

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PHYSIKLABOR FÜR ANFÄNGER*INNEN, TEIL 1
SOMMERSEMESTER 2021

VERSUCH 8 AM 15.09.21

Viskosität

16.09.21

Assistent:

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	2
2	Aufbau und Durchführung	2
3	Auswertung und Fehleranalyse	4
3.1	Viskositätsbestimmung am Kugelfallviskosimeter	4
3.2	Auswertung des Zusammenhangs von Kugelgröße und Viskosität	5
3.3	Viskositätsbestimmung am Kapillarviskosimeter	8
4	Diskussion der Ergebnisse	12
4.1	Vergleich mit Literaturwerten und Zusammenstellung der Ergebnisse	12
4.2	Fehlerdiskussion	13
4.3	Diskussion und Vergleich der Messmethoden	13
5	Literatur	15
6	Anhang	16
6.1	Tabellen und Grafiken	16
6.2	Laborbuch	18
6.3	Tabellenverzeichnis	23
6.4	Abbildungsverzeichnis	23

1 Ziel des Versuchs

Die folgenden Versuche dienen der Bestimmung der Viskosität η von Glycerin und Wasser. Hierfür werden ein Kugelfall- und ein Kapillarviskosimeter verwendet. Beim Kugelfallviskosimeter wird neben der Viskosität auch ihr Zusammenhang mit den Kugelradien untersucht. Mit dem Kapillarviskosimeter wird das Hagen-Poiseuille-Gesetz überprüft. Anschließend werden die beiden Messmethoden verglichen und diskutiert.

2 Aufbau und Durchführung

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, werden zwei unterschiedliche Messmethoden für Wasser und Glycerin verwendet. Während die Viskosität von Glycerin mit einem Kugelfallviskosimeter gemessen wird, findet bei Wasser ein Kapillarviskosimeter Verwendung.

Der Versuchsaufbau für das Kugelfallviskosimeter ist hier in [Abbildung 1](#) skizziert.

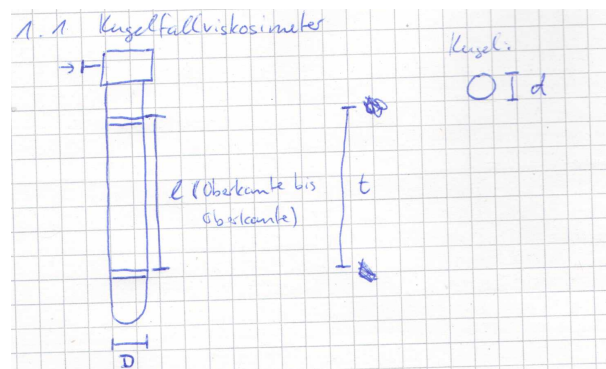


Abb. 1: Skizze aus dem Laborbuch ([Abbildung 13](#)) für das Kugelfallviskosimeter

Es wird die Zeit t gemessen, die die Kugel benötigt, um jeweils die obere Kante der Markierungen, die an der mit Glycerin gefüllten Röhre angebracht ist, zu passieren. Der Abstand zwischen den oberen Markierungskanten l wird mit einem Maßband gemessen. Der Durchmesser der Stahlkugeln d wird mit einer Bügelmessschraube ermittelt. Es wird nicht die in der Versuchsbeschreibung angegebene Dichte, sondern die durch Messung der Masse von 10 Kugeln gleicher Radien m_{10} ermittelte Dichte ρ_K verwendet. Die Dichte von Glycerin ρ_{Gly} misst man mit einem Taucharäometer.

Eine Skizze des Versuchsaufbaus des Kapillarviskosimeters findet sich in [Abbildung 2](#).

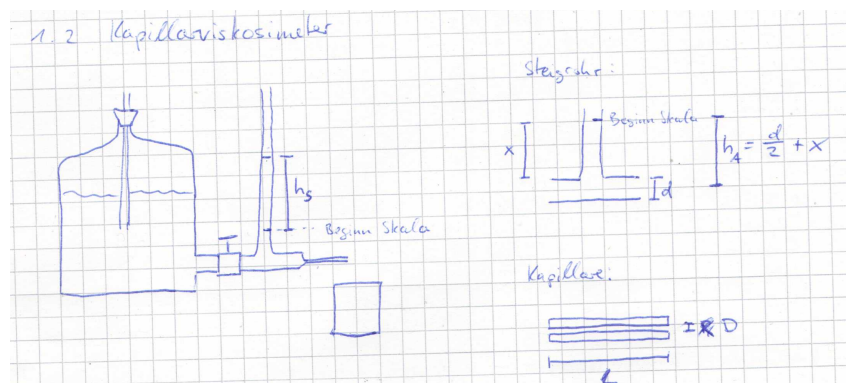


Abb. 2: Skizze aus dem Laborbuch ([Abbildung 13](#)) für das Kapillarviskosimeter

Beim Kapillarviskosimeter wird ermittelt, welches Volumen V in einer Zeit t durch eine Kapillare fließt. Dabei herrscht eine Druckdifferenz, die über ein Steigrohr gemessen wird. Am Steigrohr werden drei Längen gemessen, da die Skala des Steigrohrs nicht auf Höhe der Kapillare beginnt. Die auf der Skala abgelesene Höhe h_s muss mit dem Abstand der Skala zum Einströmrohr x und seinem Radius, der über den Durchmesser d ermittelt wird, verrechnet werden, um die tatsächliche Steighöhe h zu erhalten. In [Abbildung 2](#) ist das rechts oben zu erkennen. Der Durchmesser der ansteckbaren Kapillaren D und ihre Länge L wird mit einer Düsenlehre beziehungsweise einem Messschieber bestimmt.

3 Auswertung und Fehleranalyse

3.1 Viskositätsbestimmung am Kugelfallviskosimeter

Beim Kugelfallviskosimeter ergibt sich nach kurzer Zeit eine konstante Fallgeschwindigkeit v der Kugel. Aus dem herrschenden Kräftegleichgewicht zwischen Gravitations-, Auftriebs- und Stokesscher Reibungskraft ergibt sich folgende Formel, die für die Bestimmung der Viskosität verwendet wird [1]:

$$v = \frac{2}{9} \frac{r^2 g}{\eta} (\rho_K - \rho_{\text{Gly}}) \quad (1)$$

$$\text{mit } v = \frac{l}{t}. \quad (2)$$

Hierbei ist $r = d/2$ der Kugelradius, g der Orstfaktor, ρ_{Gly} und ρ_K die Dichten von Glycerin und den Kugeln.

Um die Viskosität zu ermitteln, werden die Zeit und die Kugelradien in Messreihen mit jeweils 10 Messwerten bestimmt. Die Daten sind in [Abbildung 14](#) bis [Abbildung 16](#) im Laborbuch zu sehen. Anschließend werden ihre Mittelwerte, Standardabweichungen und Standardabweichungen der Mittelwerte mit den Formeln aus [2] errechnet. Diese sind in [Tabelle 1](#) zusammengestellt.

Kugelradius r in mm	Mittelwert der Fallzeit \bar{t} in s	Standardabweichung der Zeit s_t in s	Standardabweichung vom Mittelwert der Zeit $s_{\bar{t}}$ in s
$1,4990 \pm 0,0007$	16,85	0,47	0,15
$1,7500 \pm 0,0011$	12,78	0,47	0,15
$1,9985 \pm 0,0008$	9,91	0,19	0,06
$2,2470 \pm 0,0013$	8,24	0,17	0,05
$2,4985 \pm 0,0008$	7,04	0,14	0,04
$2,7480 \pm 0,0008$	5,98	0,11	0,03
$2,9985 \pm 0,0008$	5,37	0,13	0,04

Tab. 1: Auswertung der Messwerte von Radien und Fallzeiten mit der Standardabweichung und der Standardabweichung vom Mittelwert

Außerdem werden noch die folgenden Messwerte mit den jeweiligen geschätzten Messunsicherheiten bestimmt. Die Messunsicherheiten werden beim Ablesen von analogen Skalen mit Dreiecks- und bei digitalen Skalen mit Rechtecksverteilung abgeschätzt. Zusätzlich zu den in der Formel benötigten Größen dokumentieren wir die Raumtemperatur T , da die Viskosität bei Temperaturänderungen großen Schwankungen unterliegt.

$$g = (9,808 \pm 0,001) \text{ m s}^{-2} \text{ aus [1]} \quad (3)$$

$$\rho_{\text{Gly}} = (1260 \pm 4) \text{ kg m}^{-3} \quad (4)$$

$$T = (23,0 \pm 0,4) \text{ }^\circ\text{C} \quad (5)$$

Die Dichte der Stahlkugel ρ_K und ihre Unsicherheit werden über folgende Formeln berechnet:

$$\rho_K = \frac{(m_{10}/10)}{V_k} = \frac{3(m_{10}/10)}{4\pi r^3} \quad (6)$$

$$\Delta\rho_K = \sqrt{\left(\frac{3\Delta(m_{10}/10)}{4\pi r^3}\right)^2 + \left(\frac{-9(m_{10}/10)}{4\pi r^4} \cdot \Delta r\right)^2} \quad (7)$$

Die Viskosität und ihre Unsicherheit können nun mit diesen Werten über folgende Formeln bestimmt werden:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 t}{l} (\rho_K - \rho_{\text{Gly}}) g \quad (8)$$

$$\Delta\eta = \frac{2r}{9l} \left[(2tg(\rho_K - \rho_{\text{Gly}})\Delta r)^2 + (rg(\rho_K - \rho_{\text{Gly}})\Delta t)^2 + \left(\frac{-rtg}{l} (\rho_K - \rho_{\text{Gly}})\Delta l \right)^2 + (rtg\Delta\rho_K)^2 + (rtg\Delta\rho_{\text{Gly}})^2 + (t(\rho_K - \rho_{\text{Gly}})\Delta g)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

Die so bestimmten Werte sind in [Tabelle 2](#) aufgeführt.

Kugelradius r in mm	Fallzeit \bar{t} in s	Scheinbare Viskosität η in Pa s
$1,4990 \pm 0,0007$	$16,85 \pm 0,15$	$1,248 \pm 0,019$
$1,7500 \pm 0,0011$	$12,78 \pm 0,15$	$1,276 \pm 0,019$
$1,9985 \pm 0,0008$	$9,91 \pm 0,06$	$1,298 \pm 0,011$
$2,2470 \pm 0,0013$	$8,24 \pm 0,05$	$1,358 \pm 0,012$
$2,4985 \pm 0,0008$	$7,04 \pm 0,04$	$1,432 \pm 0,011$
$2,7480 \pm 0,0008$	$5,98 \pm 0,03$	$1,473 \pm 0,010$
$2,9985 \pm 0,0008$	$5,37 \pm 0,04$	$1,576 \pm 0,013$

Tab. 2: Berechnete scheinbare Viskositäten mit Radien und Fallzeiten

3.2 Auswertung des Zusammenhangs von Kugelgröße und Viskosität

Bei der Formel für die Viskosität wird angenommen, dass die Kugeln in einer unendlich ausgedehnten Flüssigkeit fallen. Das ist bei diesem Versuchsaufbau natürlich nicht gewährleistet, mit kleiner werdendem Kugelradius wird diese Näherung aber immer besser. Es wird nun ein Zusammenhang zwischen Kugelradius und Viskosität untersucht und durch Extrapolation die wahre Viskosität von Glycerin bestimmt. Diese findet sich im y-Achsenabschnitt der Ausgleichskurve wieder. In [Abbildung 3](#) ist η nach r aufgetragen.

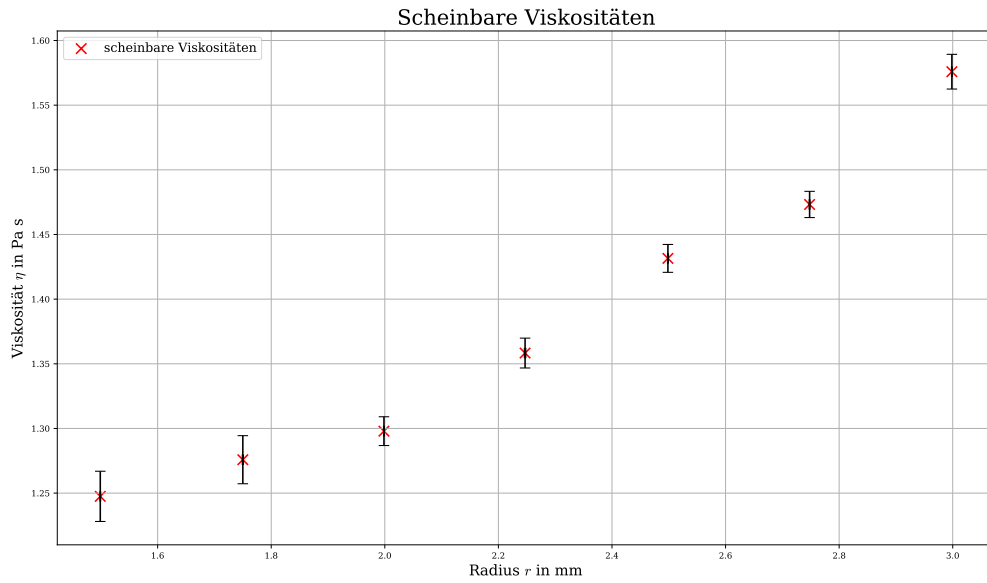


Abb. 3: Aufgetragen sind die scheinbaren Viskositäten η in Pa s gegen die Kugelradien r in mm.

Zunächst wird durch Lineare Regression konstruiert, gegen welchen Wert die Viskosität läuft, wenn r gegen 0 geht. Das ist sinnvoll, wenn man einen linearen Zusammenhang zwischen η und r vermutet. Die lineare Regression mit Steigung b und y -Achsenabschnitt a und ihre Unsicherheiten berechnen wir wie in [2] angegeben. [Abbildung 4](#) zeigt die lineare Regression mit Fehlergeraden.

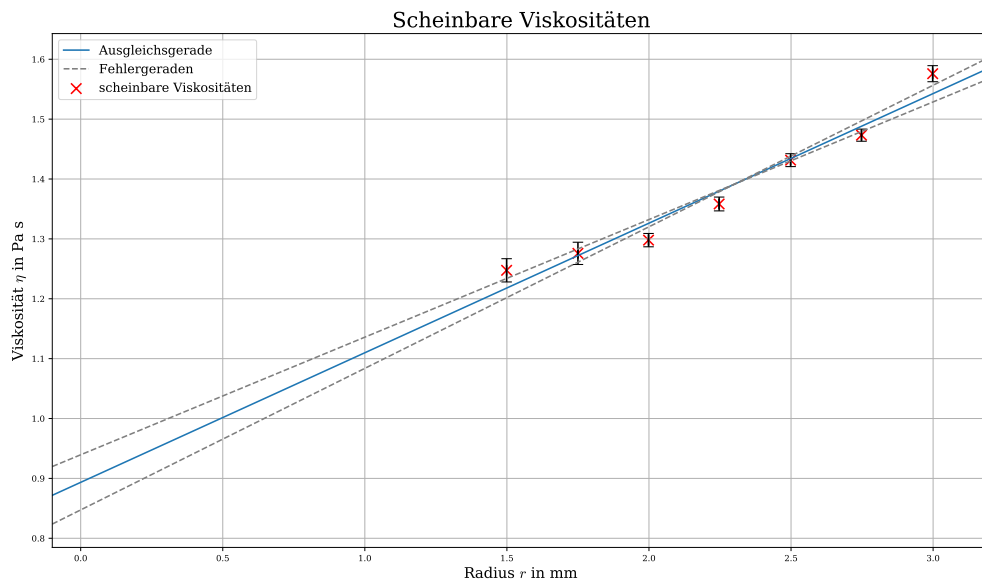


Abb. 4: Aufgetragen sind die scheinbaren Viskositäten η in Pa s gegen die Kugelradien r in mm mit Ausgleichsgeraden und Fehlergeraden.

Bei Betrachtung der Werte liegt nahe, dass ein linearer Zusammenhang nicht die beste Näherung ist. Deswegen wird ein möglicher quadratischer Zusammenhang untersucht. Das geschieht über lineare Regression der Wertepaare (r^2, η) . Sie befindet sich im Anhang in [Abbildung 11](#). Aus

Gründen der Übersichtlichkeit und besseren Vergleichbarkeit mit [Abbildung 4](#), wird hier nur [Abbildung 5](#) gezeigt. Sie trägt ebenfalls die Viskosität gegen den Radius auf.

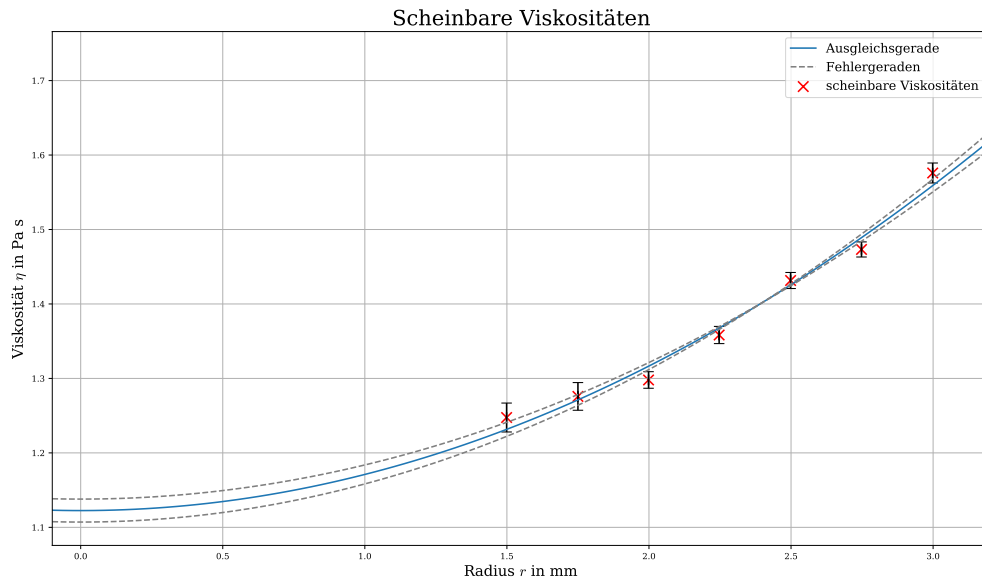


Abb. 5: Aufgetragen sind die scheinbaren Viskositäten η in Pa·s gegen die Kugelradien r in mm mit Ausgleichskurven und Fehlerkurven.

Die Viskosität erhalten wir in beiden Betrachtungen durch den y-Achsenabschnitt der jeweiligen Ausgleichskurve. Es ergeben sich dabei folgende Werte:

$$\eta_{\text{linear}} = (0,89 \pm 0,05) \text{ Pa}\cdot\text{s} \quad (10)$$

$$\eta_{\text{quadratisch}} = (1,123 \pm 0,015) \text{ Pa}\cdot\text{s} \quad (11)$$

Welche der beiden Extrapolations-Methoden die sinnvollere und mit dem Literaturwert verträglichere ist, wird in der Diskussion behandelt.

Um zu überprüfen, ob die Strömung laminar ist, wird die Reynoldszahl berechnet:

$$Re = \frac{\rho_{\text{Gly}} v d}{\eta} \quad (12)$$

Dabei verwenden wir die Dichte ρ_{Gly} aus [Gleichung 5](#) und unsere errechneten Werte für die jeweiligen Viskositäten aus [Tabelle 2](#). Die Fließgeschwindigkeit berechnen wir wie oben aus l und t und als charakteristische Größe d verwenden wir den Durchmesser der Kugeln. Da es in erster Linie auf die Größenordnung der Reynoldszahl ankommt, verzichten wir hier auf die Unsicherheiten. In [Tabelle 3](#) sind die berechneten Reynoldszahlen zusammengestellt.

Kugelradius r in mm	Reynoldszahl
$1,4990 \pm 0,0007$	0,08
$1,7500 \pm 0,0011$	0,12
$1,9985 \pm 0,0008$	0,17
$2,2470 \pm 0,0013$	0,2
$2,4985 \pm 0,0008$	0,3
$2,7480 \pm 0,0008$	0,3
$2,9985 \pm 0,0008$	0,4

Tab. 3: Reynoldszahl in Abhängigkeit des Kugelradius

Damit liegen alle Reynoldszahlen deutlich unter dem kritischen Wert $Re_{\text{kritisch}} = 1000$ [1] für turbulente Strömungen und die Strömungen sind laminar.

3.3 Viskositätsbestimmung am Kapillarviskosimeter

Beim Strömen von Flüssigkeiten durch eine Kapillare gilt das Hagen-Poiseuille-Gesetz. Es lautet [1]:

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi p R^4}{8 \eta L}. \quad (13)$$

Der Druck wird dabei über die Steighöhe h in einem Steigrohr ermittelt. Hierbei gilt der folgende Zusammenhang mit dem Ortsfaktor g und der Dichte $\rho = (998 \pm 1) \text{ kg m}^{-3}$ von Wasser [1]:

$$h = h_s + x + \frac{d}{2} \quad (14)$$

$$p = \rho g h = \rho g \left(h_s + x + \frac{d}{2} \right) \quad (15)$$

$$\Delta p = \sqrt{\left(g \left(h_s + x + \frac{d}{2} \right) \Delta \rho \right)^2 + \left(\rho \left(h_s + x + \frac{d}{2} \right) \Delta g \right)^2 + (\rho g \Delta h_s)^2 + (\rho g \Delta x)^2 + \left(\frac{\rho g}{2} \Delta d \right)^2} \quad (16)$$

Um die Viskosität zu bestimmen, wird zunächst der Volumenstrom V/t gegen R^4/L aufgetragen. In [Tabelle 4](#) sind die Ergebnisse aufgeführt, die in [Abbildung 6](#) aufgetragen sind.

R^4/L in 10^{-12} m^3	Volumenstrom V/t in ml s^{-1}	Druck p in Pa
$0,019 \pm 0,002$	$0,008 \pm 0,004$	690 ± 12
$0,272 \pm 0,013$	$0,100 \pm 0,008$	665 ± 12
$0,91 \pm 0,04$	$0,206 \pm 0,008$	671 ± 12
$1,08 \pm 0,04$	$0,312 \pm 0,008$	671 ± 12
$1,48 \pm 0,05$	$0,361 \pm 0,008$	671 ± 12
$1,63 \pm 0,06$	$0,436 \pm 0,009$	671 ± 12
$2,21 \pm 0,06$	$0,593 \pm 0,009$	671 ± 12
$2,61 \pm 0,07$	$0,68 \pm 0,02$	671 ± 12
$4,87 \pm 0,13$	$0,95 \pm 0,03$	661 ± 12

Tab. 4: Auswertung der Messwerte von Volumenstrom V/t in ml s^{-1} , R^4/L in 10^{-12} m^3 und dem Druck p in Pa mit deren Fehlerfortpflanzungen.

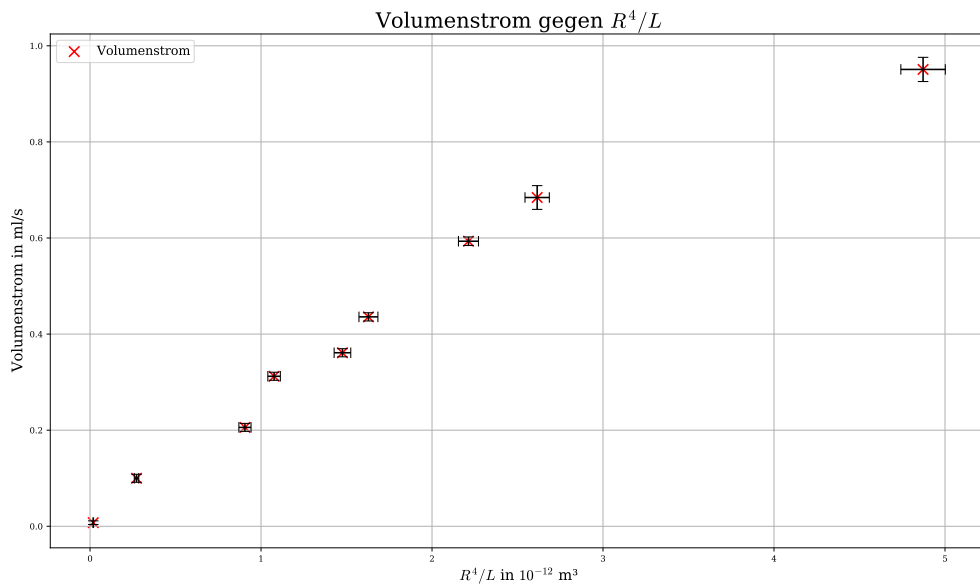


Abb. 6: Aufgetragen ist der Volumenstrom in ml s^{-1} gegen R^4/L in 10^{-12} m^3 .

Durch lineare Regression (Abbildung 7) erhalten wir die Steigung dieses Diagramms und können hieraus die Viskosität η bestimmen:

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi p R^4}{8 \eta L} = a + b \frac{R^4}{L} \quad \text{mit} \quad a = 0 \quad \text{und} \quad b = \frac{\pi p}{8 \eta}. \quad (17)$$

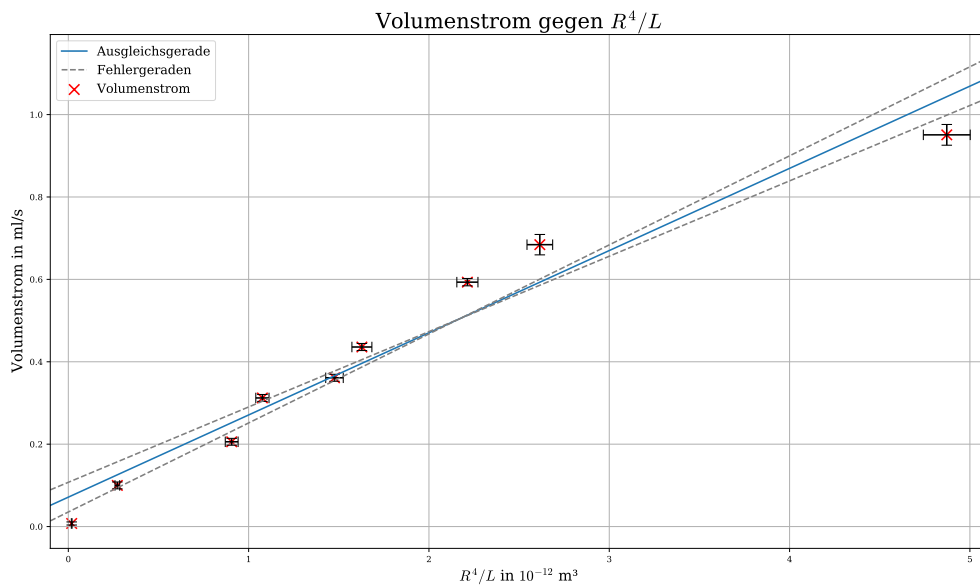


Abb. 7: Aufgetragen ist der Volumenstrom in ml s^{-1} gegen R^4/L in 10^{-12} m^3 mit Ausgleichgeraden und Fehlergeraden.

Dabei erhalten wir folgende Werte für a und b :

$$a = (7,1 \pm 3,6) \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (18)$$

$$b = (2,00 \pm 0,17) \cdot 10^5 \text{ s}^{-1} \quad (19)$$

Der Wert für a ist mit einem t -Wert von 1,97 mit dem erwarteten Wert 0 verträglich. Aus dem für b erhaltenen Wert berechnen wir nun die Viskosität, indem wir [Gleichung 17](#) nach η umstellen. Für p verwenden wir dabei den Mittelwert der verschiedenen Messungen:

$$\eta = \frac{\pi p}{8b} \quad (20)$$

$$\Delta\eta = \frac{\pi}{8} \sqrt{\left(\frac{\Delta p}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{b^2} \Delta b\right)^2} \quad (21)$$

$$\Rightarrow \eta = (1,32 \pm 0,11) \text{ mPa s} \quad (22)$$

Wie oben wird nun überprüft, ob die Strömung laminar ist. Diesmal nutzen wir für d den Röhrendurchmesser und für v die mittlere Strömungsgeschwindigkeit [\[4\]](#):

R^4/L in 10^{-12} m^3	Volumenstrom V/t in ml s^{-1}	Druck p in Pa	Reynoldszahl Re
$0,019 \pm 0,002$	$0,008 \pm 0,004$	690 ± 12	19
$0,272 \pm 0,013$	$0,100 \pm 0,008$	665 ± 12	113
$0,91 \pm 0,04$	$0,206 \pm 0,008$	671 ± 12	190
$1,08 \pm 0,04$	$0,312 \pm 0,008$	671 ± 12	250
$1,48 \pm 0,05$	$0,361 \pm 0,008$	671 ± 12	280
$1,63 \pm 0,06$	$0,436 \pm 0,009$	671 ± 12	349
$2,21 \pm 0,06$	$0,593 \pm 0,009$	671 ± 12	368
$2,61 \pm 0,07$	$0,68 \pm 0,02$	671 ± 12	439
$4,87 \pm 0,13$	$0,95 \pm 0,03$	661 ± 12	598

Tab. 5: Auswertung der Messwerte von Volumenstrom V/t in ml s^{-1} , R^4/L in 10^{-12} m^3 und dem Druck p in Pa mit deren Fehlerfortpflanzungen. Außerdem wird die Reynoldszahl aufgelistet.

Diese Werte für die Reynoldszahl deuten nicht auf eine turbulente Strömung hin. Allerdings fällt auf, dass der letzte Messwert stark nach unten von der Linearität abweicht und dazu die höchste Reynoldszahl besitzt, was auf eine leicht turbulente Strömung hinweisen kann. Deswegen wollen wir nun die lineare Regression ohne den letzten Messwert wiederholen:

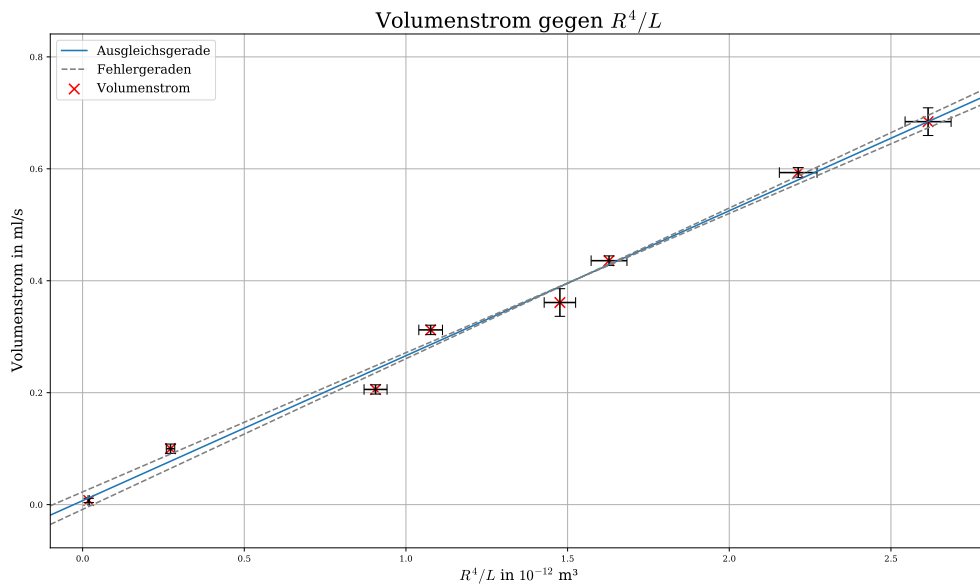


Abb. 8: Aufgetragen ist der Volumenstrom in ml s^{-1} gegen R^4/L in 10^{-12} m^3 mit Ausgleichgeraden und Fehlergeraden. Der letzte Messwert wird weggelassen.

Aus dieser linearen Regression erhält man nun folgende Werte für a und b :

$$a = (0,7 \pm 1,5) \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (23)$$

$$b = (2,59 \pm 0,10) \cdot 10^5 \text{ s}^{-1} \quad (24)$$

Der Wert für a ist mit einem t -Wert von 0,47 mit dem erwarteten Wert von 0 sehr gut verträglich, aus dem erhaltenen Wert für b berechnen wir erneut die Viskosität:

$$\eta_{\text{neu}} = (1,02 \pm 0,04) \text{ mPa s} \quad (25)$$

4 Diskussion der Ergebnisse

4.1 Vergleich mit Literaturwerten und Zusammenstellung der Ergebnisse

Die in diesen Versuchen ermittelten Viskositäten müssen nun noch mit Literaturwerten verglichen werden. Für Glycerin lesen wir die Viskosität bei einer Temperatur von $T = (23,0 \pm 0,4)^\circ\text{C}$ aus [Abbildung 9](#) aus [1] ab.

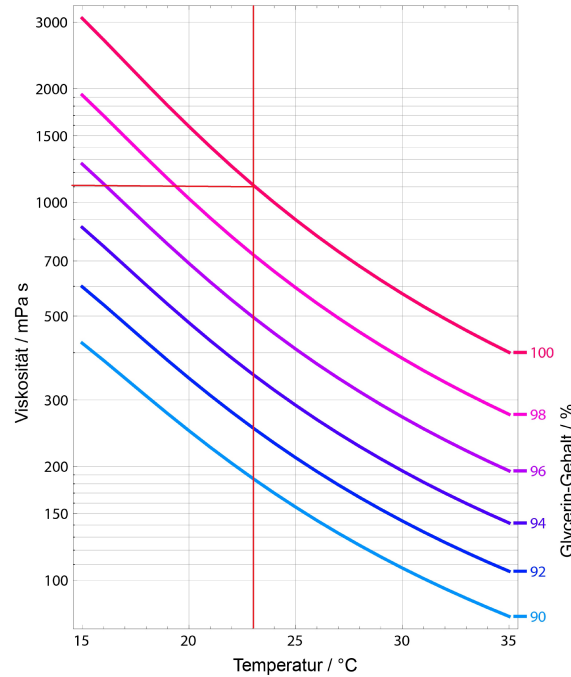


Abb. 9: Abbildung 8.1 aus [1]: Die starke Abhängigkeit der Viskosität von Glycerin von der Temperatur mit eingezeichneten Ablesehilfen

Dies liefert den Wert $\eta = (1,10 \pm 0,05) \text{ Pa s}$ mit einer Ableseunsicherheit. Die Viskositäten η_{lin} aus der linearen und η_{quad} aus der quadratischen Extrapolation sind mit ihren t -Werten in [Tabelle 6](#) dargestellt.

Viskosität η_{lin} in Pa s	t_{lin} -Wert	Viskosität η_{quad} in Pa s	t_{quad} -Wert
$0,89 \pm 0,05$	3,0	$1,123 \pm 0,015$	0,4

Tab. 6: Viskositäten aus linearer und quadratischer Extrapolation mit jeweiligen t -Werten

Für die Viskosität von Wasser sind uns Werte für die Viskosität bei $T = 20^\circ\text{C}$ und $T = 25^\circ\text{C}$ bekannt mit $\eta_{20^\circ\text{C}} = 1,001 \text{ mPa s}$ beziehungsweise $\eta_{25^\circ\text{C}} = 0,890 \text{ mPa s}$ [3]. Auch diese Werte vergleichen wir mit den beiden berechneten Viskositäten in [Tabelle 7](#), wobei η der Wert mit dem letzten und η_{neu} ohne den letzten Messwert ist:

	Viskosität η in mPa s	t -Wert	Viskosität η_{neu} in mPa s	t_{neu} -Wert
$20^\circ\text{C}: \eta_{20^\circ\text{C}} = 1,001 \text{ mPa s}$	$1,32 \pm 0,11$	2,9	$1,02 \pm 0,04$	0,5
$25^\circ\text{C}: \eta_{25^\circ\text{C}} = 0,890 \text{ mPa s}$	$1,32 \pm 0,11$	3,9	$1,02 \pm 0,04$	3,3

Tab. 7: Viskositäten aus beiden Auswertungen mit jeweiligen t -Werten

Außerdem gelangen wir zu folgenden Ergebnissen: Beim Kugelfallviskosimeter hängt die scheinbare Viskosität stark vom Radius der verwendeten Kugel ab. Außerdem liegt hier eine eindeutig

laminare Strömung vor. Die Messungen am Kapillarviskosimeter können das Hagen-Poiseuille-Gesetz bestätigen. Die Reynoldszahlen sind dabei deutlich größer als beim Kugelfallviskosimeter, aber immer noch im laminaren Bereich.

4.2 Fehlerdiskussion

Wie schon in der Aufgabenstellung erwähnt, gibt es einen systematischen Fehler beim Kugelfallviskosimeter, da angenommen wird, dass es sich um eine unendlich ausgedehnte Röhre handelt. Um diesem Fehler entgegenzuwirken, wurde im zweiten Teil der Auswertung der Zusammenhang zwischen Viskosität und Kugelgröße genauer untersucht. Die tatsächliche Viskosität wurde durch Extrapolation ermittelt.

Für die Dichte und die Durchmesser der Stahlkugeln hätte man die gegebenen Werte ohne weitere Messungen verwenden können. Dadurch hätte man einheitliche Werte und kleinere Unsicherheiten, allerdings müsste man dann eventuelle Abweichungen vom angegebenen Wert in Kauf nehmen. Solche Abweichungen können durch äußere Einflüsse wie Abnutzung oder Verformung der Kugeln entstehen.

Bei der Betrachtung des Zusammenhangs zwischen Radius und scheinbarer Viskosität ist es schwierig durch Extrapolation den exakten Wert der Viskosität zu bestimmen, da die genaue Abhängigkeit unbekannt ist. Obwohl der lineare Zusammenhang unwahrscheinlich ist, kann man ihn nicht komplett ausschließen oder eindeutig auf einen quadratischen Zusammenhang schließen. Möglich wäre zum Beispiel auch eine exponentielle Abhängigkeit. Trotzdem kann man mithilfe der t -Werte aus [Tabelle 6](#) Aussagen über die Verträglichkeit der beiden Modelle treffen. Mit einem t_{lin} -Wert von 3,0 ist das lineare Modell deutlich weniger verträglich als das quadratische. Bei diesem sind die Messwerte mit $t_{\text{quad}} = 0,4$ deutlich besser mit dem Literaturwert verträglich.

Der Versuch mit dem Kapillarviskosimeter ergibt einen Wert, der deutlich von der linearen Regression abweicht. Wie bereits oben erwähnt, besitzt dieser Messwert außerdem mit 598 die höchste Reynoldszahl. Dies könnte auf eine bereits leicht turbulente Strömung hindeuten, bei der das Hagen-Poiseuille-Gesetz keine Gültigkeit mehr hat. Ein grober Fehler bei der Messung ist aber auch nicht auszuschließen. Insgesamt ist es sinnvoll, die Auswertung ohne diesen Wert durchzuführen, da die Viskosität dadurch deutlich besser mit den Literaturwerten verträglich ist.

Was ebenfalls auffällt ist, dass die gemessene Viskosität, besser mit dem Literaturwert von 20 °C verträglich ist als mit dem von 25 °C . Die t -Werte beim Vergleich mit dem Literaturwert $\eta_{25\text{ °C}}$ sind mit 3,9 bzw. 3,3 deutlich unverträglich. Allerdings ist unsere gemessene Temperatur mit $T = (23,0 \pm 0,4)\text{ °C}$ näher an $T = 25\text{ °C}$. Ursache könnte eine von der Raumtemperatur abweichende Wassertemperatur sein oder eine Beeinflussung des Thermometers durch Körperwärme. Ein Vergleich mit einem weiteren Thermometer gegen Ende des Versuchs, welches eine Temperatur von $T = (22,0 \pm 0,4)\text{ °C}$ zeigte, legt auch eine größere Ungenauigkeit der Thermometer als angenommen nahe.

Die Bestimmung des ausgelaufenen Volumens kann durch Wasserrückstände aus vorherigen Messungen verfälscht sein. Auch das Wegziehen des Auffanggefäßes kann zu weiteren Ungenauigkeiten beitragen.

4.3 Diskussion und Vergleich der Messmethoden

Abschließend sollen nun die beiden Messmethoden verglichen und Vor- und Nachteile diskutiert werden.

Der wichtigste Unterschied zwischen den beiden Messmethoden ist zunächst, dass sie Viskositäten in sehr unterschiedlichen Größenordnungen messen können. Dies ist vermutlich der Haupt-

grund dafür, dass überhaupt zwei unterschiedliche Messmethoden verwendet werden. Das Kugelfallviskosimeter misst Viskositäten im Bereich von wenigen Pa.s. Eine Messung sehr viel kleinerer Viskositäten wie von Wasser wäre schwer möglich, da die Endgeschwindigkeit v erst nach einiger Zeit erreicht wird und einen viel größeren Wert annehmen würde. Das Kapillarviskosimeter auf der anderen Seite misst Viskositäten im Bereich von mPa.s. Würde man damit beispielsweise Glycerin messen wollen, würde das sehr lange dauern, da aufgrund der vergleichsweise hohen Viskosität fast keine Flüssigkeit durch die Kapillaren strömen würde.

Ein Vorteil des Kugelfallviskosimeters ist, dass die Reynoldszahlen extrem klein sind und damit turbulente Strömungen keine Rolle spielen. Beim Kapillarviskosimeter sind die Reynoldszahlen vergleichsweise hoch und können je nach Wahl der Kapillaren überhalb der kritischen Reynoldszahl liegen, wodurch das Hagen-Poiseuille Gesetz seine Gültigkeit verliert.

Ein Vorteil des Kapillarviskosimeters ist, dass die Viskosität direkt durch lineare Regression aus den Messwerten ermittelt werden kann und keine Extrapolation nötig ist. Eine Extrapolation ist besonders bei einem nicht klar zu erkennenden zugrundeliegenden Zusammenhang fehleranfällig. Sollte die Abhängigkeit zwischen Radius und Viskosität bekannt sein, besteht hierdurch kein Nachteil des Kugelfallviskosimeters. Eine weitere Möglichkeit diesen Fehler zu verringern, ist es, kleinere Kugeln oder eine dickere Röhre zu verwenden, damit die Näherung der unendlich ausgedehnten Flüssigkeit korrekter wird.

Eine Gemeinsamkeit der Messmethoden ist, dass ihre relative Unsicherheit in der selben Größenordnung von unter 10% liegt. Daher sind beide Methoden vergleichbar genau.

Literatur

- [1] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Versuch 8 - Viskosität, Versuchsbeschreibung des Physiklabors für Anfänger*innen*, (2021)
- [2] Dr. Christof Bartels, Dr. Lukas Bruder, Dr. Thomas Pfohl: *Datenanalyse - Skript zur Vorlesung am 06.09.2021*, (2021)
- [3] Dr. Björn Lippold: *chemie* https://www.chemie.de/lexikon/Wasser_%28Stoffdaten%29.html (aufgerufen am: 16.09.2021)
- [4] Böswirth L., Bschorer S. *Rohrströmung und Druckverlust. In: Technische Strömungslehre*. Vieweg+Teubner Verlag (2012) https://doi.org/10.1007/978-3-8348-8647-7_8 (aufgerufen am: 16.09.2021)

6 Anhang

6.1 Tabellen und Grafiken

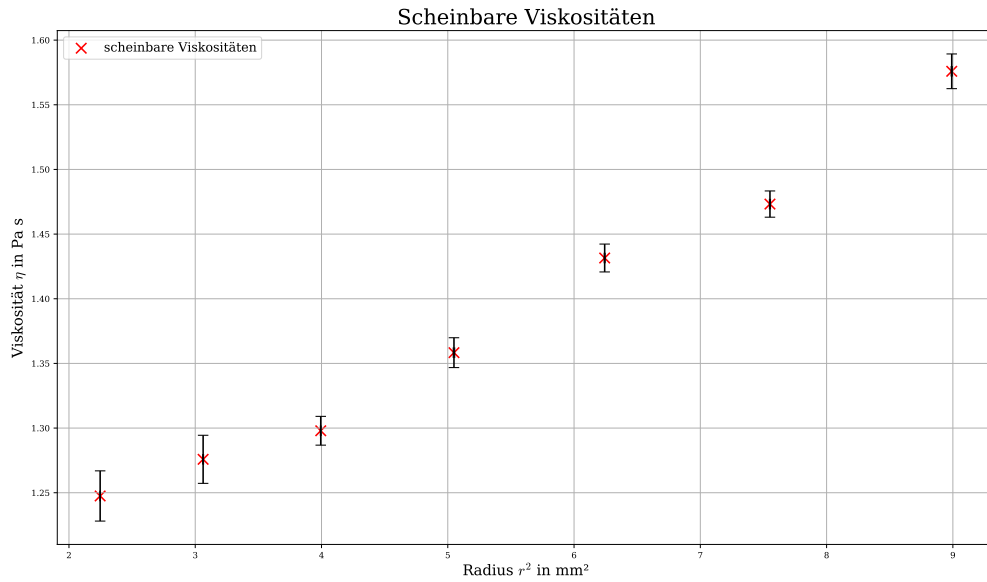


Abb. 10: Aufgetragen sind die scheinbaren Viskositäten η in Pa s gegen die quadratischen Kugelradien r^2 in mm^2 .

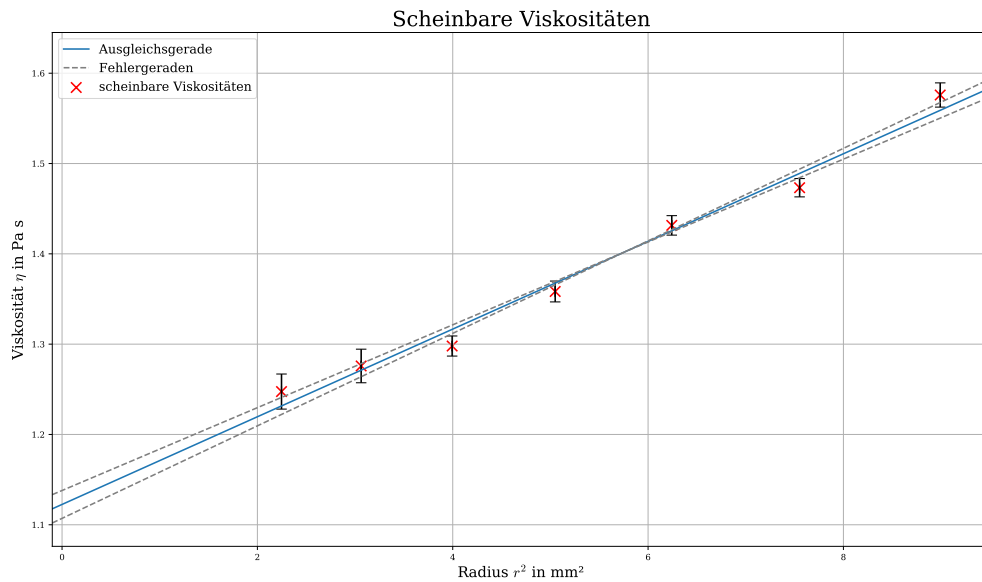


Abb. 11: Aufgetragen sind die scheinbaren Viskositäten η in Pa s gegen die quadratischen Kugelradien r^2 in mm^2 mit Ausgleichskurven und Fehlerkurven.

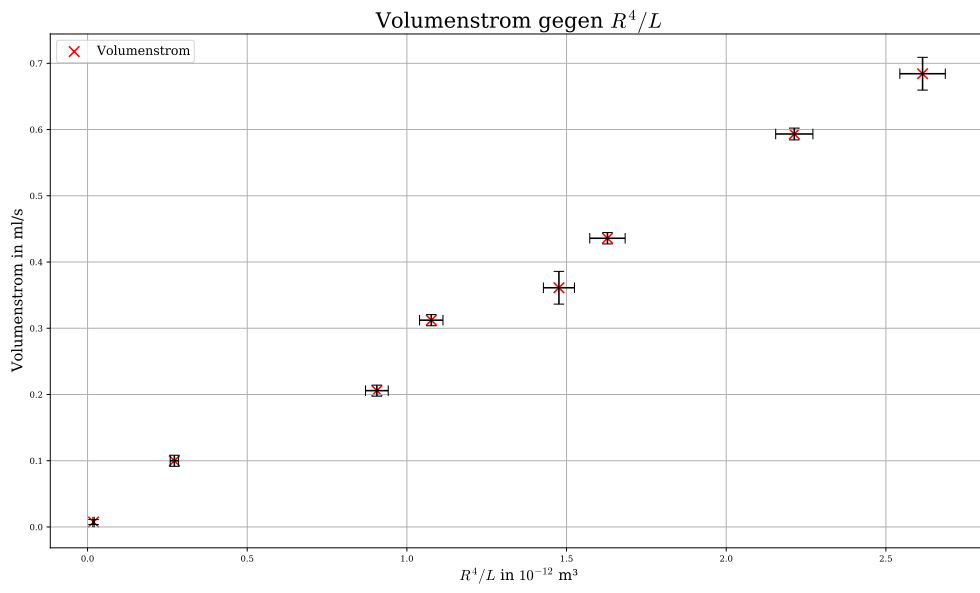


Abb. 12: Aufgetragen ist der Volumenstrom in ml s^{-1} gegen R^4/L in 10^{-12} m^3 . Der höchste Wert wird weggelassen.

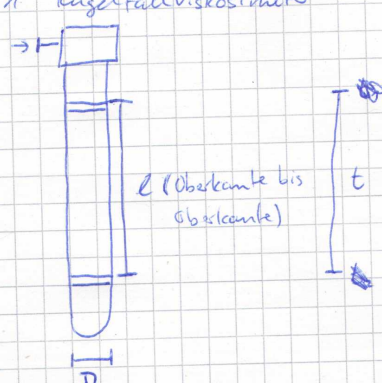
6.2 Laborbuch

15.09.21

Versuch 8 - Viskosität

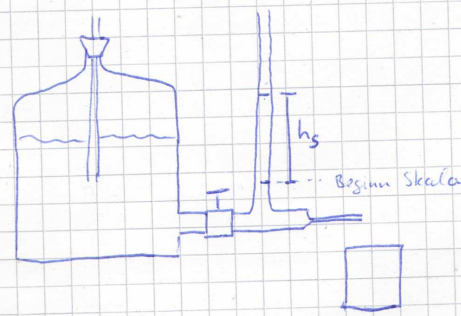
1. Versuchsaufbau

1.1 Kugelfallviskosimeter



Kugel:
○ | d

1.2 Kapillarviskosimeter



Steigrohr:
x | Beginn Skala | $h_s = \frac{d}{2} + x$
| Id

Kapillare:
| Id | d
| L

2. Messungen

2.1 Kugelfallviskosimeter

$$l = 43,7 \pm \frac{0,3}{\sqrt{6}} \text{ cm}$$

$$D = 3,50 \pm \frac{0,05}{\sqrt{6}} \text{ cm}$$

$$T = 23 \pm \frac{10,5}{\sqrt{6}} \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\rho_{\text{Gly}} = 1260 \pm \frac{10}{\sqrt{6}} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$s_d = \frac{0,01 \text{ mm}}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta t = \frac{0,35}{\sqrt{3}}$$

Abb. 13: Laborbuch, Seite 1

Kugeldurchmesser d in mm	Fallzeit t in s	Masse von 10 Kugeln in g	
6,00	5,28	$8,82 \pm \frac{0,02}{\sqrt{3}}$	
6,00	5,37		
5,99	5,59		
6,00	5,15		
5,99	5,37		
6,00	5,28		
6,00	5,40		
6,00	5,53		
5,99	5,25		
6,00	5,43		
5,50	6,06		$6,78 \pm \frac{0,02}{\sqrt{3}}$
5,49	5,93		
5,49	6,12		
5,50	6,03		
5,50	6,06		
5,50	6,03		
5,49	5,90		
5,50	5,75		
5,49	6,03		
5,50	5,90		
5,00	7,28	$5,09 \pm \frac{0,02}{\sqrt{3}}$	
5,00	7,06		
5,00	7,09		
5,00	6,78		(Messuhr hat nicht richtig ausgelöst)
5,00	6,93		
5,00	7,18		

Abb. 14: Laborbuch, Seite 2

Kugeldurchmesser d in mm	Fallzeit t in s	Masse von 10 Kugeln in g
5,00	7,06	
4,99	7,09	
4,99	7,00	
4,99	6,93	
4,49	8,25	$8,71 \pm \frac{0,02}{\sqrt{3}}$
4,50	8,15	
4,48	8,28	
4,50	8,28	
4,49	8,21	
4,50	8,12	
4,50	8,46	
4,48	8,56	
4,50	8,12	
4,50	7,96	
4,00	9,87	$2,62 \pm \frac{0,02}{\sqrt{3}}$
4,00	10,03	
4,00	9,65	
3,99	10,15	
3,99	9,93	
4,00	9,75	
3,99	9,78	
4,00	9,71	
4,00	10,03	
4,00	10,18	

Abb. 15: Laborbuch, Seite 3

Kugeldurchmesser d in mm	Fallzeit t in s	Masse von 10 Kugeln in g
3,49	13,03	$1,75 \pm \frac{0,02}{\sqrt{3}}$
3,50	12,78	
3,50	12,65	
3,50	12,53	
3,49	12,25	
3,50	13,87	
3,51	13,03	
3,50	12,37	
3,51	12,90	
3,50	12,40	
2,99	17,06	$1,11 \pm \frac{0,02}{\sqrt{3}}$
3,00	16,59	
3,00	16,43	
2,99	18,03	(sehr nah am Rand & einmal angestoßen)
3,00	16,78	
3,00	16,59	
3,00	16,75	
3,00	17,09	
3,00	16,53	
3,00	16,62	

Abb. 16: Laborbuch, Seite 4

2.2 Kapillarviskosimeter

$$T = 23 \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta t = \frac{0,33}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta h_s = \frac{2}{\sqrt{6}} \text{ mm}$$

$$d = 13,0 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}} \text{ mm}$$

$$\Delta V = 0,25 \text{ mL}$$

$$\Delta L = \frac{0,1}{\sqrt{6}} \text{ mm}$$

$$x = 1,8 \pm \frac{0,1}{\sqrt{6}} \text{ cm}$$

$$\Delta D = \frac{0,1}{\sqrt{6}} \text{ mm}$$

D in mm	L in cm	V in mL	t in s	h _s in mm
1,20	12,05	9	30,65	42,5
1,04	9,07	6	30,40	43,5
1,20	7,95		30,31	43,5
0,85				
0,85	12,00	3,0	30,03	43,5
1,04	8,07	6,25	30,37	44,0
1,20	7,96	13,25	30,40	44,0
1,20	12,05	9,5	30,43	44,0
1,53	7,03	29 ± 0,75	30,50	43,0
1,50	12,10	21 ± 0,75	30,69	44,0
1,24	10,01	11	30,46	44,0
0,38	6,54	0,5	66,53	46
1,55	16,3 ± 0,1 / √6	18,0	30,34 66,53	44

Volumen falsch abgelesen

} andere Messzyklen für V

Linear statt Messschieber für L

15 g C₂₁

Abb. 17: Laborbuch, Seite 5

Tabellenverzeichnis

1	Auswertung Messwerte Kugelfallviskosimeter	4
2	Viskositäten Kugelfallviskosimeter	5
3	Reynoldszahlen Kugelfallviskosimeter	8
4	Auswertung Messwerte Kapillarviskosimeter	8
5	Reynoldszahlen Kapillarviskosimeter	10
6	Viskositäten Glycerin	12
7	Viskositäten Wasser	12

Abbildungsverzeichnis

1	Aufbau Kugelfallviskosimeter	2
2	Aufbau Kapillarviskosimeter	2
3	Scheinbare Viskositäten gegen Kugelradien	6
4	Lineare Regression bei Viskosität gegen Kugelradien	6
5	Viskosität gegen Kugelradien mit quadratischer Regression	7
6	Volumenstrom gegen R^4/L mit höchstem Wert	9
7	Volumenstrom gegen R^4/L mit linearer Regression mit höchstem Wert	9
8	Volumenstrom gegen R^4/L mit linearer Regression ohne höchstem Wert	11
9	Temperaturabhängigkeit der Viskosität	12
10	Viskosität gegen quadratische Kugelradien ohne Regression	16
11	Viskosität gegen quadratische Kugelradien mit linearer Regression	16
12	Volumenstrom gegen R^4/L ohne höchstem Wert	17
13	Laborbuch, Seite 1	18
14	Laborbuch, Seite 2	19
15	Laborbuch, Seite 3	20
16	Laborbuch, Seite 4	21
17	Laborbuch, Seite 5	22