Universität Freiburg
Physiklabor für Anfänger*innen
Ferienpraktikum nach dem Sommersemester 2023

Versuch 4
Dichte

[redacted]

09. September 2023

Datum der Durchführung: 07. September 2023

Assistent: [redacted]

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel des Versuchs

Wir wollen die Dichte ρ einer metallischen Probe bestimmen, um anhand dieser Dichte auf das chemische Element schließen zu können. Dazu ermitteln wir die Masse m und das Volumen V.

Des Weiteren wollen wir die Dichte einer uns bekannten Legierung bestimmen. Dadurch bestimmen wir die einzelnen Massenanteile dieser Legierung.

2 Versuchsaufbau

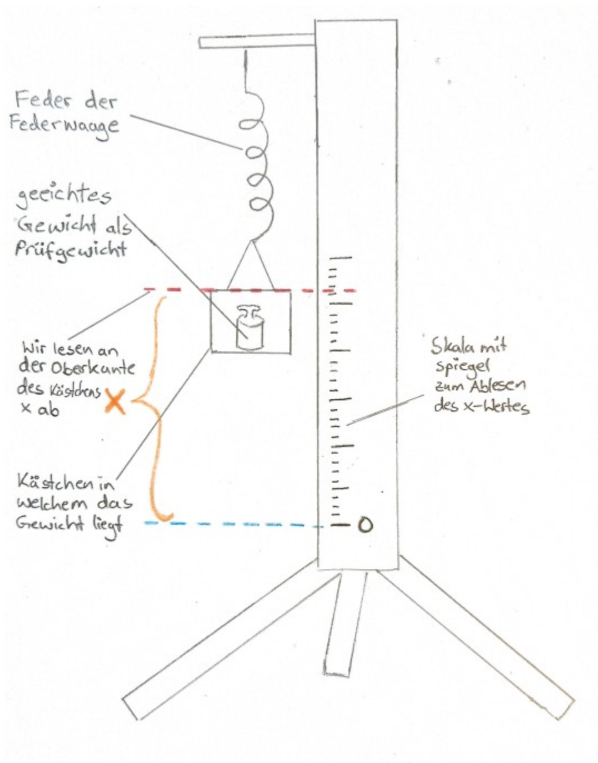


Abbildung 1: Versuchsaufbau Federwaage

Es gibt eine Federwaage, an welcher eine Feder mit unbekannter Federstärke D hängt. An dieser Feder befindet sich ein nach oben hin offenes Kästchen, in welches wir bekannte Gewichte als Prüfgewichte hineinlegen.

Anschließend dehnt sich die Feder nach dem Hookschen Gesetz

$$F_{Feder} = \Delta l \cdot D \tag{1}$$

aus. Hierbei ist Δl die Auslenkung der Feder und D die Federkonstante. Das Kästchen kommt zum Stillstand, wenn gilt:

$$\begin{aligned} F_{Feder} &= F_G \\ \Rightarrow \Delta l \cdot D &= m \cdot g \end{aligned} \tag{2}$$

Die Massen dieser geeichten Gewichte liegen zwischen 1 und 50 g. Die jeweiligen x-Werte für die einzelnen Gewichte können bestimmt werden, indem die Position der Oberkante des Kästchens mithilfe der Spiegelskala abgelesen wird. Dabei ist die Blickrichtung senkrecht zur Spiegelachse, wenn Ablesepunkt und Spiegelbild übereinstimmen. Ebenso haben wir einen Metallring (Abb. 3) aus Titan, sowie einen massiven Halbzylinder (Abb. 2) aus einer Chromstahl-Legierung, von welchen wir, wie in Abschnitt 1 erwähnt die Dichte bestimmen wollen.

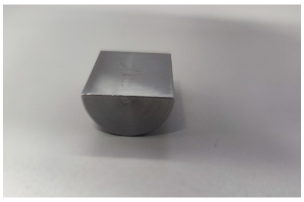


Abbildung 2: Legierung von der Seite

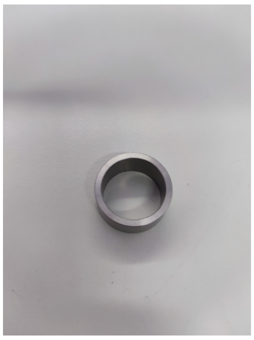


Abbildung 3: Metallring

3 Versuchsdurchführung

Um mit der Federwaage arbeiten zu können, müssen wir diese zuerst kalibrieren. Zuerst lesen wir an der Oberkante des Kästchens ohne Gewicht den Wert an der Skala ab (Siehe Abb. 1). Der dazugehörige x_0 Wert beträgt $x_0 = (417 \pm 1)$ mm. Beim Ablesen trauen wir uns eine Genauigkeit von ± 1 mm zu. Anschließend notieren wir für $n = 13$ unterschiedliche geeichte Gewichte m_n den dazugehörigen Wert x_n. Wir tragen diese Messpunkte in ein Diagramm ein und erstellen daraus eine Ausgleichsgerade (Siehe Abb. 4).

Nachdem die Federwaage kalibriert wurde, können wir den x-Wert des Titanrings und der Legierung messen. Zusätzlich bestimmen wir die Volumina V_T[1]und V_L[2], indem wir beim Titanring die Höhe h_T sowie den Außendurchmesser d_{aus} und Innendurchmesser d_{in} mit einer Messschraube bzw. einem Messschieber messen (Siehe Tabelle 1). Bei der Legierung bestimmen wir V_L indem wir die Höhe h_L und den Radius r_L mit dem Messchieber messen (Siehe Tabelle 2).

4 Auswertung und Fehleranalyse

Im Folgenden wird die Dichte der Stoffe nicht direkt gemessen, sondern über Masse und Volumen des Körpers bestimmt. Der Zusammenhang zwischen Dichte ρ, dem Volumen V und der Masse m lautet:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{3}$$

4.1 Titanring

4.1.1 Bestimmen des Volumens: Titanring

Zum Bestimmen des Volumens V_T brauchen wir die Kantenlängen und Radien unseres Körpers. Diese haben wir je nach Zugänglichkeit mit der Messchraube oder dem Messchieber gemessen. Die Messfehler der Messschraube ($\pm$0,01 mm) und des Messchiebers ($\pm$0,05 mm) sind vom jeweiligen Herrsteller vorgegeben. Für den Titanring haben wir Folgendes gemessen:

Tabelle 1: Maße Titanring

	Wert	W.keitsverteilung	Messwerkzeug
Höhe	$(10{,}74 \pm 0{,}01)$ mm	Dreiecksverteilt	Messschraube
Durchmessser außen	$(23{,}03 \pm 0{,}01)$ mm	Dreiecksverteilt	Messschraube
Durchmesesser innen	$(19{,}00 \pm 0{,}05)$ mm	Dreiecksverteilt	Messschieber
Dicke	$(2{,}00 \pm 0{,}05)$ mm	Dreiecksverteilt	Messschieber

Aus der Folgenden Formel ergibt sich das Volumen des Titanrings.

$$\begin{aligned}\hat{V}_T &= \pi \left(\frac{d_{aus}}{2}\right)^2 \cdot h_T - \pi \left(\frac{d_{in}}{2}\right)^2 \cdot h_T \\ &= 1{,}43 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3\end{aligned} \tag{4}$$

[1]Volumen des Titanrings
[2]Volumen der Legierung

Über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung ergibt sich für die Unsicherheit des Volumens:

$$\begin{aligned}
\Delta V_T &= \sqrt{\left(\frac{\partial V_T}{\partial d_{aus}}\Delta d_{aus}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_T}{\partial d_{in}}\Delta d_{in}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_T}{\partial h_T}\Delta h_T\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}d_{aus}\cdot h_T\cdot \Delta d_{aus}\right)^2 + \left(-\frac{\pi}{2}d_{in}\cdot h_T\cdot \Delta d_{in}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{4}\left(d_{aus}^2 - d_{in}^2\right)\cdot \Delta h_T\right)^2} \\
&= \sqrt{1{,}51\cdot 10^{-17}\,\mathrm{m}^{-6} + 2{,}57\cdot 10^{-16}\,\mathrm{m}^{-6} + 1{,}77\cdot 10^{-18}\,\mathrm{m}^{-6}} \\
&= 1{,}65\cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}^3
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\Rightarrow V_T = (1{,}43 \pm 0{,}02)\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 \tag{6}$$

Die relative Unsicherheit ist:

$$\frac{\Delta V_T}{\hat{V}_T} = 1{,}2\,\%$$

4.1.2 Bestimmung der Masse: Titanring

Mithilfe der Geradengleichung der eingezeichneten Ausgleichsgerade in Abb. 4 bestimmen wir die Masse. Aus dem Diagramm ließt man mit dem eingezeichneten Steigungsdreieck die Geradensteigung $\hat{a} = -\frac{318}{73}\,\mathrm{m\,kg^{-1}}$ und den y-Achsenabschnitt $\hat{b} = 418\,\mathrm{mm}$ ab. An der Oberkante des Kästchens mit dem Massestück lesen wir $\hat{x} = 390\,\mathrm{mm}$ an der Federwaage ab.

$$\begin{aligned}
x &= a\cdot m + b \\
\Leftrightarrow m &= \frac{x-b}{a} \\
\Rightarrow \hat{m}_T &= 6{,}4\,\mathrm{g}
\end{aligned} \tag{7}$$

Der bestimmte Bestwert der Masse ist mit einem Fehler aus der Bestimmung von a, b und x behaftet. Aus Abb. 4 können wir die Unsicherheiten von a und b mithilfe der gewählten Grenzgeraden bestimmen. Mithilfe eines Steigungsdreiecks bestimmen wir die Steigung der steilsten Grenzgerade durch den Schwerpunkt. Die Differenz aus dieser Steigung und $\hat{a}$ ist unsere Unsicherheit $\triangle a = 0{,}40\,\mathrm{m\,kg^{-1}}$. Die Verschiebung der parallelen Grenzgerade in y-Richtung entspricht unserer Unsicherheit $\Delta b = 0{,}01\,\mathrm{m}$. Die Unsicherheit beim Ablesen des Wertes an der Federwaage schätzen wir auf $\Delta x = 1\,\mathrm{mm}$.

Über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung ergibt sich für die Unsicherheit der Masse:

$$\begin{aligned}
\Delta m_T &= \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial x}\cdot\Delta x\right)^2+\left(\frac{\partial m}{\partial b}\cdot\Delta b\right)^2+\left(\frac{\partial m}{\partial a}\cdot\Delta a\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{1}{a}\cdot\Delta x\right)^2+\left(-\frac{1}{a}\cdot\Delta b\right)^2+\left(\frac{-x+b}{a^2}\cdot\Delta a\right)^2} \qquad (8)\\
&= \sqrt{5{,}27\cdot 10^{-8}\,\mathrm{kg}+5{,}27\cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}+3{,}48\cdot 10^{-7}\,\mathrm{kg}} \\
&= 2{,}38\,\mathrm{g} \\
\Rightarrow m_T &= (6{,}4\pm 2{,}4)\,\mathrm{g} \qquad (9)
\end{aligned}$$

Der relative Fehler der Masse beträgt:

$$\frac{\Delta m_T}{\hat{m_T}} = 37{,}5\,\%$$

4.1.3 Bestimmung der Dichte: Titanring

Die Dichte berechnet sich jetzt mit unseren Werten für Masse und Volumen aus Gleichung (3).

$$\hat{\rho_T} = 4475{,}53\,\mathrm{kg/m^3} \qquad (10)$$

Auf den Fehler der Dichte wirken sich sowohl der Messfehler der Masse als auch der Messfehler der Volumenbestimmung aus.

$$\begin{aligned}
\Delta \rho_T &= \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\cdot\Delta m\right)^2+\left(\frac{\partial \rho}{\partial V}\cdot\Delta V\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{1}{V}\cdot\Delta m\right)^2+\left(-\frac{m}{V^2}\cdot\Delta V\right)^2} \qquad (11)\\
&= \sqrt{2{,}77\cdot 10^{6}\,\mathrm{kg^2/m^6}+2{,}67\cdot 10^{3}\,\mathrm{kg^2/m^6}} \\
&= 1{,}67\cdot 10^{3}\,\mathrm{kg/m^3} \\
\Rightarrow \rho_T &= (4776\pm 1670)\,\mathrm{kg/m^3} \qquad (12)
\end{aligned}$$

Der relative Fehler der Dichte beträgt:

$$\frac{\Delta \rho_T}{\hat{\rho_T}} = 37{,}3\,\%$$

4.1.4 Bestimmung des Elements

Wegen der großen Unsicherheit $\Delta\rho_T$ unseres Messwertes gibt es ein ziemlich großes Spektrum an Elemente, die im Bereich unserer bestimmten Dichte liegen. Möglich wären Barium, Yttrium, Titan, Germanium, Gallium, Vannadium und Tellur (die Dichten dieser Elemente stammen aus Abb. 6). Eine eindeutige Bestimmung des Elements anhand der Dichte ist aufgrund unseres enormen relativen Fehlers der Dichte nicht möglich. Allerdings lässt sich mithilfe anderer Eigenschaften dieser Elemente bestimmen, dass es sich bei unserem Ring um Titan handeln muss. Barium und Yttrium laufen unter Lufteinfluss dunkel an (Siehe [Fla23] und [Kne23]) und lassen sich daher ausschließen. Germanium ist sehr spröde und wäre uns somit bei der Versuchsdurchführung in den Fingern zerbrochen (Siehe [Kil23]). Gallium würde in der Hand aufgrund des Sidepunkts von 29,7 °C schmelzen (Siehe [Nik23]). Vannadium und Tellur (Siehe [Sie07] und [Hüg23]) haben einen auffallenden metallischen Glanzen, welcher bei unserem Ring ebenfalls nicht vorliegt. Es kommt somit lediglich Titan als Element für unseren Metallring in Frage.

4.2 Chromstahllegierung

4.2.1 Bestimmung des Volumens: Chromstahllegierung

Für das Volumen des halben Vollzylinders benötigen wir die Höhe h_L sowie den Radius r_L. Ebenso wie beim Titanring messen wir mit dem Messschieber und der Messschraube. Der Messfehler ist der selbe wie bei dem Titanring. Unter Berücksichtung dieses Fehlers, haben wir folgende Werte gemessen:

Tabelle 2: Maße Chromstahllegierung

	Wert	W.keitsverteilung	Messwerkzeug
Höhe	$(32{,}45 \pm 0{,}05)$ mm	Dreiecksverteilt	Messschieber
Radius außen	$(11{,}49 \pm 0{,}01)$ mm	Dreiecksverteilt	Messschraube

Anhand folgender Formel finden wir das Volumen der Chromstahllegierung.

$$\begin{aligned} \hat{V}_L &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r_L^2 \cdot h_L \\ &= 6{,}73 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 \end{aligned} \tag{13}$$

Über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung berechnen wir den Fehler ΔV_L, welcher sich wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned}\Delta V_L &= \sqrt{\left(\frac{\partial V_L}{\partial r_L}\Delta r_L\right)^2 + \left(\frac{\partial V_L}{\partial h_L}\Delta h_L\right)^2} \\ &= \sqrt{(\pi \cdot r_L \cdot h_L \cdot \Delta r_L)^2 + \left(\frac{1}{2}\cdot \pi \cdot r_L^2 \cdot \Delta h_L\right)^2} \qquad (14) \\ &= \sqrt{1{,}37 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{m}^6 + 1{,}08 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{m}^6} \\ &= 1{,}57 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}^3 \\ \Rightarrow V_L &= (6{,}73 \pm 0{,}02) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 \qquad (15)\end{aligned}$$

Die relative Unsicherheit beträgt:

$$\frac{\Delta V_L}{\hat{V}_L} = 2{,}3\,\%$$

4.2.2 Bestimmung der Masse: Chromstahllegierung

Wir wiegen den Halbzylinder mit der Federwaage und lesen $x = 209\,\mathrm{mm}$ ab. Zur Bestimmung der Masse gehen wir identisch zur Massebestimmung des Titanrings in Abschnitt 4.1.2 vor. Die Werte für a und b bleiben gleich.

$$\begin{aligned} x &= a \cdot m + b \\ \Leftrightarrow m &= \frac{x - b}{a} \qquad (16) \\ \Rightarrow \hat{m} &= 48{,}9\,\mathrm{g}\end{aligned}$$

Auch hier ist die Masse wieder mit Unsicherheiten von a, b und x behaftet. Die Unsicherheiten seind identisch zu Abschnitt 4.1.2. Wir berechnen den Messfehler mit der Gauß'schen Fehlerfortplanzung:

$$\begin{aligned}\Delta m_L &= \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial x}\cdot \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial b}\cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial a}\cdot \Delta a\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{a}\cdot \Delta x\right)^2 + \left(-\frac{1}{a}\cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{-x+b}{a^2}\cdot \Delta a\right)^2} \qquad (17) \\ &= \sqrt{5{,}27 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{kg} + 5{,}27 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg} + 1{,}94 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg}} \\ &= 4{,}97\,\mathrm{g} \\ \Rightarrow m_L &= (48{,}9 \pm 5{,}0)\,\mathrm{g} \qquad (18)\end{aligned}$$

Der relative Fehler der Masse der Chromstahllegierung beträgt:

$$\frac{\Delta m_L}{\hat{m}_L} = 10{,}2\,\%$$

4.2.3 Bestimmung der Dichte: Chromstahllegierung

Jetzt haben wir alle Werte um die Dichte der Chromstahllegierung, mit der Gleichung (3) zu berechnen.

$$\hat{\rho}_L = 7265{,}97\,\mathrm{kg/m^3} \tag{19}$$

Den Wert der Dichte verfälschen sowohl der Fehler der Masse und der Fehler des Volumens. Den Fehler der Dichte bestimmmen wir mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortplanzung:

$$\begin{aligned} \Delta\rho_L &= \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\cdot\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial V}\cdot\Delta V\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{V}\cdot\Delta m\right)^2 + \left(\frac{-\,m}{V^2}\cdot\Delta V\right)^2} \qquad (20) \\ &= \sqrt{5{,}45\cdot10^5\,\mathrm{m^2/kg^6} + 2{,}87\cdot10^2\,\mathrm{m^2/kg^6}} \\ &= 7{,}39\cdot10^2\,\mathrm{kg/m^3} \\ \Rightarrow \rho_L &= (7266\pm739)\,\mathrm{kg/m^3} \qquad (21) \end{aligned}$$

Der relative Fehler der Dichte beträgt:

$$\frac{\Delta\rho_L}{\hat{\rho_L}} = 10{,}2\,\%$$

4.2.4 Bestimmung der Massenanteile: Chromstahllegierung

Es gilt folgender Zusammenhang (Herleitung siehe Abb. 5):

$$\rho_{ges} = \frac{\rho_1\rho_2}{n_1\rho_2 + n_2\rho_1} \tag{22}$$

Wir definieren uns unsere Massenanteile $n_1 = \frac{m_1}{m_{ges}}$ für Chrom und $n_2 = \frac{m_2}{m_{ges}}$ für Stahl. Es gilt $n_1 + n_2 = 1$. Dadurch haben wir in Gleichung (22) lediglich n_1 als Unbekannte. Durch Umstellen von Gleichung (22) nach n_1 berechnen wir den Massennteil von Chrom. Wir verwenden als Literaturwerte $\rho_1 = 7140\,\mathrm{kg/m^3}$ für die Dichte von

Chrom und $\rho_2 = 7874\,\mathrm{kg/m^3}$ für die Dichte von Eisen (Abb. 6). Die in Gleichung (21) bestimmte Dichte der Legierung verwenden wir als ρ_{ges}.

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{\rho_1\rho_2}{\rho_{ges}\cdot(\rho_2-\rho_1)} - \frac{\rho_1}{\rho_2-\rho_1} \\ &= 0.81 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} n_2 &= 1 - n_1 \\ &= 0.19 \end{aligned} \tag{24}$$

Die Masse der Chromstahllegierung setzt sich also aus 19 % Eisen und 81 % Chrom zusammen. Unsere Gesamtmasse $m_L = (48{,}9 \pm 5{,}0)$ g teilt sich auf in $m_1 = (9{,}3 \pm 1{,}0)$ g Eisen und $m_2 = (39{,}6 \pm 4{,}1)$ g Chrom.

5 Diskussion der Ergebnisse

5.1 Übersichtliche Angabe der Endergebnisse

Unsere Auswertung hat für den Titanring folgende Dichte mit zugehörigem Relativen Fehler ergeben.

$$\begin{aligned} \rho_T &= (4776 \pm 1670)\,\mathrm{kg/m^3} \\ \frac{\Delta\rho_T}{\hat{\rho_T}} &= 37{,}3\,\% \end{aligned} \tag{25}$$

Für den massiven Halbzylinder aus Chromstahl hat sich diese Dichte ergeben:

$$\begin{aligned} \rho_L &= (7266 \pm 739)\,\mathrm{kg/m^3} \\ \frac{\Delta\rho_L}{\hat{\rho_L}} &= 10{,}2\,\% \end{aligned} \tag{26}$$

Der Fehler der Dichte setzt sich aus dem Fehler der Massen- und Volumenbestimmung zusammen. Bei der Berechnung der beiden Unsicherheiten der Dichten dominiert jeweils der aus der Massenbestimmung resultierende Fehlerbeitrag und der Fehlerbeitrag aus der Volumenbestimmung kann vernachlässigt werden.

Die große Unsicherheit bei der Massenbestimmung lässt sich vorrangig dadurch erklären, dass wir unser Konfidenzband in Abb. 4 sehr weitläufig gewählt haben. Obwohl unsere Kalibrierungsmesswerte ziemlich exakt auf unserer eingezeichneten Ausgleichsgerade liegen, haben wir die Grenzgeraden stark von der Ausgleichsgerade abweichend gewählt. Dadurch erhalten wir größere Werte für Δa und Δb was unseren relativen

Fehler der Masse und daraus resultierend auch der Dichte massiv vergrößert. In Gleichung (9) und Gleichung (17) sehen wir, dass die Unsicherheit der Masse jeweils aus den Fehlern von a und b resultiert und der durch das Ablesen von x entstandene Fehler deutich kleiner ist und vernachlässigt werden kann. Generell entstehen bei der Bestimmung von a, b, Δa und Δb aus Abb. 4 auch Fehler durch ungenaues Ablesen.

Der Fehler bei der Massenbestimmung lässt sich weiter darin begründen, dass eine Federwaage als Messinstrument verwendet wurde. Beim Ablesen der Skala auf der Federwaage treten durch verschiedene Faktoren Unsicherheiten auf.

Einerseits ist beim Ablesen trotz der Spiegelachse ein parallaxenfreies Ablesen nicht vollständig gewährleistet. Zusätzlich ist unser Kästchen zu keinem Zeitpunkt in kompletter Ruhe gewesen. Durch leichte Schwingungen war es schwierig den exakten x-Wert der Kästchenoberkante zu bestimmen. Das Ablesen war zusätzlich ungenau wenn das Gewicht nicht vollständig mittig im Kästchen platziert war. An der Oberkante des Kästchens gibt es dadurch eine Differenz beim Ablesen zwischen den x-Werten der linken und der rechten Seite. Bei großen Gewichten verfomt sich außerdem die Feder der Federwaage. Diese Fehlerquellen wirken sich direkt auf die Massenbestimmung unserer beiden Messobjekt aus.

Indirekt sind diese Fehler jedoch auch über die Kalibrierung der Waage und der damit verknüpften Ausgleichsgerade (Abb. 4) als Unsicherheiten in den Größen a und b. Der Fehler aufgrund der Unsicherheiten der Kalibriergewichte kann vernachlässigt werden, da die Toleranzen der Gewichte extrem gering sind (Siehe [Ker21]).

5.2 Vergleich der Messwerte mit den Literaturwerten

Zuerst vergleichen wir den Literaturwert von Titan mit unserem Bestwert der Dichte. Der Literaturwert für die Dichte beträt $4507\,\mathrm{kg/m^3}$ (Siehe Abb. 6). Man sieht, dass unser, doch recht unsicherer, Messwert (Gleichung (25)) nicht signifikant vom Litaraturwert abweicht, der Literaturwert liegt sogar in der 1σ-Umgebung um unseren Messwert.

Auch unser Messwert für die Dichte von Chromstahl weicht trotz der deutlich genaueren Messung nicht signifikant vom Literaturwert von $7700\,\mathrm{kg/m^3}$(Siehe Abb. 6) ab. Auch hier liegt der Literaturwert im 1σ-Intervall um unseren Messwert.

5.3 Verbesserungsvorschläge für die Messung

Eine Verbesserung am Federwaagenaufbau wäre es, den Abstand zwischen Waagschale und Spiegelskala zu verringern um die x-Werte exakter ablesen zu können. Ein exakteres Ablesen der x-Werte wäre auch möglich gewesen, indem wir die Waagschale bei Erschütterung länger auspendeln gelassen hätten. Das Verwenden einer anderen Waage könnte zu einem verbesserten Ergebnis der Massen führen.

Man hätte in Betracht ziehen können ein Residuendiagramm zusätzlich zu Abb. 4 anzufertigen um daraus noch exakter die Werte für a und b zu ermitteln und das Konfidenzband passender zu wählen.

6 Anhang

6.1 Diagramme

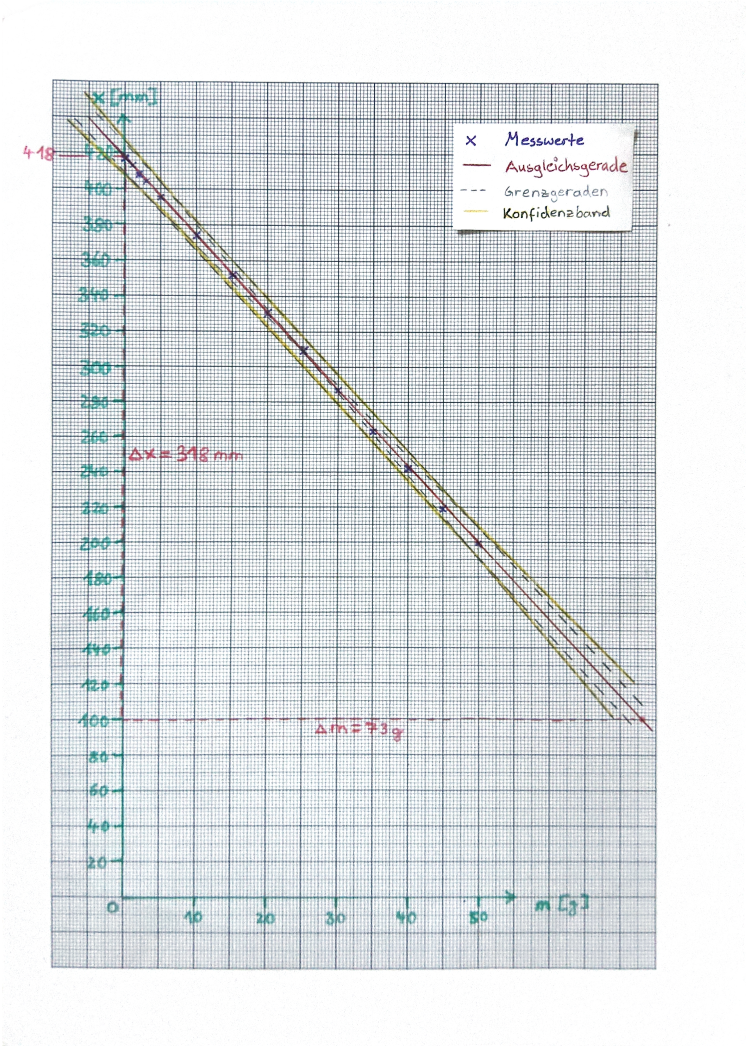


Abbildung 4: x-m-Diagramm mit Ausgleichsgerade

6.2 Herleitungen

$$\rho_{ges} = \frac{m_{ges}}{V_{ges}} = \frac{m_{ges}}{V_1 + V_2} = \frac{m_{ges}}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} = m_{ges} \cdot \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{m_1 \rho_2 + m_2 \rho_1} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\left(\frac{m_1(\rho_2 - \rho_1) + m_{ges}\rho_1}{m_{ges}}\right)} \overset{*}{=} \frac{\rho_1 \rho_2}{n_1(\rho_1 - \rho_2) + \rho_1} \overset{**}{=} \frac{\rho_1 \rho_2}{n_1 \rho_2 + n_2 \rho_1}$$

$$\Rightarrow \rho_{ges}(\rho_1, \rho_2, n_1, n_2) = \frac{\rho_1 \rho_2}{n_1 \rho_2 + n_2 \rho_1}$$

$$n_1 = \frac{m_1}{m_{ges}} \; (*) \;, \quad n_2 = \frac{m_2}{m_{ges}} \;, \quad n_2 = 1 - n_1 \; (**)$$

Abbildung 5: Herleitung Gleichung (22)

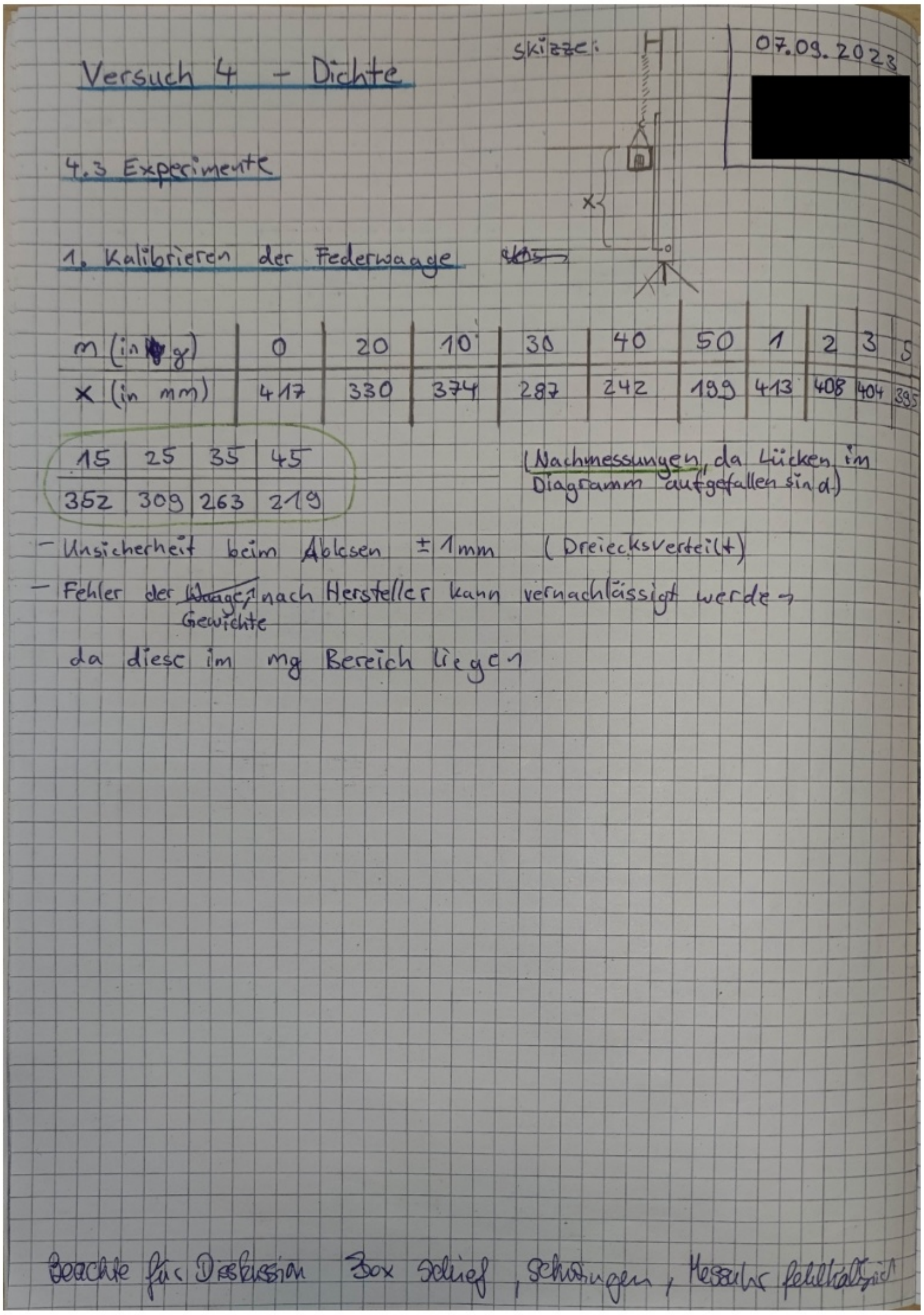
6.3 Tabellen

Element	Symbol	Z	ϱ (kg/m³)
Lithium	Li	3	535
Kalium	K	19	856
Natrium	Na	11	968
Rubidium	Rb	37	1.532
Calcium	Ca	20	1.550
Magnesium	Mg	12	1.738
Beryllium	Be	4	1.848
Caesium	Cs	55	1.879
Silicium	Si	14	2.330
Bor	B	5	2.460
Strontium	Sr	38	2.630
Aluminium	Al	13	2.700
Scandium	Sc	21	2.985
Barium	Ba	56	3.510
Yttrium	Y	39	4.472
Titan	Ti	22	4.507
Germanium	Ge	32	5.323
Gallium	Ga	31	5.904
Vanadium	V	23	6.110
Tellur	Te	52	6.240
Zirconium	Zr	40	6.511
Antimon	Sb	51	6.697
Chrom	Cr	24	7.140
Zink	Zn	30	7.140
Indium	In	49	7.310
Zinn	Sn	50	7.310
Mangan	Mn	25	7.470

Element	Symbol	Z	ϱ (kg/m³)
Eisen	Fe	26	7.874
Niob	Nb	41	8.570
Cadmium	Cd	48	8.650
Cobalt	Co	27	8.900
Nickel	Ni	28	8.908
Kupfer	Cu	29	8.920
Polonium	Po	84	9.196
Bismut	Bi	83	9.780
Molybdän	Mo	42	10.280
Silber	Ag	47	10.490
Blei	Pb	82	11.340
Technetium	Tc	43	11.500
Thallium	Tl	81	11.850
Palladium	Pd	46	12.023
Ruthenium	Ru	44	12.370
Rhodium	Rh	45	12.450
Hafnium	Hf	72	13.310
Quecksilber	Hg	80	13.534
Tantal	Ta	73	16.650
Uran	U	92	19.050
Wolfram	W	74	19.250
Gold	Au	79	19.300
Plutonium	Pu	94	19.816
Rhenium	Re	75	21.020
Platin	Pt	78	21.090
Osmium	Os	76	22.610
Iridium	Ir	77	22.650

Abbildung 6: Tabelle Dichte [Fre23]

6.4 Laborheft



Skizze:

07.09.2023

[redacted]

Versuch 4 - Dichte

4.3 Experimente

1. Kalibrieren der Federwaage

m (in g)	0	20	10	30	40	50	1	2	3	5
x (in mm)	417	330	374	287	242	199	413	408	404	395

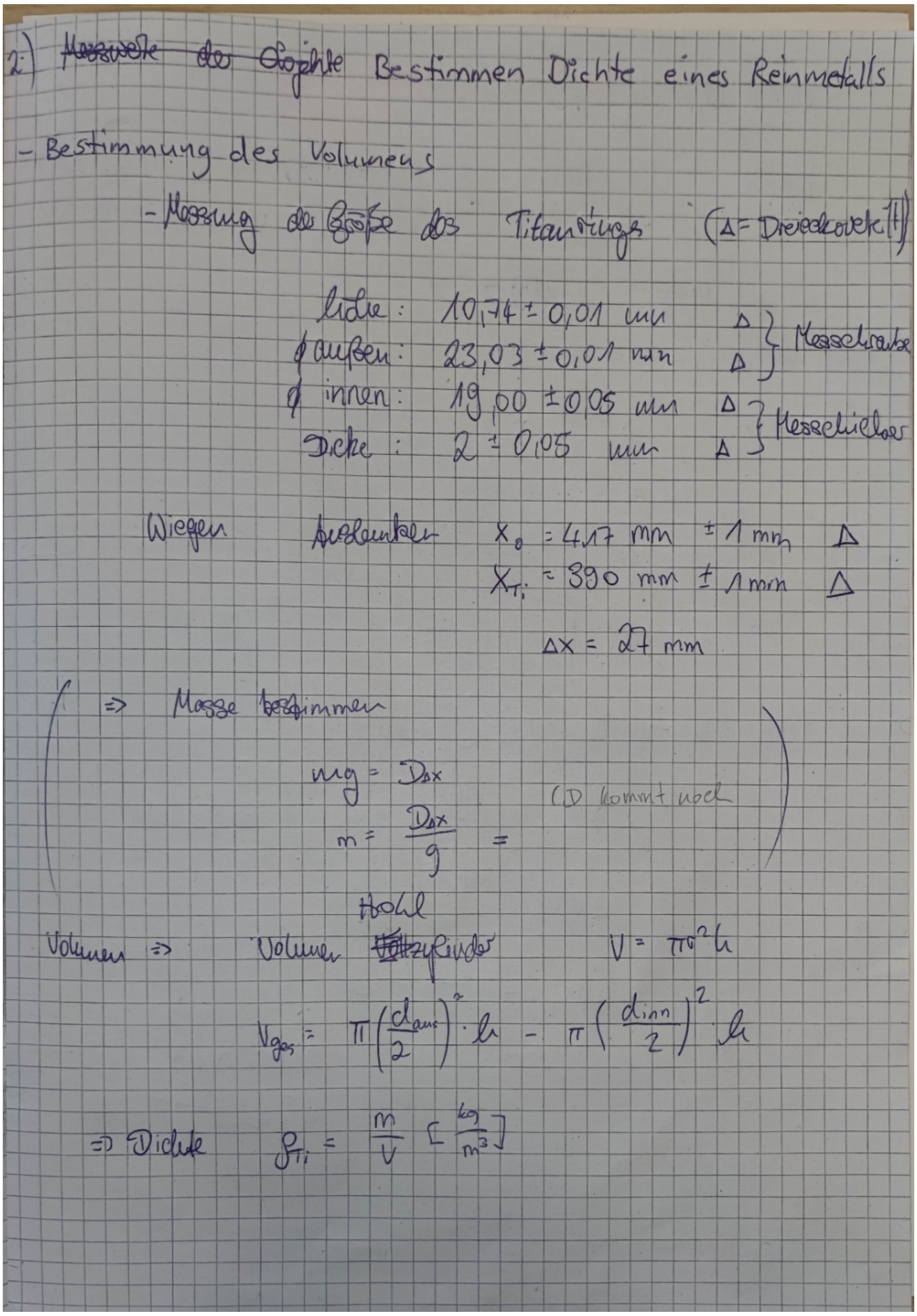
15	25	35	45
352	309	263	219

(Nachmessungen, da Lücken im Diagramm aufgefallen sind)

- Unsicherheit beim Ablesen $\pm 1\,mm$ (Dreiecksverteilt)
- Fehler der ~~Waage~~ Gewichte nach Hersteller kann vernachlässigt werden da diese im mg Bereich liegen

Beachte für Diskussion Box schief, Schwingungen, Messuhr fehlerhaft

Abbildung 7: Laborheft Seite 1



2.) ~~Messwerte der Graphite~~ Bestimmen Dichte eines Reinmetalls

- Bestimmung des Volumens
  - Messung der Größe des Titanrings (Δ = Dreieckverteilung)

Höhe: $10{,}74 \pm 0{,}01$ mm Δ
∅ außen: $23{,}03 \pm 0{,}01$ mm Δ } Messschraube
∅ innen: $19{,}00 \pm 0{,}05$ mm Δ
Dicke: $2 \pm 0{,}05$ mm Δ } Messschieber

Wiegen ~~Auslenken~~ $x_0 = 417$ mm ± 1 mm Δ
$x_{Ti} = 390$ mm ± 1 mm Δ
$\Delta x = 27$ mm

=> Masse bestimmen

$$mg = D\Delta x$$
$$m = \frac{D\Delta x}{g} =$$

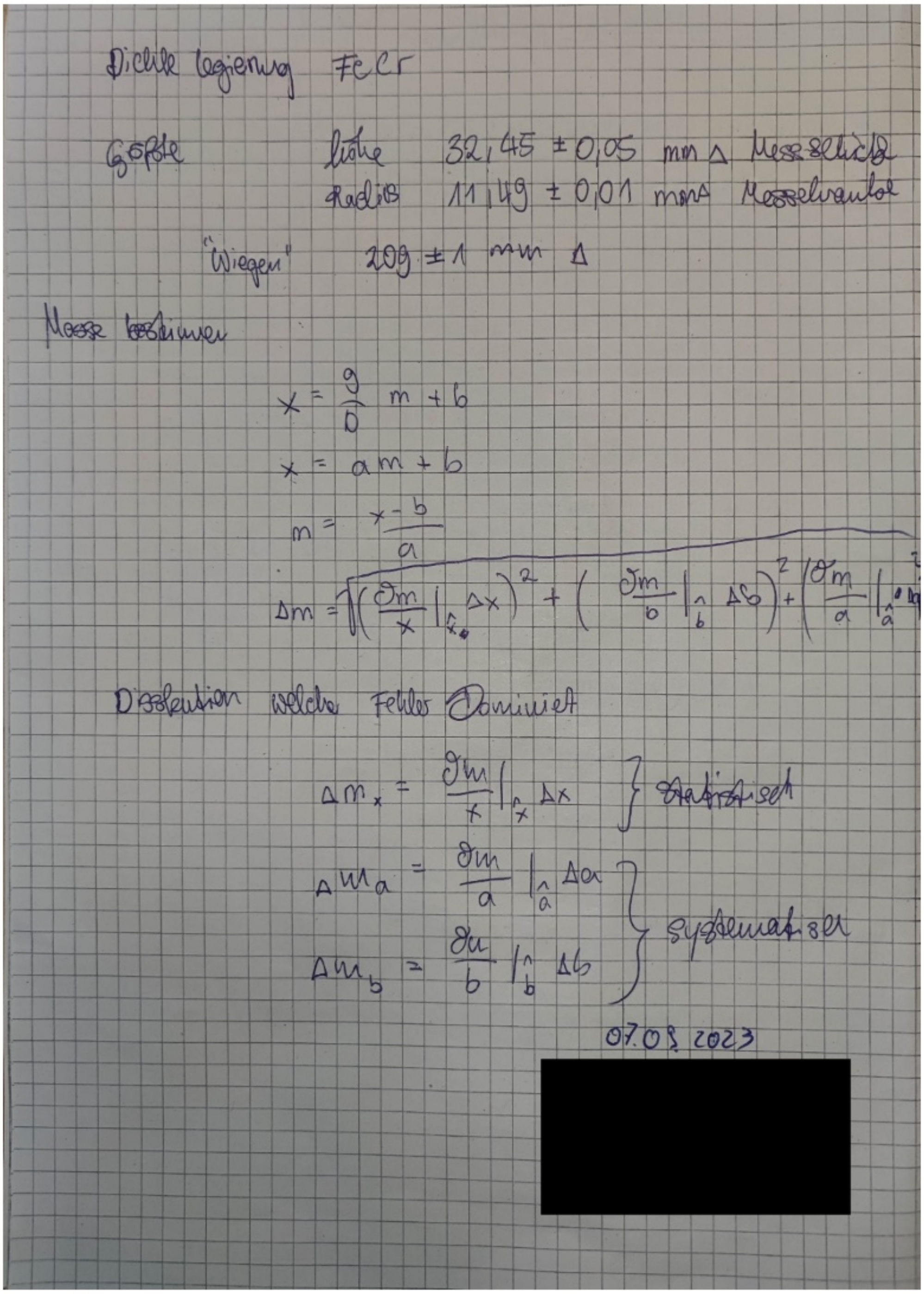
(D kommt noch

Volumen => Volumen Hohl~~Voll~~zylinder $V = \pi r^2 h$

$$V_{ges} = \pi\left(\frac{d_{aus}}{2}\right)^2 \cdot h - \pi\left(\frac{d_{inn}}{2}\right)^2 \cdot h$$

=> Dichte $\rho_{Ti} = \frac{m}{V}$ $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

Abbildung 8: Laborheft Seite 2



Dichte Legierung FeCr

Größe Höhe $32{,}45 \pm 0{,}05$ mm Δ Messschieber

Radius $11{,}49 \pm 0{,}01$ mm Δ Messschraube

"Wiegen" $20g \pm 1$ mm Δ

Masse bestimmen

$$x = \frac{g}{D} m + b$$

$$x = am + b$$

$$m = \frac{x-b}{a}$$

$$\Delta m = \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial x}\Big|_{\hat{x}} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial b}\Big|_{\hat{b}} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial a}\Big|_{\hat{a}} \Delta a \right.}$$

Diskussion welcher Fehler dominiert

$$\Delta m_x = \frac{\partial m}{\partial x}\Big|_{\hat{x}} \Delta x \quad \Big\} \text{ statistisch}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta m_a = \frac{\partial m}{\partial a}\Big|_{\hat{a}} \Delta a \\ \Delta m_b = \frac{\partial m}{\partial b}\Big|_{\hat{b}} \Delta b \end{array}\right\} \text{ systematisch}$$

07.09.2023

[redacted]

Abbildung 9: Laborheft Seite 3

6.5 Verzeichnisse

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literatur

[Fla23] Van Flamm. „Barium“. In: *www.wikipedia.org/wiki/Barium* (2023).

[Fre23] Uni Freiburg. „Versuch 4 - Dichte“. In: *https://ilias.uni-freiburg.de /goto.php?target=file*$_3$207823$_d ownloadclient_i d = unifreiburg$ (2023).

[Hüg23] Georg Hügler. „Tellur“. In: *www.wikipedia.org/wiki/Tellur* (2023).

[Ker21] KernundSohn. *Kalibrierschein G8-293-2021-07/1*. https:// omnibus.uni-freiburg.de/ phypra/ap/4/Kalibrierschein.pdf, 2021.

[Kil23] Bert Kilanowski. „Germanium“. In: *www.wikipedia.org/wiki/ Germanium* (2023).

[Kne23] Stefan Knecht. „Yttrium“. In: *www.chemie.de/lexikon/Yttrium.html* (2023).

[Nik23] Sabine Nikolaus. „Gallium- Verwendung, Vorkommen und Co“. In: *www. chemie-azubi.de/chemisches-element-gallium* (2023).

[Sie07] Uni Siegen. „Vanadium“. In: *https://www.chemie-biologie.uni-siegen.de /ac/hjd/lehre/bachelor/vortraege*$_s s07/paschkewitz_v anadium_c orr.pdf$ (2007).