

Note: 1,3

Universität Freiburg

Kleines Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum im Sommersemester



Versuch 8

Viskosität



[Redacted]

(Gruppe [Redacted])



[Redacted]



Datum der Durchführung: [Redacted]



Assistent: [Redacted]



Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	2
2	Versuch	2
2.1	Aufbau	2
2.2	Durchführung	3
3	Auswertung und Fehleranalyse	3
3.1	Bestimmung Viskosität	3
3.2	Reynolds-Zahlen	6
4	Diskussion	7
4.1	Qualitativer Vergleich von Δt und s_t bei der Zeitmessung	7
4.2	Abhängigkeit der Viskosität von den Kugelradien	7
4.3	Vergleich von Messwert und Literaturwert Viskosität	7
4.4	Laminare Strömung	8
4.5	Verbesserungsmöglichkeiten für die Messung	8
A	Abbildungsverzeichnis	9
O	Tabellenverzeichnis	9
C	Literaturverzeichnis	9
D	A Mühsame Ableitungen, die wir für die Fehlerfortpflanzung brauchen	10
E	B Laborbucheintrag	10

1 Ziel des Versuchs

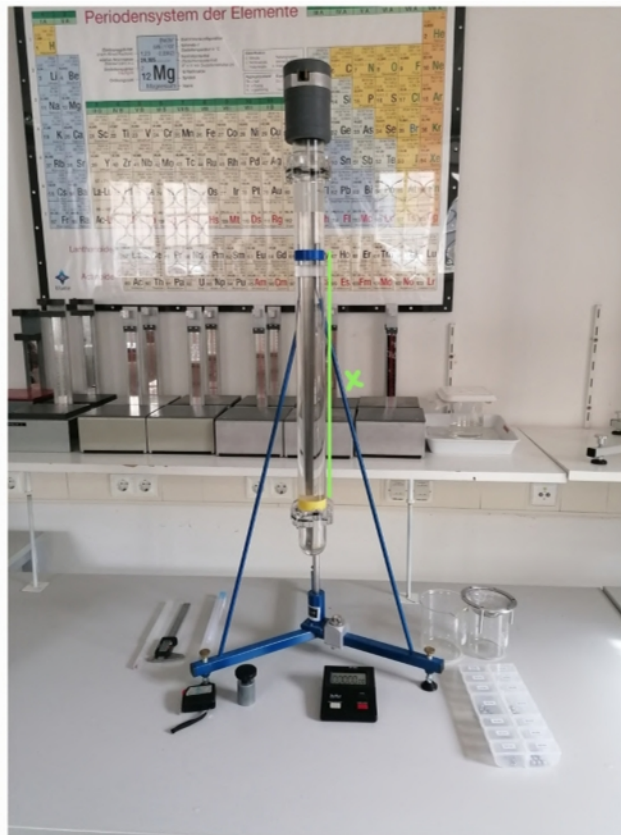
Bei diesem Versuch soll die Viskosität η von Glycerin bestimmt werden, indem für sieben Kugeln mit verschiedenen Durchmessern die Fallzeit durch ein mit Glycerin gefülltes Kugelfallviskosimeter gemessen wird. Außerdem soll mithilfe der Reynolds-Zahl Re überprüft werden, ob die Strömungen, die durch die Kugeln entstehen laminar sind.

Vielleicht mit 1 oder 2 Sätzen die Notwendigkeit der unterschiedl Kugelgrößen erwähnen (Ladenburg, Stokes, unendl. ausgedehnte Flüssigkeit, wie auch immer)

Zwischen Überschriften immer Text

2 Versuch

2.1 Aufbau



*Skizzen sind sinnvoller als Bilder, weil man diese selbst "aufräumen" kann, bzw man selbst entscheidet, was relevant ist. Ich brauche bspw nicht das Periodensystem im Hintergrund.
Bilder sind sinnvoller Zusatz, ersetzen aber Skizze nicht.*

Abbildung 1: Versuchsaufbau: Kugelfallviskosimeter mit zwei Markierungen und einer Distanz x

An einem mit Glycerin (Dichte ρ_G) befüllten Kugelfallviskosimeter sind zwei Markierungen angebracht. x ist definiert als die Distanz zwischen den oberen Rändern der Markierungen. Die Zeit t ist die gemessene Zeit, die eine Stahlkugel der Dichte ρ_K für die Strecke x benötigt, wenn sie von oben in das Rohr fallen gelassen wird.



2.2 Durchführung

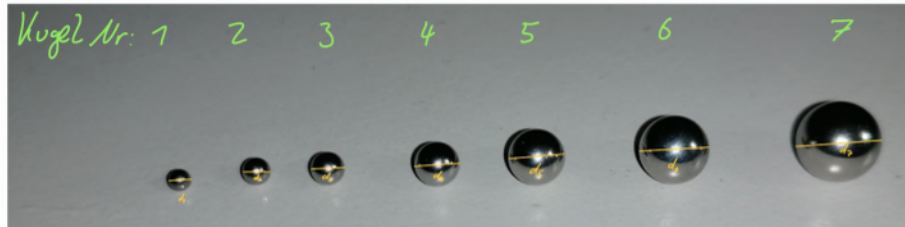


Abbildung 2: Verwendete Kugeln mit sieben verschiedenen Durchmessern

Zunächst werden die verschiedenen Durchmesser d_1 bis d_7 (Abb. 2) der Kugeln mithilfe eines digitalen Messschiebers gemessen, wobei für alle d eine Unsicherheit $\Delta d = 0.01$ mm angenommen wird, die so aufgrund der signifikanten Stellen des Messschiebers geschätzt wird.

Mithilfe eines Thermometers wird die Temperatur des Glycerins am Anfang $T_A = 24.8$ °C und am Ende $T_E = 25.1$ °C der Messung gemessen, wobei hier ein Ablesefehler von $\Delta T = 0.1$ °C einberechnet wird. Außerdem bestimmt man die Dichte von Glycerin ρ_G mit einem Aräometer, bei dem eine Unsicherheit von $\Delta \rho_G = 0.003 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ durch Ablesen angenommen wird.

Zehn Kugeln gleichen Durchmessers werden nun nacheinander in das Kugelfallviskosimeter gegeben, wobei die Fallzeiten t für die Strecke x mit einer Stoppuhr gemessen werden. Aufgrund der Reaktionszeit und der Ungenauigkeit beim Messen von x werden zusätzlich $\Delta t = 0.20$ s und $\Delta x = 1$ mm angenommen. Die Messreihe wird für alle sieben Kugeldurchmesser durchgeführt.



3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Bestimmung Viskosität

Angabe am besten immer mit Fehler, auch wenn diese oben bereits erklärt wurden

Es wird eine Dichte von $\rho_G = 1.189 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ gemessen. Zu den einzelnen Messreihen (Anhang B) werden jeweils der Mittelwert \bar{t} , die Standardabweichung s_t und die Standardabweichung des Mittelwerts $s_{\bar{t}}$, wie dies in der Datenanalyse Teil A gelehrt wurde, berechnet. Diese sind in Tabelle 1 dargestellt.



Tabelle 1: Mittelwert \bar{t} , Standardabweichung s_t und Standardabweichung des Mittelwerts $s_{\bar{t}}$ zu den zugehörigen Kugeln 1 bis 7

Kugel	\bar{t} [s]	s_t [s]	$s_{\bar{t}}$ [s]
1	12.12	0.12	0.04
2	5.48	0.06	0.02
3	7.60	0.17	0.05
4	3.24	0.11	0.03
5	2.24	0.06	0.02
6	1.68	0.06	0.02
7	1.27	0.07	0.02



Weiter werden die scheinbaren Viskositäten η_r mit der Formel aus der Versuchsvorbereitung und die zugehörigen Unsicherheit mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet. Dabei ist $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ [1] die Erdbeschleunigung, $r = \frac{d}{2}$ der Radius der Kugel und $v = \frac{x}{t}$ die Geschwindigkeit der Kugel, die im Kugelfallviskosimeter als konstant angenommen wird:

$$\begin{aligned} \eta_r &= \frac{2}{9} \frac{r^2}{v} (\rho_K - \rho_G) g \\ &= \frac{2}{9} \frac{t}{x} r^2 (\rho_K - \rho_G) g \end{aligned}$$

(1)

Das sieht nicht so schön aus

$$\Delta \eta_r = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta_r}{\partial r} \Delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_r}{\partial t} \Delta t\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_r}{\partial \rho_K} \Delta \rho_K\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_r}{\partial \rho_G} \Delta \rho_G\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta_r}{\partial x} \Delta x\right)^2}$$

Die Ableitungen sind in Anhang A und die berechneten Werte für $\hat{\eta}_r$ und $\Delta \eta_r$ in Tabelle 2 zu finden.

Tabelle 2: Bestwerte $\hat{\eta}_r$ und Unsicherheiten $\Delta \eta_r$ der scheinbaren Viskosität

Kugel	1	2	3	4	5	6	7
$\hat{\eta}_r$ [Pa s]	0.374	0.371	0.386	0.409	0.439	0.476	0.489
$\Delta \eta_r$ [Pa s]	0.004	0.004	0.003	0.005	0.004	0.006	0.008

In Abb. 3 werden die Werte für die Viskosität auf die Radien aufgetragen und eine Ausgleichsgerade bestimmt. Des Weiteren werden die Fehlergeraden und mithilfe Extrapolation der Bestwert der Viskosität $\hat{\eta}$ der Flüssigkeit Glycerin bestimmt. Hierbei wird der y-Achsenabschnitt abgelesen, ein linearer Zusammenhang zu erkennen ist. Man betrachtet η_r für $\lim_{r \rightarrow 0}$ und liest zusätzlich über die Fehlergeraden die Unsicherheit η der Viskosität ab. Dazu wird der Mittelwert der beiden Abweichungen berechnet. Man erhält:

$$\eta = (0.309 \pm 0.019) \text{ Pa s}$$

Es folgt die relative Unsicherheit

$$\frac{\Delta \eta}{\hat{\eta}} = 6.1\%$$

Zur Vollständigkeit: Bei Regressionen bitte immer Parameter angeben
 *Regressionsgerade $m \cdot x + c$ mit Parametern $m=(\text{bla}+\text{blubb})\text{einheit}$ und $c=(\text{blub}+\text{blubb})\text{einheit}$

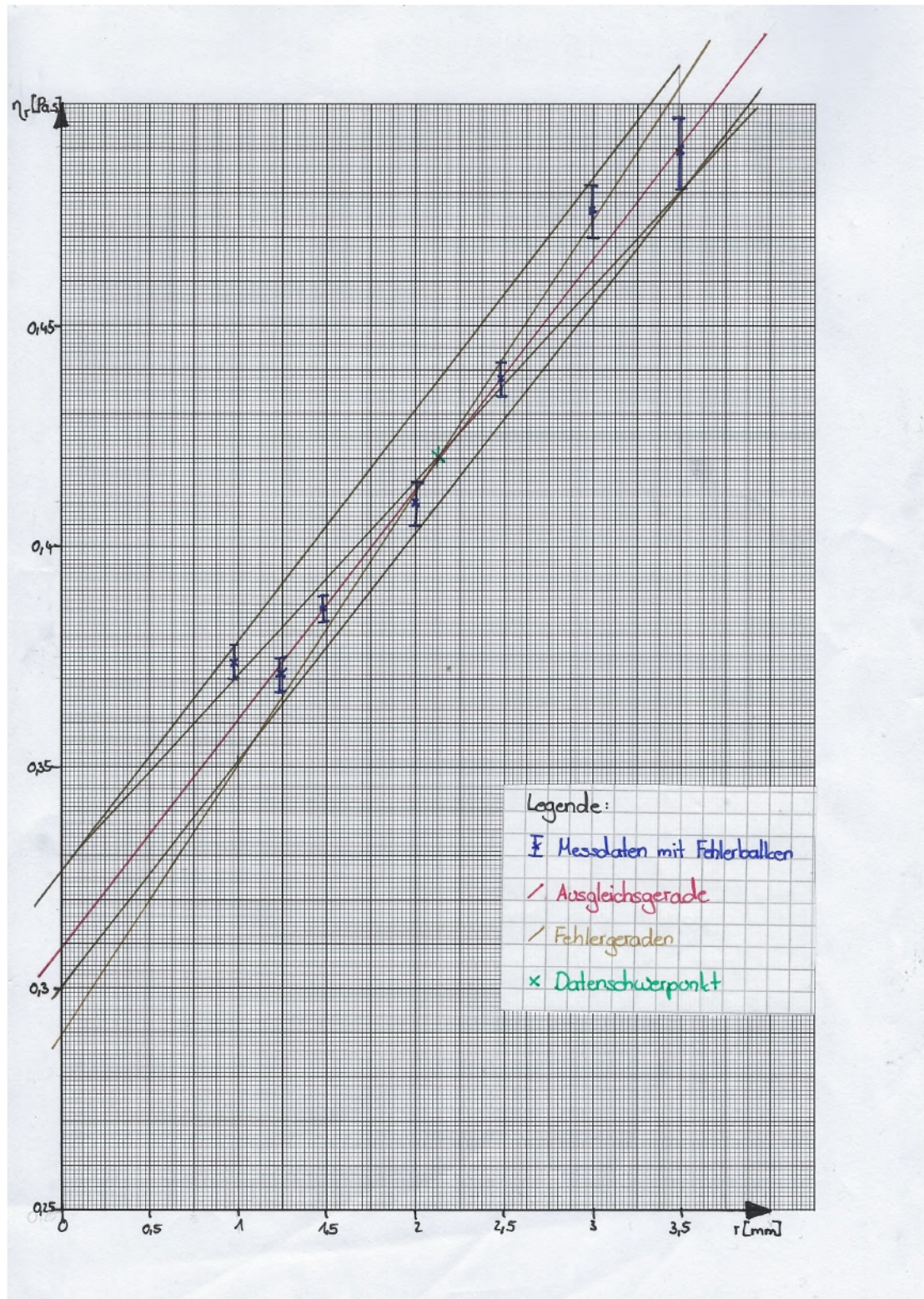


Abbildung 3: η_r - r -Diagramm

Gute Auflösung in y-Achse, gute Idee das hochkant zu machen!

3.2 Reynolds-Zahlen

Die Reynoldszahl Re ist ein Maß dafür, ob eine Strömung laminar oder turbulent ist. Sie kann berechnet werden durch

$$Re = \frac{\rho_G v d}{\eta} = \frac{\rho_G x d}{\eta t} \tag{2}$$

wobei d hier als der Kugeldurchmesser und v als annähernd konstante Geschwindigkeit gewählt werden. Zuerst werden die Werte für Re_r und ΔRe_r in Abhängigkeit von η_r wie folgt berechnet:

$$Re_r = \frac{\rho_G x d}{\eta_r t}$$

Ja und nein; ihr müsst das im AP1 noch nicht können aber eigentlich korrelieren die Werte

daher Möglichkeit:

eta_r in Re einsetzen und dann ableiten

$$\Delta Re_r = \sqrt{\left(\frac{\partial Re_r}{\partial \rho_G} \Delta \rho_G\right)^2 + \left(\frac{\partial Re_r}{\partial t} \Delta t\right)^2 + \left(\frac{\partial Re_r}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial Re_r}{\partial \eta_r} \Delta \eta_r\right)^2 + \left(\frac{\partial Re_r}{\partial d} \Delta d\right)^2}$$

Für die genaue Berechnung von ΔRe_r siehe auch Anhang A. Für die Werte ergibt sich:

Tabelle 3: Bestwerte \hat{Re}_r und Unsicherheiten ΔRe_r der Reynold-Zahlen

Kugel	1	2	3	4	5	6	7
\hat{Re}_r	0.334	0.477	0.764	1.63	2.74	4.03	6.07
ΔRe_r	0.003	0.007	0.008	0.03	0.04	0.07	0.14

Zusätzlich kann man nun die Reynold-Zahl für das ermittelte η bestimmen. Da $\lim_{r \rightarrow 0} \eta_r = \eta \neq 0$ gilt folgt mit Gleichung (2), dass $r \rightarrow 0 \Rightarrow Re_r \rightarrow 0$. Dies bestätigt sich auch in Abb. 4.

Ist das so? Wie entwickelt sich v?

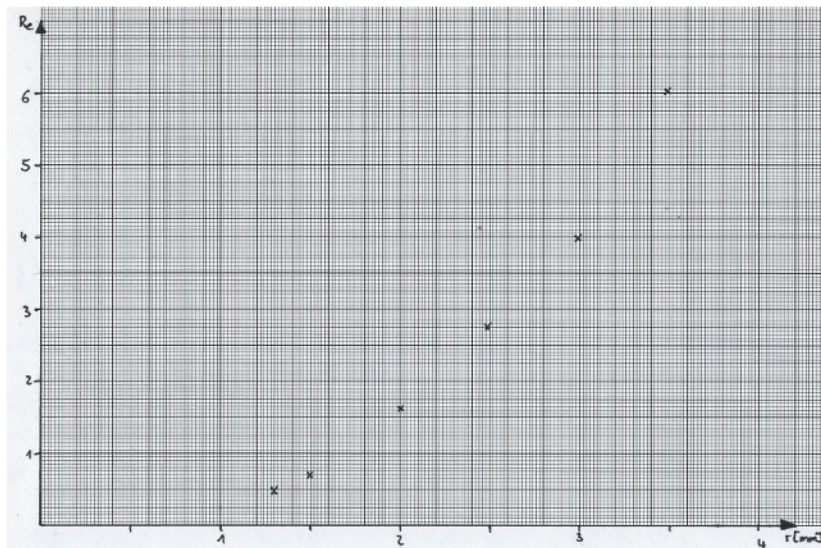


Abbildung 4: Re_r - r -Diagramm

Irgendwo muss erwähnt werden, dass die Fehler zu klein für die Auftragung sind!

In einem Satz vlt auch darauf eingehen, warum eta_r und nicht eta genutzt wurde

4 Diskussion

4.1 Qualitativer Vergleich von Δt und $s_{\bar{t}}$ bei der Zeitmessung

Vor der Messung wird die Unsicherheit der Zeitmessung $\Delta t = 0,2$ s geschätzt. Diese Unsicherheit kommt durch die Reaktionszeit beim Drücken der Stoppuhr und die Ungenauigkeit beim Abschätzen, wann die Kugel die Markierung überschreitet. Die statistische Analyse ergibt für die verschiedenen Messreihen allerdings nur eine Standardabweichung des Mittelwerts von t zwischen 0.05 s und 0.02 s (Tabelle 1). Die erkennbare Differenz von $s_{\bar{t}}$ zu Δt (bis zu 0.18 s) lässt vermuten, dass die tatsächliche Messung genauer ist als ursprünglich vermutet. Allerdings werden nur 10 Messungen pro Messreihe vorgenommen, sodass die sehr geringen Schwankungen in den einzelnen Messungen für t auch zufällig so klein sein könnten. Zudem könnte auch ein systematischer Messfehler durch die messende Person entstehen. Da ein relativer Fehler von

Gut!

$$\frac{s_{\bar{t}}}{\bar{t}} = \frac{0.04 \text{ s}}{12.13 \text{ s}} = 0.31\% \text{ (Kugel 1)}$$

für diesen Versuchsaufbau sehr gering ist, wird die Hypothese aufgestellt, dass der tatsächliche Fehler größer ist, als die statistische Analyse ergibt. Da $\Delta \eta_r$ über den statistischen Fehler von t ermittelt wird, wäre somit auch hier von einer größeren Unsicherheit auszugehen.

4.2 Abhängigkeit der Viskosität von den Kugelradien

In Abb. 3 lässt sich ein proportionaler Zusammenhang von η_r und r erkennen, was im Vergleich mit Gleichung (1) zunächst unerwartet ist, da in dieser Gleichung $\eta_r \propto r^2$ gilt. Dies lässt sich dadurch erklären, dass wir bei der Berechnung von η_r nicht nur den Radius sondern auch die Zeit variieren, die selbst von Radius abhängig ist. Von den sieben Messreihen, die durchgeführt wurden, streuen die Bestwerte $\hat{\eta}_r$ in Hinsicht auf den proportionalen Zusammenhang bis auf die Messung für Kugel 1 nur wenig (s. Ausgleichsgerade Abb. 3). Bei Messung 7 wurde die Kugel mit der Hand in das Kugelfallviskosimeter fallen gelassen, da sie nicht mehr durch die Auslösevorrichtung gepasst hat. Somit wäre hier eigentlich eine größere Abweichung erwartbar gewesen. Die starke Differenz, die bei Messung 1 entsteht bestätigt den Verdacht auf einen systematischen Messfehler durch die messende Person (s. Abschnitt 4.1), da Messung 1 von einer anderen Person als die Messungen 2-7 durchgeführt wurden.

Auch gut!

4.3 Vergleich von Messwert und Literaturwert Viskosität

Im Versuch wurde die Viskosität des Glycerins

$$\eta = (0.309 \pm 0.019) \text{ Pa s}$$

bestimmt. Für die Temperatur $T = 25$ °C lässt sich im Diagramm der Versuchsvorbereitung für die Viskosität von Glycerin ein Wert von $\eta_{Lit} \approx 0.7$ Pa s

In diesem Fall beim Ablesen des Lit-Wertes Ablesefehler sinnvoll

ablesen. Diese ist ähnlich zu den Temperaturen, die vor und nach dem Versuch gemessen wurden. Hiermit erhalten wir im t -Test folgenden Wert:

$$t = \frac{|\eta_{Lit} - \hat{\eta}|}{\Delta\eta} = 20.6$$

Da $t > 2$ ist, ist der gemessene Wert mit dem Literaturwert nicht verträglich. Es stellt sich die Frage, warum der t -Test so schlecht ausfällt. Zum Einen ist nicht bekannt, ob die Flüssigkeit reines Glycerin ist. Ginge man von einer Glycerin-Wasser-Emulsion aus, sänke der Literaturwert und der t -Test würde ein besseres Ergebnis liefern. Hierfür spricht die gemessene Dichte unserer Flüssigkeit, da diese kleiner ist als der Literaturwert der Dichte von Glycerin $\rho_{Lit} = 1.258 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ [2]. Des weiteren fiel bei der Messung auf, dass eine konstante Geschwindigkeit erst sehr weit unten im Rohr erreicht wurde. Folglich hätte man eigentlich einen etwas größeren Wert für die Bestwerte der Zeit, mit welcher man die scheinbare Viskosität berechnen würde, was zur Folge hätte, dass auch diese Werte steigen würden. Somit stiege auch der Wert für die Viskosität und wäre verträglicher mit dem Literaturwert der Viskosität. Außerdem muss ein möglicher durch den Mensch gemachten systematischer Fehler beachtet werden, der wie in Abschnitt 4.1 und Abschnitt 4.2 beschrieben entstehen kann. Dieser ist ohne Vergleichsmessungen jedoch nicht ermittelbar.

Würde ich so nicht formulieren. "Schlecht und gut" ist zu wertend für diese Analyse

Welchem Grad an Verunreinigung entspräche das? Gerne hier auch Grafiken aus Anleitung einbinden!

4.4 Laminare Strömung

Um zu bestimmen, ob eine Strömung laminar oder turbulent ist, orientiert man sich am kritischen Wert $Re_c \approx 1000$. Für $Re < Re_c$ kann man von einer laminaren Strömung ausgehen, für $Re > Re_c$ geht man eher von einer turbulenten Strömung aus. Anhand der Werte aus Abschnitt 3.2 kann man erkennen, dass für alle Kugeln $Re_r \ll 1000$ gilt. Bei dem Versuch kann also eine laminare Strömung für alle Kugeln angenommen werden. Außerdem ist zu beobachten, dass Re_r für kleiner werdende r auch kleiner wird. Dies entspricht der Erwartung, da Gleichung (2) eigentlich nur für Rohre mit einem unendlich großen Innenradius erfüllt ist. Geht r nun gegen Null, wird der Einfluss des Innenradius immer geringer, bis man irgendwann den Innenradius als unendlich groß im Vergleich zu r annehmen kann. Damit wird auch Re immer kleiner, womit die Hypothese einer laminaren Strömung noch einmal bestätigt wird.

Das verstehe ich nicht. $r \ll R$ ist Bedingung für Stokessche Reibung, ihr referenziert aber Formel für Re ? Sehe Zusammenhang nicht

4.5 Verbesserungsmöglichkeiten für die Messung

Um einen genaueren Wert für die Viskosität von Glycerin zu erhalten könnte man an dem Versuchsaufbau und der Durchführung einige Änderungen vornehmen. Eine sehr große Ungenauigkeit ergibt sich wie in Abschnitt 4.3 beschrieben, dadurch, dass die Kugeln erst nach der Markierung, an der die Zeit gestoppt wird, ihre konstante Geschwindigkeit erreichen. Hier könnte man die Messung verbessern, indem man die Markierung, an der die Zeit gestoppt wird, weiter nach unten setzt. Um daraus entstehende zu kleine Zeitmessungen mit großen Unsicherheiten zu vermeiden wäre ein längeres Kugelfallviskosimeter hilfreich.

Hauptfehlerquelle Zeitmessung?
In Fehlerrechnung wäre Gegenüberstellung der einzelnen Fehlerbeiträge sinnvoll, das kann dann hier argumentativ referenziert werden.

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau: Kugelfallviskosimeter mit zwei Markierungen und einer Distanz x	2
2	Verwendete Kugeln mit sieben verschiedenen Durchmessern . . .	3
3	η_r - r -Diagramm	5
4	Re_r - r -Diagramm	6

Tabellenverzeichnis

1	Mittelwert \bar{t} , Standardabweichung s_t und Standardabweichung des Mittelwerts $s_{\bar{t}}$ zu den zugehörigen Kugeln 1 bis 7	3
2	Bestwerte $\hat{\eta}_r$ und Unsicherheiten $\Delta\eta_r$ der scheinbaren Viskosität	4
3	Bestwerte \hat{Re}_r und Unsicherheiten ΔRe_r der Reynold-Zahlen . .	6

Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme (9. Auflage)*. Springer-Verlag, 2021.
- [2] "Glycerin Dichtetabelle". In: (14. Sep. 2022). URL: <https://www.internetchemie.info/chemie-lexikon/stoffe/g/glycerol.php>.

Sehr schönes Protokoll!

Bei Form nur ein Kritikpunkt: Bitte immer Skizze mit angeben und nicht nur Foto. Sonst nur Kritik auf hohem Niveau.

Inhaltlich auch sehr gut. Einige kleine Anmerkungen:

Bei der Fehlerrechnung vielleicht genauer aufschlüsseln, wie stark unterschiedliche Unsicherheiten im Ergebnis resultieren.

Wenn Fehler im Plot nicht dargestellt werden, bitte erklären, wieso.

Bei Auswertung Parameter mit angeben, sonst top!

Diskussion auch sehr gut! Literaturwerte auch mit Fehler angeben (hier abgelesener Wert). Bei Einordnung der Glycerin-Konzentration gerne genauer werden.

Sonst Anmerkungen nicht für Benotung berücksichtigt, sondern lediglich Hinweise.

Form: 1,3
Fehler: 1,3
Ausw: 1,3
Disk: 1,3

Glückwunsch!

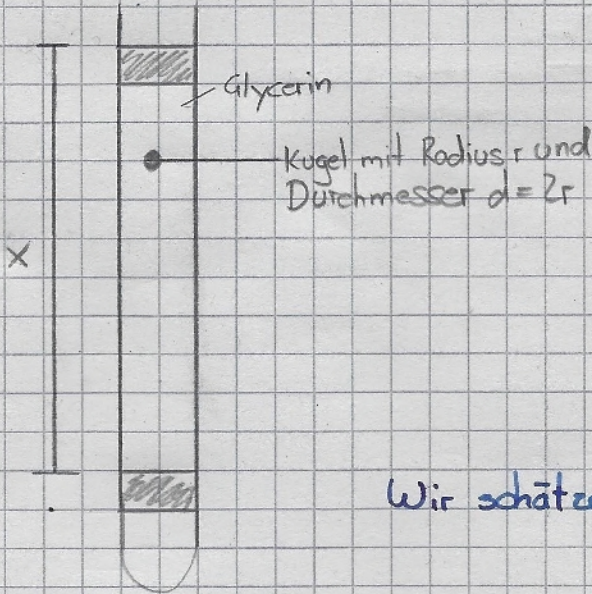
A Mühsame Ableitungen, die wir für die Fehlerfortpflanzung brauchen Danke! :)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \eta}{\partial r} &= \frac{4}{9} \frac{t}{x} r (\rho_K - \rho_G) g \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= \frac{2}{9} \frac{r^2}{x} (\rho_K - \rho_G) g \\ \frac{\partial \eta}{\partial \rho_K} &= \frac{2}{9} \frac{r^2 t}{x} g \\ \frac{\partial \eta}{\partial \rho_G} &= -\frac{2}{9} \frac{r^2 t}{x} g \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} &= -\frac{2}{9} \frac{r^2}{x^2} (\rho_K - \rho_G) g\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Re}{\partial \rho_G} &= \frac{xd}{t\eta_r} \\ \frac{\partial Re}{\partial x} &= \frac{\rho_G d}{t\eta_r} \\ \frac{\partial Re}{\partial d} &= \frac{\rho_G x}{t\eta_r} \\ \frac{\partial Re}{\partial t} &= -\frac{\rho_G xd}{t^2 \eta_r} \\ \frac{\partial Re}{\partial \eta_r} &= -\frac{\rho_G xd}{t\eta_r^2}\end{aligned}$$

B Laborbucheintrag

Versuch 8



Wir schätzen $\Delta t = 0,20s$

Temperatur im Raum $T_a = (24,8 \pm 0,1)^\circ C$ Falllänge $x = 45,4 \text{ cm}$ $\Delta x = 1 \text{ mm}$

Dichte Glycerin $\rho_g = 1,189 \frac{g}{cm^3}$ $\Delta \rho_g = 0,003 \frac{g}{cm^3}$ (durch Temp. und Dichtmesser Aerometer eigentlich für $T = 20^\circ C$ * + Ungen. Ablesen)
Temp. (bei $20^\circ C$ geeicht)

Wir messen für $n = 10$ verschiedene Kugelradien jeweils 10x die Fallzeit

Wir nehmen allg. für alle d an: $\Delta d = 0,01 \text{ mm}$

~~A. Messung~~

Radius Kugel d [mm]	Fallzeit [s] $d_x = 1,98 \text{ mm}$	Fallzeit [s] für $2,99 \text{ mm} = d_3$	Fallzeit [s] für $4,00 \text{ mm} = d_4$
1,98	12,3	7,74	5,52
12,16	7,56	5,52	3,28
12,10	7,56	5,54	3,37
12,12	7,88	5,57	3,25
12,02	7,87	5,45	3,77
12,22	7,63	5,49	3,34
11,93	7,34	5,37	3,10
12,16	7,55	5,45	3,10
12,24	7,47	5,54	3,34
11,99	7,45	5,40	3,37

Beob.: konst. Geschw. bei 6. Kugeln erst nach blauer Markierung (\rightarrow Fehler?)

Wir nehmen Fallzeit t [s] für

$d = 4,99 \text{ mm}$

$d = 5,99 \text{ mm}$

$d = 6,99 \text{ mm}$

↳ hier ohne Kappe gemessen

2,20

1,75

1,77

2,33

1,77

1,40

2,29

1,66

1,27

2,25

1,74

1,29

2,26

1,63

1,17

2,17

1,67

1,27

2,23

1,63

1,29

2,30

1,74

1,29

2,16

1,66

1,30

2,17

1,60

1,27

Wir nehmen $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (Demtröder)

$\rho_k = 7750 (10) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (Versuchsanleitung)

d Formel Reynolds-Zahlen $\hat{=}$ Durchmesser Kugeln

$T_E = (25,1 \pm 0,1)^\circ \text{C}$

