

# DICHTE VON FESTEN KÖRPERN UND FLÜSSIGKEITEN UND OBERFLÄCHENSPIANNUNG

## Versuch 4

### Ziel des Versuchs

Teil A Bestimmen der Dichte eines ~~kleinen~~ Körpers durch Abmessungen sowohl mithilfe der Jollyschen Federwaage, ebenso der Dichte einer unbekannteren Flüssigkeit mithilfe letzterer.

Teil B Mithilfe mit Hilfe eines Torsionskraftmessers sollen die Oberflächenspannungen von destilliertem Wasser sowohl Ethanol bestimmt werden. Dabei soll die Abreißmethode verwendet werden.

## 1.1 Physikalische Grundlagen

Teil A: Die Dichte eines homogenen Stoffes lässt sich folgendermaßen beschreiben:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

wobei  $m$  die Masse und  $V$  das Volumen des Stoffes darstellen.

Dies lässt sich verwenden, um die Gewichtskraft zu formulieren mit  $F_g = \rho \cdot V \cdot g$ . Befindet sich ein Körper nun in einer Flüssigkeit (oder Gas) mit der Dichte  $\rho_f$ , so verspürt der Körper eine Auftriebskraft  $F_A$ , welche sich aus dem Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite des Körpers ergibt.



Für den Druck gilt:

$$\frac{F}{A} = p = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g$$

A ist dabei die Grundfläche und h die Höhe des Körpers.

Für die Auftriebskraft gilt also:

$$F_A = F_2 - F_1 = A(\rho_2 - \rho_1) = A \rho_{\text{Fl}} g (h_2 - h_1) = \rho_{\text{Fl}} \cdot g \cdot V$$

mit  $\rho_{\text{Fl}}$  als Dichte der Flüssigkeit und  $V = A(h_2 - h_1)$ .

Diese Kraft wirkt der Gewichtskraft entgegen und verringert sie

$$\text{zu } F_G' = F_G - F_A \quad \text{mit } F_A = m_{\text{Fl}} \cdot g = \rho_{\text{Fl}} \cdot V \cdot g$$

Wir erhalten also:

$$F_G' = F_G - F_A = \rho V g - \rho_{\text{Fl}} \cdot V \cdot g = \rho V g \left(1 - \frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho}\right) = F_G - F_G \frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho}$$

$$\Rightarrow \frac{F_G' - F_G}{F_G} = -\frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{F_A}{F_G} = \frac{\rho_{\text{Fl}}}{\rho}$$

$$\text{bzw. } \frac{\rho}{\rho_{\text{Fl}}} = \frac{F_G}{F_A} = \frac{F_G}{F_G - F_G'} \quad (1)$$

Teil B Bei diesem Versuch spielen ~~zwei Kräfte eine besondere Rolle~~: wird eine Oberflächenspannung bestimmt. Diese ~~ist~~ wirkt einer Vergrößerung der Oberfläche entgegen. Um die Oberfläche um den Betrag  $\Delta A$  zu vergrößern ist eine Arbeit  $\Delta W$  erforderlich. Es gilt:

$$\Delta W = \sigma \cdot \Delta A \quad \sigma \text{ Oberflächenspannung}$$

Mit  $W = F \cdot s$  lässt sich dies umschreiben zu

$$F \cdot \Delta s = \sigma \cdot l \cdot \Delta s \quad \Leftrightarrow \quad F = \sigma \cdot l$$

Zur Bestimmung der Oberflächenspannung verwenden wir die Abreibmethode. Mit Hilfe eines Objektes, das parallel zur Flüssigkeitsoberfläche gespannt ist und langsam aus der Flüssigkeit herausgezogen wird, bildet sich eine Flüssigkeitslamelle, die die Oberfläche vergrößert. Dies funktioniert nur bis zu einer gewissen Größe der Lamelle, dann reißt der Flüssigkeitsfilm.

Kurz vor dem Abriss der Lamelle gilt für die Oberfläche:

$$A_{s=s_{\max}} = 2l \cdot s_{\max} \quad (\text{Faktor } 2, \text{ da es eine Vorder- und Rückseite gibt})$$

$$\Rightarrow \Delta A_{s=s_{\max}} = 2l \cdot \Delta s \quad \begin{array}{l} (\Delta A_s \text{ Änderung der Oberfläche} \\ \Delta s \text{ Höhenänderung der Lamelle} \\ l \text{ Länge der Lamelle}) \end{array}$$

Mit  $\Delta W_{s=s_{\max}} = F(s_{\max}) \Delta s$  erhalten wir für die Oberflächenspannung

$$\sigma = \left. \frac{\Delta W}{\Delta A} \right|_{s=s_{\max}} = \frac{F(s_{\max}) \Delta s}{2l \Delta s} = \frac{F(s_{\max})}{2l} \quad (2)$$



## 1.2 Versuchsdurchführung

### Teil A

Mit Hilfe der Jollyschen Federwaage wird die Dichte eines Körpers sowie einer unbekannteren Flüssigkeit bestimmt.

Bei dieser Versuchsanordnung wird der zu untersuchende Körper auf die obere Waagschale (ohne Auftrieb) gelegt und anschließend auf die Untere (mit Auftrieb). Dabei ist jeweils die Auslenkung der Feder zu messen. Zu Beginn des Versuchs sollte außerdem die Ruhelage der Feder  $x_0$  (ohne aufgelegte Masse) bestimmt werden.

Die Kräfte in Richtung der Gewichtskraft  $F_G$  und  $F_{G'}$  werden anhand der Auslenkungen der Feder bestimmt.

Mit dem Hookeschen Gesetz gilt

$$F = -D(x - x_0) \quad (D \text{ Federkonstante})$$

Für die Bestimmung von  $F_G$  und  $F_{G'}$  sind 3 Messreihen erforderlich:

- ① Bestimmung von  $x_0$ : Ruhelage ohne Körper
- ② Bestimmung von  $x_1$ : Körper auf oberer Waagschale
- ③ Bestimmung von  $x_2$ : Körper auf unterer Waagschale

Aus Gleichung (1) folgt

$$\frac{\rho}{\rho_{Fl}} = \frac{F_G}{F_G - F_{G'}} = \frac{-D(x_1 - x_0)}{-D(x_1 - x_0) - (-D(x_2 - x_0))} = \frac{x_1 - x_0}{x_1 - x_2} \quad (3)$$

Die dabei berechnete Dichte  $\rho$  aus den Messungen wird mit dem aus den Abmessungen berechneten Wert ( $\rho = \frac{m}{V}$ ) verglichen.

Anschließend wird das Becherglas mit einer unbekannteren Flüssigkeit befüllt und die bereits beschriebene Messung mit dem gleichen Körper nochmal durchgeführt. Da die Dichte von letzterem bereits errechnet wurde, kann mit Gl. (3) die Dichte der Flüssigkeit bestimmt werden.



## Teil B

Wir bestimmen die Oberflächenspannung mit Hilfe eines Torsionskraftmessers. Dabei werden nach dem Aufhängen der beiden Bügel ~~am Reife~~ am rechten und linken Arm des Kraftmessers durch Ausbalancieren der Waage die möglichen Gewichtsdifferenzen kompensiert.

Nachdem wird eine Präzisionsmessung durchgeführt, d.h. der linke Bügel wird in die zu untersuchende Flüssigkeit eingetaucht und anschließend durch langsames Runterschieben des Tisches die ungefähre Abreißstelle der Flüssigkeitslamelle bestimmt. Der dadurch entstehenden Auftrieb kompensiert man durch erneutes Ausbalancieren.

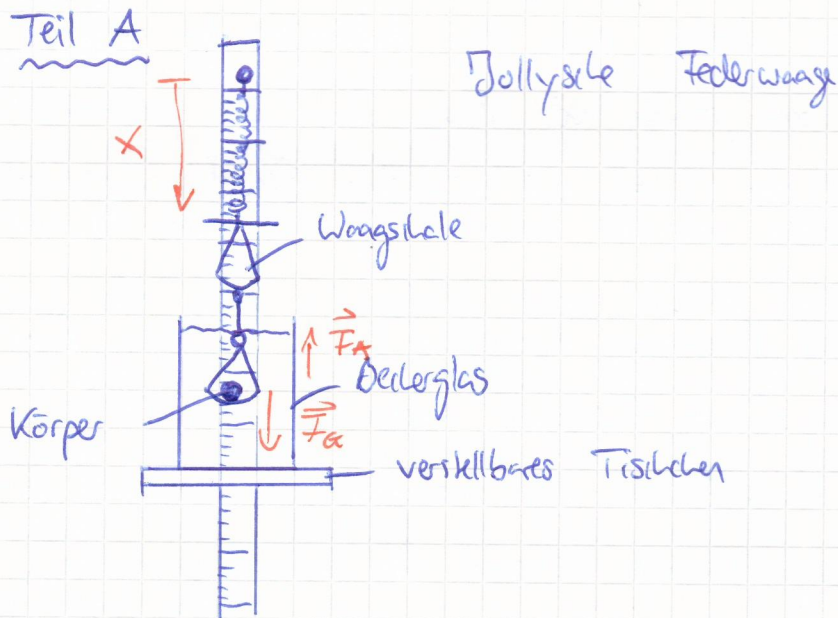
Anschließend können wir mit der eigentlichen Messreihe beginnen. Dazu bewegt man das Tischchen in kleinen Schritten nach unten.

Die Kraft, die man jeweils benötigt, um den Kraftmesser im Gleichgewicht zu halten, trägt man als Funktion des Tischchens (Abstand) auf. Diesem Skizzenbild entnimmt man dann  $F(s_{max})$  um nach Formel (2) die Oberflächenspannung zu bestimmen.

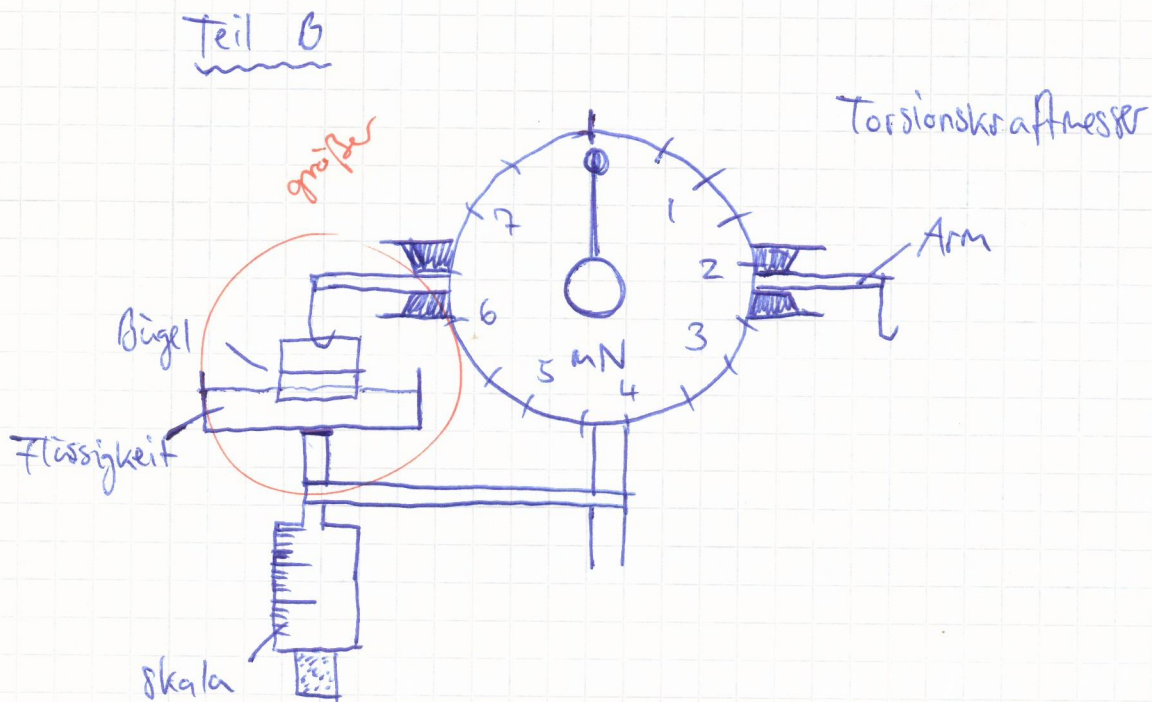
Ein dabei wird die Kraft bis zum Auftauchen des Messdrahtes konstant bleiben. Da durch Herausziehen des Bügels aus der Flüssigkeit der Auftrieb reduziert wird und auch die Oberflächenspannung auf den Messdraht wirkt, steigt die gem. Kraft anschließend an. Nähert man sich  $s_{max}$ , so flacht die Kurve bis zum Abreißen ab.



# 1.3 Versuchsaufbau



relevante Kräfte und Messgrößen einzeichnen!









## 2. Messdaten

A

$$m_{2y} = 4,38 \text{ g}$$

$$s_m = 0,01 \text{ g}$$

$$h_{2y} = ~~x_{175} \text{ cm}~~$$

$$17,40 \text{ mm}$$

$$d_{2y} = ~~x_{157} \text{ cm}~~$$

$$1,55 \text{ cm}$$

$$s_{h_{2y}} = ~~0,1 \text{ mm}~~ 0,05 \text{ mm}$$

Wasser

$x_0/\text{mm}$	$x_1/\text{mm}$	$x_2/\text{mm}$	$s_x = 0,5 \text{ mm}$
470	453,5	466	
487	470	482	
471,5	454,5	466,5	
482,5	465,5	478	

unbekannte Flüssigkeit

$x_0/\text{mm}$	$x_1/\text{mm}$	$x_2/\text{mm}$
488,5	471,5	481
476,5	461	469
486,5	470	479
484	476,5	486



B  $l_{\text{Bügel}} = \cancel{2,55 \text{ cm}} = 2,545 \text{ cm}$   $s = \cancel{0,3 \text{ mm}}$   $0,05 \text{ mm} = s_z$

Wasser

1. Messreihe

~~10 mm~~ (10 mm)

F/ml	s/mm	F/ml	s/mm	F/ml	s/mm
-0,5	0	0,4	6	3,8	2,75
<del>0,35</del> -0,3	1	1,95	7	3,9	9
-0,3	2	2,6	7,5	3,85	9,25 ←
-0,1	3	3,1	8		
-0,1	4	3,5	8,25		
0	5	3,6	8,5		

Calc. stimmt

2. Messreihe (9 mm)

F/ml	s/mm	F/ml	s/mm	F/ml	s/mm
-0,5	0	0	6	3,0	8,75
-0,4	1	0,5	7	3,3	9
-0,1	2		<del>7,5</del>	3,5	9,25
-0,1	3	1,9	8	3,6	9,5
-0,1	4	2,4	8,25	3,8	9,75
-0,1	5	2,6	8,5	4,0	10 ←

3. Messreihe (12 mm)

F/ml	s/mm	F/ml	s/mm	F/ml	s/mm	F/ml	s/mm
-0,3	0	3,3	6		7,5		
-0,1	1	3,5	6,25		7,25		
-0,1	2	3,7	6,5				
-0,1	3	3,85	6,75				
+0,5	4	4	<del>7</del>				
1,9	5	4,0	7,25 ←				

Zählband

12.10.14

$s_T = 0,05 \text{ mV}$

1. Messreihe (12 mm)

2. Messreihe

3. Messreihe

F/mV	s/mm
<del>-1,5</del>	<del>0</del>
<del>-1,4</del>	<del>1</del>
<del>-1,4</del>	<del>2</del>
<del>-1,4</del>	<del>3</del>
<del>-1,0</del>	<del>4</del>
-0,6	4,5
-0,3	5
-0,1	5,5
0	6
0	6,5
0	7
-0,2	0
-0,1	1
-0,1	2
-0,1	3
0,3	4
0,5	4,25
0,7	4,5
0,9	4,75
1,0	5
1,2	5,25
1,3	5,5
1,3	5,75

F/mV	s/mm
-0,2	0
-0,1	1
-0,1	2
-0,1	3
0,3	4
0,8	5
1,05	5,1
1,1	5,2
1,15	5,3
1,2	5,4
1,25	5,5
1,3	5,6
1,3	5,7
1,35	5,8
1,35	5,9
→	*

F/mV	s/mm
-0,15	0
-0,1	1
-0,1	2
-0,1	3
0,3	4
0,65	4,5
1,0	5
1,05	5,1
1,05	5,2
1,1	5,3
1,15	5,4
1,2	5,5
1,25	5,6
1,3	5,7
1,3	5,8
1,3	5,9
→	

VT 1.10.14 JM



# 3. AUSWERTUNG

## Teil A

### 3.1 Bestimmung der Dichte des Zylinders

3.1.1 Berechnung der Dichte des Zylinders aus den Abmessungen

Mass  $m = (4,38 \pm 0,01) \text{ g}$

Radius  $r = (7,75 \pm 0,03) \text{ mm}$

Höhe  $h = (17,4 \pm 0,05) \text{ mm}$

Für die Berechnung der Dichte gilt:  $\rho = \frac{m}{V}$

$$\Rightarrow \rho = 1334,1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Fehler von  $\rho$

$$s_\rho = \rho \cdot \sqrt{\left(\frac{s_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{s_r}{r}\right)^2} = \rho \cdot \sqrt{\left(\frac{s_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2s_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{s_h}{h}\right)^2}$$

$$= 9,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Rightarrow \rho = (1334,1 \pm 9,9) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\Rightarrow \rho = (1300 \pm 10) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

3.1.2 Berechnung der Dichte anhand der Federablenkung

Bei der Versuchsanordnung zur Bestimmung der Dichte des Zylinders wird als Flüssigkeit im Becken Wasser benutzt.

Dichte von Wasser  $\rho_w \approx 998,20 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

Zur Berechnung der Dichte des Zylinders wird die in der Vorbereitung hergeleitete Formel benutzt:

$$\rho = \frac{x_1 - x_0}{x_1 - x_2} \rho_w \quad \text{mit } x_0 \text{ Rulelage (ohne Zylinder),}$$

$x_1$ : Zylinder auf oberer Waagschale,  $x_2$  auf unterer Waagschale

Fehlerrechnung &  $s_{\rho_A}$  aufgrund der Ableseungenauigkeit  
 Bei dieser Berechnung der Unsicherheit der Dichte wird das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz angewandt, wobei der Ausdruck  $\rho = \frac{x_1 - x_0}{x_1 - x_2} \rho_w$  abgeleitet werden muss.

Es gilt:

$$s_{\rho_A} = \sqrt{\sum_{i=0}^2 \left( \left( \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right) \cdot s_{x_i} \right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{x_1 - x_2} \cdot \sqrt{1 - \beta + \beta^2} \cdot \rho_w \cdot s_x \quad \text{mit } \beta = \frac{x_1 - x_0}{x_1 - x_2}$$

Berechnung des Mittelwerts und der Standardabweichung

Mittelwert

Standardabw. Einzelmessung

Standardabw. des Mittelwerts

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i$$

$$s_{\rho} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\rho_i - \bar{\rho})^2}$$

$$s_{\bar{\rho}} = \frac{s_{\rho}}{\sqrt{n}}$$

Messung zur Dichte Zylinder

Messung	x0/mm	x1/mm	x2/mm	$\rho / (\text{kg/m}^3)$	$(\rho_i - \bar{\rho})^2 / (\text{kg/m}^3)^2$	$s_{\rho_A} / (\text{kg/m}^3)$
1a	470,0	453,5	466,0	1317,62	3058,82	56,47
1b	487,0	470,0	482,0	1414,12	1696,29	58,82
1c	471,5	454,5	466,5	1402,43	870,20	58,33
1d	482,5	465,5	478,0	1357,55	236,50	56,47
Mittel				1372,93		
Summe					6473,04	

Standardabw. Einzelmessung 1

46,45 kg/m<sup>3</sup>

Standardabw. Mittelwert

23,23 kg/m<sup>3</sup>



## Vergleich der Fehler

Die Fehler der Dichte  $\rho$ , die sich aus der Ablesungenauigkeit ergeben, beträgt ~~betragen~~ jeweils rund  $57,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  und ist somit ~~um einen Faktor von etwa~~  $\pm 1,2$  um etwa 25% größer als die Standardabweichung der Einzelmessung mit  $\sigma_{sp} = 46,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

Im Folgenden werden wir den Fehler der Standardabweichung der Einzelmessung benutzen. Die Verwendung dieses Fehlers ist angebracht, da ~~hier~~ hier im Gegensatz zu  $\sigma_A$  alle Messwerte einfließen und somit der tatsächliche Wert genauer bestimmt werden kann. Die Ablesefehler sind nämlich statistischer Art, sodass diese in einer näherungsweise vorhersehbaren Verteilung um den wahren Wert streuen, was es somit möglich macht den wahren Wert genauer zu bestimmen.

### 3.1.2 Vergleich der Dichten

Ein Vergleich der Dichten, die sich zum Einen ~~Aus~~ aus den Abmessungen des Zylinders und zum Anderen aus unserer Messreihe der Federauslenkung ergibt, zeigt, dass die beiden berechneten Werte innerhalb des 1 $\sigma$ -Bereiches übereinstimmen. Man kann daher vermuten, dass die Messmethode ziemlich genau ist.

Dichte aus den Abmessungen:  $\rho_1 = (1334 \pm 10) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Dichte aus Federauslenkung:  $\rho_2 = (1373 \pm 46) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

*wenn hier sollte der Fehler des Mittelwerts angegeben werden:*



### 3.2 Bestimmung der Dichte der Unbekannten Flüssigkeit

~~Nahzu analog wie in Teil 1 berechnet sich die auch hier die Unsicherheit der Dichte  $\rho_{Fl}$  nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz. Es gilt also:~~

$$s_{\rho_A} = \sqrt{\sum_{i=0}^2}$$

Bei dieser Versuchsanordnung zur Bestimmung der Dichte der unbekanntes Flüssigkeit wird der zylindrische Körper aus Teil 1 mit der Dichte  $\rho_K = (1373 \pm 46) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  benutzt. Zur Berechnung der Dichte wird die in der Vorlesung hergeleitete Formel benutzt  $\rho_{Fl} = \frac{x_1 - x_2}{x_1 - x_0} \rho_K$  ( $x_0, x_1, x_2, \rho_K$  wie vorher)

Berechnung der Unsicherheit der Dichte aufgrund von Ablesungsgrauigkeit und Ungenauigkeit von  $\rho_K$

Nahzu analog wie in Teil 1 berechnet sich auch hier die ~~Ungenauigkeit~~ Unsicherheit der Dichte  $\rho_{Fl}$  nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz. Es gilt also

$$s_{\rho_A} = \sqrt{\sum_{i=0}^2 \left( \left( \frac{\partial \rho_{Fl}}{\partial x_i} \right) s_{x_i} \right)^2 + \left( \frac{\partial \rho_{Fl}}{\partial \rho_K} s_{\rho_K} \right)^2}$$

Hierbei ist zu beachten, dass die Dichte des Körpers auch einen Fehler hat. Lösen mit Mathematica ergibt

$$s_{\rho_A} = \sqrt{\frac{s_{\rho_K}^2 (x_0 - x_1)^2 (x_1 - x_2)^2 + 2 \rho_K^2 s_x^2 (x_0^2 + x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 - x_0(x_1 + x_2))}{(x_0 - x_1)^4}}$$

Unverständlich... man kann einfach mit  $\rho_{Fl} = \frac{\rho_K}{B}$  rechnen und braucht keine neue Rechnung durchzuführen!



## Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung

Äquivalent zu Teil 1

Messung zur Bestimmung der unbekanntem Flüssigkeit

Messung	x0/mm	x1/mm	x2/mm	$\rho / (\text{kg}/\text{m}^3)$	$(\rho_i - \bar{\rho})^2 / (\text{kg}/\text{m}^3)$	$s_{\rho_A} / (\text{kg}/\text{m}^3)$
2a	488,5	471,5	481,0	767,23	611,23	77,53
2b	476,5	461,0	469,0	708,61	1148,77	91,01
2c	486,5	470,0	479,0	748,87	40,56	81,98
2d	494,0	476,5	486,0	745,31	7,85	73,95
Mittel				742,50		
Summe						1808,41

Standardabw. Einzelmessung 2

24,55  $\text{kg}/\text{m}^3$

Standardabw. Mittelwert

12,28  $\text{kg}/\text{m}^3$

### 3.2.1 Vergleich der Fehler

Der Fehler der Dichte der sich aus der Ablesungenauigkeit ergibt beträgt zwischen 74 und 91  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  und ist damit etwa drei Mal größer als die Standardabweichung der Einzelmessung mit 25  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Analog zu Teil 1 wird auch hier letztere als Unsicherheit verwendet.

### 3.2.2 Vergleich von $\rho_{\text{Fl}}$ mit Literaturwerten

Aufgrund des Geruchs der unbekanntem Flüssigkeit vermuten wir, dass es sich dabei um ein ethanolhaltiges Gemisch handelt, evtl. mit Wasser. Die Dichte ~~mit~~ von Ethanol beträgt 790  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  und die unser unbekanntem Flüssigkeit  $(740 \pm 30) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Die Dichte von Ethanol liegt also im 2-fachen Fehler der gemessenen Flüssigkeit.

## Teil B

### 3.3.1 Bestimmung der Oberflächenspannung von destilliertem Wasser

Für die Bestimmung der Oberflächenspannung wird wie in der Vorbereitung beschrieben die Abreißmethode verwendet. Nach dem Einfachen des Messdrahtes wird das Tischchen in kleinen Schritten mit der Mikrometerschraube nach unten bewegt. Die Kraft, die man jeweils benötigt um den Kraftmesser im Gleichgewicht zu halten, trägt man gegen die Position des Tisches auf.

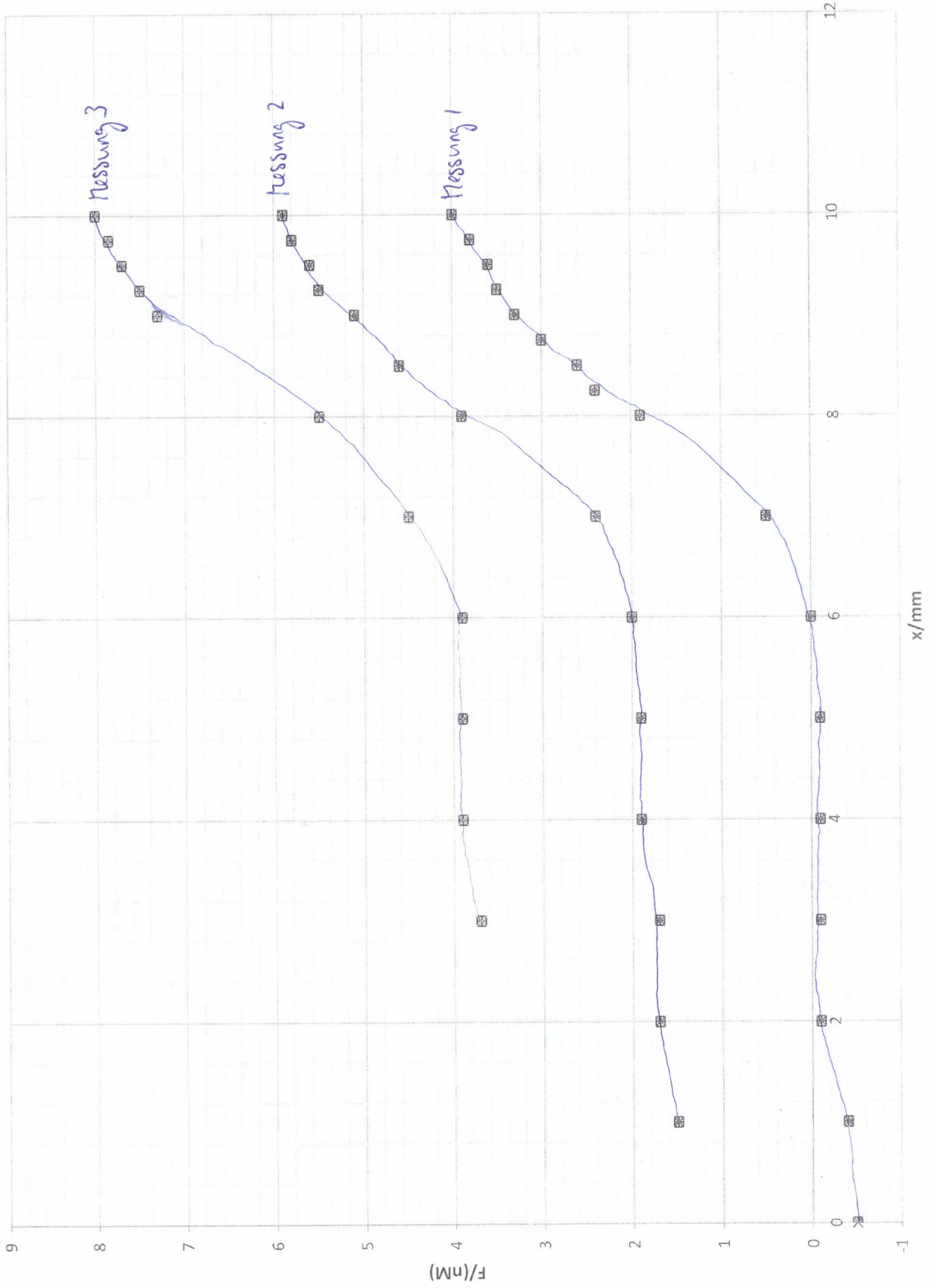
Auf folgender Abbildung wird dann  $F(\text{max})$  eingetragen. Dazu auch die Messergebnisse

Tabelle B.1  
Relation Kraft/Auslenkung Wasser

Höhe/mm	Auslenkung/mm	M1: Kraft/mN	M2: Kraft/mN	M3: Kraft/mN	Mittelwert F/mN
9	0	-0,5			-0,50
10	1	-0,4	-0,5		-0,45
11	2	-0,1	-0,3		-0,20
12	3	-0,1	-0,3	-0,3	-0,23
13	4	-0,1	-0,1	-0,1	-0,10
14	5	-0,1	-0,1	-0,1	-0,10
15	6	0	0	-0,1	-0,03
16	7	0,5	0,4	0,5	0,47
17	8	1,9	1,95	1,5	1,78
17,25	8,25	2,4			2,40
17,5	8,5	2,6	2,6		2,60
17,75	8,75	3			3,00
18	9	3,3	3,1	3,3	3,23
18,25	9,25	3,5	3,5	3,5	3,50
18,5	9,5	3,6	3,6	3,7	3,63
18,75	9,75	3,8	3,8	3,85	3,82
19	10	4	3,9	4	3,97
19,25	10,25		3,95		3,95



# Abhängigkeit Kraft/Auslenkung bei Wasser



- X Messung 1, Offset=0
- X Messung 2, Offset=2
- X Messung 3, Offset=4

Man erhält aus dem Diagramm  $F(\sigma_{max}) \approx 3,97 \text{ mN}$

### 3.3.2 Berechnung der Oberflächenspannung

Es wird die in der ~~Vorbereitung~~ Vorbereitung ~~so~~ gezeigte Formel benutzt

$$\sigma_w = \frac{F(\sigma_{max})}{2l} \quad \text{mit } l = (24,45 \pm 0,05) \text{ mm}$$
$$= (78 \pm 1) \frac{\text{mN}}{\text{m}} \quad 77,93 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

$$\text{Fehler für } \sigma_w : s_{\sigma_w} = \sigma_w \sqrt{\left(\frac{s_F}{F}\right)^2 + \left(\frac{s_l}{l}\right)^2} = 0,99 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow \sigma_w = (78 \pm 1) \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

\* wie groß ist  $s_F$ ? Wenn  $l$  mit einer gemittelten Kraft  $\bar{F}$  rechnet muss der entsprechende Fehler  $s_{\bar{F}}$  dann der nicht der Unsicherheit der Einzelmessung entspricht

### 3.3.3 Vergleich mit dem Literaturwert

Ein Vergleich mit dem Literaturwert von  $\sigma_w = 72,75 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$  bei  $20^\circ\text{C}$  zeigt, dass unser Wert innerhalb des 5-fachen Fehlers übereinstimmt.

(\*) Besser wäre gewesen: Aus 3 Werten für  $F$  3 Werte für  $\sigma_w$  berechnen (mit entsprechenden Fehlern), daraus  $\bar{\sigma}$ ,  $s_{\bar{\sigma}}$  sowie die Standardabweichung der  $\sigma_w$  Werte (das bitte auf jeden Fall mitbringen!)



### 3.4 Bestimmung der Oberflächenspannung von Ethanol

Wir gehen genauso wie in vorherigen Teil 3.3 vor, d.h. wir entnehmen  $F(s_{max})$  dem Verlauf der Kraft-Auslenkungs-Kurve. Da wir nur 3 Messreihen gemacht haben, ist es sinnvoll mit dem Mittelwert zu arbeiten.

Relation Kraft/Auslenkung Ethanol

Höhe/mm	Auslenkung/mm	M1: Kraft/mN	M2: Kraft/mN	M3: Kraft/mN	Mittelwert F/mN
12		0	-0,2	-0,2	-0,15
13		1	-0,1	-0,1	-0,10
14		2	-0,1	-0,1	-0,10
15		3	-0,1	-0,1	-0,10
16		4	0,3	0,3	0,30
16,25	4,25		0,5		0,50
16,5	4,5		0,7	0,65	0,68
16,75	4,75		0,9		0,90
17	5	1	0,9	1	0,97
17,1	5,1		1,05	1,05	1,05
17,2	5,2		1,1	1,05	1,08
17,25	5,25	1,2			1,20
17,3	5,3		1,15	1,1	1,13
17,4	5,4		1,2	1,15	1,18
17,5	5,5	1,3	1,25	1,2	1,25
17,6	5,6		1,3	1,25	1,28
17,7	5,7		1,3	1,3	1,30
17,75	5,75	1,3			1,30
17,8	5,8		1,35	1,3	1,33
17,9	5,9		1,35	1,3	1,33

Man erhält:  $F(s_{max}) = 1,32 \text{ mN}$

#### 3.4.1 Berechnung der Oberflächenspannung

$$\sigma_E = \frac{F(s_{max})}{2l} = 25,82 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

Fehlerrechnung: 
$$\Delta\sigma_E = \sigma_E \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2} = \text{bzw. } 0,98 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow \sigma_E = (25,82) \frac{\text{mN}}{\text{m}} \quad (25,82 \pm (26 \pm 1)) \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

#### 3.4.2 Vergleich mit dem Literaturwert

$$\sigma_E^{\text{Lit}} = (22,3) \frac{\text{mN}}{\text{m}}, \text{ Übereinstimmung innerhalb des dreifachen Fehlers.}$$

Grafik siehe Seite 61



# 4. ZUSAMMENFASSUNG UND DISKUSSION

## Teil A

### 4.1 Bestimmung der Dichte des Zylinders

Aus unseren Rechnungen mit Hilfe der Federablenkung ergibt sich für die Dichte des zylindrischen Körpers

$$\rho_{k_f} = 1370 \pm (1370 \pm 47) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Ein Vergleich mit dem Ergebnis aus der Formel  $\rho = \frac{m}{V}$

$$\rho_{k_m} = (1330 \pm 10) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

ergibt, dass die ~~zwei~~ Ergebnisse innerhalb des einfachen Fehlers übereinstimmen.

Also ist die Methode der Dichtebestimmung mit Hilfe der Federablenkung wahrscheinlich auch im Allgemeinen ziemlich genau, sodass man diese auch für Körper deren Volumen man nicht ohne weiteres bestimmen kann, gut anzuwenden ist.

### 4.2 Bestimmung der Dichte der unbekanntem Flüssigkeit

Für die Dichte der unbekanntem Flüssigkeit ermittelten wir

$$\rho = (740 \pm 30) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Die Dichte hatte einen starken Eigengeruch und Ethanol hat die Dichte  $\rho_E = 790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Diese Dichten stimmen also innerhalb des zweifachen Fehlers überein, voraus die Vermutung nahe liegt, dass es sich bei der unbekanntem Fl. um Ethanol oder eine Mischung handelt.



## Teil B

### 4.3 Bestimmung der Oberflächenspannung von destilliertem Wasser

Aus unserer Messreihe zur Bestimmung der Oberflächenspannung von dest. Wasser ermittelten wir

$$\sigma_w = (78 \pm 1) \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

Ein Vergleich mit dem Literaturwert  $\sigma_w = 72,75 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$  ( $20^\circ\text{C}$ ) zeigt, dass unser Wert innerhalb des 5-fachen Fehlers übereinstimmt.

### 4.4 Bestimmung der Oberflächenspannung von Ethanol

Für die Oberflächenspannung von Ethanol ermittelten wir

$$\sigma_E = (26 \pm 1) \frac{\text{mN}}{\text{m}}$$

Ein Vergleich mit dem Literaturwert  $\sigma_E = 22,3 \frac{\text{mN}}{\text{m}}$  ( $20^\circ$ ) ergibt eine Übereinstimmung innerhalb des 4-fachen Fehlers.

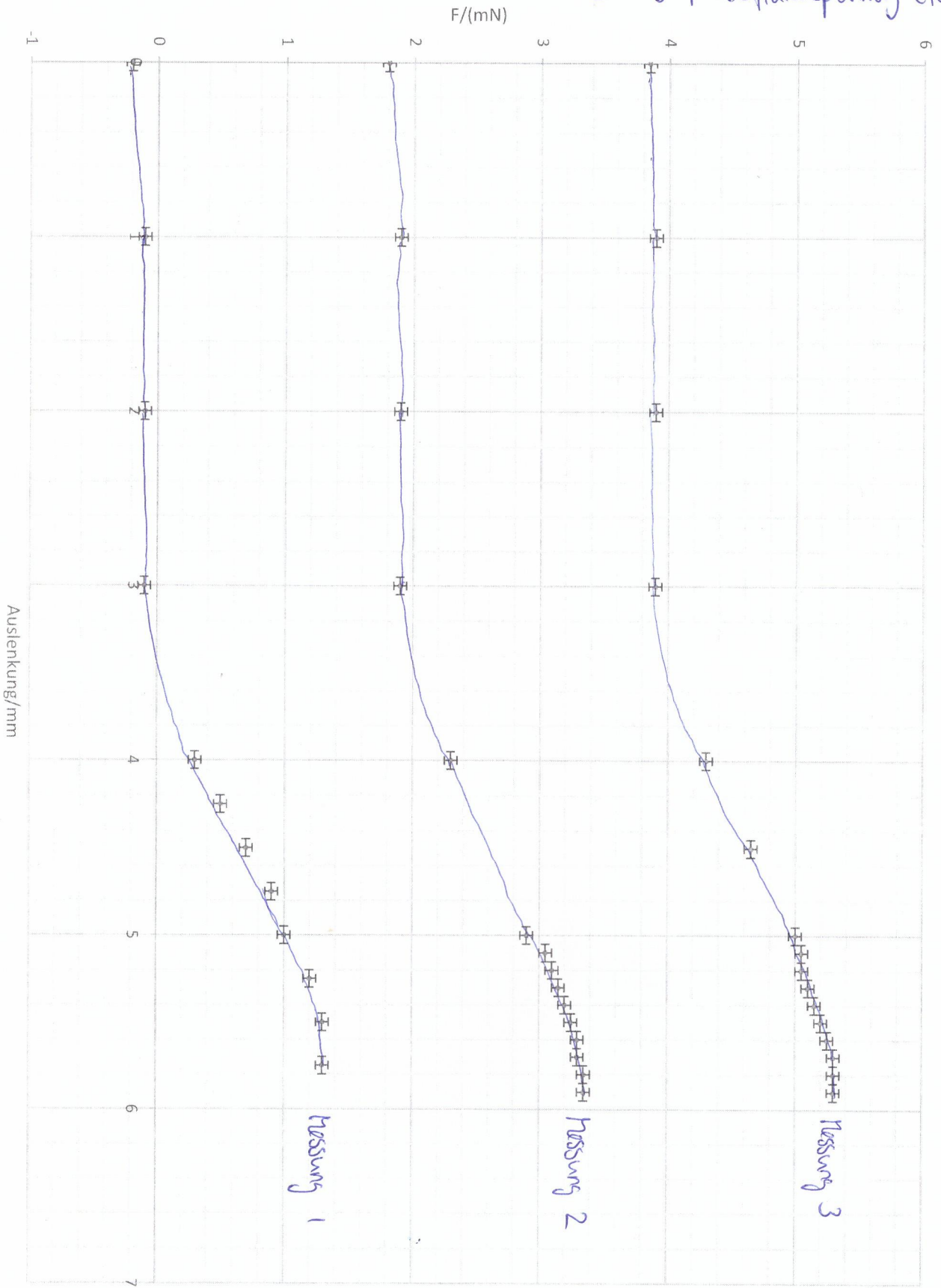
### 4.5 Fehlerquellen

- Die Flüssigkeiten könnten verunreinigt gewesen sein, somit hätten wir Abweichungen vom Literaturwert
- keine exakte Kalibrierung des Kraftmessers in Teil B
- Die Temperatur könnte leichte Auswirkungen haben, ebenso Temperaturschwankungen

# 5. ANHANG

Zu 3.4 Oberflächenspannung Ethanol

Abhängigkeit Kraft/Auslenkung bei Ethanol



- \* Messung 1, Offset=0
- \* Messung 2, Offset=2
- \* Messung 3, Offset=4



Alle Rechnungen und Grafiken wurden mit MS Excel 2013 erstellt.

Die Standardabweichungen von den jeweils 3 Werten  $\sigma_w$  und  $\sigma_E$  nachtragen!

## Nachtrag

Berechnung von  $\sigma = \frac{F(S_{max})}{2l}$

$\sigma_{Wasser}$

$$\sigma_1 = 78,59 \frac{mN}{m}$$

$$s_{\sigma_1} = 0,99 \frac{mN}{m}$$

$$\sigma_2 = 77,60 \frac{mN}{m}$$

$$s_{\sigma_2} = 0,99 \frac{mN}{m}$$

$$\sigma_3 = 78,59 \frac{mN}{m}$$

$$s_{\sigma_3} = 0,99 \frac{mN}{m}$$

$$s_{\sigma_i} = \sqrt{\left(\frac{s_F}{F}\right)^2 + \left(\frac{s_c}{l}\right)^2}$$

$$s_F = 0,05 mN \quad s_c = 0,05 mm$$

$$\bar{\sigma} = 78,26 \frac{mN}{m}$$

Standardabw. Einzelmessung

$$s_{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\sigma_i - \bar{\sigma})^2} = 0,57 \frac{mN}{m}$$

Standardabw. Mittelwert

$$s_{\bar{\sigma}} = \frac{s_{\sigma}}{\sqrt{n}} = 0,33 \frac{mN}{m}$$

$$\Rightarrow \sigma_{Wasser} = (78,3 \pm 0,3) \frac{mN}{m}$$

$\sigma_{Ethanol}$

$$\sigma_1 = 25,54 \frac{mN}{m}$$

$$s_{\sigma_1} = 0,98 \frac{mN}{m}$$

$$\sigma_2 = 26,52 \frac{mN}{m}$$

$$s_{\sigma_2} = 0,98 \frac{mN}{m}$$

$$\sigma_3 = 25,54 \frac{mN}{m}$$

$$s_{\sigma_3} = 0,98 \frac{mN}{m}$$

$$\bar{\sigma}_{Ethanol} = 25,87 \frac{mN}{m}$$

Standardabw. Einzelmessung

$$s_{\sigma} = 0,57 \frac{mN}{m}$$

Standardabw. Mittelwert

$$s_{\bar{\sigma}} = 0,33 \frac{mN}{m}$$

$$\Rightarrow \sigma_{Ethanol} = (25,9 \pm 0,3) \frac{mN}{m}$$

HT 18.10.14

Denkzettel

HIER könnte