

Universität Freiburg  
Physiklabor für Anfänger\*innen  
Ferienpraktikum nach dem Sommersemester 2023

## Versuch 6 Elastizitätsmodul



15. September 2023

Datum der Durchführung: 13. September 2023

Assistent:



## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel des Versuchs</b>	<b>1</b>
<b>2 Versuchsaufbau</b>	<b>1</b>
<b>3 Versuchsdurchführung</b>	<b>1</b>
<b>4 Auswertung und Fehleranalyse</b>	<b>3</b>
4.1 Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Stahl . . . . .	4
4.1.1 Berechnung des Flächenträgheitsmoments . . . . .	4
4.1.2 Messung des Biegepeils für verschiedene Massen . . . . .	4
4.1.3 Berechnung des Elastizitätsmoduls . . . . .	5
4.1.4 Elastische Verformung . . . . .	6
4.2 Einfluss des Abstands zwischen den Auflagepunkten . . . . .	6
4.3 Einfluss des Querschnittsprofils auf die Biegefestigkeit . . . . .	7
4.3.1 Zusammenhang zwischen Biegepeil und Querschnittsfläche . . . . .	7
4.3.2 Zusammenhang zwischen Biegepeil und Flächenträgheitsmoment . . . . .	7
<b>5 Diskussion</b>	<b>8</b>
5.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse . . . . .	8
5.2 Vergleich mit dem Literaturwert . . . . .	9
5.3 Fehlerquellen . . . . .	9
5.3.1 Generelle Fehlerquellen am Versuchsaufbau . . . . .	9
5.3.2 Fehlerquellen bei der Bestimmung des Elastizitätsmodul . . . . .	9
5.3.3 $s(A)$ und $s(I_y)$ . . . . .	9
5.3.4 Diskussion des „Ausreißers“ . . . . .	10
5.4 Verbesserungsmöglichkeiten . . . . .	10
<b>6 Anhang</b>	<b>11</b>
6.1 Diagramme . . . . .	11
6.2 Bilder Versuchsmaterial . . . . .	17
6.3 Laborheft . . . . .	18
6.4 Verzeichnisse . . . . .	21

## 1 Ziel des Versuchs

Im ersten Teil des Dreipunktbiegeversuchs bestimmen wir das Elastizitätsmodul  $E$  eines Stahlstabes indem wir die Biegung für verschiedene Belastungen durch angehängte Massestücke notieren. Wir überprüfen ob die Verformung elastisch ist und somit das Hooke'schen Gesetz angenommen werden kann. Im zweiten Teil untersuchen wir die Abhängigkeit der Auslenkung  $s$  vom Abstand  $d$  der Auflagepunkte (Siehe Abb. 2). Als Letztes wollen wir herausfinden wie das Querschnittsprofil eines Metalls die Biegefestigkeit beeinflusst.

## 2 Versuchsaufbau

Auf einer Optischen Bank sind zwei Schneiden beweglich aufgebaut (Abb. 1). Der Abstand  $d$  kann zwischen  $d = 16$  cm und  $d = 94$  cm eingestellt werden (Abb. 2). Auf die Schneiden wird der zu untersuchende Metallstab gelegt. Mittig zwischen den beiden Schneiden wird an der Metallprobe ein Führungsstück angebracht. Oberhalb des Führungsstückes sitzt eine Messuhr (Abb. 10). Die digitale Messuhr hat durch den Fühler Kontakt mit der Oberseite des Führungsstückes. Bei der Justierung der Messuhr wird darauf geachtet, dass der Kontakt bei der stärksten Auslenkung nicht abbricht. An das Führungsstück kann man verschiedene Gewichte  $m$  hängen. Als Gewichte zur Verfügung stehen 50 g, 100 g und 200 g (Abb. 9). Die Messuhr misst den entstehenden Biegepfel  $s$  der Metallstange bei einer Biegung der Probe. Als Proben stehen verschiedene Metallstäbe aus unterschiedlichen Metallen und Querschnittsprofilen zur Verfügung (Abb. 11 bis 14).

## 3 Versuchsdurchführung

Zunächst wird der Abstand  $d$  der Schneiden auf der optischen Bank eingestellt und abgelesen. Die Metallprobe wird auf die Schneiden gelegt, sodass die Probe senkrecht zu den Schneidenauflageflächen liegt. Das Führungsstück und die Messuhr wird mittig zwischen den beiden Schneiden angebracht. Der Träger für die Gewichte wird an den Haken des Führungsstückes gehängt. Nun wird das Fühlerstück der Messuhr in Kontakt mit der Oberseite des Führungsstückes gebracht und tariert. Werden jetzt Gewichte auf den Träger platziert, kann an der Messuhr der Biegepfel  $s$  abgelesen werden. Insgesamt werden mithilfe dieses Grundaufbaus und Vorgehenes drei verschiedene Versuche durchgeführt.

In Teil eins werden  $n = 20$  verschiedene Massen  $m$  an die Probe angehängt und die zugehörigen Biegepeile  $s$  bestimmt. Als Probe verwenden wir eine Stahlstange mit rechteckigem Querschnittsprofil. Der Schneidenabstand  $d$  wird einmalig gemessen und gilt für die gesamte Messreihe. Die einzelnen Messwerte werden in ein  $s(m)$ -Diagramm eingetragen.

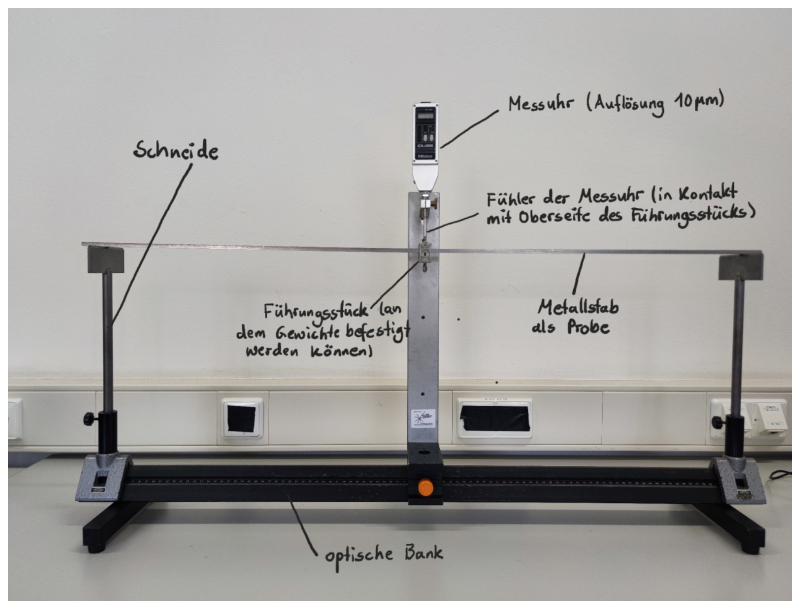


Abbildung 1: Versuchsaufbau

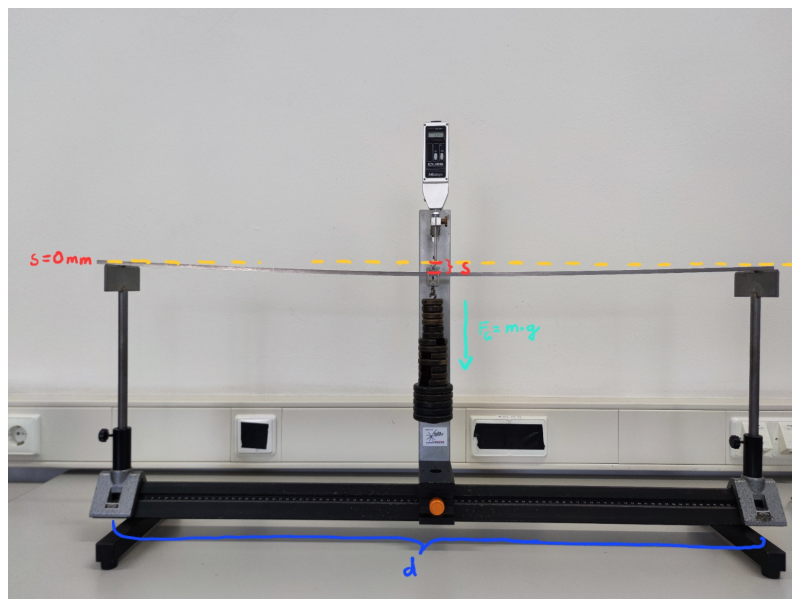


Abbildung 2: Dreipunktbiegung der Probe durch angehängte Gewichte

In Teil zwei wird eine konstante Masse  $m$  an den selben Probestab angehängt. Nun werden die Auslenkungen  $s$  bei  $n = 16$  verschiedenen Schneidenabständen  $d$  gemessen. Die Messwerte werden in ein doppelt-logarithmisches  $s(d)$ -Diagramm eingetragen.

Im dritten Teil messen wir bei mehreren Stahlproben mit unterschiedlichen Querschnittsprofilen den jeweiligen Biegepeil  $s$ . Als Querschnittsflächen  $A$  der Proben verwenden wir ein Rechteck, Quadrat, Kreis und Kreisring (Siehe Abb. 11 bis 14). Die angehängte Masse  $m$  und der Abstand  $d$  werden für alle Proben gleich gewählt. Die Messergebnisse werden in ein  $s(A)$ -Diagramm eingetragen.

## 4 Auswertung und Fehleranalyse

Wir bestimmen das Elastizitätsmodul  $E$  der Probe, aus folgenden gemessenen Werten: Dem Biegepeil  $s$ , der wirkenden Kraft  $F$ , dem Schneidenabstand  $d$  und dem Flächenträgheitsmoment  $I_y$ .

Es gilt folgender Zusammenhang zwischen den einzelnen Größen:

$$s = \frac{1}{48} \cdot \frac{F \cdot d^3}{E \cdot I_y} \quad (1)$$

Die Kraft  $F$  ist in unserem Versuchsaufbau die aus den angehängten Massen resultierende Gewichtskraft  $F_G = m \cdot g$ . Wir verwenden als Erdbeschleunigung den Literaturwert  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$  [Kno23]. Stellen wir nun Gleichung (1) nach  $E$  um folgt:

$$E = \frac{1}{48} \cdot \frac{m \cdot g \cdot d^3}{I_y \cdot s} \quad (2)$$

Das Flächenträgheitsmoment  $I_y$  ist abhängig vom Querschnitt der Probe. Für eine Biegung um  $y$  ist es allgemein folgendermaßen definiert:

$$I_y = \iint dy dz \quad (3)$$

Wie in der Versuchsanleitung [Fre23] erwähnt können die Massen  $m$  der Gewichte als exakt angenommen werden. Gegenüber den Fehlern beim Bestimmen der Querschnittsfläche  $A$  und Schneidenabstand  $d$  ist er vernachlässigbar gering.

Unsere digitale Messuhr gibt den Wert auf  $a = 10 \mu\text{m}$  genau an. Die Standardunsicherheit für eine Rechtecksverteilung der Breite  $2a$  berechnet sich wie folgt:

$$\begin{aligned} \Delta s &= \frac{a}{\sqrt{3}} \\ &= 5,8 \cdot 10^{-6} \text{ m} \end{aligned} \quad (4)$$

## 4.1 Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Stahl

Zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls  $E$  von Stahl verwenden wir als Probe einen vierkant Stahlstab (Abb. 11) mit folgenden Maßen:

Tabelle 1: Kantenlängen Stab mit rechteckigem Querschnitt

	Länge	Messinstrument	W. keitsverteilung
lange Kante $a$	$(9,9 \pm 0,1)$ mm	Messschieber	Dreiecksverteilt
kurze Kante $b$	$(5,9 \pm 0,1)$ mm	Messschieber	Dreiecksverteilt

Die Genauigkeit beim Ablesen am Messschieber schätzen wir auf  $\pm 0,1$  mm.

Den Schneidenabstand  $d$  haben wir auf  $d = 650$  mm eingestellt. Die Messunsicherheit haben wir auf  $\pm 1$  mm geschätzt. Somit ist  $d = (650 \pm 1)$  mm.

### 4.1.1 Berechnung des Flächenträgheitsmoments

Wir berechnen das Flächenträgheitsmoment  $I_y$  des Stahlstabes folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
 \hat{I}_y &= \frac{1}{12} a \cdot b^3 = 169,4 \text{ mm}^4 \\
 \Delta I_y &= \sqrt{\left(\frac{\partial I_y}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial I_y}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{1}{12} \cdot b^3 \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{1}{4} \cdot a \cdot b^2 \cdot \Delta b\right)^2} \\
 &= 8,8 \text{ mm}^4 \\
 \Rightarrow I_{y_1} &= (169,4 \pm 8,8) \text{ mm}^4
 \end{aligned} \tag{5}$$

Die Unsicherheit des Flächenträgheitsmomentes haben wir über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung berechnet.

Die relative Unsicherheit des Flächenträgheitsmomentes ist:

$$\frac{\Delta I_y}{\hat{I}_y} = 5,2 \%$$

### 4.1.2 Messung des Biegepeils für verschiedene Massen

Wir hängen wie in Abschnitt 3 erwähnt  $n = 20$  verschiedene Massen  $m$  an das Führungsstück, messen jeweils den Biegepeil  $s$  und tragen die Werte in Tabelle 2 ein.

Tabelle 2: Messung  $s$  für verschiedene Massen  $m$ 

$m[g]$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$s[mm]$	0.07	0.15	0.23	0.30	0.38	0.46	0.53	0.61	0.70	0.77
$m[g]$	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
$s[mm]$	0.85	0.93	1.01	1.07	1.14	1.22	1.30	1.37	1.46	1.54

Die Messwerte tragen wir mit den Messfehlern in ein  $s(m)$ -Diagramm ein (Siehe Abb. 3). Wir bestimmen zusätzlich durch eine lineare Regression die optimale Ausgleichsgerade  $y = \alpha x + \beta$  an die experimentellen Messdaten.

Für die Steigung  $\alpha$  erhalten wir den Bestwert  $\hat{\alpha} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m kg}^{-1}$ . Für den y-Achsenabschnitt  $\beta$  erhalten wir den Bestwert  $\hat{\beta} = -2,4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ .

Um die Qualität unserer Ausgleichsgerade bewerten zu können erstellen wir zusätzlich ein Residuendiagramm mit Fehlerbalken (Siehe Abb. 4).

Für die Standardunsicherheiten von  $\alpha$  erhalten wir  $\Delta\alpha = 0,017 \cdot 10^{-3} \text{ m kg}^{-1}$ . Sie stammt aus der Unsicherheit bei der  $s$ -Messung.

#### 4.1.3 Berechnung des Elastizitätsmoduls

Mit Gleichung (2) berechnen wir nun das Elastizitätsmodul unserer Stahlprobe:

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1}{48} \cdot \frac{g \cdot d^3}{I_y} \cdot \frac{m}{s} \\
 &= \frac{1}{48} \cdot \frac{g \cdot d^3}{I_y} \cdot \frac{1}{\alpha} \\
 &= 2,21 \cdot 10^{11} \text{ Pa}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Die aus den Unsicherheiten  $\Delta L$ ,  $\Delta I$  und  $\Delta\alpha$  resultierende Unsicherheit  $\Delta E$  wird mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\begin{aligned}
 \Delta E &= \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial d} \cdot \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial I_y} \cdot \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha} \cdot \Delta\alpha\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{3}{48} \cdot \frac{g \cdot d^2}{I_y} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \Delta d\right)^2 + \left(-\frac{1}{48} \cdot \frac{g \cdot d^3}{I_y^2} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \Delta I\right)^2 + \left(-\frac{1}{48} \cdot \frac{g \cdot d^3}{I_y} \cdot \frac{1}{\alpha^2} \cdot \Delta\alpha\right)^2} \\
 &= \sqrt{(1,02 \cdot 10^9)^2 + (-1,15 \cdot 10^{10})^2 + (-2,50 \cdot 10^9)^2} \\
 &= 1,19 \cdot 10^{10} \text{ Pa}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Unser Eisenstab hat also ein Elastizitätsmodul von:

$$E = (2,21 \pm 0,12) \cdot 10^{11} \text{ Pa} \quad (8)$$

Der relativen Fehler dieses Messwertes beträgt:

$$\frac{\Delta E}{\hat{E}} = 5,2\%$$

#### 4.1.4 Elastische Verformung

Anhand unseres Diagramms (Abb. 3) können wir erkennen, dass die Verformung unseres Stahlstabes elastisch ist. Da wir einen linearen Anstieg unserer Ausgleichsgerade feststellen können und unser Residuendiagramm diese Linearität unter Beweis stellt, gilt das Hookesche Gesetz

$$\sigma = E\epsilon \quad (9)$$

Wobei  $\epsilon$  unsere relative Dehnung und  $\sigma$  die mechanische Spannung ist. Das Elastizitätsmodul ist die Proportionalitätskonstante im Hooke'schen Gesetz.

## 4.2 Einfluss des Abstands zwischen den Auflagepunkten

Im zweiten Versuch untersuchen wir die Abhängigkeit des Biegepeils  $s$  vom Abstand  $d$  der beiden Schneiden. Dabei benutzen wir weiterhin den Stab mit der rechteckigen Grundfläche (Abb. 11). Diesemal verwenden wir für die gesamte Messreihe als Gewicht  $m = 500 \text{ g}$ . Wir haben für insgesamt  $n = 14$  unterschiedliche Abstände  $d$  die dazugehörigen Biegepeile  $s$  bestimmt und in Tabelle 3 übertragen.

Tabelle 3: Abhängigkeit vom Abstand zwischen Auflagepunkten

$d[\text{cm}]$	94	88	82	76	70	64	58
$s[\text{mm}]$	2,36	1,90	1,54	1,23	0,98	0,74	0,54
$d[\text{cm}]$	52	46	40	34	28	22	16
$s[\text{mm}]$	0,42	0,33	0,17	0,12	0,06	0,02	0,01

Beim Auftragen von  $s$  gegen  $d$  in ein doppelt-logarithmisches Diagramm erwarten wir aufgrund von Gleichung (6) einen linearen Zusammenhang. Legen wir mithilfe von linearer Regression eine Ausgleichsgerade an, bestätigt sich in Abb. 6 diese Erwartung. Die Proportionalität von  $s$  zu  $d^3$  ist in Abb. 5 und 6 zu erkennen.



### 4.3 Einfluss des Querschnittsprofils auf die Biegefestigkeit

Wir untersuchen wie sich der Querschnitt der Probe auf den Biegepfel  $s$  auswirkt. Wir betrachten hierfür vier verschiedene Stahlproben (Abb. 11 bis 14) und verwenden als Schneidenabstand  $d = (94,0 \pm 0,1)$  cm. Als angehängte Masse wählen wir  $m = 500$  g. Unsere Fehler der Grundfläche berechnen wir wieder mit der Gauß'sche Fehlerfortpflanzung. Die gemessenen Werte der einzelnen Proben sind in Tabelle 4 eingetragen.

Tabelle 4: Querschnittsabhängigkeit

Grundfläche	Maße in $mm$	Grundfläche $A$ in $mm^2$	$s$ in $mm$
Rechteckig	$a = (9.9 \pm 0.1)$ $b = (5.9 \pm 0.1)$	$(58.41 \pm 1.15)$	$(2.36 \pm 0.01)$
Quadratisch	$a = (6.9 \pm 0.1)$	$(47.61 \pm 1.38)$	$(1.24 \pm 0.01)$
Vollkreis	$r = (5.0 \pm 0.1)$	$(78.54 \pm 3.14)$	$(0.88 \pm 0.01)$
Kreisausschnitt	$r = (3.7 \pm 0.1)$ $R = (5.0 \pm 0.1)$	$(42.22 \pm 3.91)$	$(1.35 \pm 0.01)$

#### 4.3.1 Zusammenhang zwischen Biegepfel und Querschnittsfläche

Wir berechnen mit den Maßen aus Tabelle 4 die Querschnittsflächen  $A$  der vier Stahlproben. Die jeweils zugehörigen Biegepfel  $s$  tragen wir in ein  $s(A)$ -Diagramm ein (Siehe Abb. 8). In dem Diagramm ist kein Zusammenhang zu erkennen.

Deutlich interessanter ist es, die Auslenkung  $s$  in Abhängigkeit vom Flächenträgheitsmoment  $I_y$  zu betrachten.

#### 4.3.2 Zusammenhang zwischen Biegepfel und Flächenträgheitsmoment

Wir berechnen die einzelnen Flächenträgheitsmomente der verschiedenen Stahlproben.

Für Probe 1, den Stab mit dem rechteckigen Querschnitt, haben wir das Flächenträgheitsmoment bereits in Gleichung (5) berechnet:

$$\Rightarrow I_{y_1} = (169,4 \pm 8,8) \text{ mm}^4 \quad (10)$$

Bei der zweiten Probe, dem Stab mit quadratischem Querschnitt, berechnet sich das Flächenträgheitsmoment wie folgt:

$$\begin{aligned} \hat{I}_y &= \frac{1}{12} \cdot a^4 = 189 \text{ mm}^4 \\ \Delta I_y &= \frac{1}{3} \cdot a^3 \cdot \Delta a = 11,0 \text{ mm}^4 \\ \Rightarrow I_{y_2} &= (189 \pm 11) \text{ mm}^4 \end{aligned} \quad (11)$$

Für Probe 3, den zylindrischen Stab, verwenden wir die in [Fre23] angegebene Formel zur Berechnung des Flächenträgheitsmomentes bei einem kreisförmigen Querschnitt:

$$\begin{aligned}\hat{I}_y &= \frac{\pi}{4} \cdot r^4 = 490,9 \text{ mm}^4 \\ \Delta I_y &= \pi \cdot r^3 \cdot \Delta r = 39,3 \text{ mm} \\ \Rightarrow I_{y3} &= (491 \pm 39) \text{ mm}^4\end{aligned}\tag{12}$$

Bei der vierten Probe, dem hohlzylindrischen Stab, gehen wir identisch zu Stab 3 vor, ziehen allerdings noch den Hohlraum ab:

$$\begin{aligned}\hat{I}_y &= \frac{\pi}{4} \cdot (R^4 - r^4) = 343,7 \text{ mm}^4 \\ \Delta I_y &= \sqrt{(\pi \cdot R^3 \cdot \Delta R)^2 + (\pi \cdot r^3 \cdot \Delta r)^2} = 42,4 \text{ mm}^4 \\ \Rightarrow I_{y4} &= (344 \pm 42) \text{ mm}^4\end{aligned}\tag{13}$$

Trägt man die jeweiligen Biegepeile  $s$  gegen die Flächenträgheitsmomente  $I_y$  in einem Diagramm auf (siehe Abb. 7) erwarten wir aufgrund von Gleichung (6) einen antiproportionalen Zusammenhang. Dieser lässt sich bis auf einen Messpunkt (Diskussion in Abschnitt 5.3.4) grob erkennen.

## 5 Diskussion

### 5.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Unsere Auswertung hat für unsere Stahlstange aus Abschnitt 4.1 folgendes Elastizitätsmodul mit zugehörigem relativen Fehler ergeben:

$$\begin{aligned}E &= (2,21 \pm 0,12) \cdot 10^{11} \text{ Pa} \\ \frac{\Delta E}{E} &= 5,2\%\end{aligned}\tag{14}$$

Wir haben die Verformung des Stahls als elastisch identifiziert und daraus gefolgert, dass das Hooke'sche Gesetz gilt.

Anhand der logarithmischen Auftragung der Ergebnisse der Versuchreihe aus Versuch zwei (Abschnitt 4.2) haben wir die Proportionalität zwischen  $s$  und  $d^3$  gezeigt (Siehe Abb. 6).

## 5.2 Vergleich mit dem Literaturwert

Der Literaturwert für das Elastizitätsmodul von Stahl liegt bei  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Pa (Siehe [Ant23]). Wir stellen fest, dass unser gemessener Wert  $E = (2,21 \pm 0,12) \cdot 10^{11}$  Pa nicht signifikant vom Literaturwert abweicht. Er liegt im  $1\sigma$  Intervall um den Literaturwert.

## 5.3 Fehlerquellen

### 5.3.1 Generelle Fehlerquellen am Versuchsaufbau

Bei unserem Versuchsaufbau können an verschiedenen Stellen Fehler auftreten.

Beim Ablesen des Schneidenabstandes  $d$  liegt eine nicht zu vernachlässigende Ungenauigkeit durch das Ablesen vor. Auch war nicht gewährleistet, dass die Probe bei der Messung parallel zur optischen Achse auf den Schneiden auflag. Daraus resultiert eine weitere Unsicherheit von  $d$ . Der Fehler von  $d$  hat eine besonders große Auswirkung auf den bestimmten Wert des Elastizitätsmoduls, da der Schneidenabstand in Gleichung (6) mit der dritten Potenz eingeht.

Ein Fehler kann auch daraus folgen, dass Messuhr und Führungsstück nicht mittig zwischen den beiden Schneiden an an der Metallprobe platziert waren. Die Messuhr misst dann nicht den gewünschten Biegepfel  $s$  mittig an der Probe. Da wir eine digitale Messuhr verwenden liegt zusätzlich eine Unsicherheit  $\Delta s$  aufgrund der begrenzten Auflösung von  $10 \mu\text{m}$  vor. Dieser Fehler ist sehr klein und zu vernachlässigen.

### 5.3.2 Fehlerquellen bei der Bestimmung des Elastizitätsmodul

In Gleichung (7) haben wir mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung die Unsicherheit unseres Elastizitätsmoduls bestimmt. Die Unsicherheit  $\Delta E$  ist dominiert von der Unsicherheit bei der  $I_y$ -Bestimmung und der Fehlerbeitrag von der  $d$ - und  $\alpha$ -Messung kann vernachlässigt werden.

Der Fehler bei der Bestimmung des Flächenträgheitsmomentes resultiert aus der Unsicherheit der Querschnittsfläche. Bei der Vermessung der Seitenlängen unserer Probe treten nicht vernachlässigbare Fehler beim Ablesen mit dem Messschieber auf. Des Weiteren haben wir festgestellt, dass unsere Probe nicht überall die exakt selbe Querschnittsfläche aufweist.

### 5.3.3 $s(A)$ und $s(I_y)$

In Versuch drei haben wir den Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul und Probenquerschnitt betrachtet. Wir stellen fest, dass es keinen eindeutigen mathematischen Zusammenhang zwischen  $A$  und  $s$  gibt (wie man in Abb. 8 gut erkennen kann). Die Messpunkte unterliegen weder einem linearen, noch einem quadratischen oder kubischen Zusammenhang.

Dies liegt daran, dass neben der Größe der Querschnittsfläche auch die Querschnittsflächegeometrie einen Einfluss auf den Biegepfel und damit auch das Elastizitätsmodul hat.

Daher betrachten wir zusätzlich den Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul und Flächenträgheitsmoment beziehungsweise Biegepfel und Flächenträgheitsmoment. Unsere Annahme aus Abschnitt 4.3.2 bestätigt sich. Wir sehen in Abb. 7 bei drei unserer Messwerte den erwarteten antiproportionalen Zusammenhang:

$$s \propto \frac{1}{I_y} \quad (15)$$

Der eingezeichnete Wert einer Probe lässt sich jedoch nicht mit einem antiproportionalen Zusammenhang vereinbaren. In Abschnitt 5.3.4 werden wir dies ausgiebiger diskutieren.

Deutlich besser könnten man die Annahme des antiproportionalen Zusammenhangs zwischen Elastizitätsmodul und Flächenträgheitsmoment mit weiteren Messungen überprüfen. Dennoch lässt sich bereits mit unserer Anzahl an Messungen eine gute Hypothese aufstellen.

#### 5.3.4 Diskussion des „Ausreißers“

Es hat sich herausgestellt, dass sich unsere Annahme (Gleichung (15)) bis auf einen Messpunkt bestätigt. Dennoch ist in dem Diagramm ein „Ausreißer“ zu sehen. Der Wert bei  $I_y = 188,9 \text{ mm}^4$  sticht, verglichen mit den anderen Werten, deutlich heraus. Es handelt sich dabei um den Wert der Stahlprobe mit quadratischer Grundfläche.

Wir haben die Maße, Messwerte und Berechnungen, die zu den Ergebnissen von Biegepfel und Flächenträgheitsmoment des Stabes führen, mehrfach geprüft. Daher schätzen wir einen aus Messfehlern oder falscher Berechnung resultierenden Fehler als eher gering ein. Dennoch fällt auf, dass dieser Punkt um einen Faktor 2 falsch liegt. Es könnte also durchaus auch ein Fehler bei der Messung oder Berechnung zu diesem Ergebnis geführt haben.

Ein weiterer möglicher Erklärungsansatz wäre, dass der Stab nicht aus Stahl, sondern einem anderen Material beschaffen ist. Dafür sprechen würde die im Vergleich zu den anderen Stahlproben dunklere Farbe des Stabes (siehe Abb. 12).

#### 5.4 Verbesserungsmöglichkeiten

Eine Verbesserung am Versuchsaufbau wäre es, einen Weg zu finden um sicherzustellen, dass die Probe während der Messung parallel zur Optischen Bank liegt. Dies wäre beispielsweise durch ein Führung zu realisierbar.

Bei der Vermessung der Proben könnte für eine noch genauere Bestimmung der Maße eine Messschraube anstelle des Messschiebers verwendet werden.

## 6 Anhang

### 6.1 Diagramme

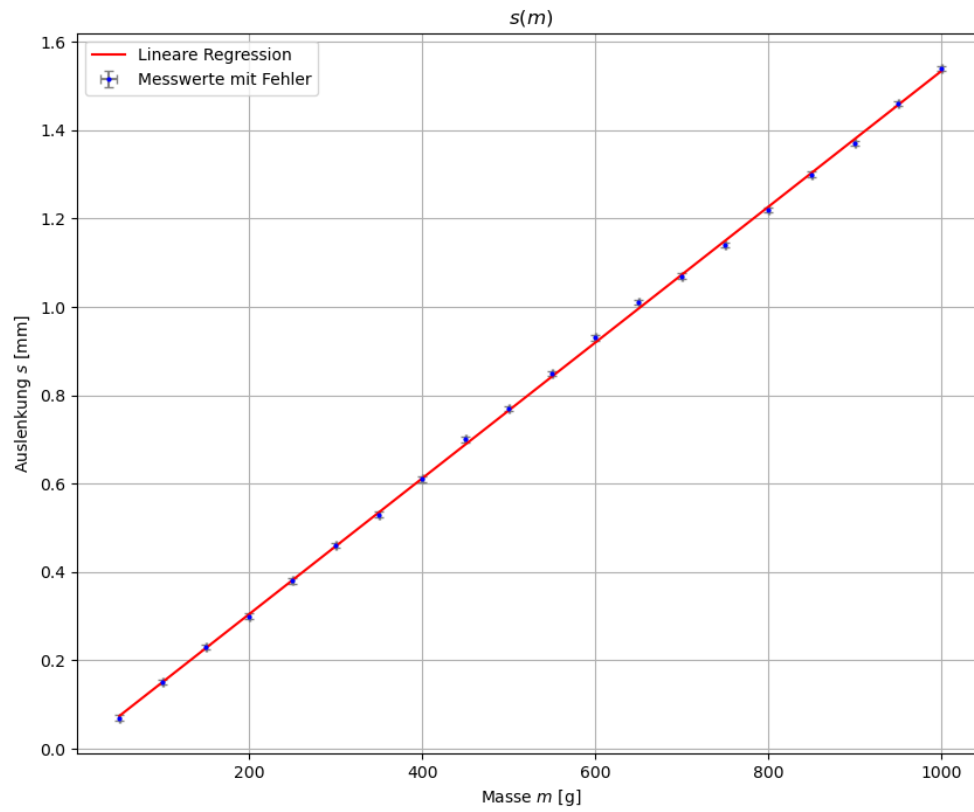


Abbildung 3:  $s(m)$ -Diagramm mit Ausgleichsgerade und Fehlerbalken (Stahlprobe mit rechteckiger Grundfläche)

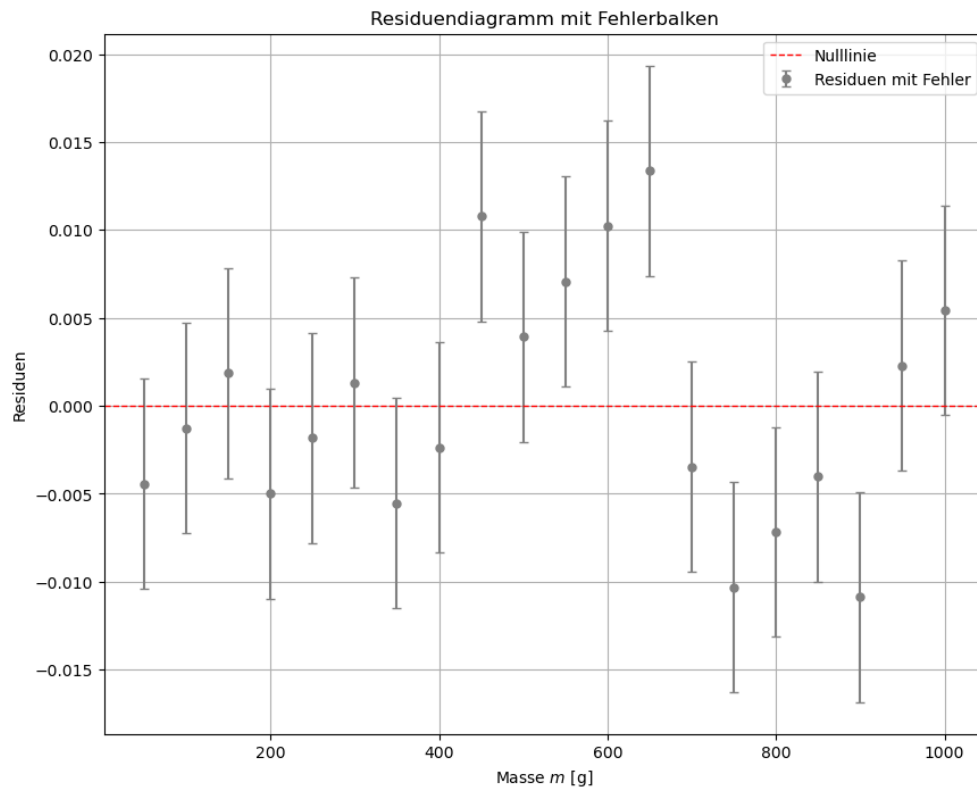


Abbildung 4: Residuendiagramm mit Fehlerbalken (Stahlprobe mit rechteckiger Grundfläche)

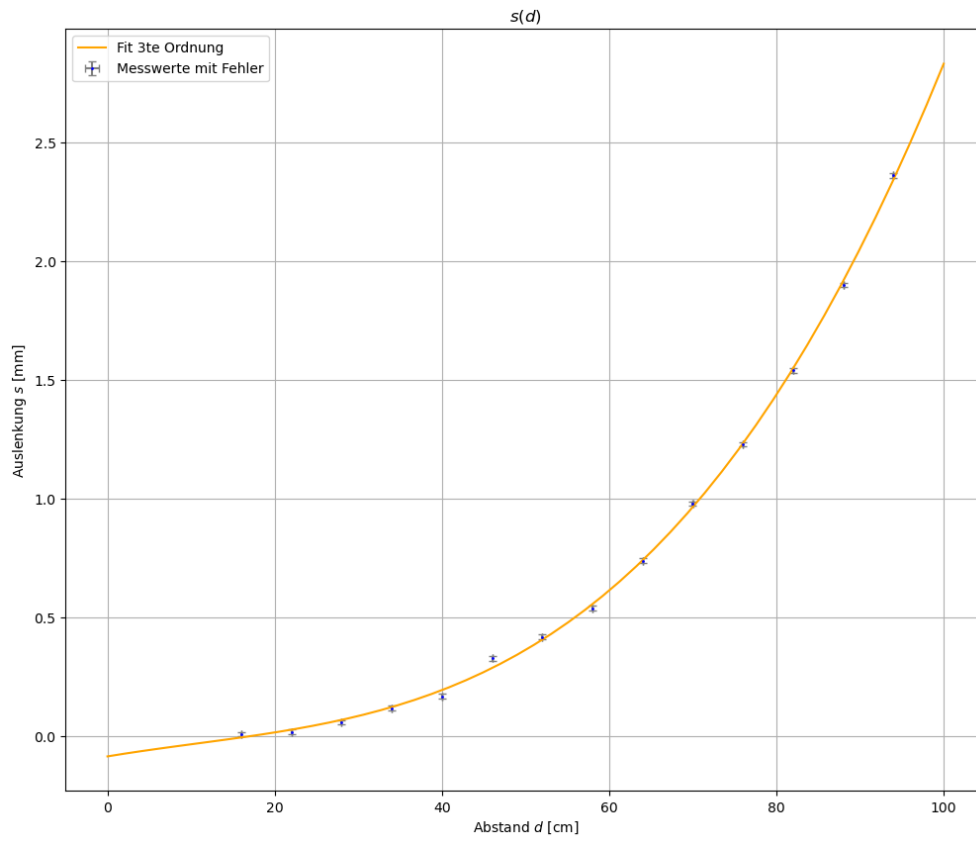


Abbildung 5:  $s(d)$ -Diagramm mit Fehlerbalken und Fit-Gerade 3ter Ordnung (Stahlprobe mit rechteckiger Grundfläche)

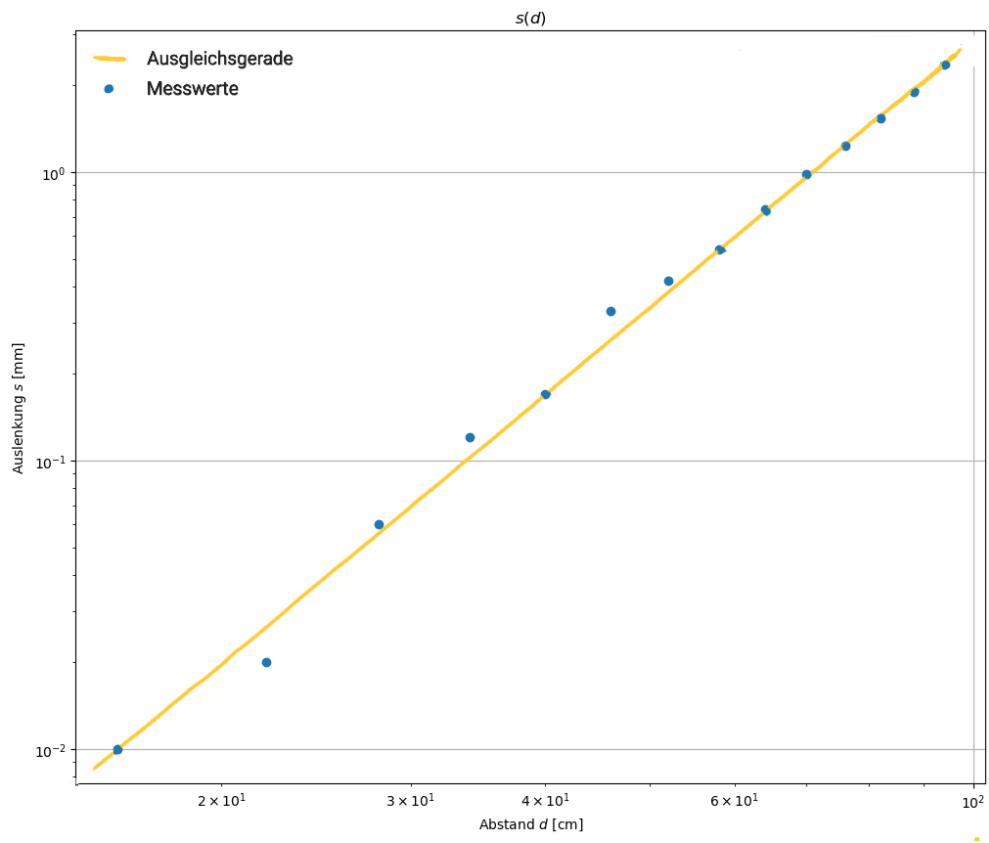


Abbildung 6: doppelt-logarithmisches  $s(d)$ -Diagramm mit Ausgleichsgerade und Fehlerbalken (Stahlprobe mit rechteckiger Grundfläche)



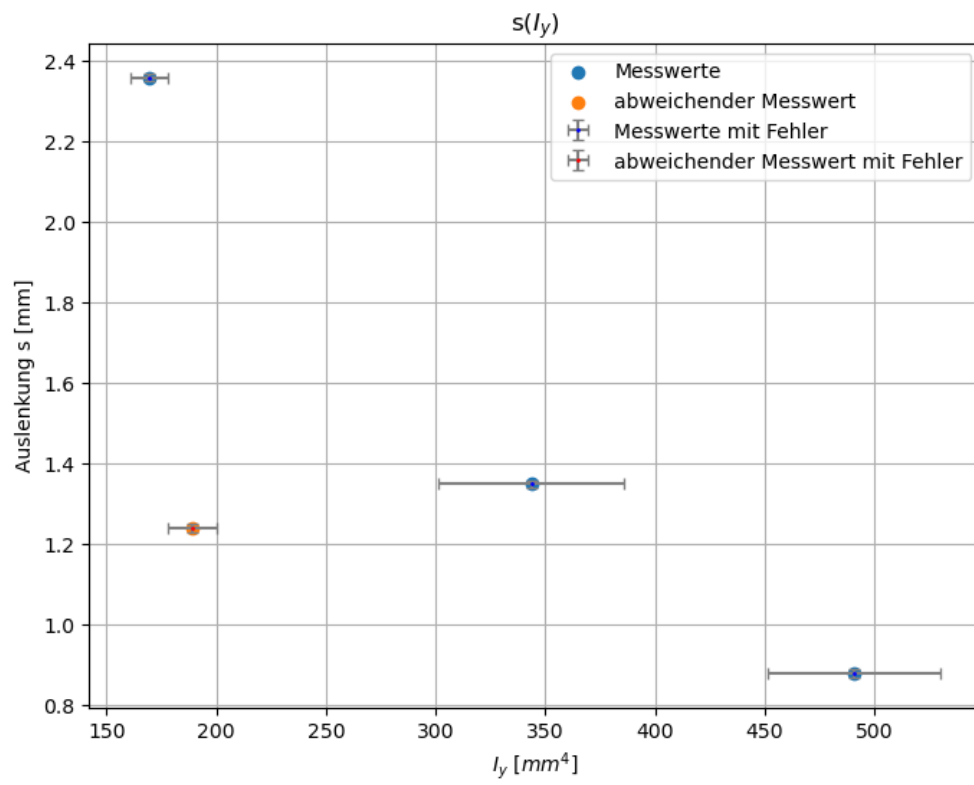


Abbildung 7:  $s(I_y)$ -Diagramm der vier Stahlproben mit Fehlerbalken

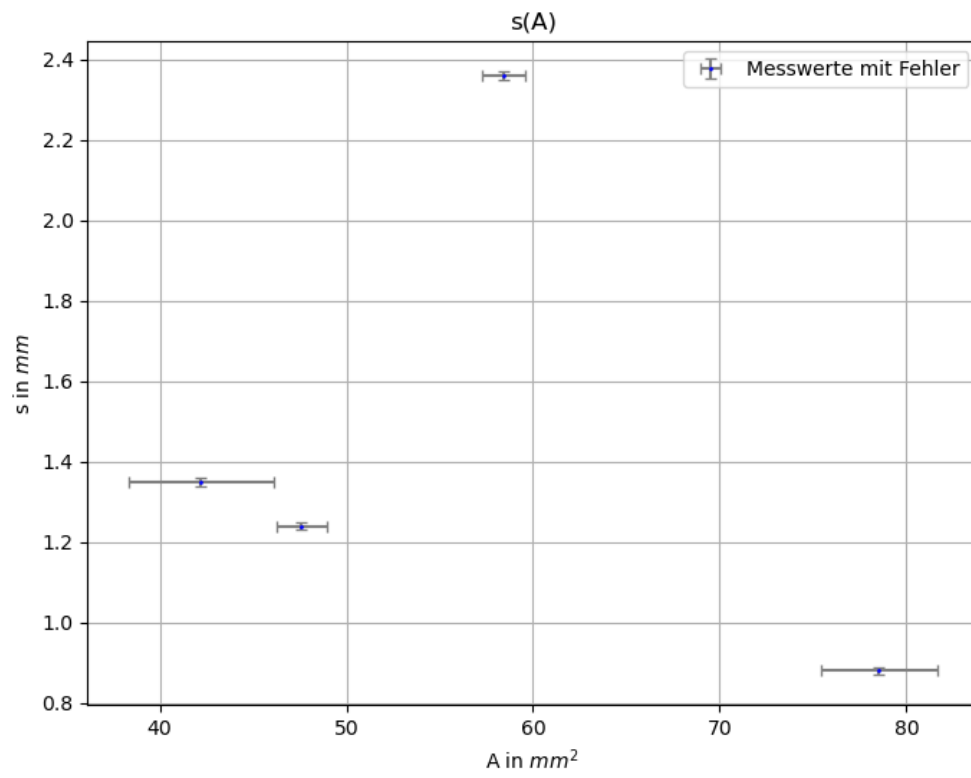


Abbildung 8:  $s(A)$ -Diagramm der vier Stahlproben mit Fehlerbalken

## 6.2 Bilder Versuchsmaterial



Abbildung 9: Gewichte



Abbildung 10: Messuhr

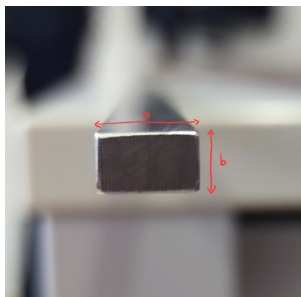


Abbildung 11: Rechteck

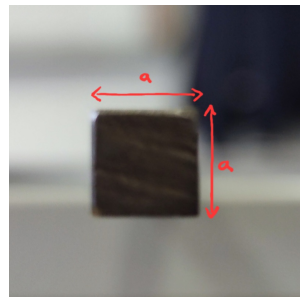


Abbildung 12: Quadrat

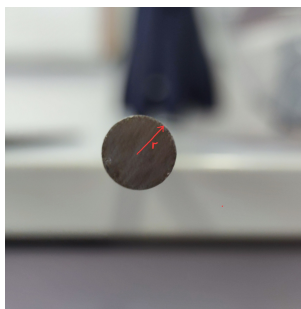


Abbildung 13: Zylinder



Abbildung 14: Hohlzylinder

6.3 Laborheft

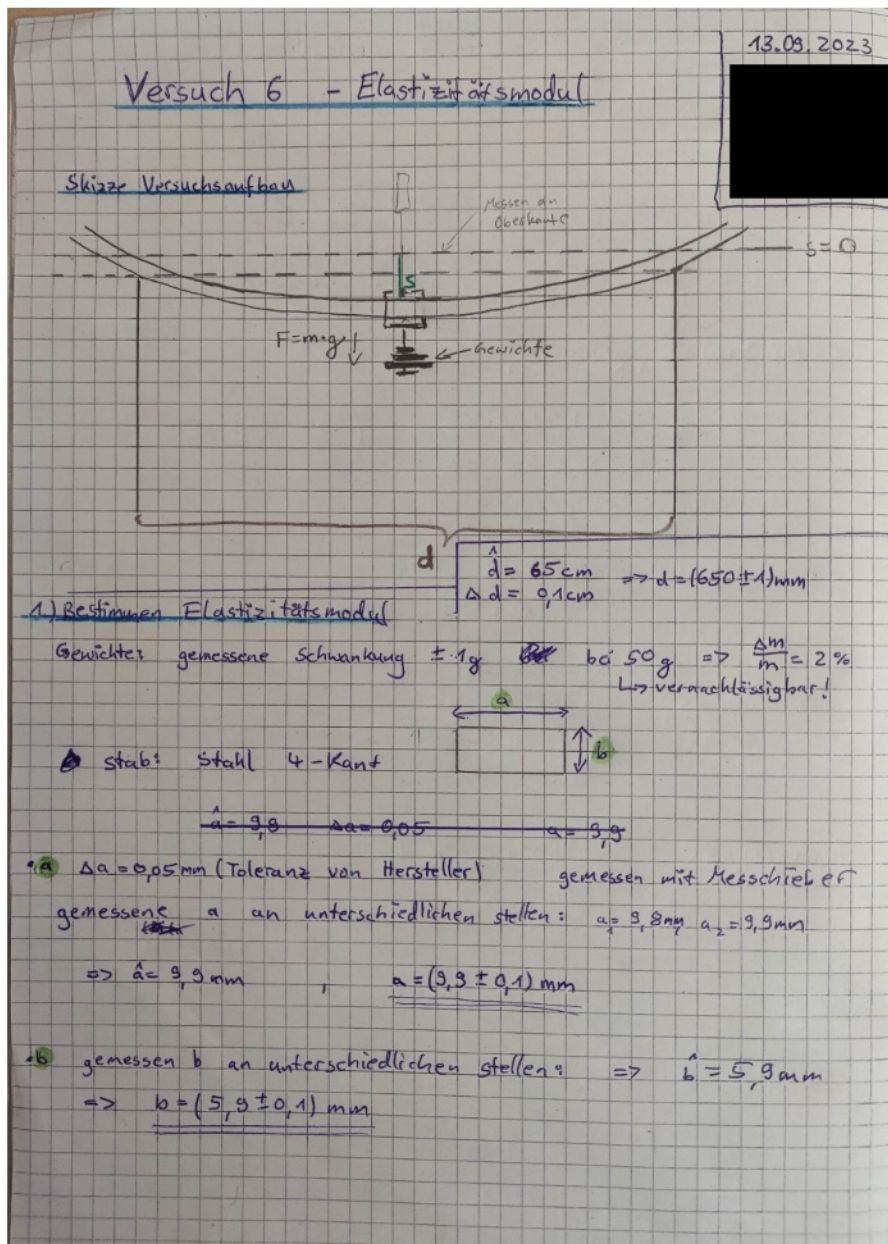


Abbildung 15: Laborheft Seite 1

Messung  $s$  für versch. Massen  $m$  vernachlässigbar  
 $\Delta s = 0,01 \text{ mm}$

$m \text{ [g]}$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800
$s \text{ [mm]}$	0,07	0,15	0,23	0,30	0,38	0,46	0,53	0,61	0,70	0,77	0,85	0,93	1,01	1,07	1,14	1,22

850	900	950	1000
1,30	1,37	1,46	1,54

2.) Untersuchen der Abhängigkeit vom Abstand zw. Auflagepunkten

$m = 500 \text{ g}$      $\Delta d = 0,1 \text{ cm}$      $n = 14$

$d \text{ [cm]}$	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20
$s \text{ [mm]}$	2,36	1,90	1,54	1,23	0,98	0,74	0,54	0,42	0,33	0,17	0,12	0,06	0,02	0,01	

Abbildung 16: Laborheft Seite 2

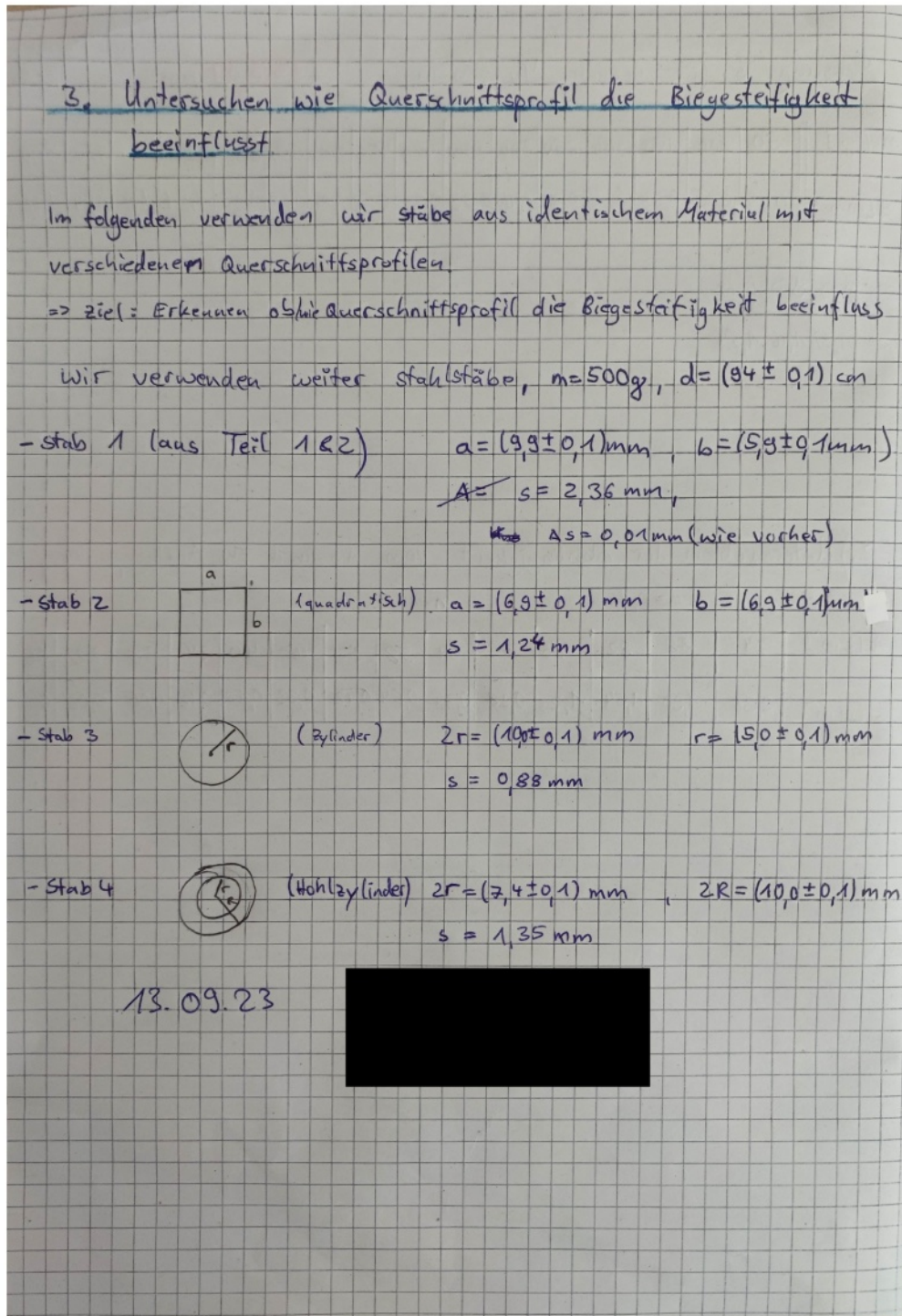


Abbildung 17: Laborheft Seite 3

## 6.4 Verzeichnisse

### Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau . . . . .	2
2	Dreipunktbiegung der Probe durch angehängte Gewichte . . . . .	2
3	$s(m)$ -Diagramm mit Ausgleichsgerade und Fehlerbalken (Stahlprobe mit rechteckiger Grundfläche) . . . . .	11
4	Residuendiagramm mit Fehlerbalken (Stahlprobe mit rechteckiger Grundfläche) . . . . .	12
5	$s(d)$ -Diagramm mit Fehlerbalken und Fit-Gerade 3ter Ordnung (Stahlprobe mit rechteckiger Grundfläche) . . . . .	13
6	doppelt-logarithmisches $s(d)$ -Diagramm mit Ausgleichsgerade und Fehlerbalken (Stahlprobe mit rechteckiger Grundfläche) . . . . .	14
7	$s(I_y)$ -Diagramm der vier Stahlproben mit Fehlerbalken . . . . .	15
8	$s(A)$ -Diagramm der vier Stahlproben mit Fehlerbalken . . . . .	16
9	Gewichte . . . . .	17
10	Messuhr . . . . .	17
11	Rechteck . . . . .	17
12	Quadrat . . . . .	17
13	Zylinder . . . . .	17
14	Hohlzylinder . . . . .	17
15	Laborheft Seite 1 . . . . .	18
16	Laborheft Seite 2 . . . . .	19
17	Laborheft Seite 3 . . . . .	20

### Tabellenverzeichnis

1	Kantenlängen Stab mit rechteckigem Querschnitt . . . . .	4
2	Messung $s$ für verschiedene Massen $m$ . . . . .	5
3	Abhängigkeit vom Abstand zwischen Auflagepunkten . . . . .	6
4	Querschnittsabhängigkeit . . . . .	7

## Literatur

- [Ant23] Saenger Anton. „Versuch 6 - Literaturwert E-Modul“. In: <https://www.precifast.de/elasticitaetsmodul-e-modul/> (2023).
- [Fre23] Uni Freiburg. „Versuch 6 - Elastizitätsmodul“. In: [https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file3207824\\_downloadclient\\_id=unifreiburg](https://ilias.uni-freiburg.de/goto.php?target=file3207824_downloadclient_id=unifreiburg) (2023).
- [Kno23] Dr. Dorothea Knopf. „Versuch 6 - Erdbeschleunigung“. In: <https://www.ptb.de/cms/ptb/fachabteilungen/abt1/fb-11/fb-11-sis/g-extractor.html> (2023).