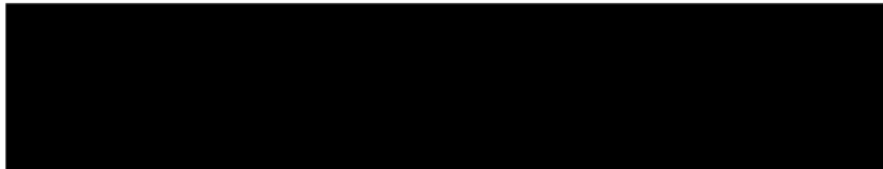


Universität Freiburg
Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum nach dem Sommersemester 2023

Versuch 8 Viskosität



18. September 2023

Datum der Durchführung: 14. September 2023

Assistent:



Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs	1
2 Versuchsaufbau	1
3 Versuchsdurchführung	2
4 Auswertung und Fehlerrechnung	2
4.1 Überprüfen der Reproduzierbarkeit der Zeitmessung	3
4.1.1 Schätzung der Standardunsicherheit der Fallzeit	3
4.1.2 Messung der Fallzeit	3
4.1.3 Auswertung	4
4.2 Bestimmung der Viskosität η von Glycerin	4
4.2.1 Messung mit verschiedenen Kugeln	4
4.2.2 Berechnung der Scheinbaren Viskosität η_r	5
4.2.3 Bestimmung von η durch Extrapolation	6
4.2.4 Reynolds-Zahlen	6
5 Diskussion	7
5.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse	7
5.2 Überprüfen der Reproduzierbarkeit der Zeitmessung	7
5.3 Bestimmung der Viskosität von Glycerin	8
5.3.1 Vergleich mit dem Literaturwert	8
5.3.2 Qualitativer Vergleich erwartete Streuung bei t-Messung	8
5.3.3 Fehlerquellen bei der Bestimmung	8
5.4 Verbesserungsvorschläge	9
6 Anhang	11
6.1 Tabellen	11
6.2 Diagramme	12
6.3 Bilder Versuchsmaterial	22
6.4 Laborheft	23
6.5 Verzeichnisse	28

1 Ziel des Versuchs

Unser Ziel ist es, die Viskosität η von Glycerin zu bestimmen. Weiter wollen wir mithilfe der Reynolds-Zahlen Re bewerten, ob die Strömungen, welche durch die fallenden Kugeln entstehen, laminar oder turbulent sind. Außerdem diskutieren wir, ob eine Reproduzierbarkeit der Zeitmessung vorliegt, also ob unsere Ergebnisse bei wiederholter Durchführung unter den selben Bedingungen ähnlich bzw. im besten Fall identisch sind.

2 Versuchsaufbau

Unser Versuchsaufbau, bzw. das Viskosimeter, besteht aus einem Fallrohr, welches auf einem Gerüst befestigt und oben mit einer Auslösevorrichtung ausgestattet ist (Siehe Abb. 1).

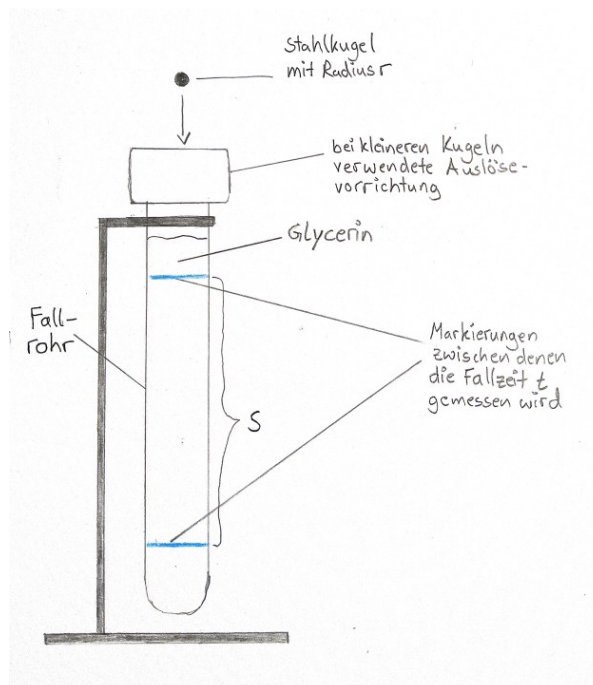


Abbildung 1: Versuchsaufbau Kugelfallviskosimeter

In dem Viskosimeter befindet sich ein Glyceringemisch, wobei wir das Mischungsverhältnis nicht kennen. Das Fallrohr hat eine ungefähre Länge von 1 m und einen Durchmesser von 35,2 mm. Auf dem Rohr sind zwei Markierungen in einem Abstand von $s = 48$ cm angebracht, welche uns bei der Zeitmessung als Referenzpunkte dienen. Uns

stehen 13 verschiedene Stahlkugeln als Messobjekte zur Verfügung. Diese haben einen Durchmesser d von 2 mm bis 10 mm (Siehe Abb. 12). Um die kleineren Kugeln ins Fallrohr fallen zu lassen benutzen wir die Auslösevorrichtung. Die größeren Kugeln werden von Hand in das Rohr fallen gelassen. Um die Fallzeit t zu bestimmen, benutzen wir eine digitale Messuhr, welche mit einer Genauigkeit von 10 ms arbeitet.

3 Versuchsdurchführung

Wenn wir die Kugeln von Hand in das Viskosimeter fallen lassen, achten wir darauf, dass diese so mittig wie möglich in das Rohr fallen gelassen werden. Dadurch wollen wir eine Verfälschung der Messergebnisse vermeiden. Wir messen die Fallzeit t der Kugel, indem wir die Zeit starten, wenn die Kugel die obere Markierung (welche in Abschnitt 2 erwähnt wurde) passiert hat und stoppen die Zeit, wenn sie an der unteren Markierung angelangt ist. Nach jeder Durchführung holen wir die Kugel mit einem Magneten aus dem Rohr und waschen und trocken die Kugel, um einen zusätzlichen systematischen Fehler durch Verunreinigung zu vermeiden.

Der Versuch ist in zwei Teile aufgebaut. Im ersten Teil interessiert uns hauptsächlich die statistische Auswertung einer Versuchreihe mit $n = 30$ Einzelmessungen. Zur Untersuchung der Reproduzierbarkeit der Zeitmessung verwenden wir für die gesamte Messreihe die selbe Kugel mit Durchmesser $d = 5$ mm. Die gemessenen Fallzeiten t werden anschließend gegen die Anzahl der Messwerte n in einem Histogramm aufgetragen (Abb. 2). Nach anschließender statistischer Auswertung wollen wir diskutieren, ob diese Werte normalverteilt sind.

Im zweiten Teil beschäftigen wir uns mit der Bestimmung der Viskosität η des Glyceringemisches. Um einen systematischen Fehler erkennen zu können, führen wir nun eine Versuchreihe mit allen vorhandenen Kugelradien durch. Wir notieren die Fallzeiten t der verschiedenen Radien und führen einen qualitativen Vergleich mit der erwarteten Streuung durch. Anschließend berechnen wir die scheinbaren Viskositäten η_r . Diese tragen wir in ein $\eta_r(r)$ Diagramm ein (Abb. 7). Durch Extrapolation, also Fortführung einer Zeitreihe über den letzten Wert hinaus, bestimmen wir die Viskosität η . Als Letztes tragen wir die Reynoldszahl Re gegen den Kugelradius r auf. Die Reynoldszahl ist ein Maß, das angibt ob eine Strömung sich laminar oder turbulent verhält. Mithilfe der Reynoldszahlen diskutieren wir ob unsere Annahme einer laminaren Strömung im Fallrohr tatsächlich gegeben war.

4 Auswertung und Fehlerrechnung

Zunächst bestimmen wir einige Werte die wir im Folgenden für die Versuche benötigen. Mit einem Maßband messen wir für den Abstand s unserer Markierungen zwischen denen wir die Fallzeit t stoppen (Siehe Abb. 1) den Bestwert $\hat{s} = 48,0$ cm. Die aus der Ungenauigkeit beim Ablesen resultierende Standardunsicherheit Δs (Typ B) ist dreiecksverteilt mit $2a = 1$ cm und beträgt $\Delta s = 0,2$ cm.

Mit einem Flüssigkeitsthermometer messen wir die Temperatur $\hat{T}_F = 25,0^\circ\text{C}$. Wir schätzen unsere Standardunsicherheit auf $\Delta T_F = 0,5^\circ\text{C}$. Bei einer weiteren Messung am Ende der Versuche hatte sich die Temperatur der Flüssigkeit nicht verändert.

Die Dichte ρ_F der Flüssigkeit bestimmen wir mit einem Aräometer. Wir erhalten $\hat{\rho}_F = 1,245\text{ g mL}^{-1}$. Die Standardunsicherheit aufgrund der Ungenauigkeit beim Ablesen (Dreiecksverteilung mit $2a = 0,01\text{ g mL}^{-1}$) beträgt $\Delta\rho_F = 0,002\text{ g mL}^{-1}$. Ein weiterer Messfehler resultiert daraus, dass das Aräometer die Dichte für eine Temperatur von 20°C angibt, unsere Flüssigkeit allerdings $T = (25,0 \pm 0,5)^\circ\text{C}$ hat.

Die Herstellerangaben der Radien r der im Versuch verwendeten Kugeln haben wir mit einem Messschieber überprüft. Wir konnten allerdings keine signifikante Abweichung feststellen. Daher haben wir uns dazu entschieden die Fehler der Radien zu vernachlässigen.

4.1 Überprüfen der Reproduzierbarkeit der Zeitmessung

4.1.1 Schätzung der Standardunsicherheit der Fallzeit

Wir haben das im Folgenden beschriebene Verfahren gewählt, um die Standardunsicherheit Δt der Fallzeit zu schätzen. Wir haben bei $n = 3$ Durchläufen Testkugeln durch das Kugelviskosimeter fallen gelassen. Dabei haben wir jeweils zu dritt die Fallzeit unabhängig voneinander gemessen. Anschließend haben wir verglichen, wie stark unsere Messzeiten voneinander abweichen. Dadurch haben wir unsere Reaktionszeit und damit auch die Standardunsicherheit der Zeit auf $\Delta t = 0,2\text{ s}$ abgeschätzt.

4.1.2 Messung der Fallzeit

Wir messen in $n = 30$ Einzelmessungen die Fallzeit t einer Kugel mit Durchmesser $d = 5\text{ mm}$ für die Strecke s . In Tabelle 1 haben wir unsere Messergebnisse eingetragen. Alle Messwerte t_j sind rechtecksverteilt mit $2a = 10\text{ ms}$. Die Standardunsicherheit von t_j beträgt:

$$\Delta t_j = \frac{a}{\sqrt{3}} = 2,9\text{ ms} \quad (1)$$

Unsere verschiedenen Messergebnisse der Fallzeiten tragen wir in ein Diagramm (Abb. 3) und ein Histogramm (Abb. 2) ein.

In das Diagramm zeichnen wir den Mittelwert \bar{t} , die Standardabweichung s_t und die Standardabweichung des Mittelwertes $s_{\bar{t}}$ ein.

Die Standardabweichung s_t berechnet sich aus der Anzahl an Messungen und dem Bestwert (Siehe [Fre23a]):

$$s_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (t_i - \hat{t})^2} \quad (2)$$

Die Standardabweichung des Mittelwerts berechnet sich aus der Standardabweichung und der Anzahl der Durchgeführten Messungen (siehe [Fre23a]):

$$s_{\bar{t}} = \frac{s_t}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

In Anhang befindet sich ein Diagramm in dem alle diese Größen eingezeichnet sind (siehe Abb. 2). In Abb. 3 sehen wir, dass der Mittelwert \bar{t} bei fast allen Messwerten innerhalb des Fehlers liegt.

4.1.3 Auswertung

Im Histogramm (Abb. 2) sind die verschiedenen gemessenen Fallzeiten aufgetragen. Die Höhe der Säulen gibt hierbei die Häufigkeit der Messung des jeweiligen Wertes an. Wir erwarten bei einer Durchführung mit unendlich vielen Messungen die in Abb. 2 eingezeichnete Normalverteilung mit unserem bestimmten Mittelwert \bar{t} als Erwartungswert.

In unserem Histogramm erkennen wir, dass im Bereich von $t = 1,31$ s bis $t = 1,38$ s eine Häufung an Messergebnissen vorliegt. Unser bestimmter Mittelwert $\bar{t} = 1,36$ s liegt innerhalb dieses Bereiches. Im Allgemeinen ist die Tendenz zu sehen, dass mit steigender Entfernung von \bar{t} weniger Messergebnisse gemessen wurden. Dies spricht dafür, dass unsere Werte t_j normalverteilt sind. Gegen eine Normalverteilung spricht, dass der am häufigsten gemessene Wert $t = 1,38$ s nicht mit dem berechneten Mittelwert $\bar{t} = 1,36$ s übereinstimmt. Innerhalb unserer $n = 30$ Messungen ist sogar kein einziges Mal ein Wert gemessen worden, der innerhalb der Standardabweichung des Mittelwertes \bar{t} liegt (Abb. 2).

Aus unserer geringen Anzahl an Messergebnissen lässt sich somit nicht eindeutig schließen, ob es sich um eine Normalverteilung der t_j handelt. Allerdings kann durch die Messergebnisse auch nicht ausgeschlossen werden, dass bei mehr Messungen deutlicher die erwartete Normalverteilung zu erkennen wäre.

Unsere zu Beginn geschätzte Standardunsicherheit $\Delta t = 0,2$ s ist um das 40-fache größer als die experimentell bestimmte Standardunsicherheit $\Delta t = 0,005$ s. Daraus können wir schließen, dass unsere anfänglich geschätzte Standardunsicherheit sehr großzügig gewählt wurde.

4.2 Bestimmung der Viskosität η von Glycerin

4.2.1 Messung mit verschiedenen Kugeln

Im zweiten Teil unseres Versuchs messen wir für jeden Kugeldurchmesser d die Fallzeit t . Wir haben dabei jeweils $n = 10$ mal gemessen. Die Messungen haben folgende Bestwerte für die Fallzeit ergeben.

Auch hier berechnen sich die Standardabweichung und die Standardabweichung des Mittelwerts wie oben (Siehe Gleichung (2) und Gleichung (3)). Die Werte für s_t und $s_{\bar{t}}$ sind in Tabelle 2 notiert.

4.2.2 Berechnung der Scheinbaren Viskosität η_r

Die Viskosität berechnet sich aus dem Kräftegleichgewicht, welches sich aus der Stokes-Reibungskraft F_S , der Auftriebskraft F_A und der Gewichtskraft F_G einstellt:

$$\begin{aligned}
 F_G + F_A + F_S &= 0 \\
 -\rho_K V g + \rho_F V g + 6\pi\eta r v &= 0 \\
 \Leftrightarrow \eta &= \frac{(\rho_K - \rho_F) V g}{6\pi r v} \\
 &= \frac{(\rho_K - \rho_F) \cdot V g \hat{t}}{6\pi r s}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Dabei ist ρ_K die Dichte der Stahlkugel ($\rho_K = (7,86 \pm 0,01) \text{ g/cm}^3$, siehe [Fre23b]), ρ_F die Dichte des Glycerins ($\rho_F = (1,245 \pm 0,005) \text{ g/cm}^3$ siehe Abschnitt 4), V das Volumen der jeweiligen Kugel, g die Erdbeschleunigung ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$, siehe [Kno23], r der Kugelradius (siehe Abschnitt 2), \hat{t} der jeweilige bestimmte Bestwert der Fallzeit und s der Abstand der beiden Markierungen auf dem Fallrohr ($s = (48,0 \pm 0,5) \text{ cm}$, siehe Abschnitt 2).

Die Umformung in (Gleichung (4)) verwendet die Annahme, dass die Geschwindigkeit v in der Röhre konstant ist, man darf also

$$v = \frac{s}{t}$$

verwenden. Wir gehen davon aus, dass sich bei der ersten Markierung bereits nahezu die konstante Endgeschwindigkeit im Glycerin eingestellt hat und wir diese Annahme daher benutzen dürfen.

Rechnerisch bestimmen wir den Fehler von η berechnet sich mittels Gauß'sche Fehlerfortpflanzung. Die Fehler aus Erdbeschleunigung, Kugelradiuses und Volumen der Kugeln vernachlässigen wir.

$$\begin{aligned}
 \Delta\eta &= \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial\rho_K} \cdot \Delta\rho_K\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial\rho_F} \cdot \Delta\rho_F\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial t} \cdot \Delta t\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial s} \cdot \Delta s\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{g \cdot t \cdot V}{6\pi r s} \cdot \Delta\rho_K\right)^2 + \left(-\frac{g \cdot t \cdot V}{6\pi r s} \cdot \Delta\rho_F\right)^2} \\
 &\quad + \sqrt{\left(\frac{(\rho_K - \rho_F) \cdot g \cdot V}{6\pi r s} \cdot \Delta t\right)^2 + \left(\frac{(\rho_F - \rho_K) \cdot g \cdot t \cdot V}{6\pi r s^2} \cdot \Delta s\right)^2}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Wendet man jetzt diese beiden Formeln (Gleichung (4), Tabelle 2) auf unsere Messreihe an bekommt man folgende η_i für alle untersuchten Radien r_i Tabelle 2. Im folgenden

eine Beispielrechnung für $d = 2 \text{ mm}$ um später die Gewichtung der Fehler besser diskutieren zu können:

$$\left(\frac{g \cdot t \cdot V}{6\pi r s} \cdot \Delta\rho_K \right)^2 = 6,5 \cdot 10^{-8} \text{ Pa s} \quad (6)$$

$$\left(-\frac{g \cdot t \cdot V}{6\pi r s} \cdot \Delta\rho_F \right)^2 = 1,6 \cdot 10^{-8} \text{ Pa s} \quad (7)$$

$$\left(\frac{(\rho_K - \rho_F) \cdot g \cdot V}{6\pi r s} \cdot \Delta t \right)^2 = 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ Pa s} \quad (8)$$

$$\left(\frac{(\rho_F - \rho_K) \cdot g \cdot t \cdot V}{6\pi r s^2} \cdot \Delta s \right)^2 = 4,9 \cdot 10^{-7} \text{ Pa s} \quad (9)$$

4.2.3 Bestimmung von η durch Extrapolation

Trägt man jetzt die Werte aus Tabelle 2 in einem Diagramm auf und legt eine Ausgleichsgerade mit Koeffizienzband über die Werte (siehe Abb. 7) kann man die Gerade so weiterführen das sie die y-Achse schneidet. Dieser y-Achsenabschnitt ist unser gesuchter η Wert. Das Koeffizienzband liefert den Messfehler. Mit dieser Methode erhalten wir als η :

$$\eta = (0,08 \pm 0,03) \text{ Pa s} \quad (10)$$

Um zu überprüfen wie sinnvoll und genau unsere von Hand gezeichnete Ausgleichsgerade gewählt ist, fertigen wir ein Residuendiagramm an (Abb. 8). An diesem lässt sich erkennen, dass die Punkte bis auf die Punkte bei $r_1 = 2,75 \text{ mm}$ und $r_2 = 3,5 \text{ mm}$ einen quadratischen Verlauf erahnen lassen. Es ist also zu sehen, dass das Modell nicht unbedingt einen linearen Zusammenhang zwischen η und r , bzw. d aufweist. Diese Aussage muss aber auch relativiert werden, da wir mit unserer Anzahl an Messungen nur schwer Aussagen oder Vermutungen über den tatsächlichen Zusammenhang tätigen können. Die quadratische Form ist somit nur eine Vermutung.

4.2.4 Reynolds-Zahlen

Um zu überprüfen ob bei unserem Glycerin-Wassergemisch eine laminare Strömung vorliegt, berechnen wir die Reynoldszahl für jeden Kugeldurchmesser d und jede berechnete Viskosität η . Die dimensionslose Reynoldszahl lässt sich wie folgt berechnen.

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} \quad (11)$$

Mit $v = \frac{s}{t}$, wobei s unser Abstand zwischen den Markierungen und t unser bestimmter Bestwert \hat{t} ist, folgt:

$$Re = \frac{\rho s d}{\eta \hat{t}} \quad (12)$$

Der Fehler der Reynoldszahl berechnet sich mit der Gauß'sche Fehlerfortpflanzung

$$\begin{aligned}\Delta Re &= \sqrt{\left(\frac{\partial Re}{\partial \rho} \cdot \Delta \rho\right)^2 + \left(\frac{\partial Re}{\partial s} \cdot \Delta s\right)^2 + \left(\frac{\partial Re}{\partial \eta} \cdot \Delta \eta\right)^2 + \left(\frac{\partial Re}{\partial t} \cdot \Delta t\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{sd}{\eta t} \cdot \Delta \rho\right)^2 + \left(\frac{\rho d}{\eta t} \cdot \Delta s\right)^2 + \left(\frac{-\rho s d}{\eta^2 t} \cdot \Delta \eta\right)^2 + \left(\frac{-\rho s d}{\eta t^2} \cdot \Delta t\right)^2}\end{aligned}\quad (13)$$

Wir tragen für jeden Durchmesser d die Reynoldszahl mit statistischer Unsicherheit in Tabelle 2 ein und tragen die Werte gegenüber den Kugelradien auf (Abb. 6).

Interpretation der Reynoldszahl

Wir erkennen am Diagramm Abb. 6 eindeutig, dass alle Reynoldszahlen Re_i , kleiner sind als der kritische Wert $Re_c = 1000$

$$\Rightarrow Re_i \ll Re_c = 1000$$

Daraus können wir schlussfolgern, dass die Annahme einer laminaren Strömung, welche $Re_i < 1000$ voraussetzt ([Fre23b]), bei allen Messungen erfüllt ist. Somit sind unsere Berechnungen zur Bestimmung der scheinbaren Viskosität legitim.

5 Diskussion

5.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Für die Viskosität unserer Glycerinprobe haben wir folgenden Wert gemessen.

$$\eta = (0,08 \pm 0,03) \text{ Pa s}$$

Der relative Fehler der Viskosität beträgt:

$$\frac{\Delta \eta}{\hat{\eta}} = 37,5 \%$$

5.2 Überprüfen der Reproduzierbarkeit der Zeitmessung

Da wir nur eine endliche Anzahl an Versuchsdurchführungen machen können, ist es schwierig über die Reproduzierbarkeit eine valide und stimmige Antwort zu liefern. Unsere Werte sind, wie in Abschnitt 4.1.3 beschrieben, nicht eindeutig einer Normalverteilung zuzuordnen. Bei $\lim_{n \rightarrow \infty}$ Messwerten, würden wir diese erwarten. Wie man in Abb. 2 erkennen kann, ist ohne die eingezeichnete Gauß-Verteilung nicht klar, welcher Verteilung unser Histogramm zu Grunde liegt. Dennoch ist uns auch bewusst, dass sowohl die geringe Versuchsanzahl, als auch der Fehler beim Messen der Zeit dazu

beiträgt, dass eine Normalverteilung nicht erkennbar ist. Da man in Abb. 3 aber sehen kann, dass nur 20 % unserer Messwerte mit Fehler außerhalb des Mittelwertes liegen und die Werte annähernd symmetrisch um den Mittelwert verteilt sind, kann man auf eine Reproduzierbarkeit der Zeitmessung schließen.

5.3 Bestimmung der Viskosität von Glycerin

5.3.1 Vergleich mit dem Literaturwert

Der Literaturwert für reines Glycerin bei einer Temperatur von 20 °C beträgt 1,48 Pa·s ([Bro23]). Unser berechneter Wert von $\eta = (0,08 \pm 0,03)$ Pa·s ist somit nicht annähernd exakt, sondern hat eine signifikante Unsicherheit. Wie man in Abb. 11 sehen kann, hängt η stark von der Temperatur und vom tatsächlichen Massenanteil des Glycerins ab. Wir messen vor und nach der Messung keinen Temperaturunterschied. Somit können wir anhand unserer gemessenen Temperatur von 25 °C und unserem berechneten η -Wert von $(0,08 \pm 0,03)$ Pa·s von einem ca. 86 % - 88 % Anteil Glycerin ausgehen. Es könnte sein, dass es sich bei der Mischung um ein Glycerin-Wassergemisch handelt, da Glycerin bei Raumtemperatur in Wasser gut löslich ist ([Bro23]) und wir keinen abgestandenen Teil in unserem Gemisch festgestellt haben. Des Weiteren ist die Viskosität von Wasser bei 25 °C sehr viel niedriger als die von Glycerin ($\eta_W = 0,891$ mPa·s [Dör23]), was unsere Vermutung eines Glycerin-Wassergemisches bestätigt.

5.3.2 Qualitativer Vergleich erwartete Streuung bei t-Messung

Wie man in Abb. 5 erkennen kann, ist die Qualität unserer Zeitmessung nicht überall optimal. Das lässt sich vor allem bei einem Durchmesser von $d = 2$ mm erkennen. Lediglich bei zwei unserer 10 Messwerte liegt der Mittelwert innerhalb der Fehlertoleranz. Unsere erwartete Streuung ist bei $d = 2$ mm deutlich geringer als bei $d = 10$ mm, da bei kleinerem Durchmesser, die Fallzeit größer ist und wir somit weniger Probleme bei der Zeitmessung erwarten. Die schlechtere Qualität der Messwerte bei $d = 2$ mm lässt sich dadurch begründen, dass es sich um die erste Messung gehandelt hat. Wir mussten uns erst damit vertraut machen, ab welchem Punkt man stoppt und wie schnell die Kugel fällt. Deshalb haben wir in der ersten Messung Werte über das größte Intervall gemessen. Die restlichen Messungen sind aber qualitativ deutlich hochwertiger.

5.3.3 Fehlerquellen bei der Bestimmung

Unser relativer Fehler der bestimmten Viskosität ist mit 37,5 % ziemlich groß. Dies liegt vorrangig an einer sehr großzügigen Wahl unserer Grenzgeraden in Abb. 7. Folglich haben wir ein sehr weit gewähltes Konfidenzband. Damit erhalten wir auch beim Ablesen von $\Delta\eta$ (mithilfe der Schnittpunkte des Konfidenzbandes mit der y-Achse) eine große Unsicherheit.

Wie teilweise bereits in Abschnitt 5.3.1 erwähnt, führen weitere Fehler dazu, dass unser berechneter Wert von η signifikant vom Literaturwert abweicht. Zuerst einmal lassen sich systematische Fehler diskutieren.

Zwar haben wir keinen offensichtlichen Temperaturunterschied vor und nach dem Versuch feststellen können, dennoch sind Temperaturschwankungen möglich. Da wir von einem Fehler von ca $0,5^\circ\text{C}$ ausgehen und man in Abb. 11 erkennen kann, dass die Temperatur einen großen Einfluss auf die Viskosität hat, liegt hier eine systematische Unsicherheit vor.

Ein Messfehler entsteht durch unsere Reaktionszeit bei der Zeitmessung der Falldauer t . Wie man in Abb. 4 erkennen kann, gibt es eine Streuung der Messwerte. Allerdings sehen wir auch, dass beim Großteil der Messungen der Mittelwert innerhalb des Fehlers der Messwerte. Der prozentuale Anteil dieses Messfehlers ist außerdem nicht viel größer als die Messfehler von Gleichung (9), Gleichungen (6) und (7)

Da das Maßband bei der Messung der Strecke s nur eine bestimmte Genauigkeit von 1 mm zulässt ist hier ein Messfehler vorhanden. Ebenso ist ein parallelfreies Ablesen der Werte nicht immer möglich. Der anteilige Fehler (Gleichung (9)) fällt am Stärksten ins Gewicht.

Außerdem ist unser Rohr nicht ganz gerade und die Kugel wird vor allem ohne die Fallvorrichtung nicht immer mittig fallen gelassen. Dies führt dazu, dass wir keine symmetrischen Verwirbelungen haben, was zu einer Verfälschung des Messergebnisses führt.

Eine weitere Fehlerquelle ist, dass manche Kugeln beim Erreichen der ersten Markierung auf dem Fallrohr noch nicht die Endgeschwindigkeit in der Flüssigkeit erreicht haben. In diesem Fall dürfte die Geschwindigkeit v nicht als konstant angenommen werden, da die Kugeln innerhalb der Messung noch beschleunigen.

Ein weiterer Fehler ergibt sich bei der Dichtebestimmung des Glycerin. Das Aräometer mit welchem man die Dichte ablesen kann, gibt nur die Dichte für eine Temperatur von 20°C an. Außerdem ist es nicht leicht, das Ergebnis genau abzulesen.

Zuletzt ist auch die Unsicherheit der Dichte der Kugel nicht zu vernachlässigen. Zwar wird diese in der Versuchsanleitung angegeben, allerdings wird diese wohl kaum bei allen Kugeln identisch sein. Somit würde eine ausgiebige Bestimmung der Dichte das Ergebnis näher an den Literaturwert bringen. Wie man anhand von Gleichung (7) und Gleichung (6) sieht, weichen diese Fehler nicht von den anderen ab und tragen somit ungefähr ähnlich zum Fehler bei wie der Fehler der Zeitmessung Δt .

5.4 Verbesserungsvorschläge

Der Fehler Δs fällt am Stärksten ins Gewicht. Ein Lösungsansatz zur Verringerung ist es, ein Maßband mit deutlich genauerer und kleinschrittiger Skala zu verwenden. Beispielsweise könnte man mit einem Präzisionsmessgerät den Fehler drastisch verringern. Hierbei stellt sich allerdings die Frage nach dem Kosten-Nutzen-Verhältnis.

Dadurch, dass die Markierungen mit einem Edding auf das Rohr gemalt wurden, besteht auch hier Verbesserungspotential. Dieses überschneidet sich aber mit der Verbesserung des Messvorganges, denn der Fehler bei der Fallzeitsbestimmung resultiert vorrangig aus der menschlichen Reaktionszeit beim Stoppvorgang. Diese Unsicherheit lässt sich deutlich verkleinern wenn man stattdessen ein anderes Messinstrument für die Fallzeit verwendet. Beispielsweise Laserschranken mit deren Hilfe die Fallzeit maschinell gestoppt würde.

Wir haben zusätzlich festgestellt, dass bei manchen Kugeln turbulente Strömungen auftreten. Diese lassen sich verringern, indem der Durchmesser des Fallrohrs deutlich größer gewählt wird.

Ebenso müsste das Rohr deutlich länger gewählt werden. Zum einen könnten wir dann die obere Markierung weiter unten platzieren. Dann wäre mit höherer Sicherheit gewährleistet, dass die Kugel zu diesem Zeitpunkt bereits die Endgeschwindigkeit erreicht hat. Zum anderen könnten wir dann den Abstand s zwischen den Markierungen größer wählen. Der Messfehler beim Stoppvorgang würde dadurch weniger ins Gewicht fallen.

6 Anhang

6.1 Tabellen

Tabelle 1: Messreihe der Fallzeit t mit $d = 5 \text{ mm}$

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_j[s]$	1,38	1,31	1,42	1,45	1,44	1,32	1,44	1,38	1,40	1,37
j	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$t_j[s]$	1,35	1,38	1,34	1,38	1,35	1,33	1,31	1,34	1,33	1,38
j	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$t_j[s]$	1,34	1,31	1,34	1,33	1,37	1,35	1,35	1,37	1,27	1,27

Tabelle 2: Statistische Auswertung und Angabe der scheinbaren Viskositäten η_r mit Fehler

$d [mm]$	$\bar{t} [s]$	$s_{\bar{t}} [s]$	$s_{\bar{t}} [s]$	$\eta_r [Pas]$
2	5,6	0,21	0,065	$0,16830 \pm 0,0008$
2,5	3,74	0,07	0,024	$0,17552 \pm 0,0008$
3	2,82	0,05	0,017	$0,19089 \pm 0,0009$
3,5	2,24	0,05	0,017	$0,20619 \pm 0,0010$
4	1,82	0,05	0,016	$0,21883 \pm 0,0012$
4,5	1,59	0,08	0,003	$0,24137 \pm 0,0013$
5	1,38	0,04	0,012	$0,25912 \pm 0,0015$
5,5	1,27	0,09	0,028	$0,28786 \pm 0,0017$
6	1,11	0,03	0,011	$0,30094 \pm 0,0019$
7	0,90	0,10	0,032	$0,33012 \pm 0,0024$
8	0,80	0,04	0,014	$0,38407 \pm 0,0030$
9	0,69	0,04	0,013	$0,42221 \pm 0,0036$
10	0,64	0,03	0,010	$0,47693 \pm 0,0043$

6.2 Diagramme

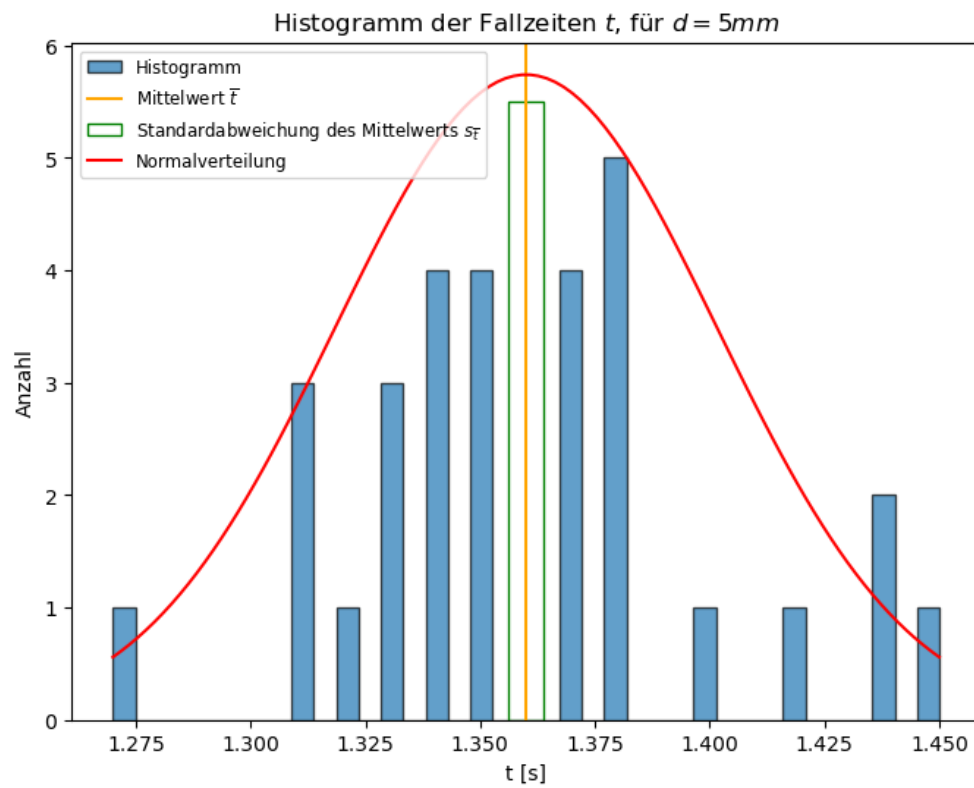


Abbildung 2: Histogramm mit Normalverteilung, Mittelwert und Standardabweichung des Mittelwertes

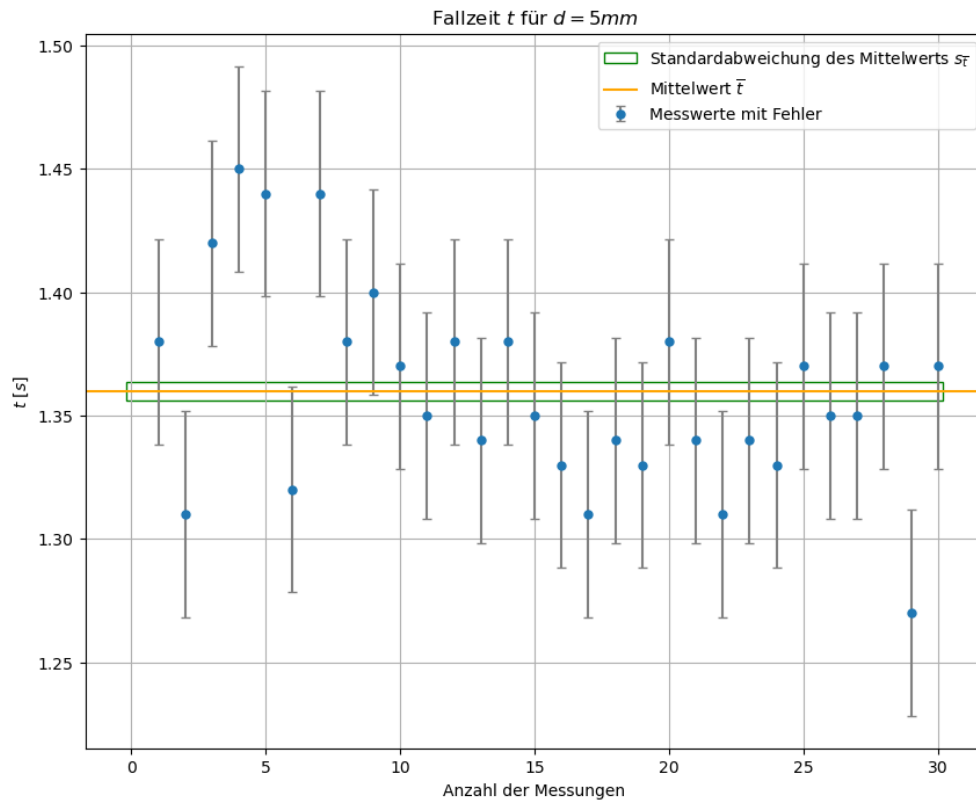


Abbildung 3: Messreihe ($n=30$) mit der 5 mm Kugel

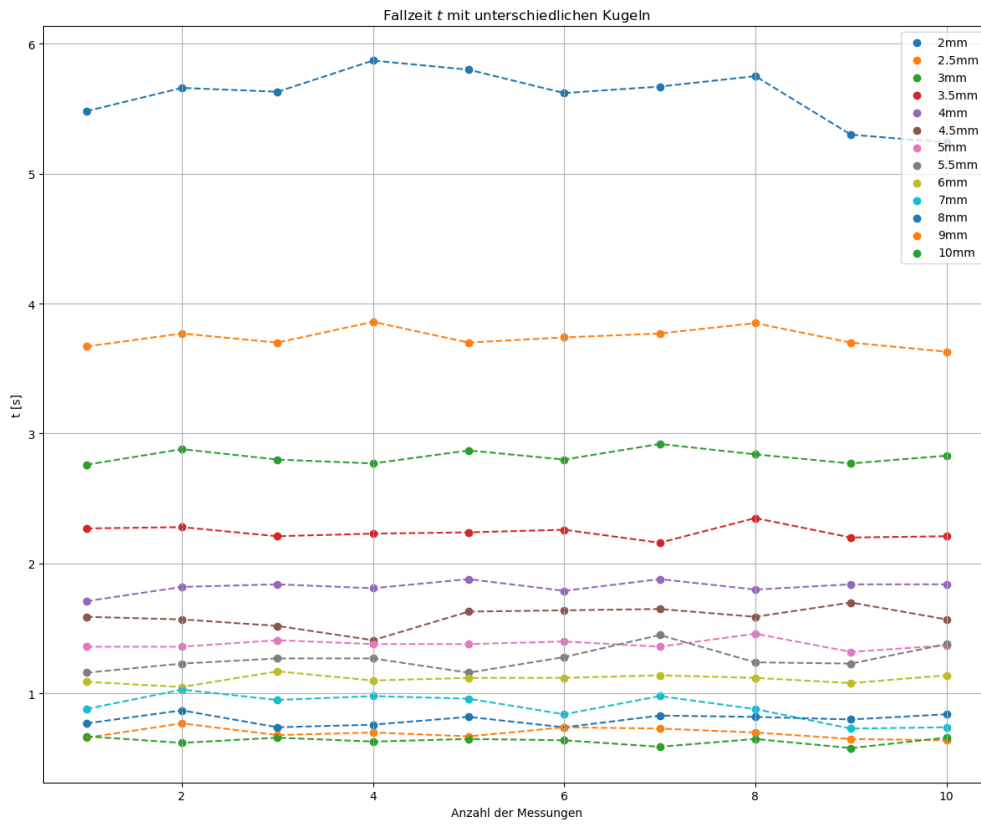


Abbildung 4: Messreihen mit den Fallzeiten der verschiedenen Kugeln

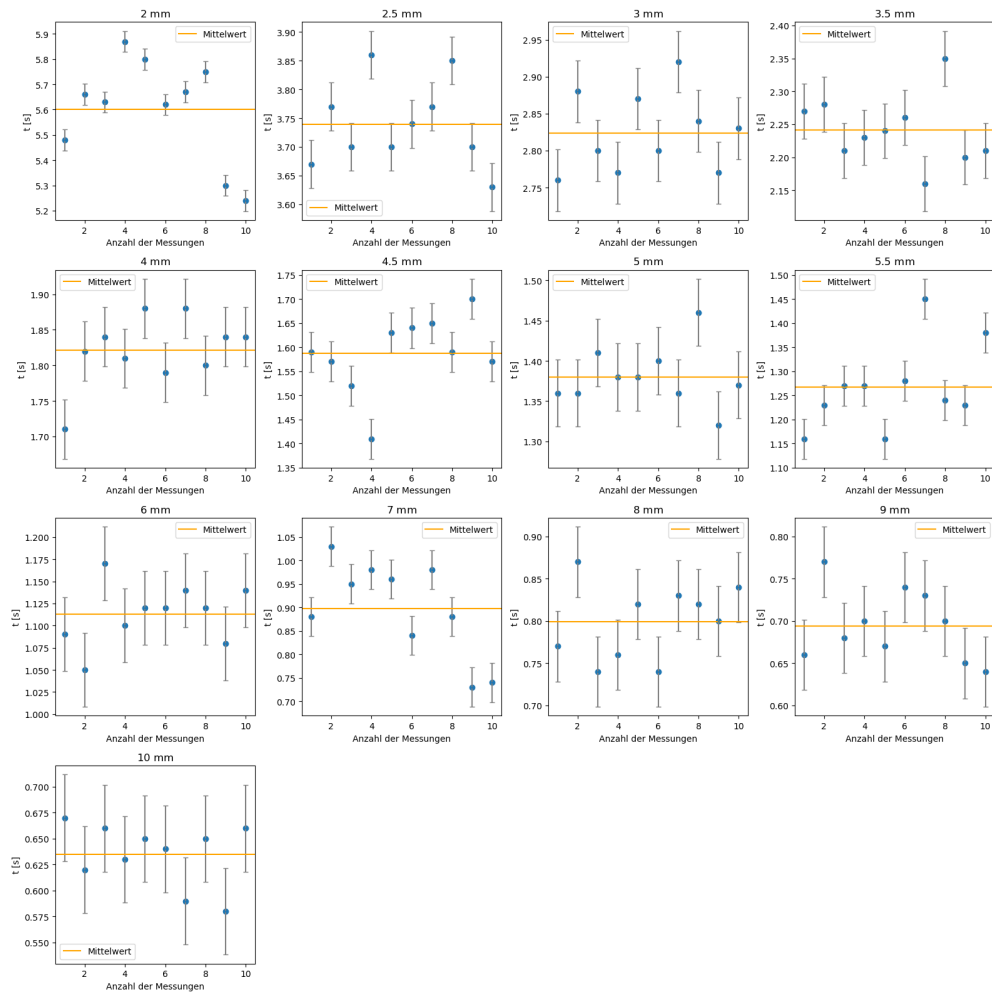


Abbildung 5: Messreihen aller Kugeln mit Mittelwerten und Fehlerbalken

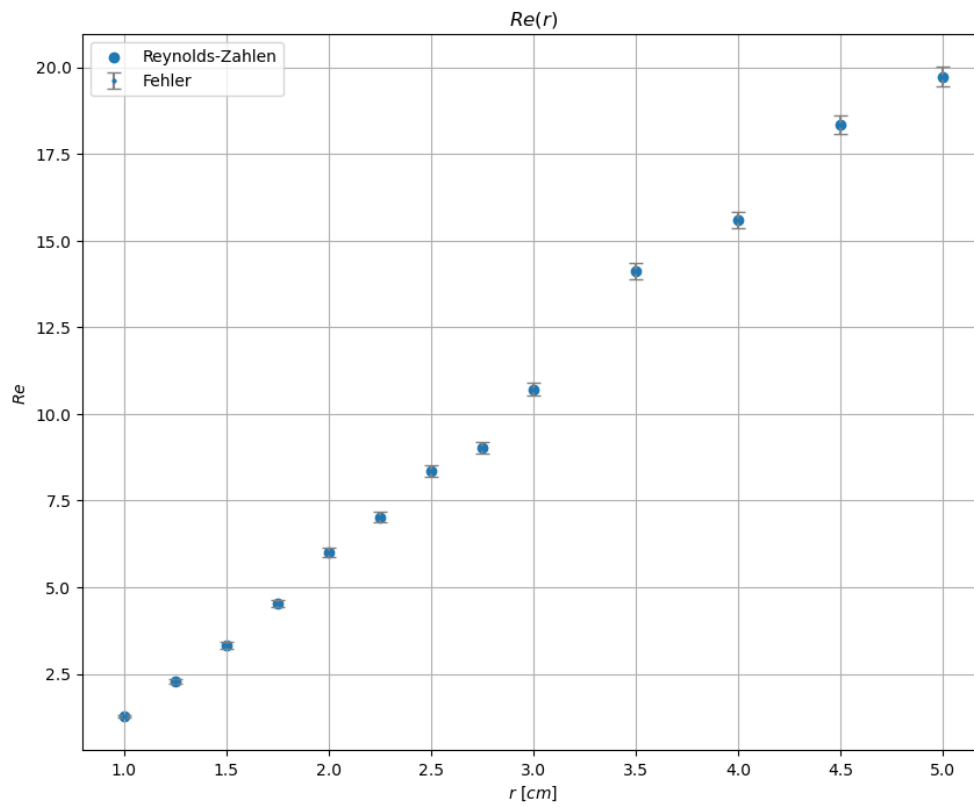


Abbildung 6: $Re(r)$ mit Fehlerbalken

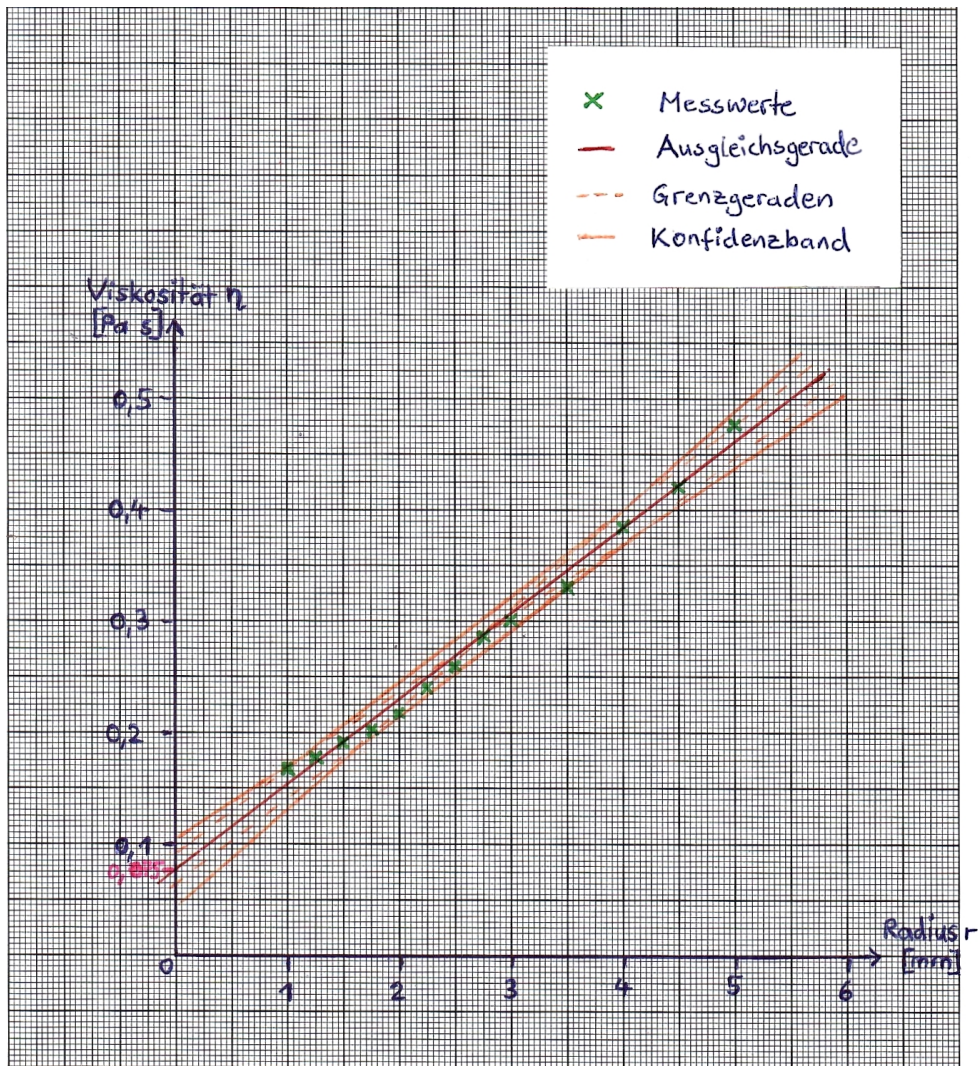


Abbildung 7: η_r - r -Diagramm mit Ausgleichsgerade und Konfidenzband

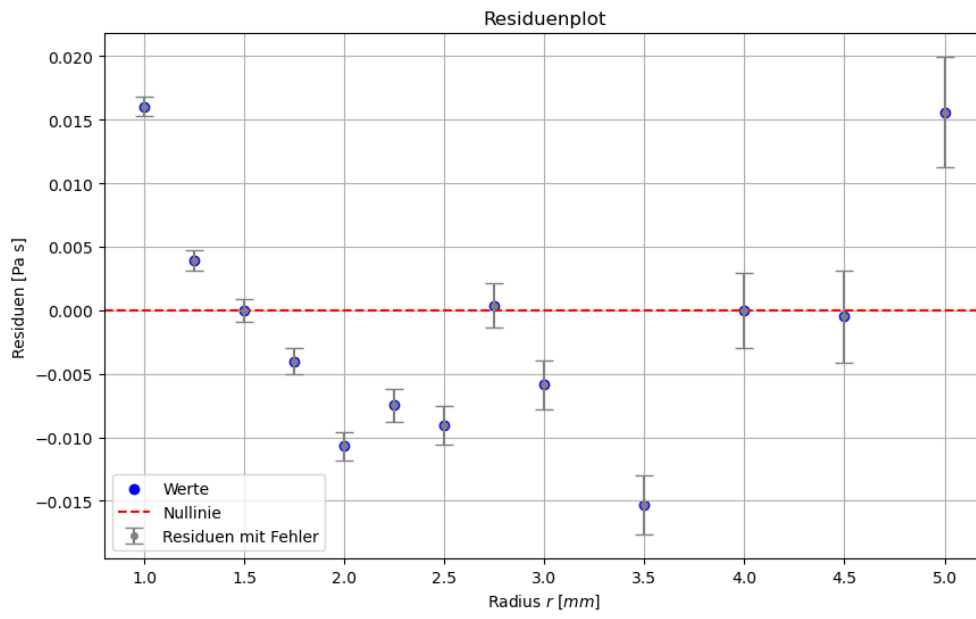


Abbildung 8: Residuenplot zur Ausgleichsgerade Abb. 7

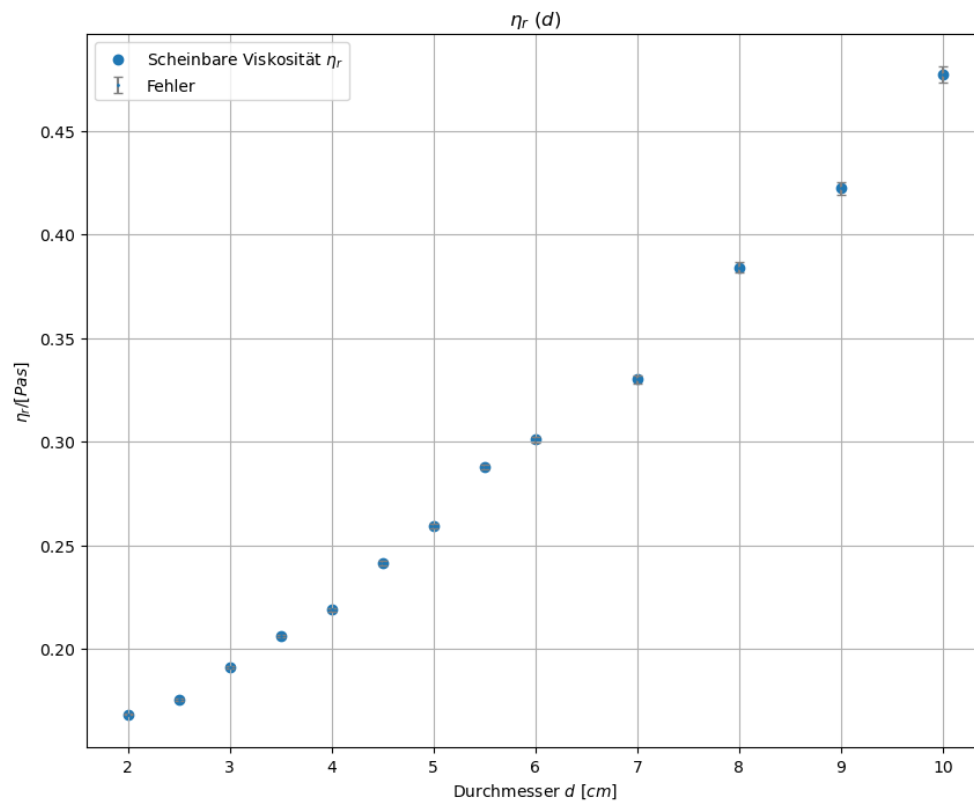


Abbildung 9: $\eta_r(d)$ mit Fehler

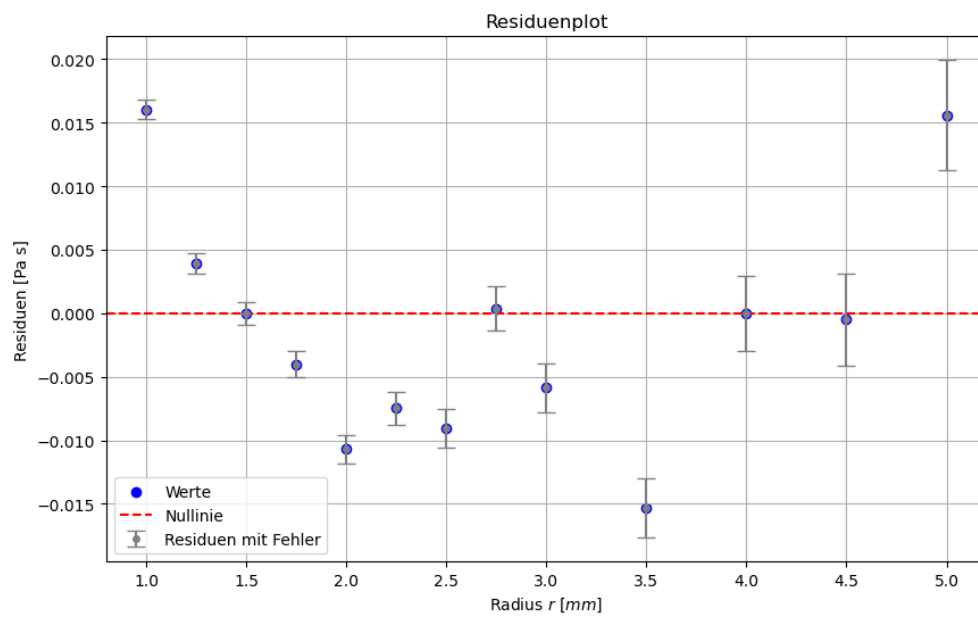


Abbildung 10: Residuendiagramm zu Abb. 7 mit Ausgleichsgerade und Fehlerbalken

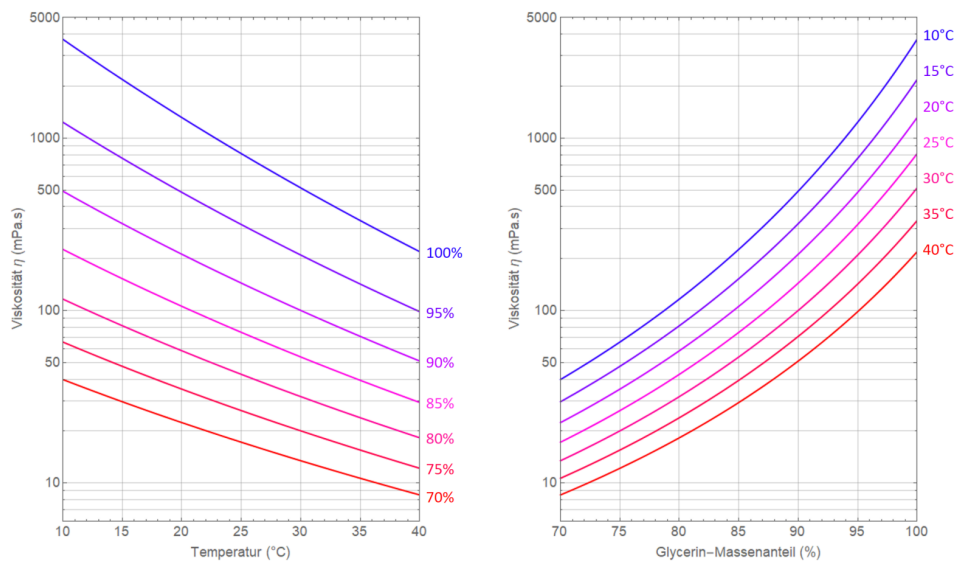


Abbildung 11: Viskosität von Glycerin als Funktion von Temperatur und Reinheit ([Fre23c])

6.3 Bilder Versuchsmaterial



Abbildung 12: verwendete Stahlkugeln mit verschiedenen Durchmessern

6.4 Laborheft

14.03.2023

Versuch 8 - Viskosität Skizze:
 s. rechte Seite

1.) Überprüfen der Reproduzierbarkeit der Zeitmessung

Gemessene Dichte Glycerin: $\rho = 1245 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$ (Messwert bei 20°C)
 Gemessene Temperatur Glycerin: $T = 25^\circ\text{C}$
 $\Delta T = 1^\circ\text{C}$

- Schätzen von Standardunsicherheit Δt der Fallzeit
 Unser Verfahren: Wir haben 3mal mit jeweils 3 Stoppuhren die Fallzeit gestoppt. \Rightarrow wir kamen zu dem Ergebnis, dass wir ~~ein~~ $\Delta t = 0,2 \text{ s}$ wählen (Messungsunterschied $\pm 0,1 \text{ s} + \pm 0,1$ wegen Reaktionszeit)

- Messung der Fallzeiten t_j in $n \geq 30$ Einzelmessungen
 Gewählter Kugeldurchmesser $5,0149 \text{ mm}$ (mit Messschieber) $\Rightarrow r = 2,5 \text{ mm}$
 $5,0 \text{ mm}$ (Hersteller) $\Rightarrow r = (2,5 \pm 0,1) \text{ mm}$ (wir vernachlässigen Fehler)

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$t_j [\text{s}]$	1,38	1,31	1,42	1,45	1,44	1,32	1,44	1,38	1,40	1,37	1,35	1,39	1,34	1,38	1,35	1,33	1,31	1,34

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1,33	1,38	1,34	1,31	1,34	1,33	1,37	1,35	1,35	1,37	1,27	1,37

Abbildung 13: Laborheft Seite 1

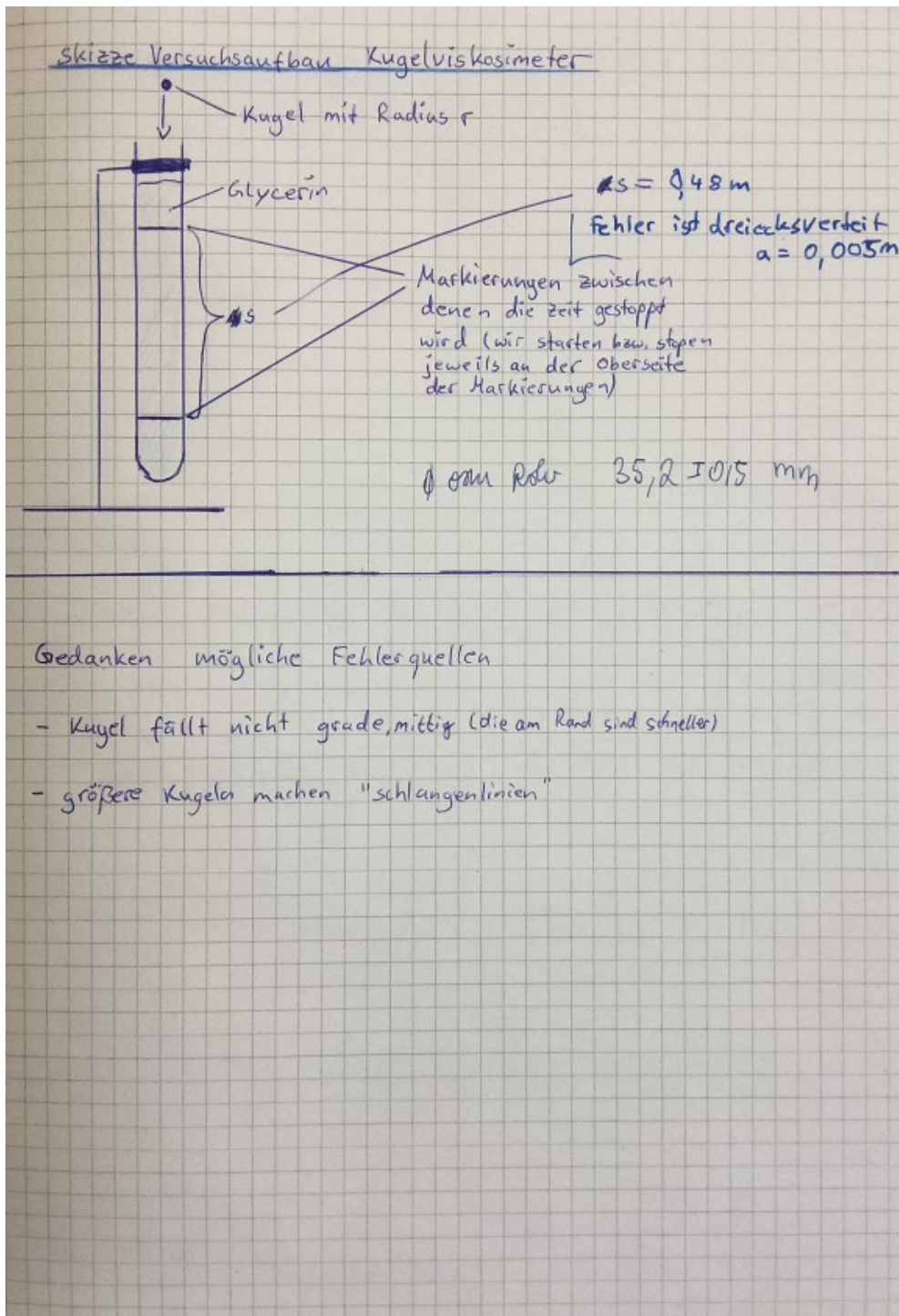


Abbildung 14: Laborheft Seite 2

2. Bestimmen Viskosität von Glycerin mit Kugelfallviskosimeter

$\phi = 2 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	5,48	5,66	5,63	5,87	5,8	5,62	5,67	5,75	5,3	5,25

$\phi = 2,5 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	3,67	3,77	3,7	3,86	3,7	3,74	3,77	3,85	3,7	3,63

$\phi = 3 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	2,67	2,88	2,9	2,77	2,87	2,9	2,92	2,84	2,77	2,83

$\phi = 3,5 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	2,27	2,28	2,21	2,23	2,24	2,26	2,16	2,35	2,2	2,21

$\phi = 4 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	1,71	1,82	1,84	1,81	1,88	1,79	1,88	1,80	1,84	1,84

Abbildung 15: Laborheft Seite 3

$\phi = 4,5 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	1,50	1,57	1,52	1,41	1,63	1,64	1,65	1,59	1,70	1,57

$\phi = 5 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	1,36	1,36	1,41	1,38	1,38	1,40	1,36	1,46	1,32	1,37

$\phi = 5,5 \text{ mm}$

F	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	1,16	1,23	1,27	1,27	1,16	1,28	1,45	1,24	1,23	1,38

$\phi = 6 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	1,09	1,05	1,17	1,1	1,12	1,12	1,14	1,12	1,08	1,14

$\phi = 7 \text{ mm}$

F	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	0,88	0,93	0,95	0,98	0,96	0,84	0,98	0,88	0,73	0,74

$\phi = 8 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	0,77	0,87	0,74	0,76	0,82	0,74	0,83	0,82	0,8	0,84

$\phi = 9 \text{ mm}$

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	0,66	0,77	0,68	0,7	0,67	0,74	0,73	0,7	0,65	0,64

Abbildung 16: Laborheft Seite 4

★ 10 mm

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weg in mm	0,67	0,62	0,66	0,63	0,65	0,64	0,59	0,65	0,58	0,66

1409.23




Abbildung 17: Laborheft Seite 5

6.5 Verzeichnisse

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau Kugelfallviskosimeter	1
2	Histogramm mit Normalverteilung, Mittelwert und Standardabweichung des Mittelwertes	12
3	Messreihe (n=30) mit der 5 mm Kugel	13
4	Messreihen mit den Fallzeiten der verschiedenen Kugeln	14
5	Messreihen aller Kugeln mit Mittelwerten und Fehlerbalken	15
6	$Re(r)$ mit Fehlerbalken	16
7	η_r - r -Diagramm mit Ausgleichsgerade und Konfidenzband	17
8	Residuenplot zur Ausgleichsgerade Abb. 7	18
9	$\eta_r(d)$ mit Fehler	19
10	Residuendiagramm zu Abb. 7 mit Ausgleichsgerade und Fehlerbalken . .	20
11	Viskosität von Glycerin als Funktion von Temperatur und Reinheit ([Fre23c])	21
12	verwendete Stahlkugeln mit verschiedenen Durchmessern	22
13	Laborheft Seite 1	23
14	Laborheft Seite 2	24
15	Laborheft Seite 3	25
16	Laborheft Seite 4	26
17	Laborheft Seite 5	27

Tabellenverzeichnis

1	Messreihe der Fallzeit t mit $d = 5$ mm	11
2	Statistische Auswertung und Angabe der scheinbaren Viskositäten η_r mit Fehler	11

Literatur

- [Bro23] Heiner Brookman. „Glycerin“. In: <https://de.wikipedia.org/wiki/Glycerin> (2023).
- [Dör23] Vitus Dörfler. „Viskosität“. In: <https://www.chemie.de/lexikon/Viskosität> (2023).

- [Fre23a] Uni Freiburg. „Datenanalyse A“. In: https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file3207816_downloadclient;d=uni_freiburg (2023).
- [Fre23b] Uni Freiburg. „Versuch 8“. In: <https://omnibus.uni-freiburg.de/phypra/ap/8/> (2023).
- [Fre23c] Uni Freiburg. „Versuch 8 - Viskosität“. In: https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file3207822_downloadclient;d=uni_freiburg (2023).
- [Kno23] Dr. Dorothea Knopf. „Versuch 8 - Erdbeschleunigung“. In: <https://www.ptb.de/cms/ptb/fachabteilungen/abt1/fb-11/fb-11-sis/g-extractor.html> (2023).