hier berechnete Wert für den Radius des Targets ist

$$\boxed{R = (2,8 \pm 0,1)\text{cm}}. \tag{6.2}$$

Verglichen mit dem zu Beginn gemessenen Wert von

$$\boxed{R_m = (2,9 \pm 0,1)\text{cm}} \tag{6.3}$$

stimmen diese Werte innerhalb des einfachen Fehlerintervalls überein, sodass der das in diesem Versuch bestimmte Ergebnis mit dem gemessenen Wert übereinstimmt

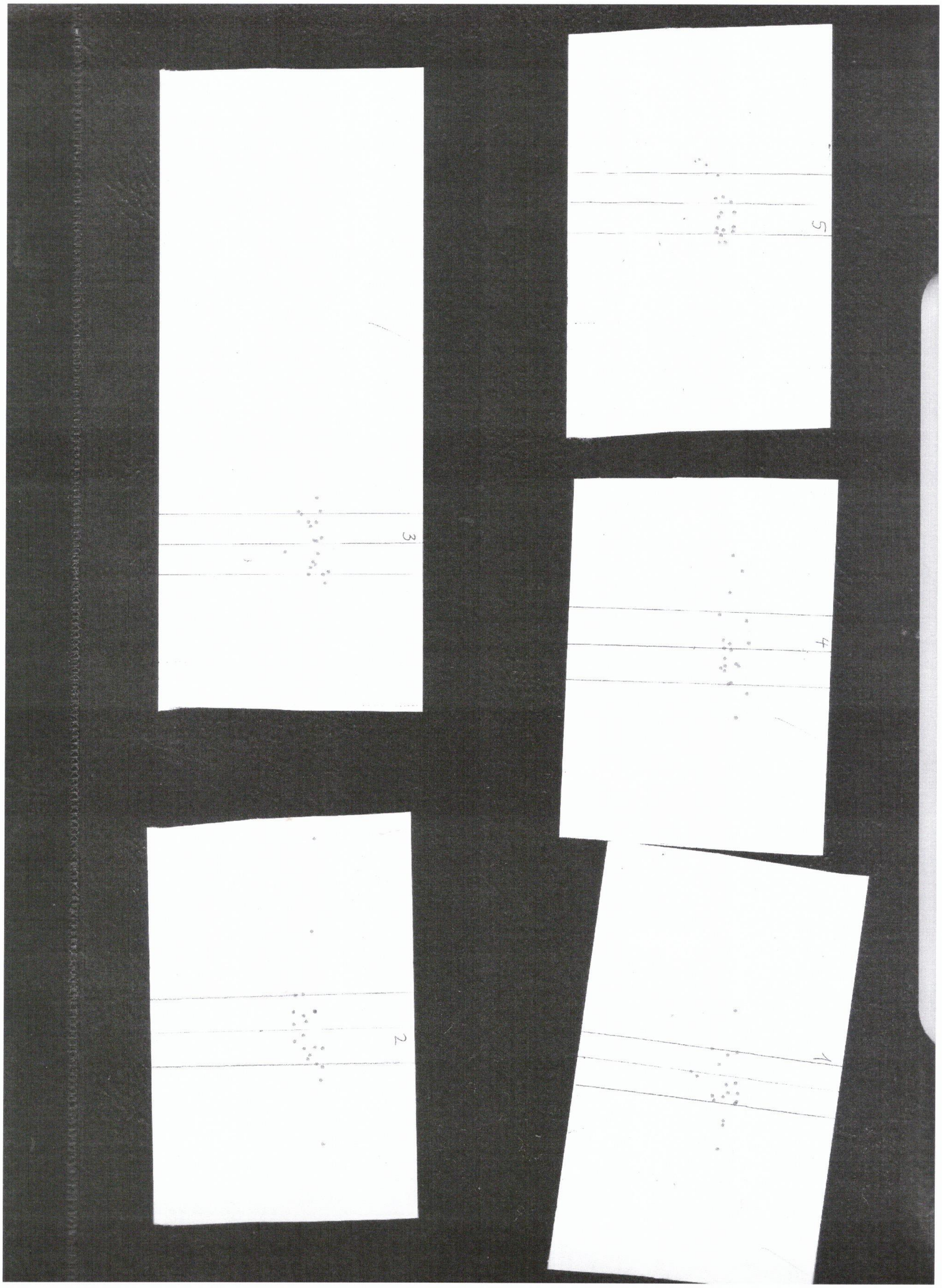
* rausrechnen

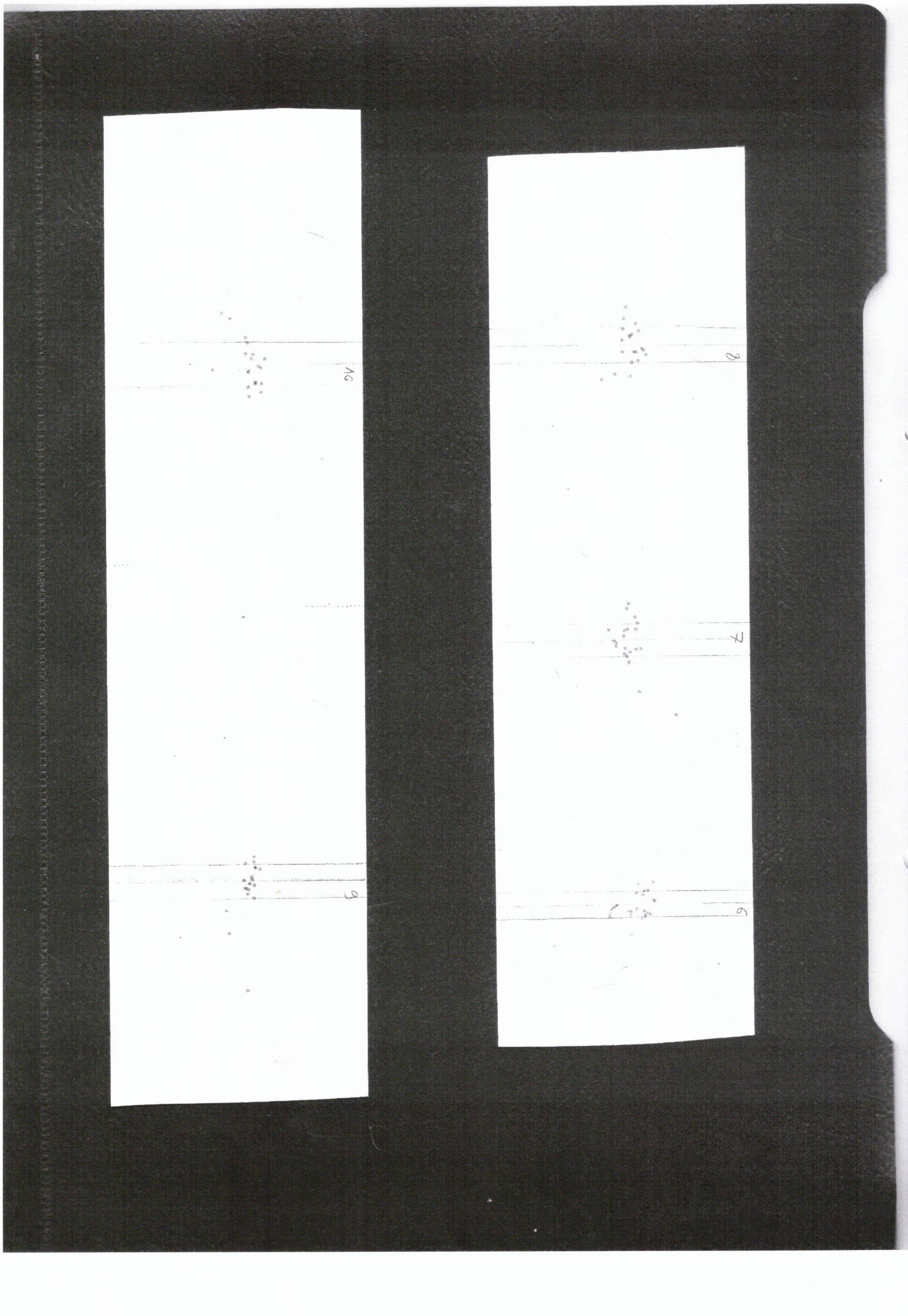
Fehlerdis. ?

7 Literatur

[1] Versuchsaufbau
*Physiklabor für Anfänger*innen Teil 1, Teil A, S.76-78.*

8 Anhang





Versuch 14 6.10.2017

Durchmesser Schale $d = 64cm \pm 0,1$

Durchmesser Target : $d_T = 5,8cm \pm 0,1$

$b_0 = 10,35cm$

$b_1 = 9,5cm$

$b_2 = 8,7cm$

$b_3 = 8,2cm$

$b_4 = 7,7cm$

($b_5 = 7,3cm$) -> schon vorbei

$b_5 = 9,1cm$

(links)

$b_6 = \cancel{11,1cm}$ 11,3cm

$b_7 = 11,6cm$

$b_8 = 11,9cm$

$b_9 = 12,3cm$

$b_{10} = 12,7cm$

(rechts)

Fehler auf $b_i = 0,05cm$

Abstände ~~zur Mitte~~ zu A : Ablesefehler : 0,1cm

$Ab_1 = 51,2cm$, $s = 0,65cm$

$Ab_5 = 71,9cm$, $s = 0,7cm$

$Ab_2 = 62,4cm$, $s = 0,8cm$

$Ab_3 = 47,2cm$, $s = 0,7cm$

$Ab_4 = 28,5cm$, $s = 0,8cm$

$Ab_6 = 86,25cm$, $s = 0,3cm$

$Ab_7 = 80,05cm$, $s = 0,4cm$

$Ab_8 = 73,1cm$, $s = 0,45cm$

$Ab_9 = 63,4cm$, $s = 0,45cm$

$Ab_{10} = 51,3cm$, $s = 0,5cm$

VT 06.10.17
N.Stumpf